

# Polariser un milieu : Une question de Principe.



TIPE 2017/2018: *Milieu : interactions, interfaces, homogénéité, ruptures.*

Objectif :

- ▶ Caractérisation et optimisation  
d'un capteur actif  
« Piézoélectrique »

# Plan :

- I. Origine du phénomène
- II. Caractérisation et modélisation du capteur de vibration:
  - Modelisation par un circuit électrique.
  - Resolution analytique et numérique à l'aide de python.
  - Traçage de diagramme de bode;
- III. Etude d'optimisation et de conditionnement

# Contribution:

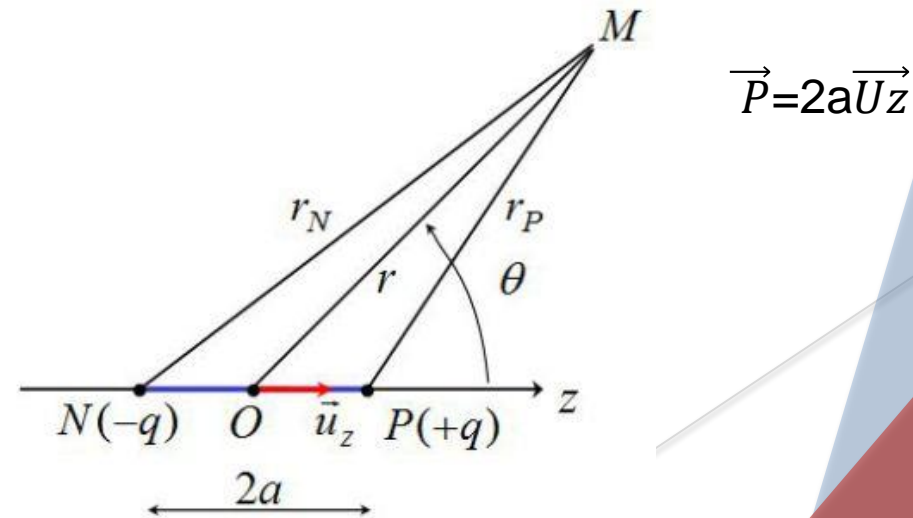
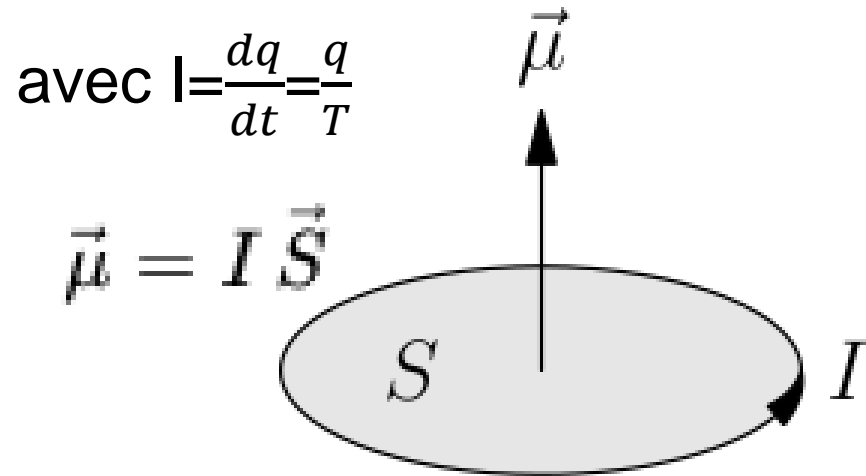
- I. Prise de contact avec des laboratoires de recherche en Tunisie et en France.
- Implementation d'un code python pour la resolution d'une equation différentielle d'ordre 2 par la methode d'Euler Explicite.
- Implementation d'un code python pour la fonction range kutta pour la resolution d'une equation de second ordre.
- I. Utilisation du logiciel Ni multisim pour construire des circuit électrique et tracer les courbes.

# I. Origine du phénomène

Un élément piézoélectrique est tout élément capable de se polariser électriquement sous une contrainte mécanique ou qui se déformer lorsqu'il est soumis à un champ électrique.

Pour un dipôle magnétique :

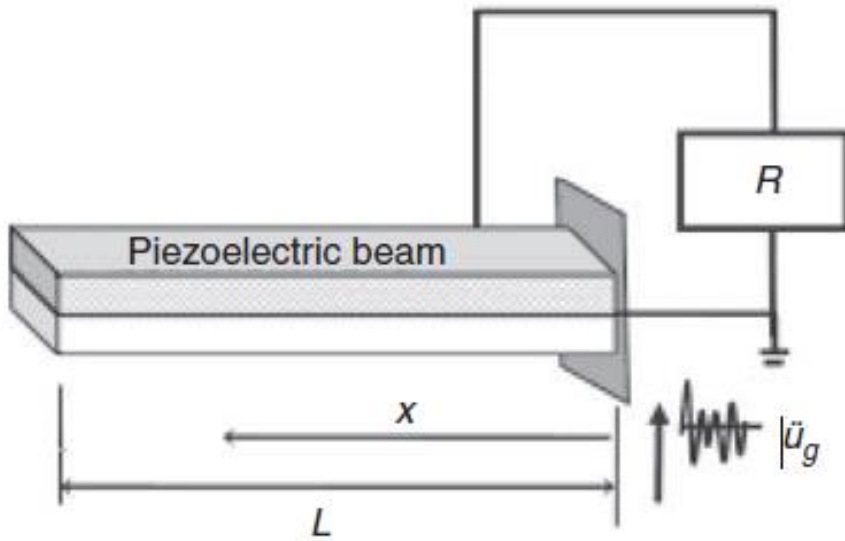
Pour un dipôle électrique:



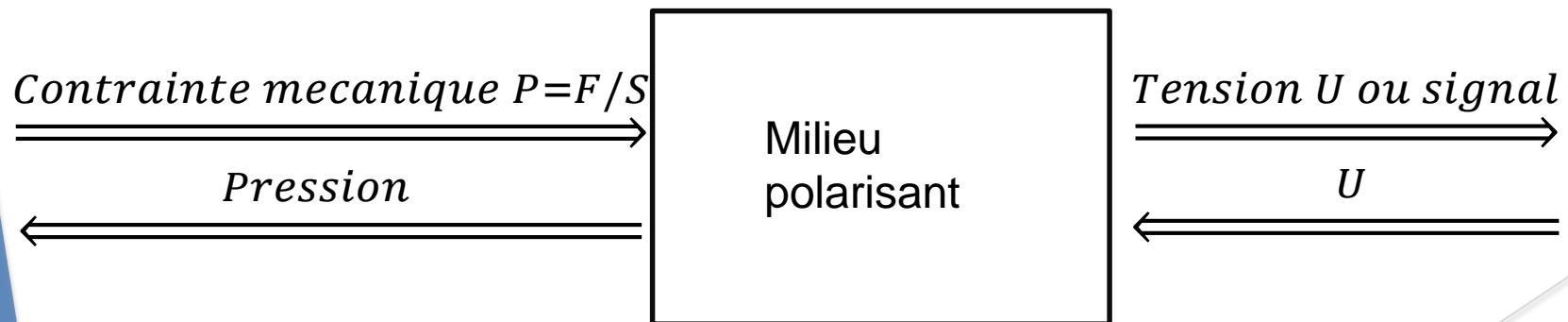


La polarisation s'exprime sous la forme

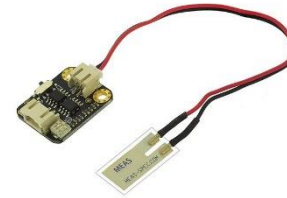
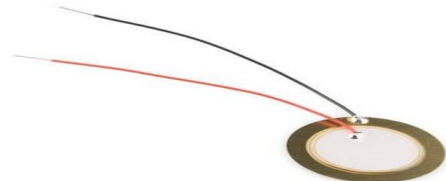
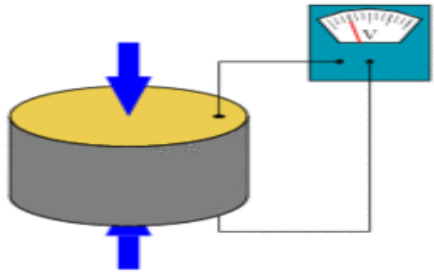
$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{P}_i}{V} \text{ telle que } V \text{ et } \vec{P}_i \text{ sont des grandeurs extensives}$$



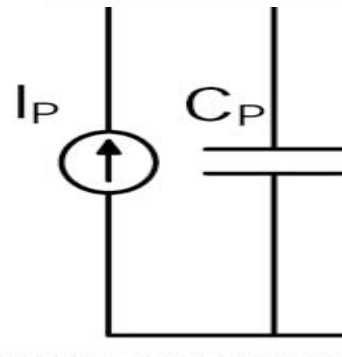
Le milieu piézoélectrique est en interaction avec des facteurs externes.



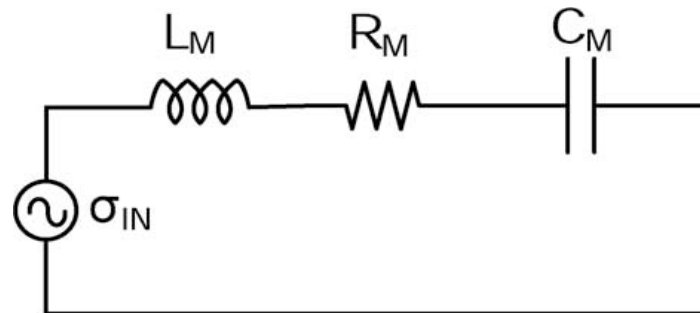
# I. Etude et caractérisation d'un capteur de vibration



- Modélisation par un circuit électrique:
  1. En tant que générateur d'énergie le capteur piézoélectrique peut être modéliser (modèle électrique) par :  
Une source de courant continue en parallèle avec un condensateur.



2. En tant que résonateur  
Il peut être modéliser par un circuit RLC forcer par un excitateur .



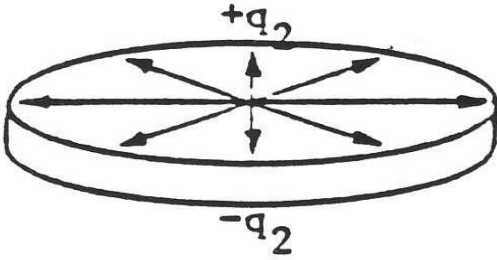
$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x} + r\dot{x} + Kx = K_1 V e^{-j\omega t} \\ q_2 = K_2 \\ \frac{m\ddot{q}_2}{K_1 K_2} + \frac{r\dot{q}_2}{K_2 K_1} + \frac{K q_2}{K_2 K_1} \\ q_1 = C V e^{-j\omega t} \end{array} \right.$$

Avec  $K_1$  = caractère de l'effet piézoélectrique

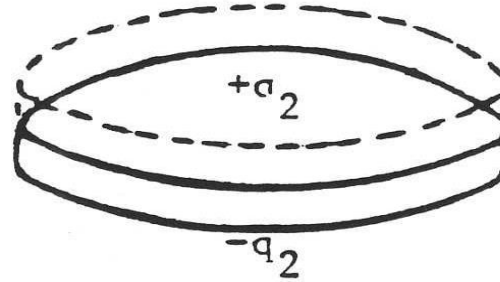
Et C= capacité du condensateur former par les deux faces planes du disque



# Etude dynamique d'un résonateur



Déformation radiale du capteur

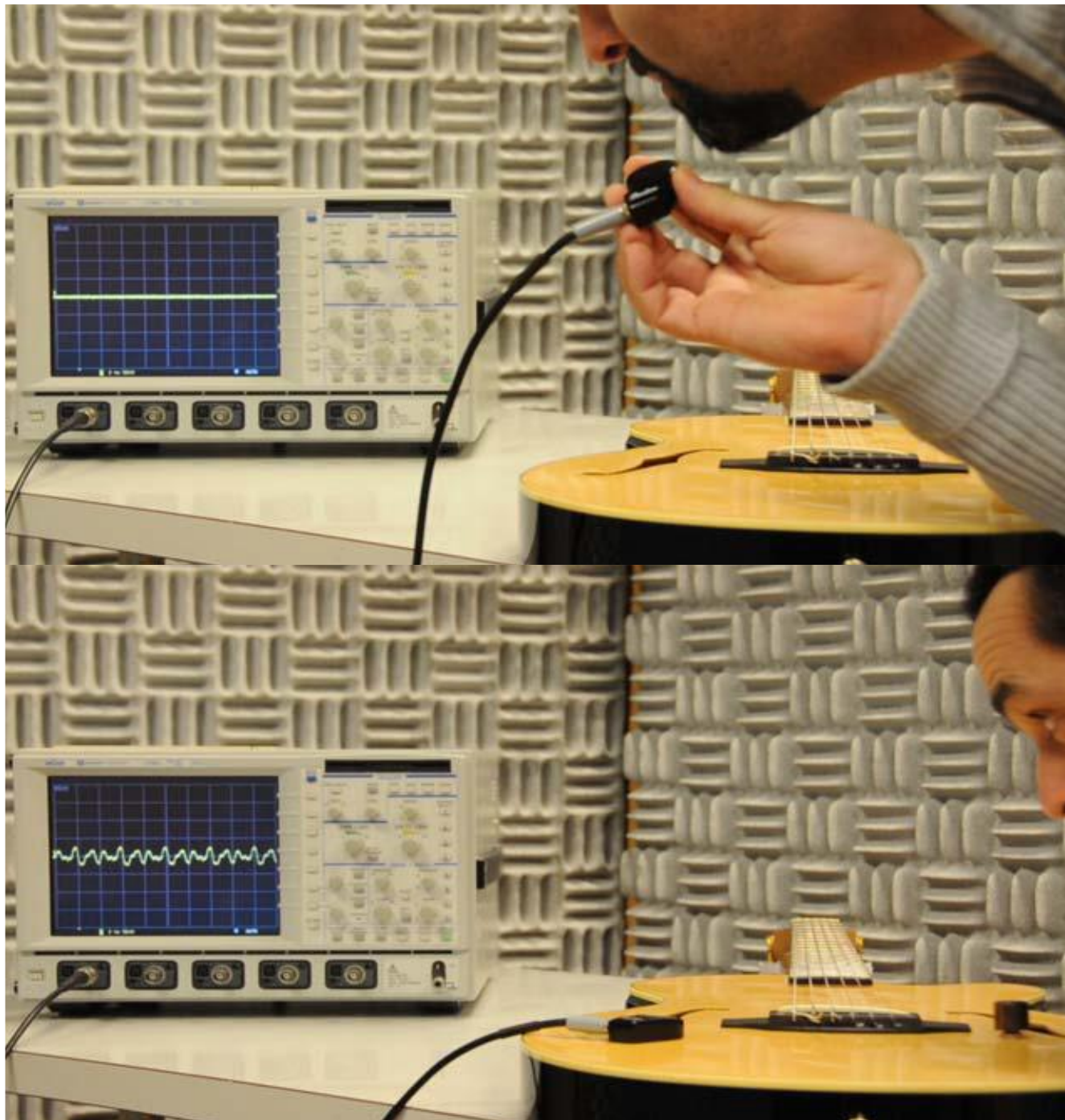


Déformation longitudinale du capteur

## **Modélisation physique :**

### Hypothèse de travail:

1. Approximation linéaire.
2. Excitation sinusoïdale.
3. Milieu élastique.



**Prise de l'article :**  
La transduction  
Piézoélectrique  
De  
**STÉPHANE  
DURAND ET  
HERVÉ LISSEK**

# Modele



```
graph TD; Modele --> Python["Résolution numérique avec Python:  
Méthode d'Euler explicite  
Méthode de Range Kutta d'ordre 4"]; Modele --> Analytique["Méthode analytique régime forcé"]; Modele --> Simulation["Simulation électrique a l'aide du logiciel NI(international instrument multisim)"]
```

Résolution  
numérique avec  
Python:  
Méthode d'Euler  
explicite  
Méthode de Range  
Kutta d'ordre 4

Méthode  
analytique  
régime  
forcé

Simulation électrique a  
l'aide du logiciel  
NI(international  
instrument multisim)

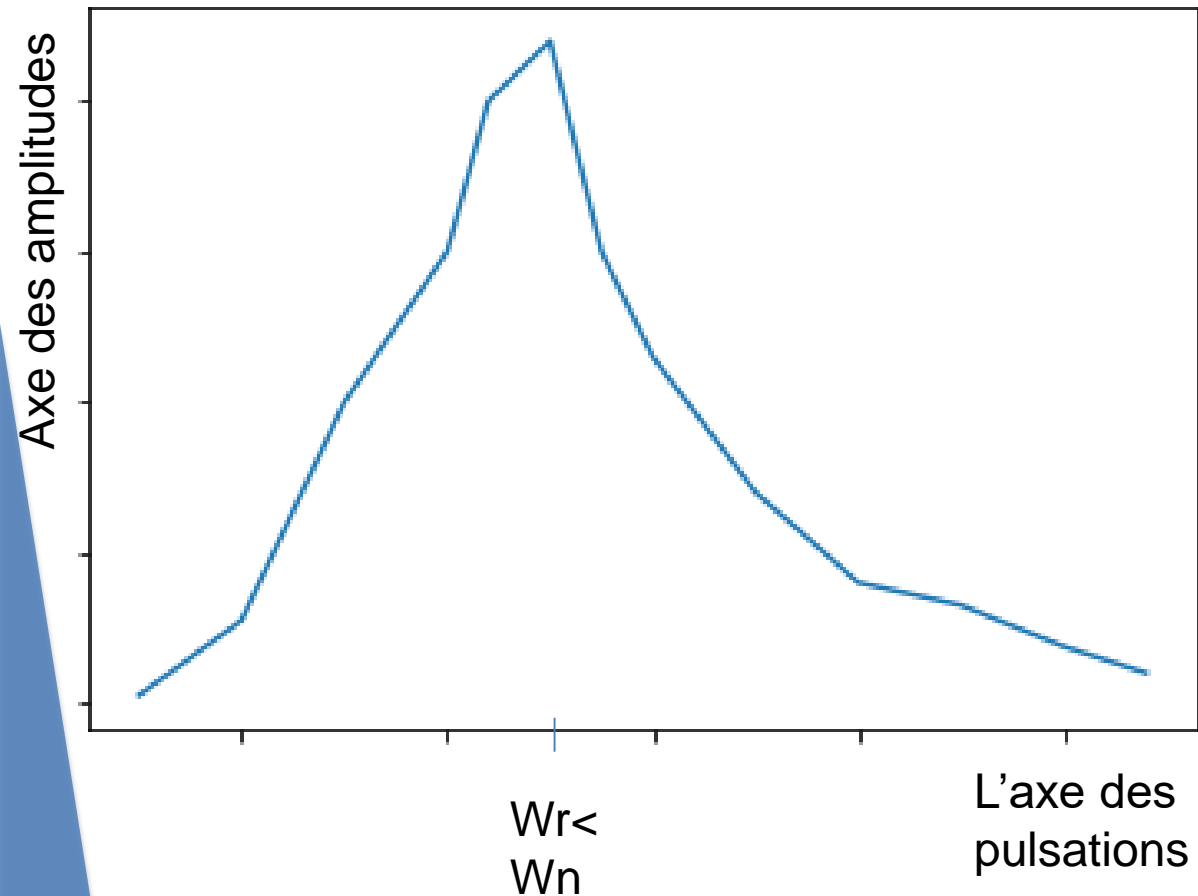
1-Methode analytique :

$$m\ddot{x}+r\dot{x}=kx=k_1e^{-j\omega t+\alpha}$$

Après avoir remplacer x par  $x_0e^{j\omega t+\alpha}$

On aura :

$$e^{j\omega t+\alpha}(mw^2x_0-jwx_0+kx_0)=k_1v$$



$$H(jw) = \frac{x_0}{vk_1} = \frac{e^{-j\alpha}}{mw^2 - jw + k}$$

$$|H(jw)| = \frac{1}{\sqrt{(k + mw^2)^2 + w^2}}$$

$$\text{Arg}(H(jw)) = \arg(e^{-j\alpha}) - \arg\left(\frac{-w}{w^2m + k}\right)$$

# Diagramme de bode:

## ***Fonction de transfert d'ordre 2***

On remplace  $-j\omega$  par  $p$  et  $1/k$  par  $K'$

$$\frac{k'}{1 + pk' + p^2 m^2 k'} = H(j\omega) \text{ on aura la pulsation propre } W_n = m\sqrt{k'}$$

$Z$  = coefficient d'amortissement et  $K'$  = gain statique

$$H(j\omega) = k' / (1 - \frac{W^2}{W_n^2} + \frac{W}{W_n} j 2Z)$$

$$W_r = W_n \sqrt{1 - 2Z^2}$$

avec  $W_r$  pulsation de résonance

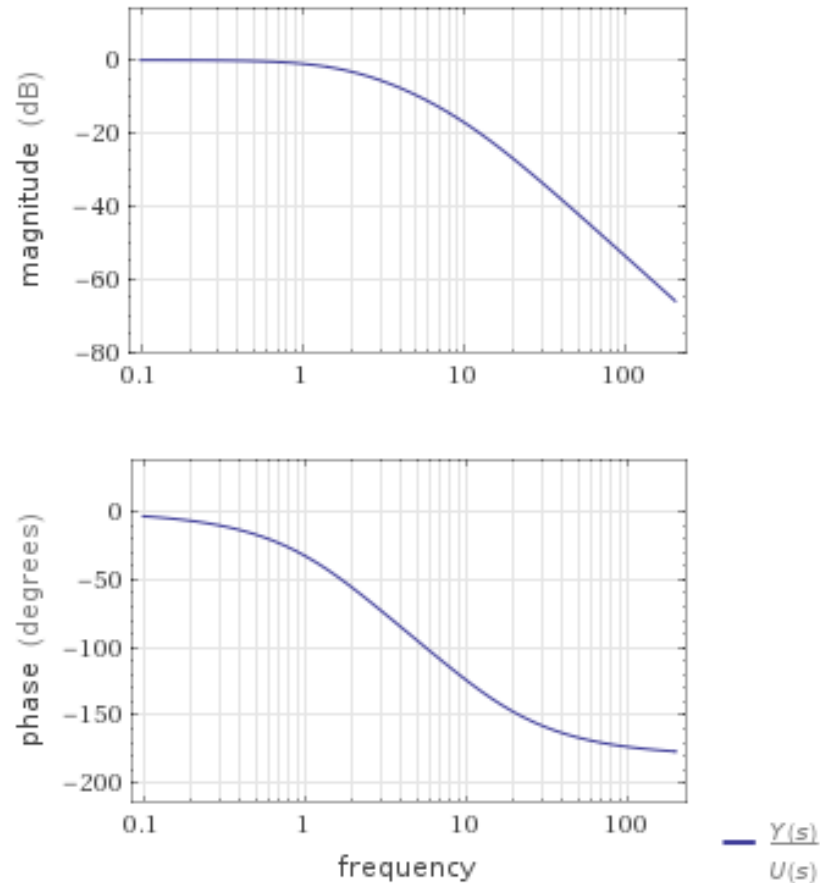
## Diagramme de Bode (Nyquist, Black)

bode plot[  $1/((1+s*0.1)*(1-$

Submit

Bode plot:

Show stability margins



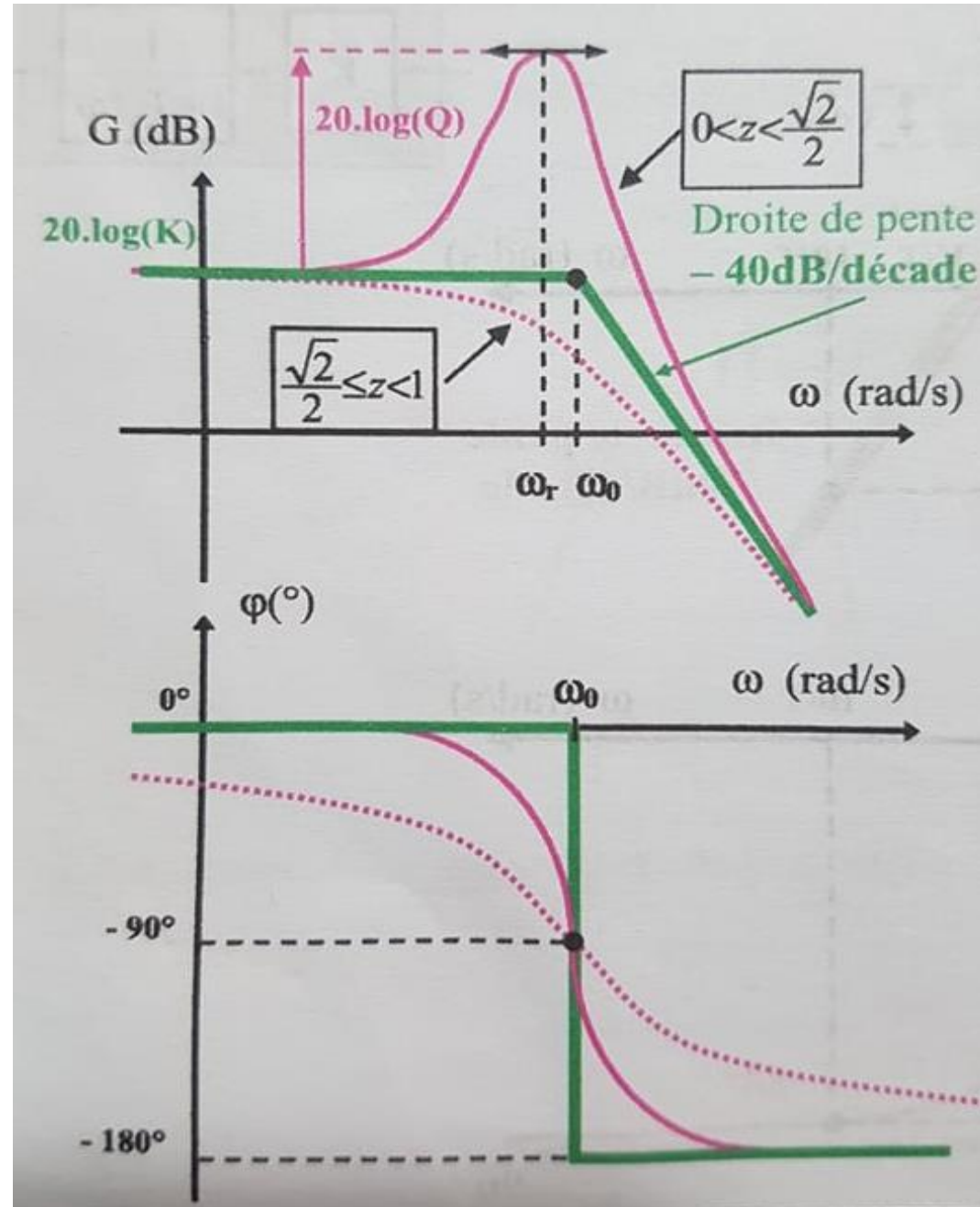
Pour  $z > 0$  ou  $= 1$   
On remarque qu'il a deux  
pulsations de cassure donc  
deux pulsations différentes  
1-pulsation propre  
2-pulsation de résonance



# Pour $z < 1$

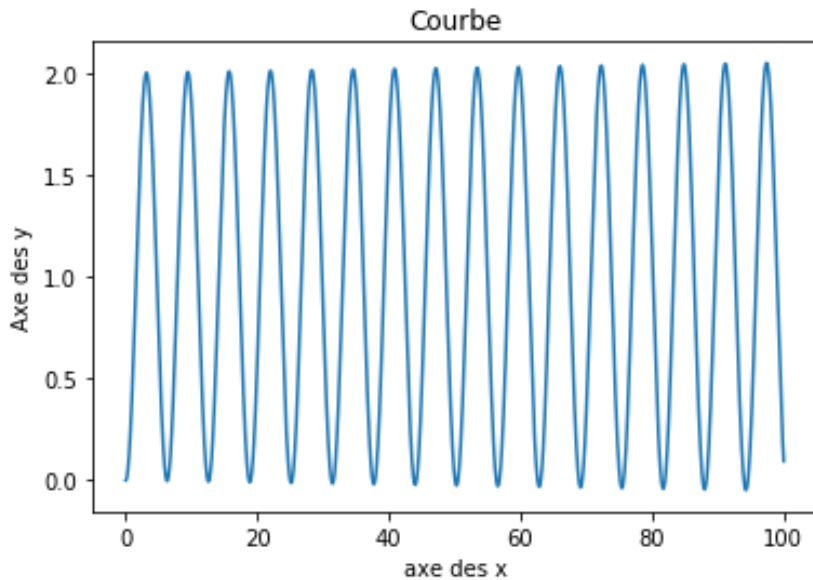
$$Q = \frac{|H(j\omega_r)|}{|H(j\omega_0)|} = \frac{1}{2z\sqrt{1-z^2}}$$

Prise de mon cours de  
science industrielle :  
Analyse fréquentielle  
des systèmes  
asservis.

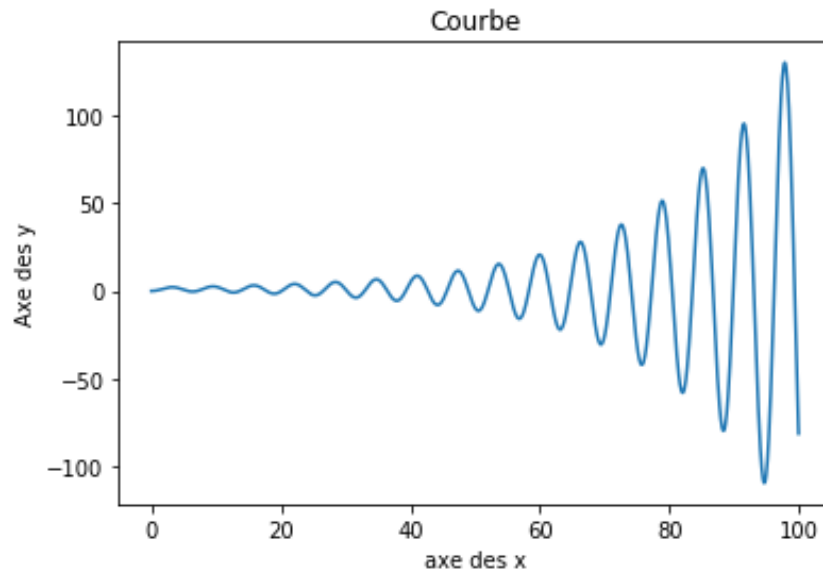


## 2-Resolution numérique avec python

Implémentation du code  
1-Methode d'Euler explicite:

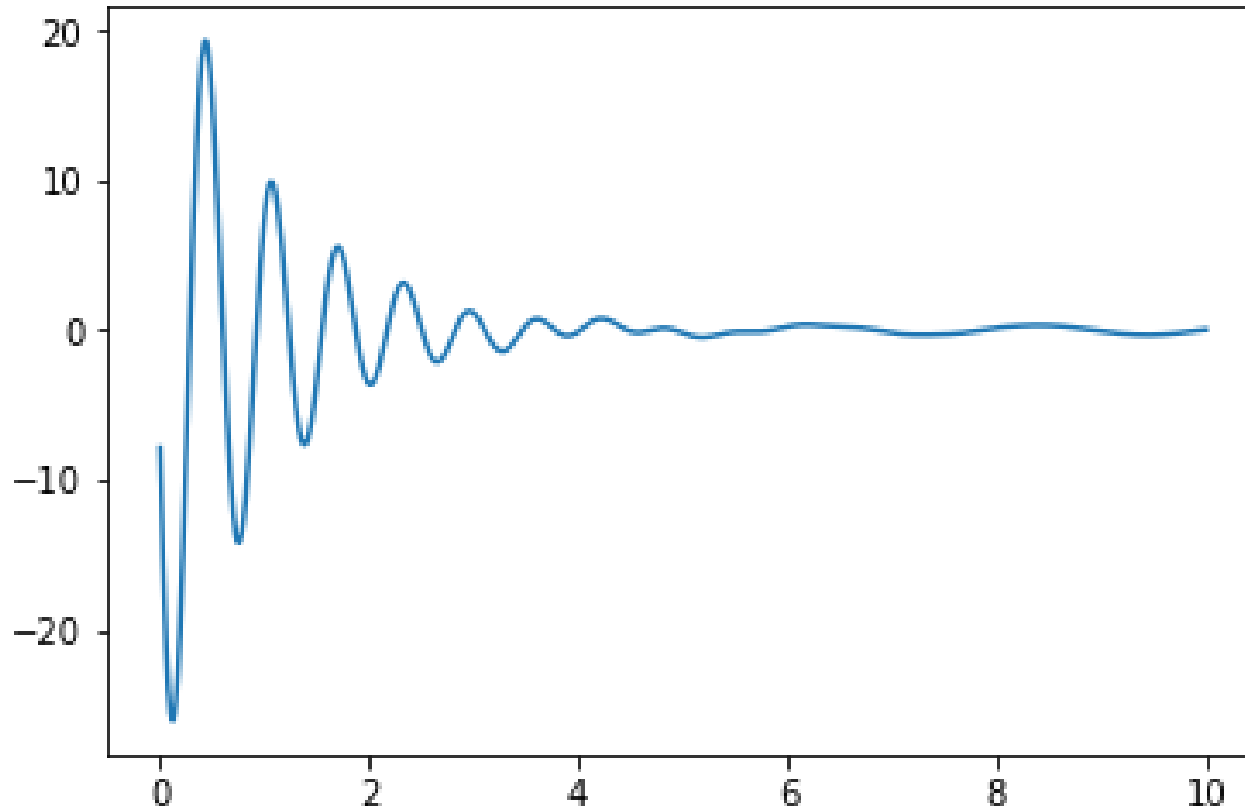


Oscillateur non amortie  
Système instable.



Pour un temps maximal 10 fois plus  
important le système demeure instable.

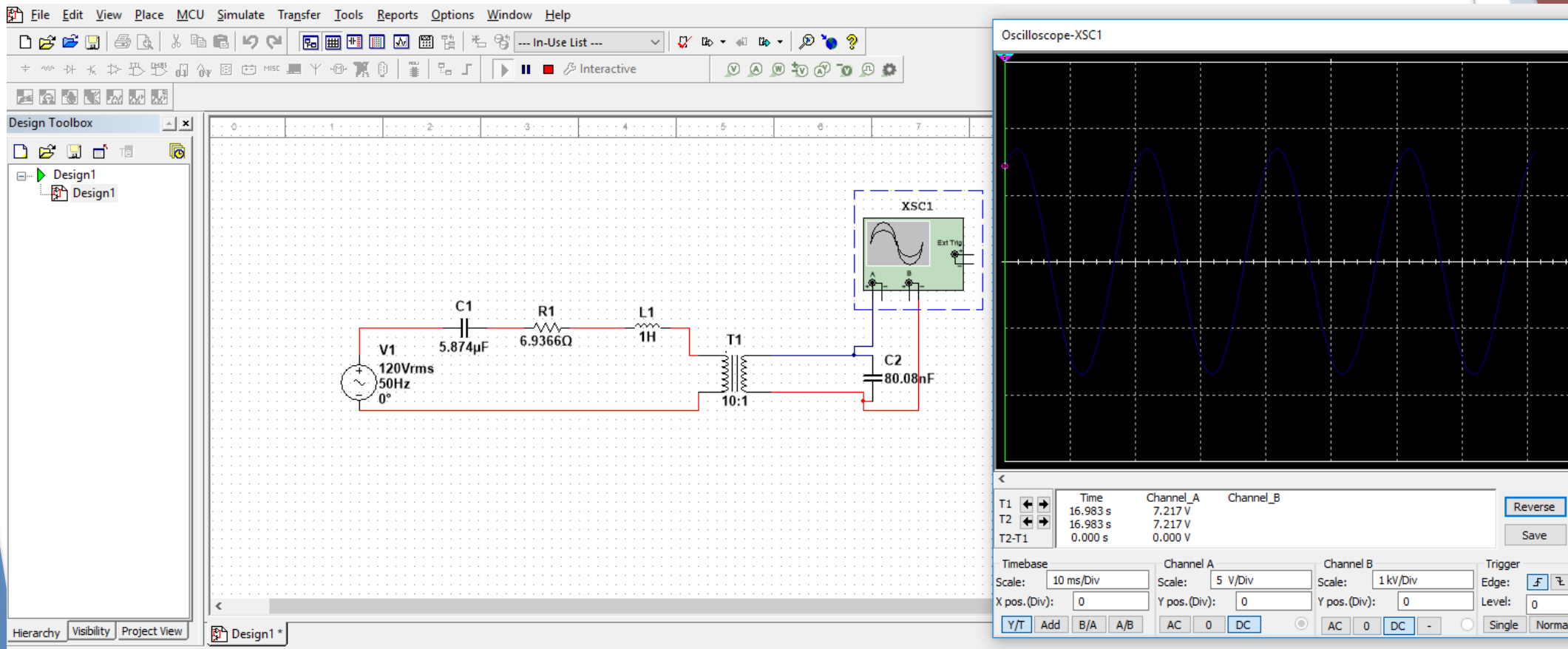
## 2. Methode de range kutta d'ordre 4 implémentation du code

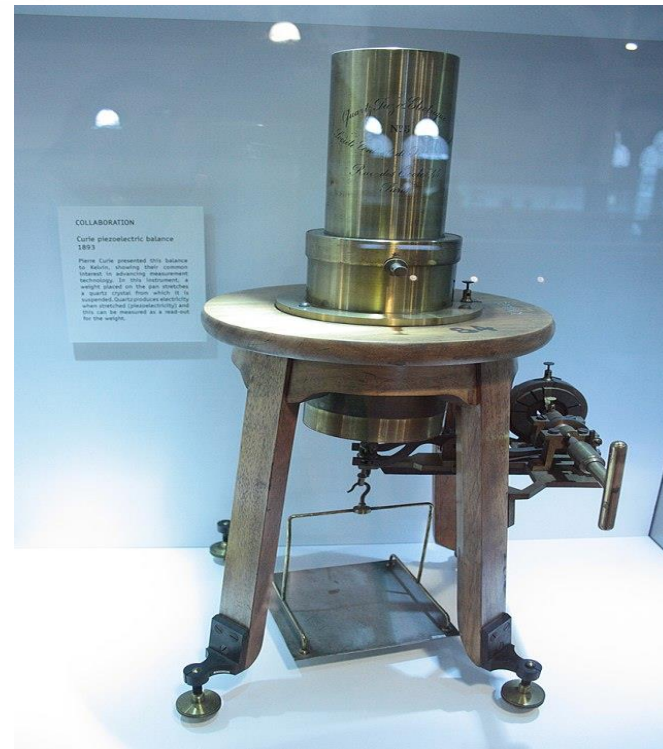
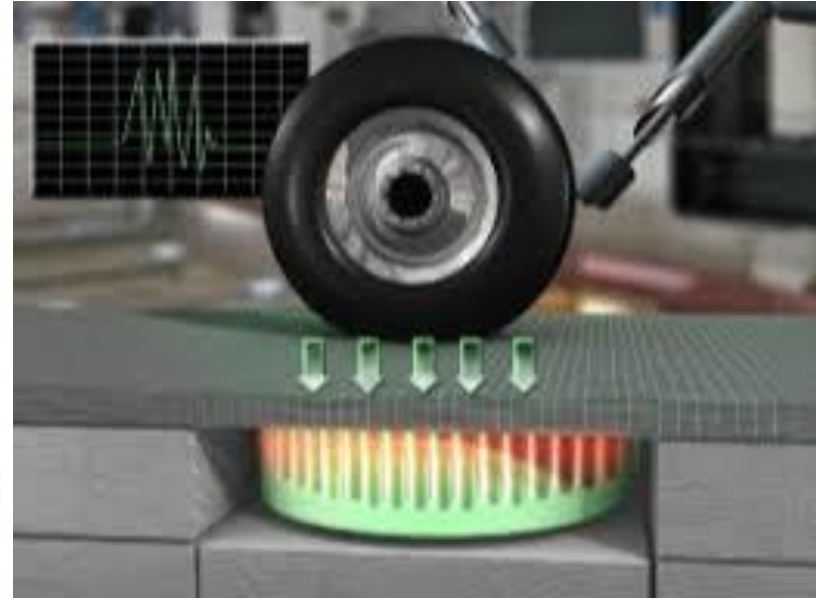
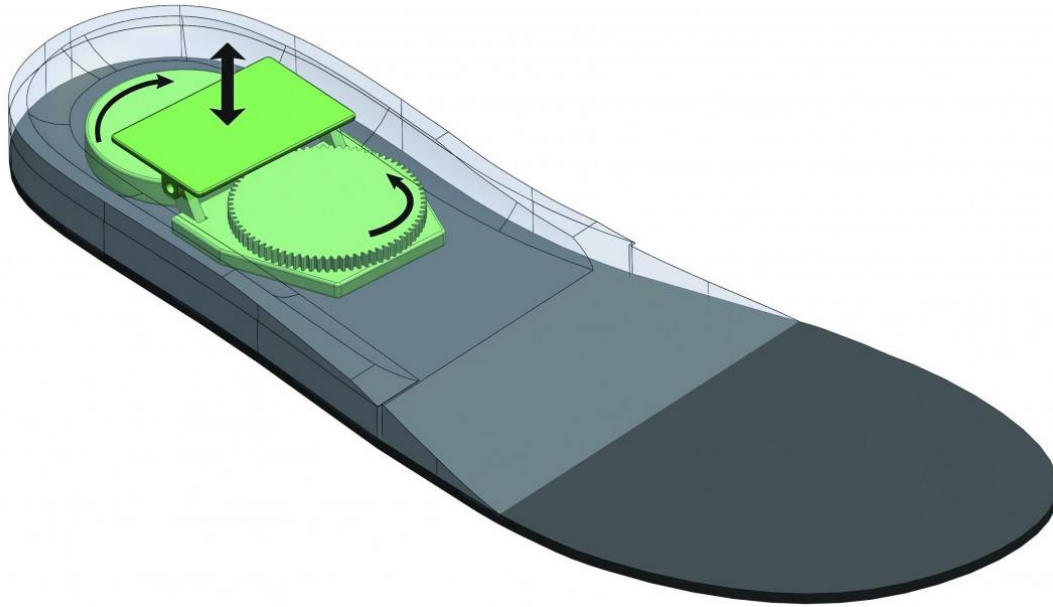


Le système est bien amortie  
Il tend en régime permanent vers une valeur  
nulle donc c'est un système bien stable

# A l'aide du logiciel national instrument multisim

Le capteur piézoélectrique est un résonateur qui peut être modéliser par un circuit RLC forcé en parallèle avec une capacité.





**COLLABORATION**  
Curie piezoelectric balance  
1893

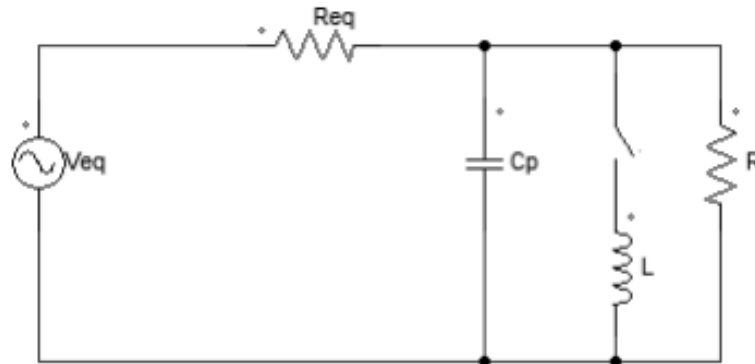
Pierre Curie presented this balance to Paris, showing their common interest in advancing measurement technology. In this instrument, a weight placed on the top electrode of a quartz crystal then which it is supported. Quartz produces electricity when stretched (piezoelectricity) and this can be measured as a voltage for the weight.

# Optimisation et conditionnement d'un matériaux piézoélectrique

Technique d'optimisation non linéaire ( sur un modèle électrique) :

On peut modéliser le dispositif d'optimisation par une bobine d'inversion en série avec un interrupteur afin d'avoir un temps de réponse rapide .

en alternative le schéma équivalent est:





L'équation est :

$$\frac{d^2 V_p}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dV_p}{dt} + \frac{1}{\omega_p^2} V_p = 0 \quad \text{où} \quad \begin{cases} \tau = \frac{2L}{r} \\ \omega_p = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{1}{\sqrt{LC_p}} \end{cases}$$

En tenant compte des conditions initiale et de l'inversion qui se fait en une période on a  
Finalement :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{RC_p} = \frac{\alpha}{\beta C_p} F$$

Cette équation admet deux solutions :

- *Solution libre* :  $\frac{dV}{dt} + \frac{V}{RC_p} = 0 \Rightarrow V_1(t) = V_{m1} e^{\frac{-(t-t_1)}{RC_p}}$
- *Solution forcée* :  $\frac{dV}{dt} + \frac{V}{RC_p} = \frac{\alpha}{\beta C_p} F \Rightarrow V_2(t) = V_{m2} e^{j(\omega_0(t-t_1)+\varphi)}$

# Discussion

