TIPE 2020-2021 MP 45649
Thème: Enjeux Sociétaux

Objectif: Déterniner le meilleur moyen d'éviter une collision selon les cas

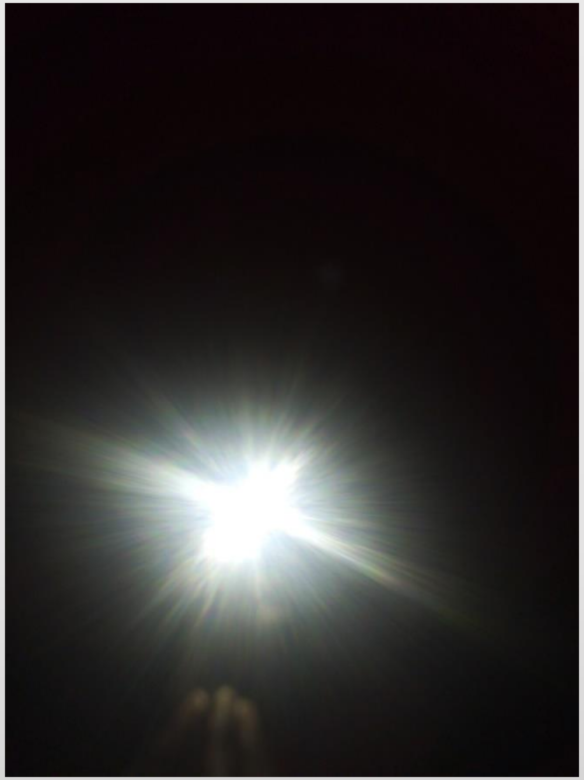
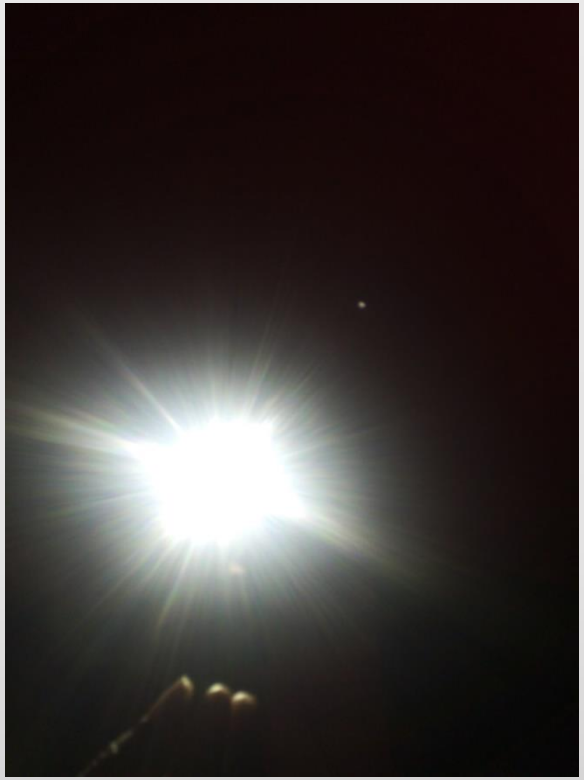
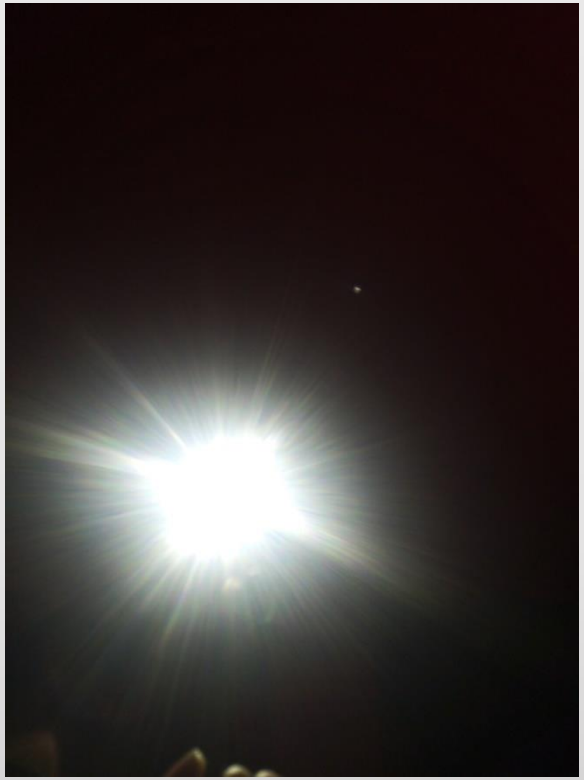
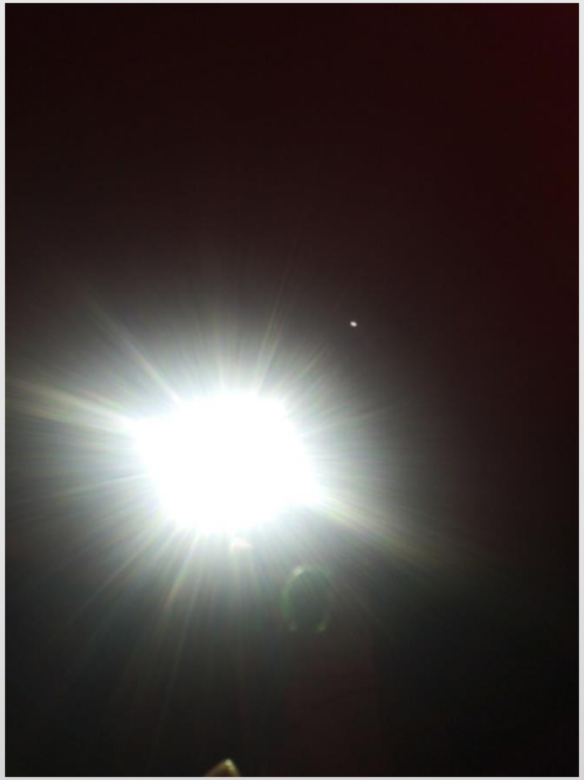
ÉTUDE DYNAMIQUE ET DÉVIATION DES GÉOCROISEURS

Quel moyen pour quel type d’astéroïde géocroiseur?

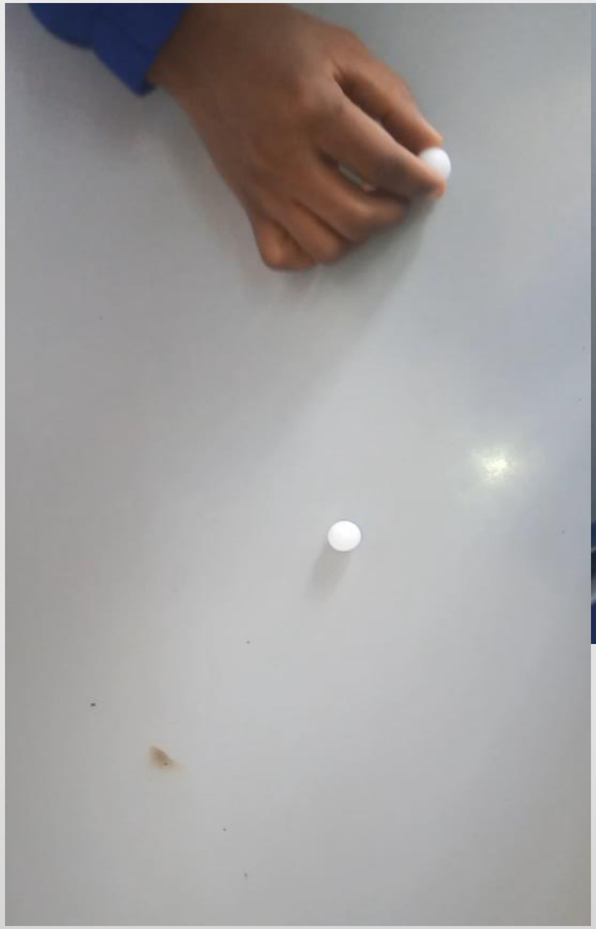
Les attendus de l’étude

- ✓L’exploitation des bases de donnée d’observation
- ✓Etude physique d’un géocroiseur
- ✓Modélisation dynamique de la terre au sein du systeme solaire
- ✓Brève comparaison avec l’astéroïde 99942 Apophis

Contribution

Une expérience (dans le noir de l’espace) qui met en exergue le brouillage lumineux du soleil et explique pourquoi il est difficile d’observer les astéroïdes venant du côté du soleil c’est-à-dire de l’Est.



Expérience dans laquelle je fais entrochoquer deux corps de formes aléatoires et de même masse avec l’un immobile. Les deux tendent à s’éloigner symétriquement au bout de plusieurs essais. Mais est-ce que si les deux corps étaient en mouvement, l’un allant bien plus vite que l’autre le résultat serait-il le même?

SOMMAIRE

Historique et Découverte

Fig 1: Giuseppe Piazzi

Fig 2: Ceres ≈ 950km diameter

In 1801

Historique et Découverte

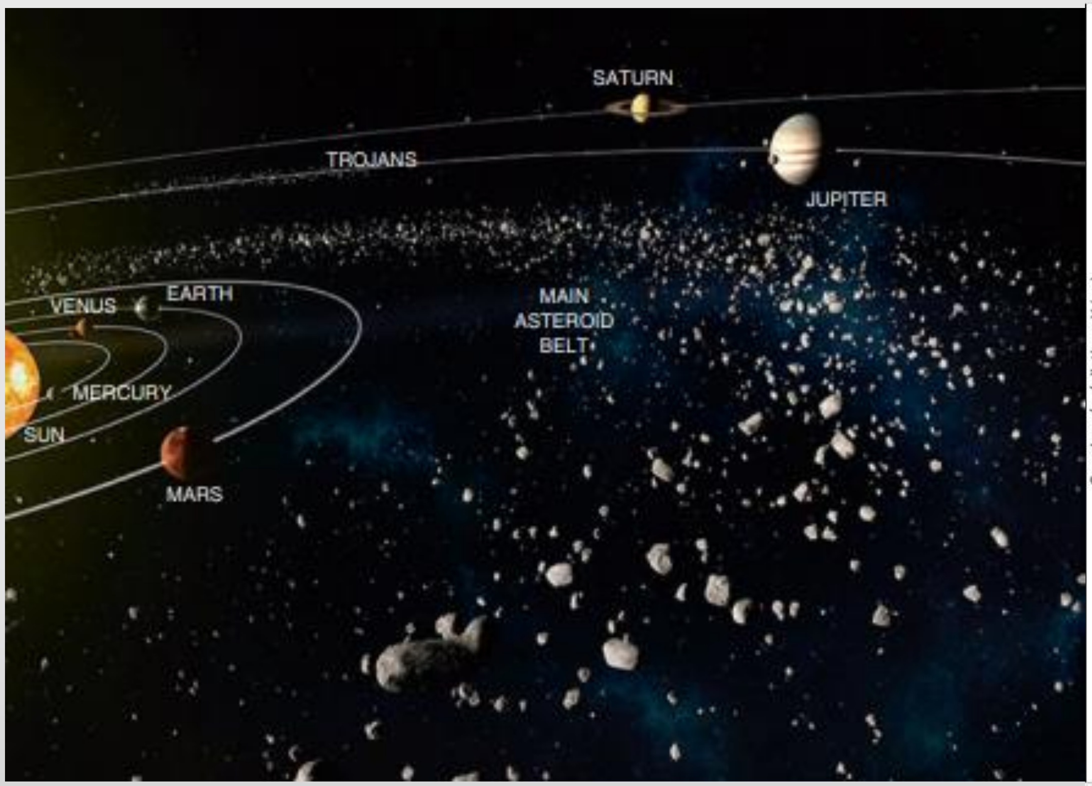


Fig 3: An artist depiction of the Solar System with emphasis on the location of the main asteroid belt

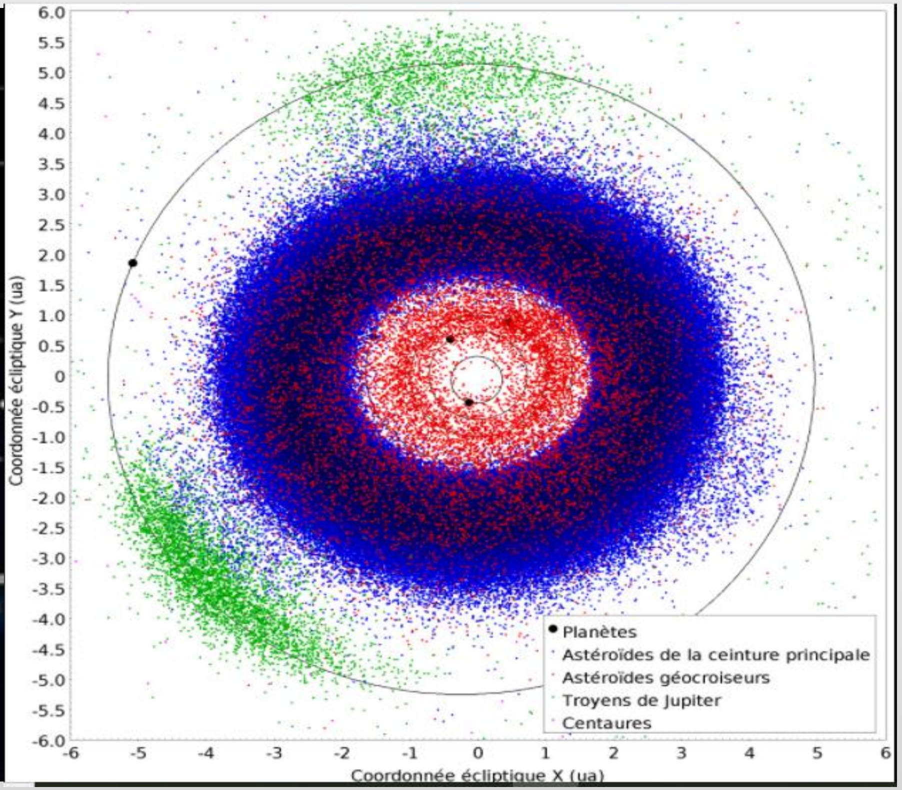


Fig 4: Spatial distribution of the asteroids in the main belt

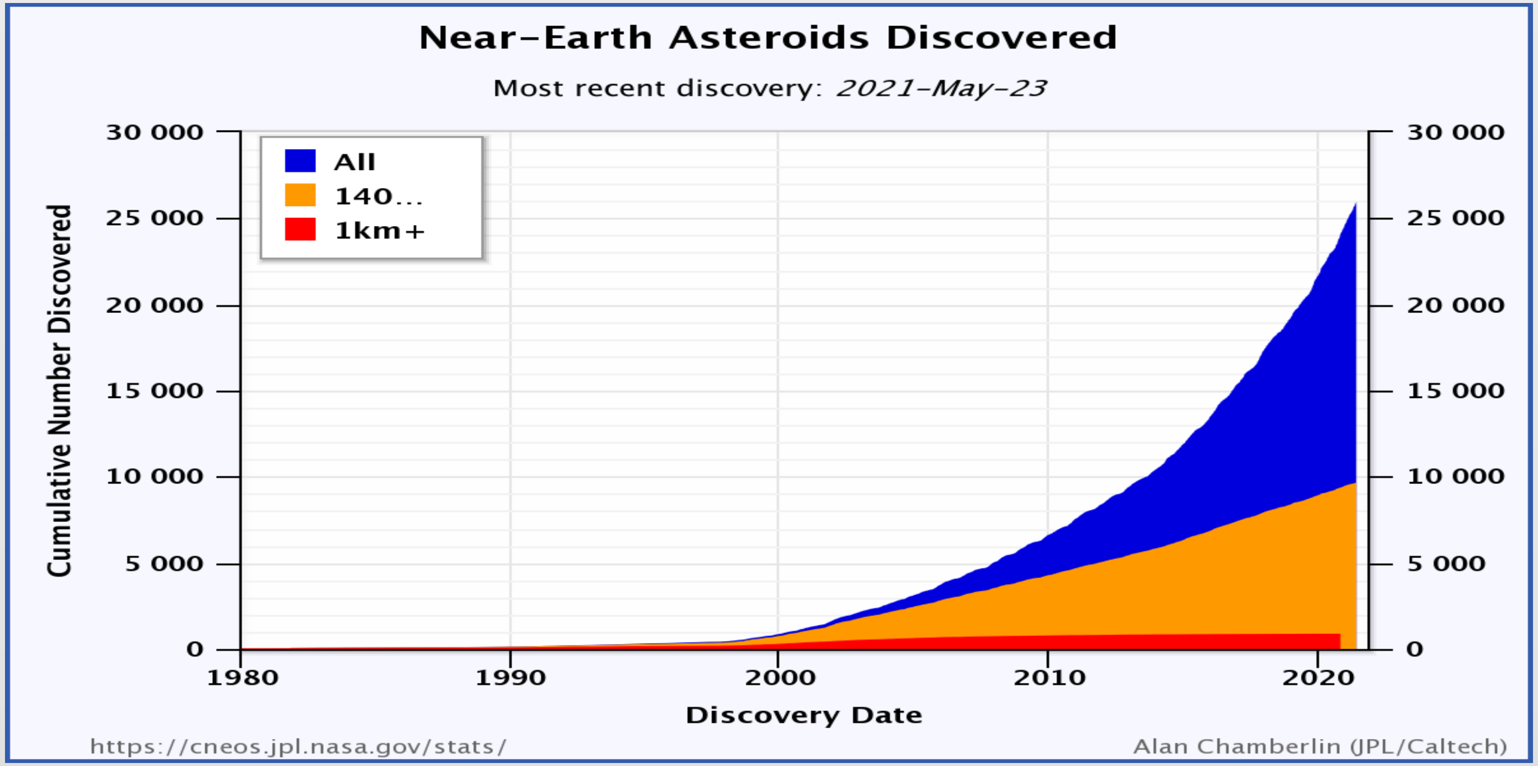


Fig 5: Progress in the discovery of NEOs. The red curve shows the now essentially complete

inventory of those larger than 1 km. From NASA JPL

Touts les éléments constitutifs d’une équation sont explicités en annexe et toutes les démonstrations non nécessaires s’y feront aussi.

DYNAMIQUE D'UN GÉOCROISEUR

<u>Le vecteur excentricité</u> : Introduit en mécanique céleste pour caractériser les mouvements Képlériens

Le référentiel d'étude est $barycentrique$

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$\vec{L} = \vec{r} \wedge (m\dot{\vec{r}}) = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{u_z} = \overrightarrow{cste}$ car le point de masse m est soumit à une force centrale donc concervative.

DYNAMIQUE D'UN GÉOCROISEUR

$$m\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mathcal{G}Mm}{r^2}\overrightarrow{u_r} \; et \; \vec{L} = \overrightarrow{cste}$$

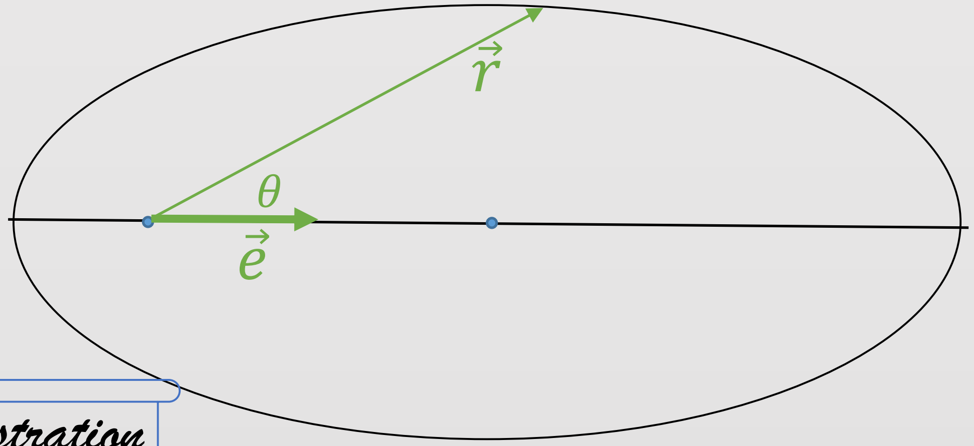
Donc $\ddot{\vec{r}} \wedge \vec{L} = \frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \wedge \vec{L}) = \mathcal{G}Mm\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{\vec{r}} \wedge \vec{L}}{\mathcal{G}Mm} - \overrightarrow{u_r}\right) = \vec{0}$ on pose alors $\vec{e} = \frac{\dot{\vec{r}} \wedge \vec{L}}{\mathcal{G}Mm} - \overrightarrow{u_r}$ et

$||\vec{e}|| = e$

DYNAMIQUE D'UN GÉOCROISEUR

$$\vec{r}.\vec{e} = re\cos\theta = p - r$$



$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta} = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos\theta}$$

Démonstration en annexe

Mais ne contient pas d'information dynamique.

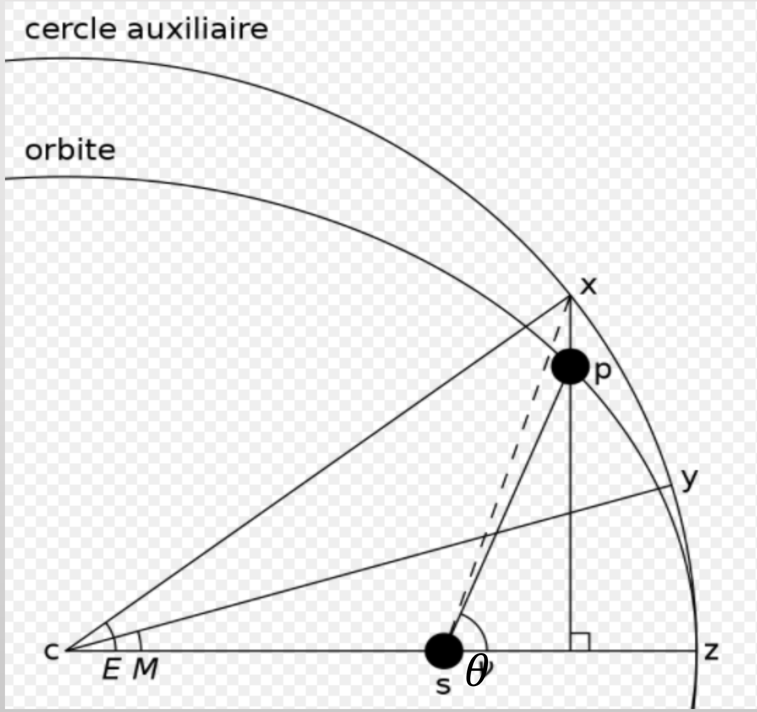
Or $\mathcal{A}(t) = \dot{\mathcal{A}}t = \frac{c}{2}t$ l'air de la portion d'ellipse d'anomalie vraie au même instant que $\theta(t)$; $\theta \leftrightarrow t$ et donc la position de l'astéroïde sur son orbite.

L'anolmalie excentrique E

$$E \text{ et } \theta \text{ vérifient } \tan\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{\theta}{2}$$

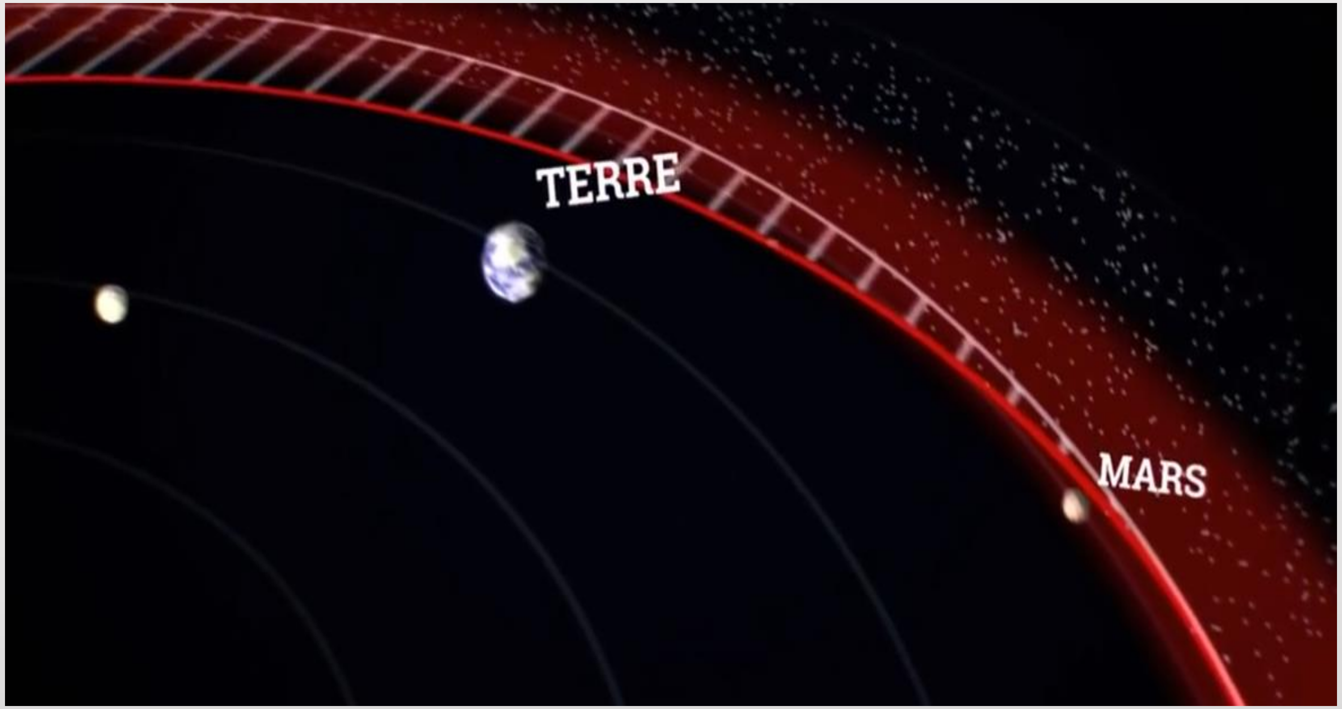
$$\begin{cases} r\cos\theta = a(\cos E - e) \\ r\sin\theta = a\sqrt{1-e^2}\sin E \\ r = a(1 - e\cos E) \end{cases}$$

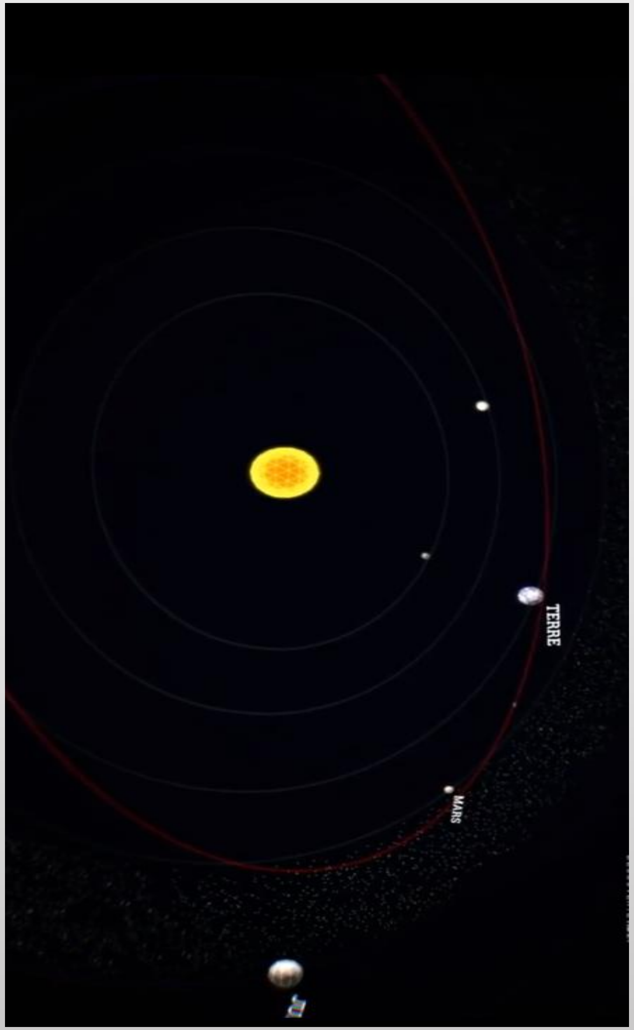
Démonstration en annexe



La connaissance de E nous donne la position de l'astre sur son orbite.

DYNAMIQUE D'UN GÉOCROISEUR



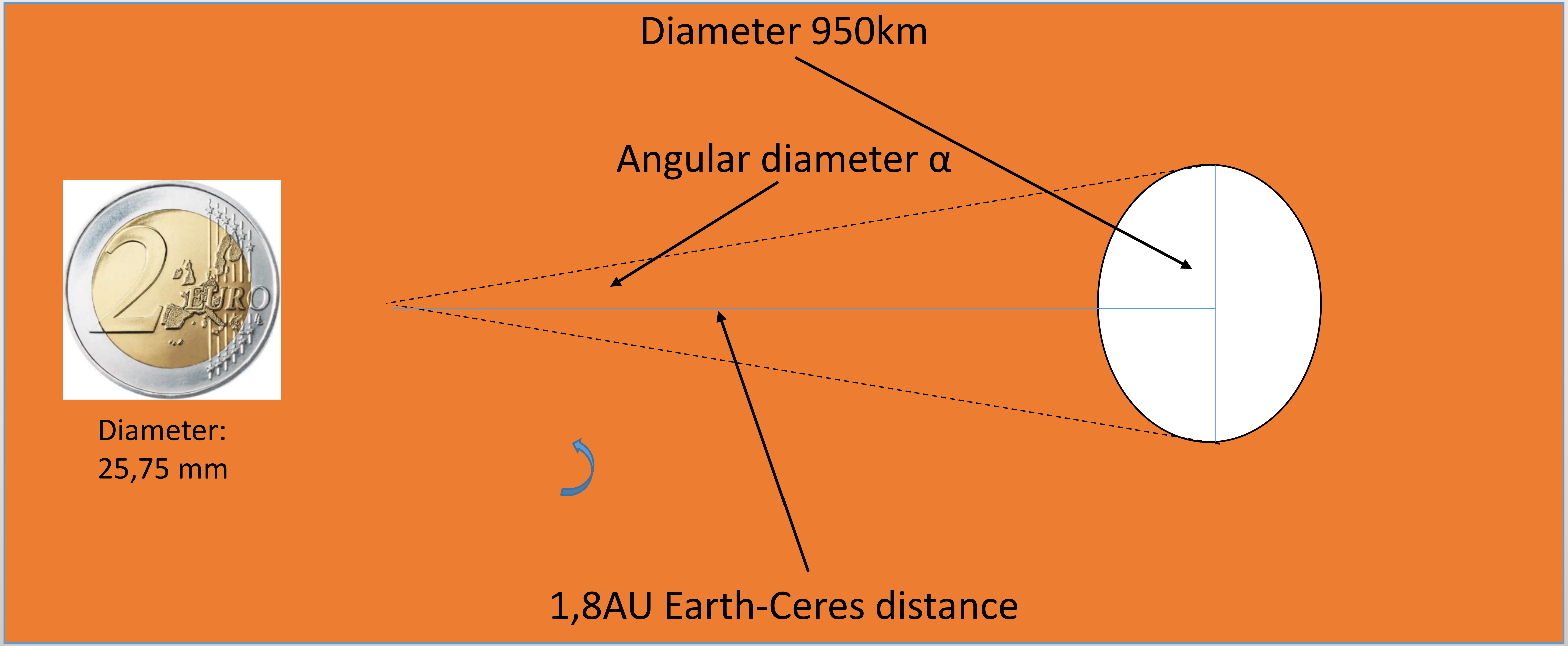


DÉTECTION

Deux contraintes:

- Taille
- Côté d'approche

$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{0{,}950}{1{,}8.150000} \approx 3{,}51.10^{-6}$$

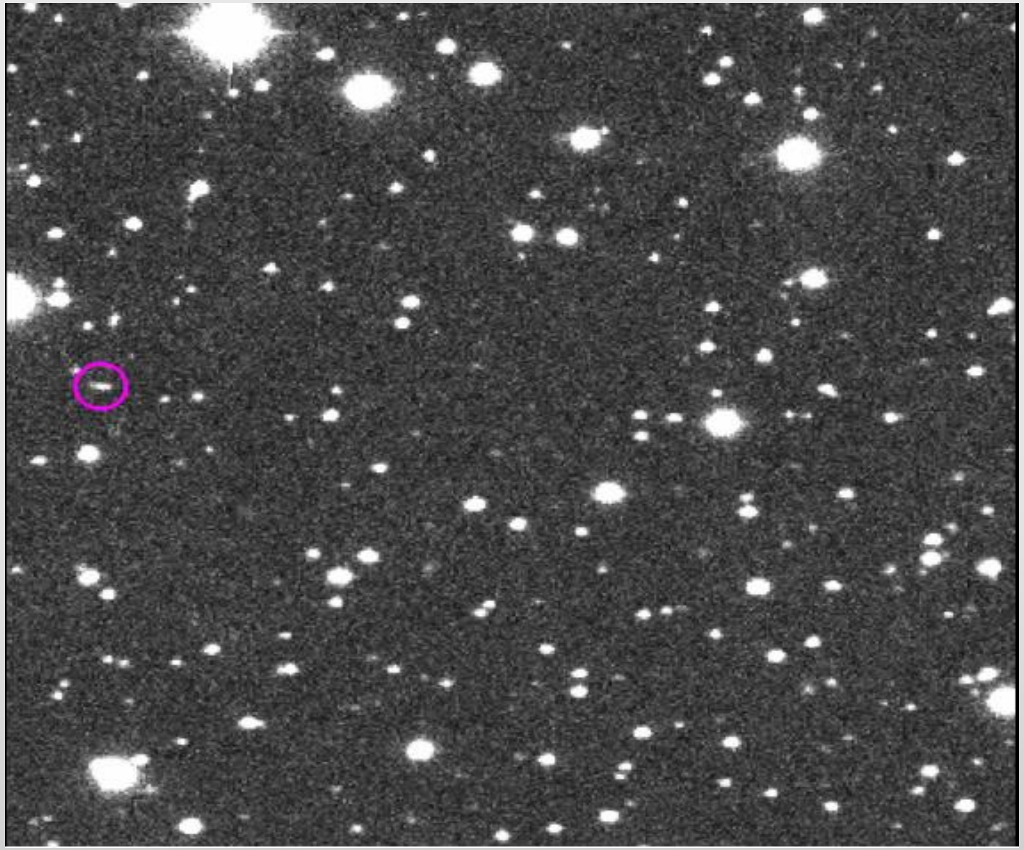


15 février 2013, chute d’une météorite à 19km/s à Tcheliabinsk (Russie).

2020 VT4 passe à 380 km en Novembre dernier

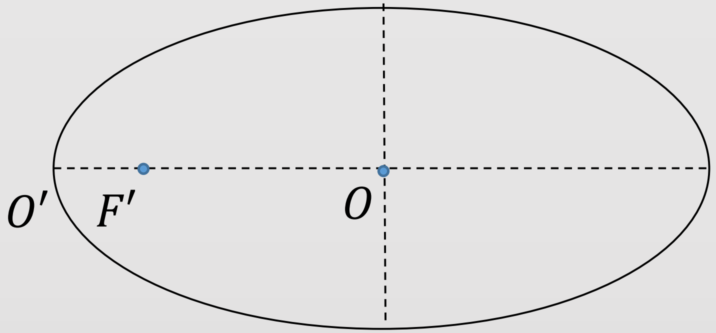
I. Imagerie Directe

Cela se fait avec un télescope ayant un grand champ de vue et une bonne résolution spatiale. Se déplaçant vite, l'astéroïde forme un trait lumineux contrairement aux autres qui sont des points.

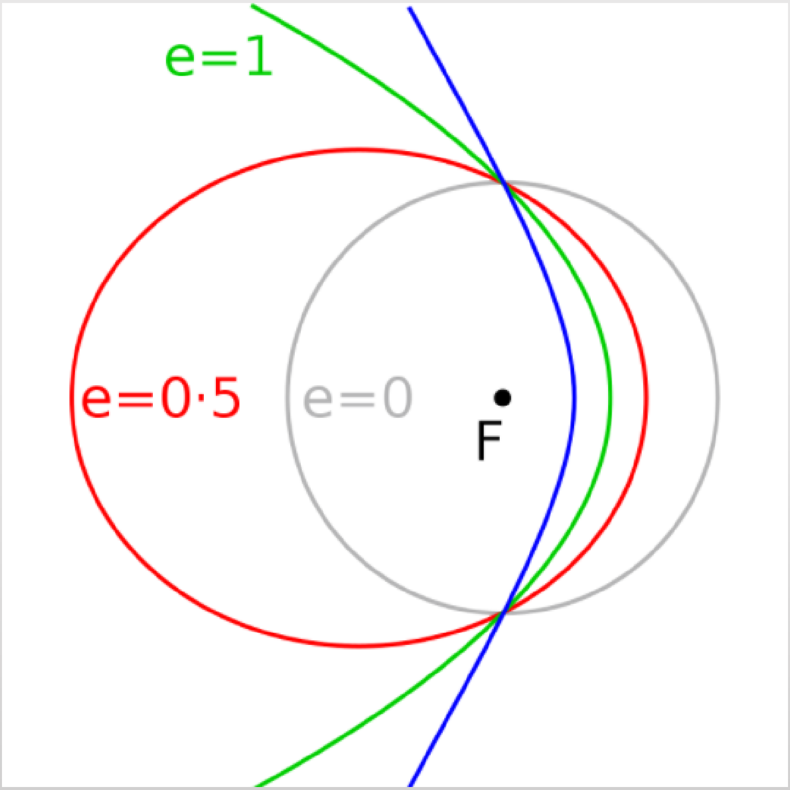


Asteroid 2014 AA photographed by the Catalina Sky Survey at 300.000km from earth

L'excentricité e caractérise l'aplanissement de l'ellipse par rapport au cercle



$$\begin{cases} e = \dfrac{c}{a} \\ c = OF' \text{ et } a = OO' \end{cases}$$



Le vecteur de Runge-Lenz $\vec{A}$

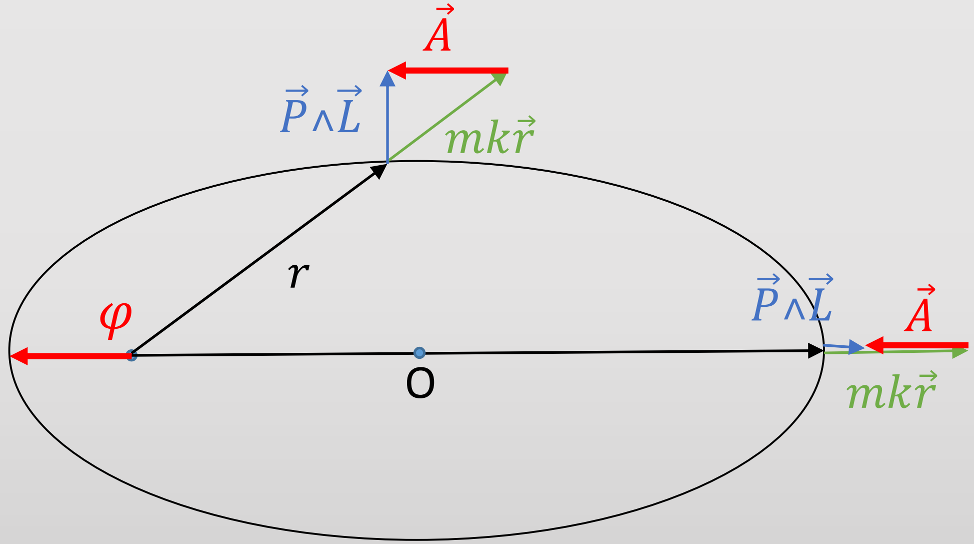
$$\vec{A} = \vec{P} \wedge \vec{L} - m\mu\overrightarrow{u_r}$$

$$\vec{A}.\vec{r} = Ar\cos\varphi$$

$$= \vec{r}.\left(\vec{P} \wedge \vec{L}\right) - m\mu r$$

$$= L^2 - m\mu r$$

$$\frac{1}{r} = \frac{m\mu}{L^2}\left(1 + \frac{A}{m\mu}\cos\varphi\right)$$



$$\begin{cases} e = \dfrac{A}{m\mu} & excentricité \\ p = \dfrac{L^2}{m\mu} & paramètre \end{cases}$$

Le vecteur de Runge-Lenz $\vec{A}$

$$\vec{A}.\vec{A} = A^2 = m^2\mu^2 + 2mEL^2$$

Démonstration à l'annexe

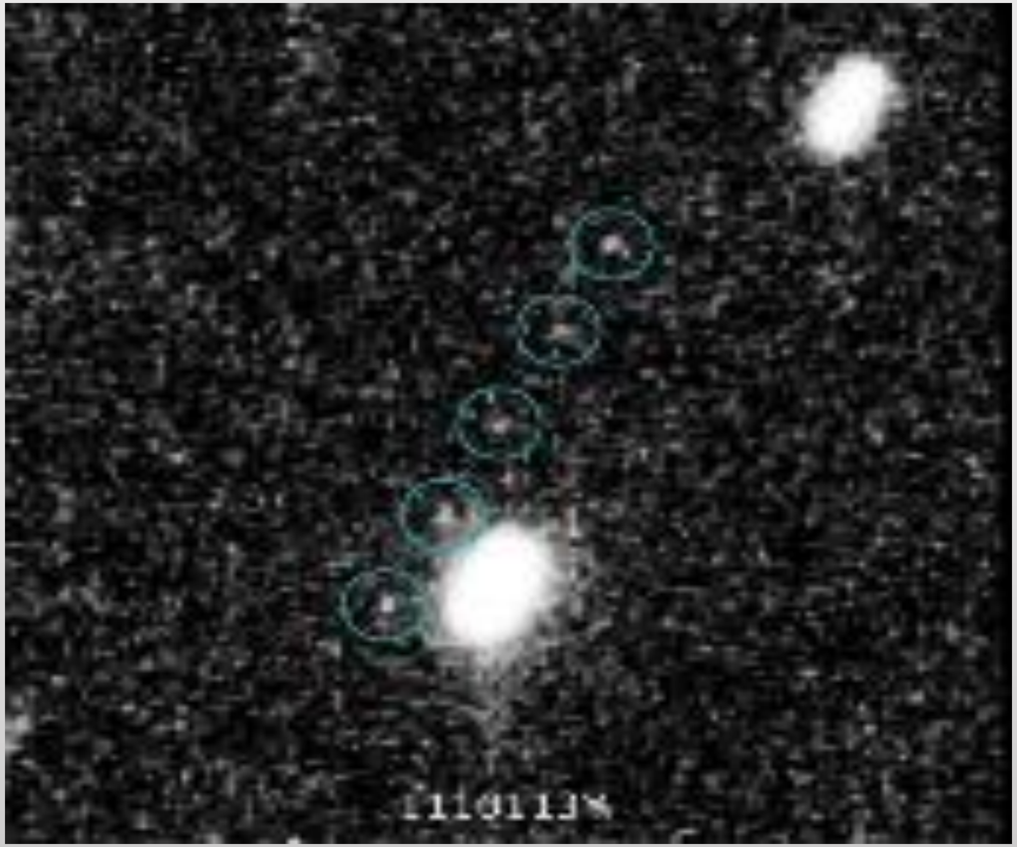
Où $E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{\mu}{r^2}$

Donc $e^2 - 1 = \frac{2L^2}{m\mu^2}E$

On détermine le grand axe par $a(1 - e^2) = p = \frac{L^2}{m\mu}$

II. Méthode Photographique

Après plusieurs prises de photos à intervalle de temps réguliers, et au travers d'un stéréoscope on examine les points qui bougent d'une photo à l'autre

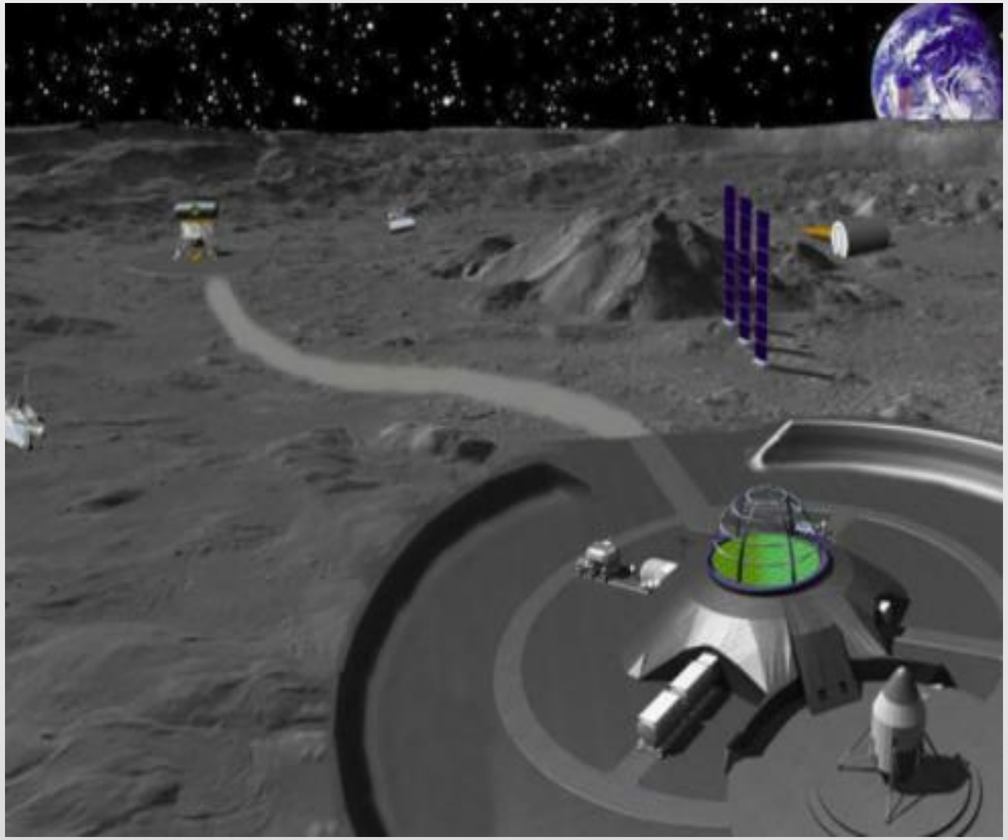


Superposition of five images taken by Hubble every 10 min in 2014: Object 2014 MU

III. Méthode numérique

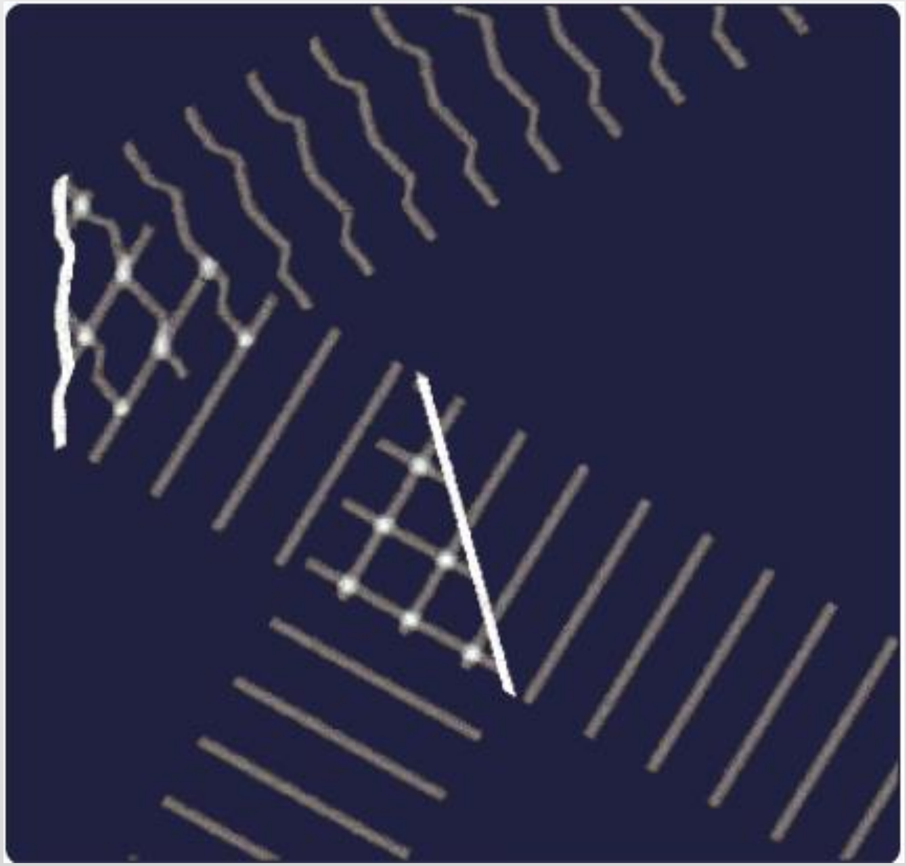
Le principe est le même qu’en II. sauf qu’ici le traitement des images est automatisé via des capteurs CCD. Donc cette méthode n’est que pour une analyse a grande échelle.

. . . . Limite



An artist depiction of a moon base

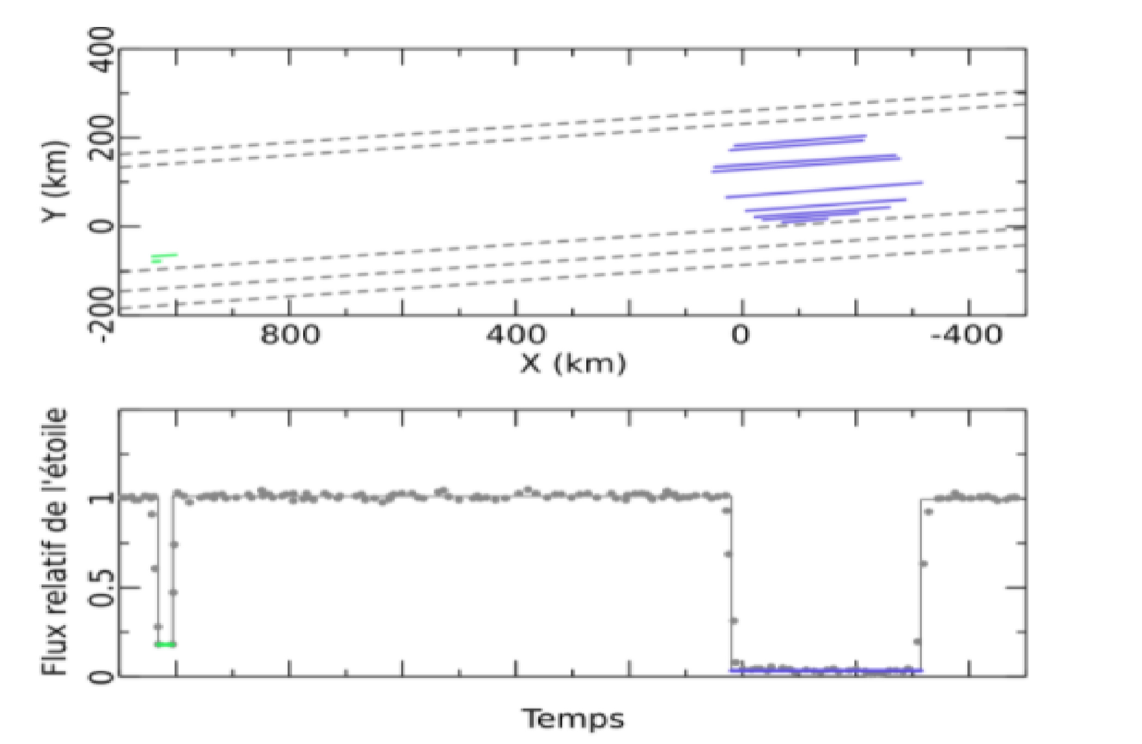
Hubble at 600km from earth



Adaptive optics to correct turbulent wavefront

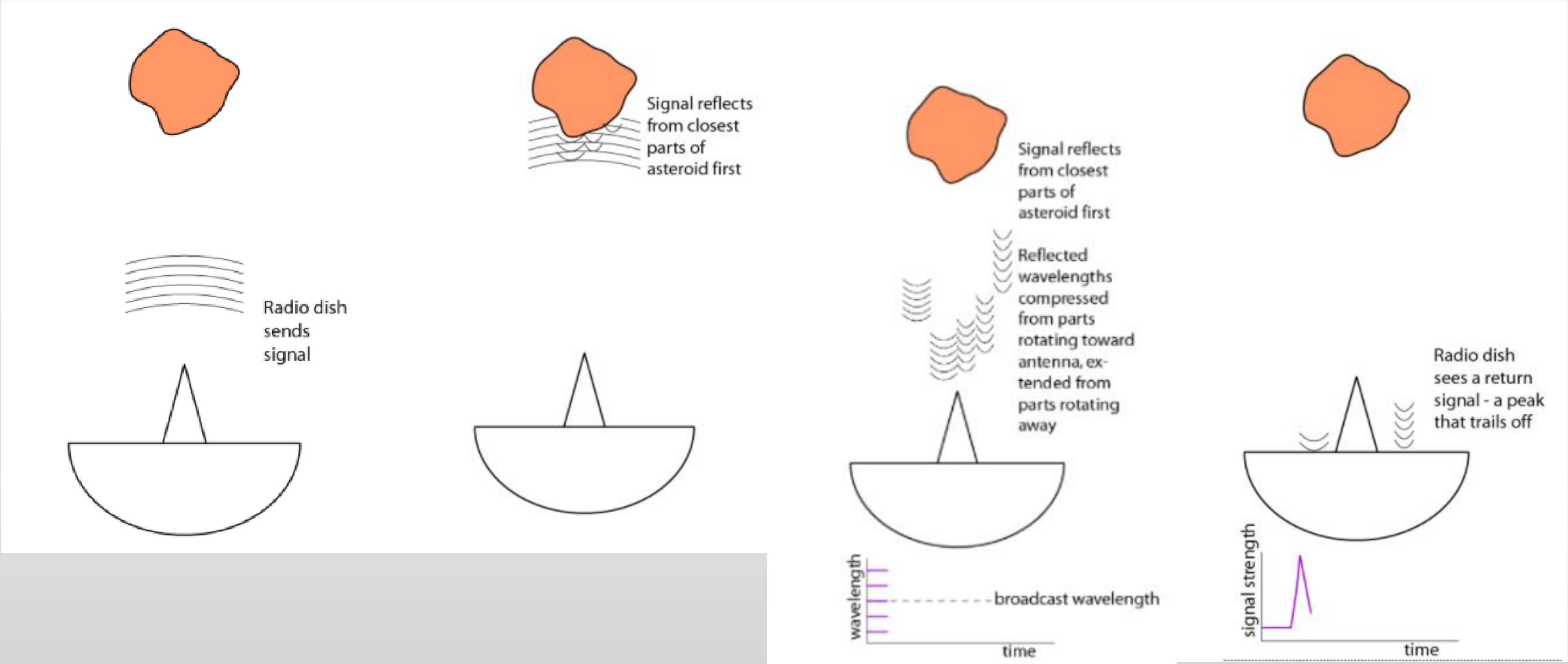
Dimension

I. Occultation Stéllaire



Reconstruction via stellar occultation

II. Échos Radar



measurement of the shape, size and speed of an asteroid by radar echoes

II. Échos Radar

La durée entre l'émission et la réception d'un signal donne la position de chaque partie de l'objet par D=1/2CT et le décalage en fréquence indique la vitesse de l'objet par effet Doppler-Fizeau

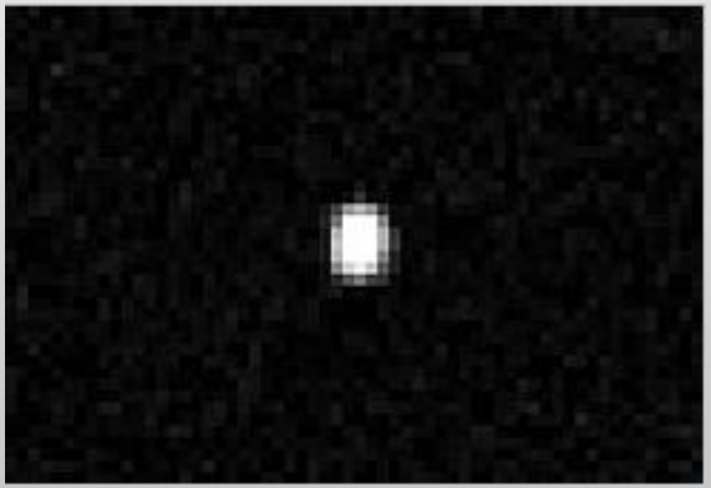
radar image of the Toutatis Near-Earth asteroid by the Goldstone radio telescopes in 1996

III. Analyse Optique

$$I = \frac{L}{4\pi D_T^2} \text{ Et } L = l\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \text{ Or } l = AI_S = A\frac{L_S}{4\pi D_S^2}$$

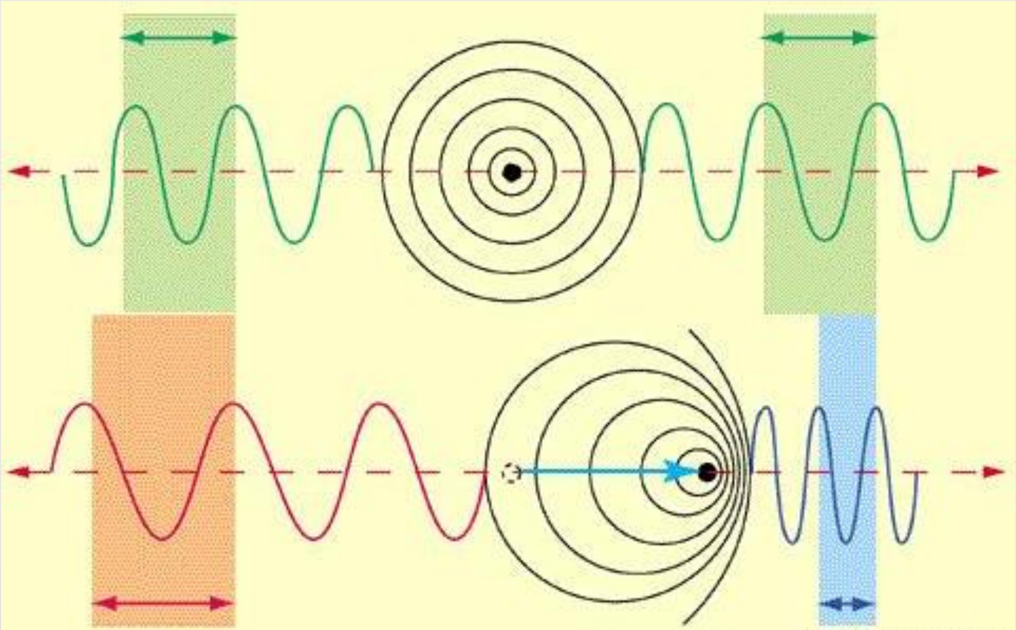
$$4\pi D_T^2 I = \frac{AL_S d^2}{16 D_S^2} \Rightarrow d = 8 \times \sqrt{\frac{\pi D_T^2 D_S^2 I}{AL_S}}$$

Asteroid diameter by Optical analysis



Quaoar from Kuiper belt Photographed by Hubble telescope

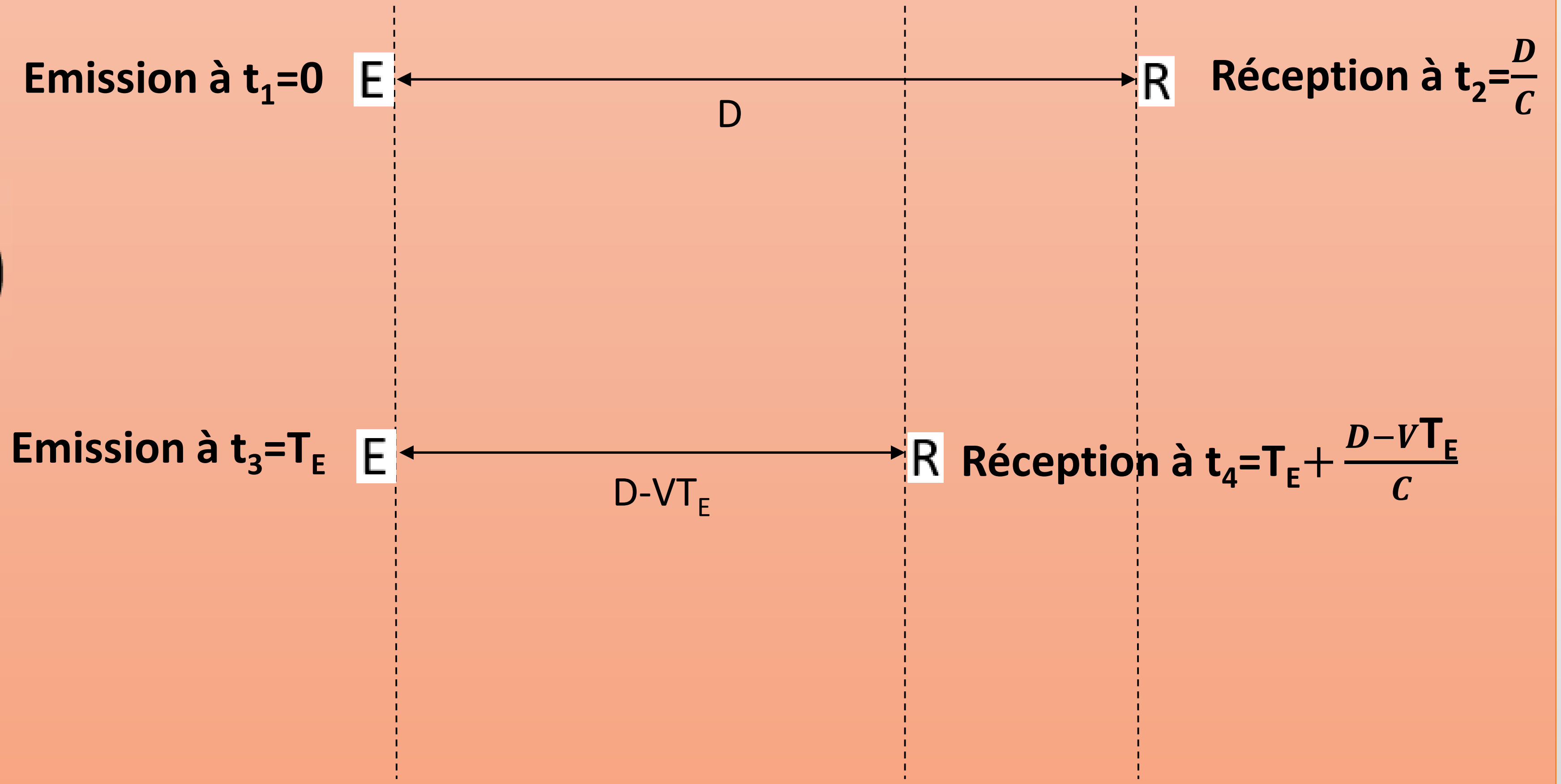
IV. Éffet Doppler-Fizeau



Doppler effect

$$T_R = t_4 - t_2 = T_E\left(1 - \frac{V}{C}\right)$$

$$V = C\left(1 - \frac{T_R}{T_E}\right)$$



Doppler effect with equation

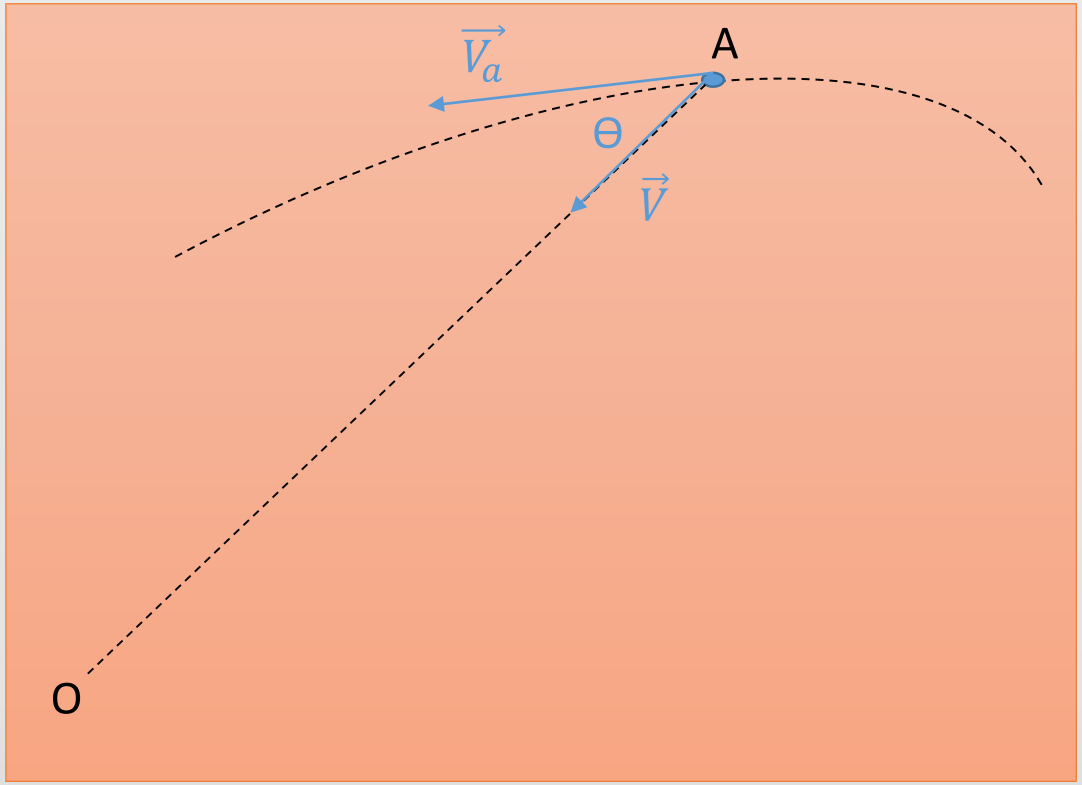
$$F_E = \frac{C-V}{C} F_a$$

$$\text{Et } F_t = \frac{C}{C-V} F_a$$

$$F_d = F_E - F_t = [(1-\frac{V}{C})^2 - 1]$$

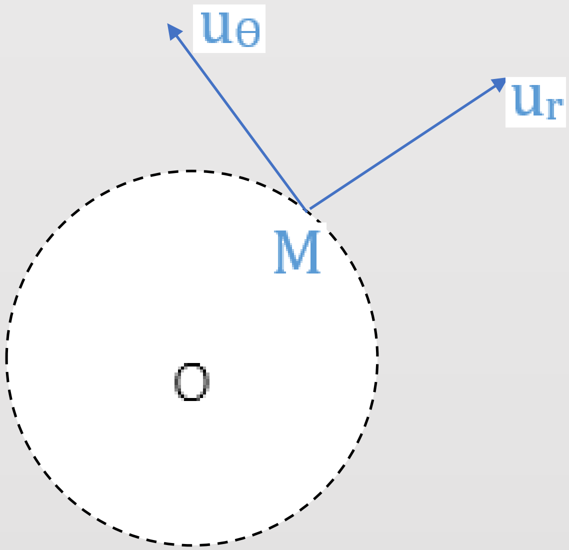
$$F_d \approx \frac{2V}{C} F_t$$

$$V = V_a \cos\theta$$



Radial velocity measurement and object velocity estimation

III. MASSE

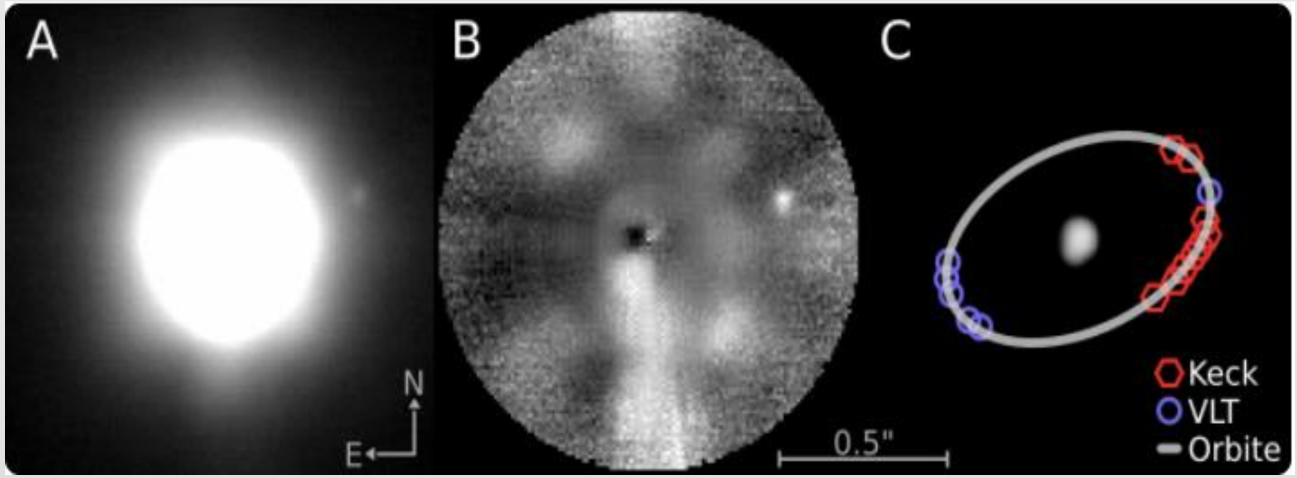


$$\overrightarrow{OM} = r\mathrm{u_r}$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathrm{u_r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathrm{u_\theta}$$

$$m\vec{a} = \vec{F} = -\frac{\mathcal{G}mM}{r^2}\mathrm{u_r}$$

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mathcal{G}M}{r^2}$$



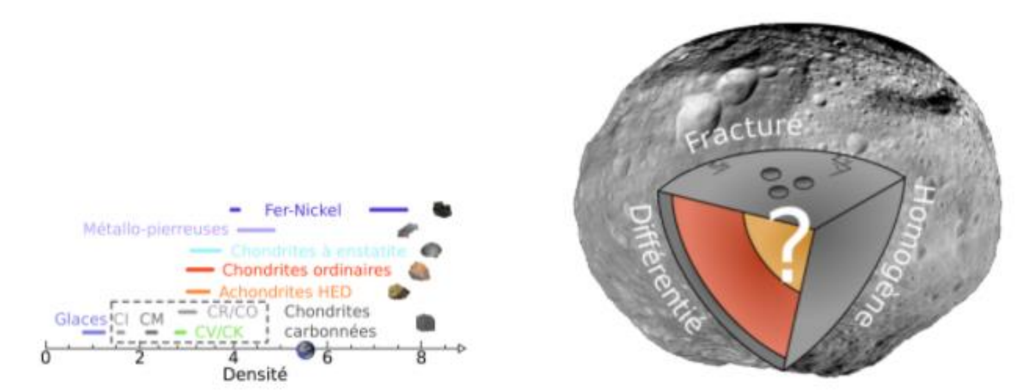
mass of an asteroid through its satellite

COMPOSITION

DENSITÉ

$$\rho = \frac{m}{v}$$

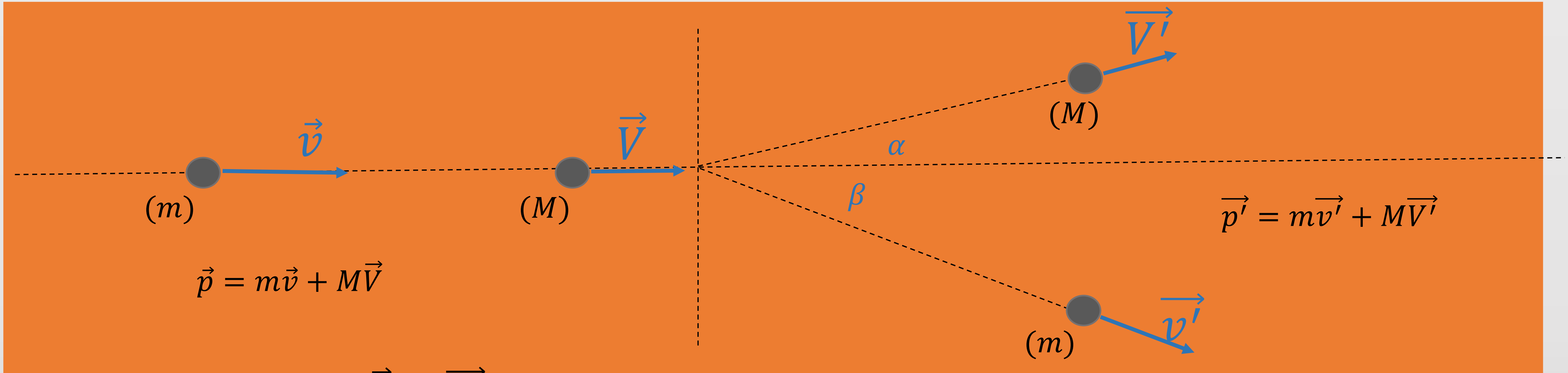
$$d = \frac{\rho}{\rho_e}$$



- Fer, Nickel
- Glaces, Vides

APPROCHE

IMPACTEUR CINÉTIQUE



$$\vec{P} = \overrightarrow{P'}$$

$$m\begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} + M\begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} v'\cos\beta \\ -v'\sin\beta \end{pmatrix} + M\begin{pmatrix} V'\cos\alpha \\ V'\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{M}\dfrac{v'\sin\beta}{V'} = \sin\alpha \\ \dfrac{m(v - v'\cos\beta) + MV}{MV'} = \cos\alpha \end{cases}$$

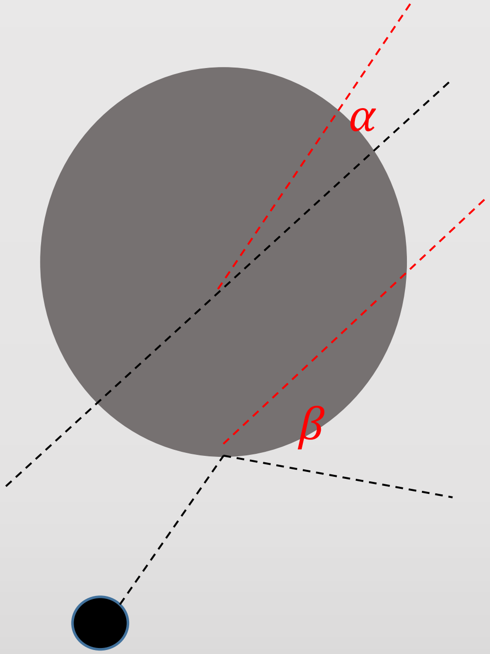
$\sin\alpha \neq 0 \Longrightarrow \alpha \neq 0$

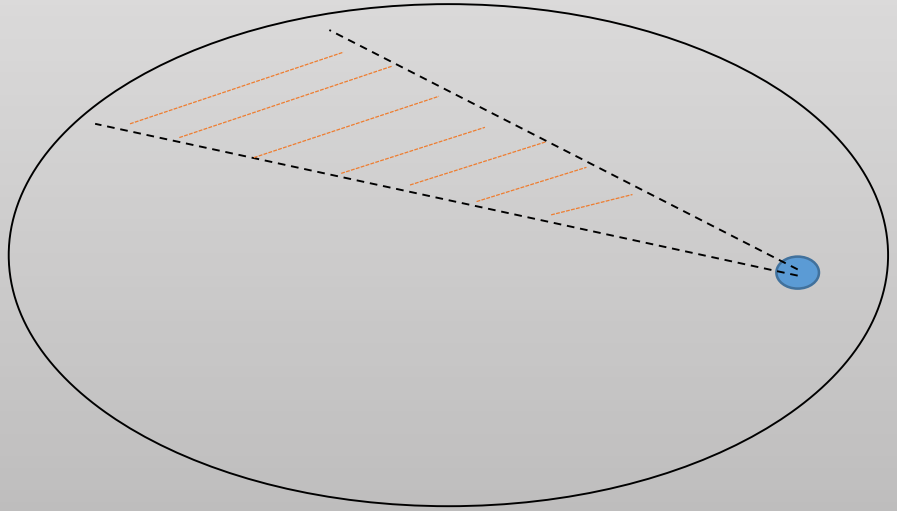
Si l’impacteur pénètre instantement l’astéroïde et qu’ils dévient ensemble d’un angle α alors toujours par la concervation de la quantité de mouvement suite à un choc isolé on a:

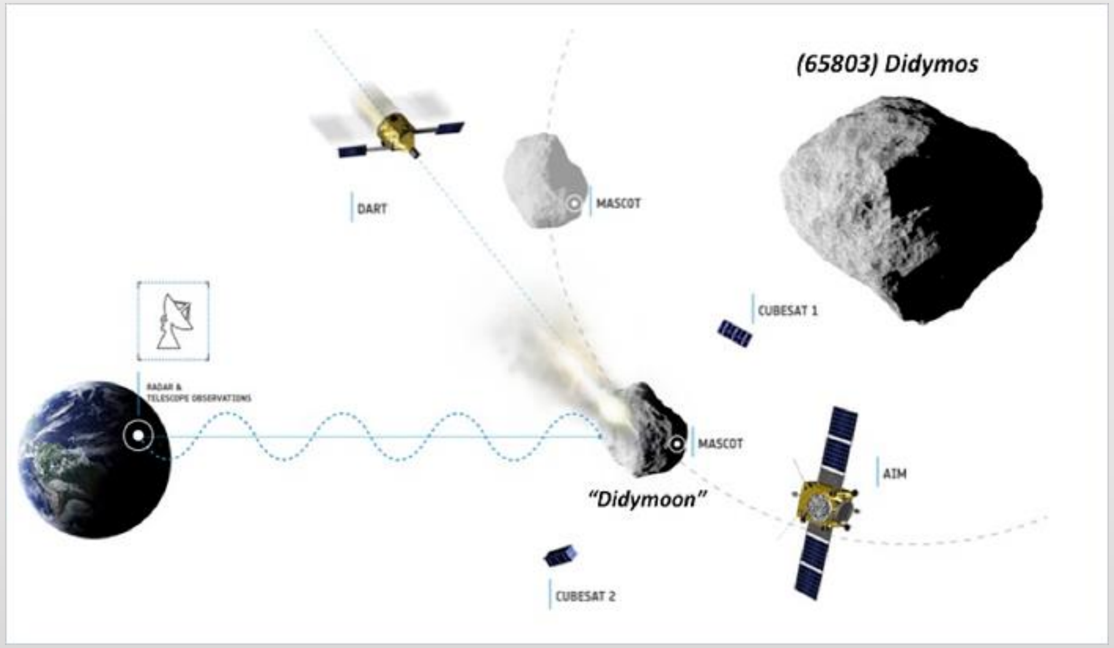
$$\frac{mv + MV}{(m+M)V'} \approx \frac{m}{M}\frac{v}{V'} + \frac{V}{V'} \approx \cos\alpha$$

On a les mêmes conclusions…

IMPACTEUR CINÉTIQUE



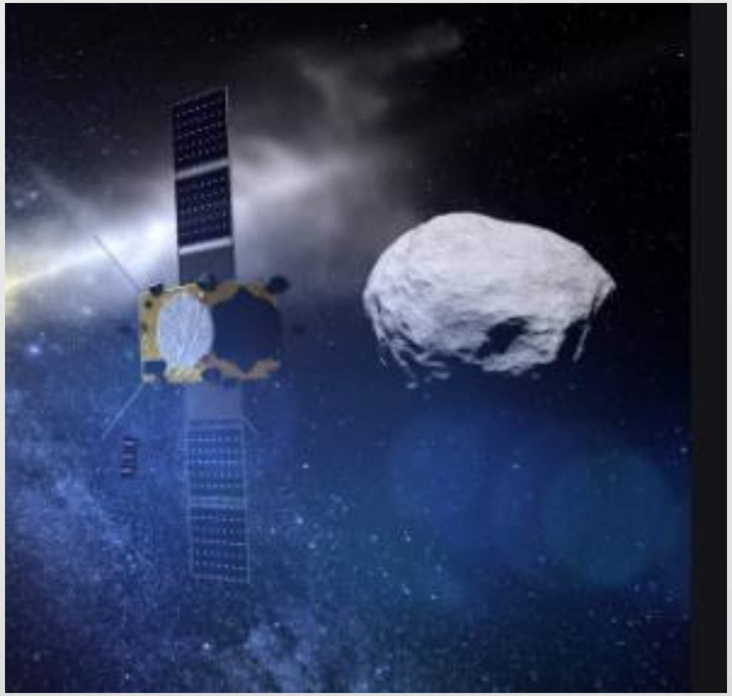




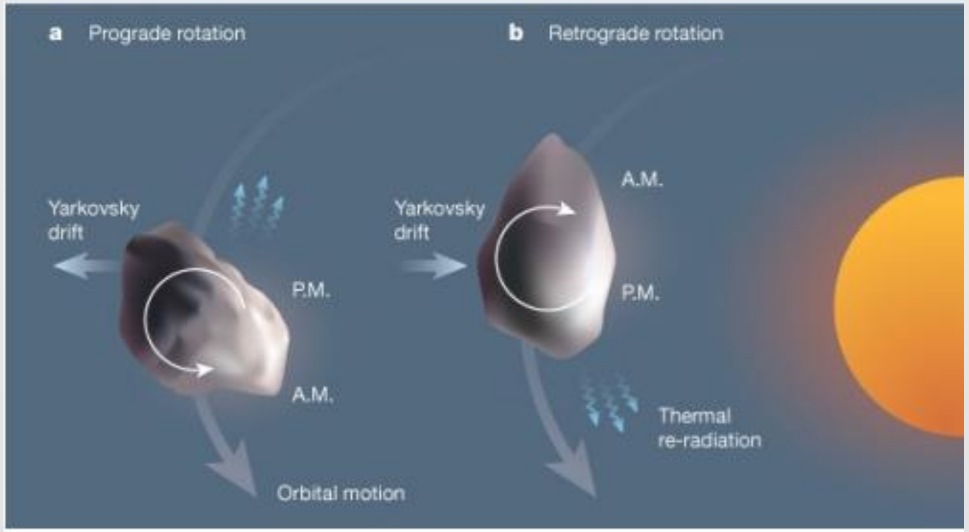
$$C = r^2\dot{\theta}$$

TRACTEUR GRAVITATIONEL

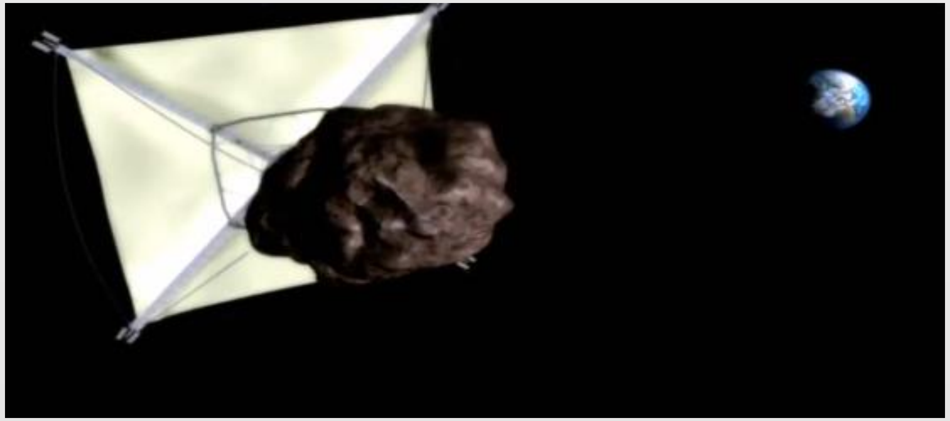
$$F = \frac{\mathcal{G}Mm}{d^2}$$



OCCULTATION



Yarkovsky thermal Force on the dynamical evolution of asteroid



Correction of Yarkovsky effect by solar occultation

CONCLUSION

- Le problème de la détection a été étudié
- Le problème du dimensionement

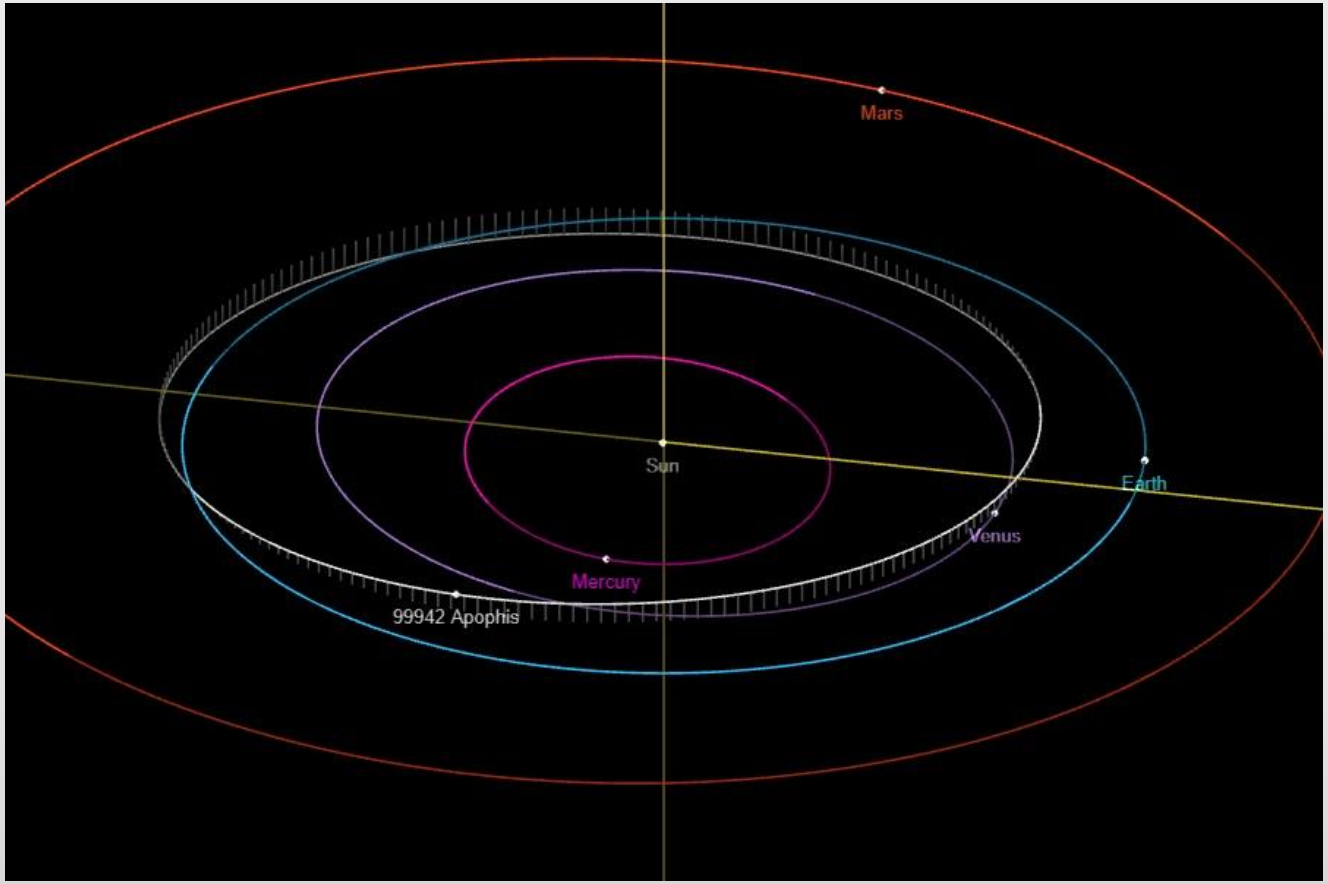
L’occultation stéllaire est occasionel et plus précise que les autres à grande distance, l’analyse optique va avec un matériel sophistiqué

- Les limites des méthodes de déviation

Pour une détection précoce une impulsion faible mais continue serai plus envisable et pour une détection tardive une impulsion forte mais brève est le seul espoir.

- La composition

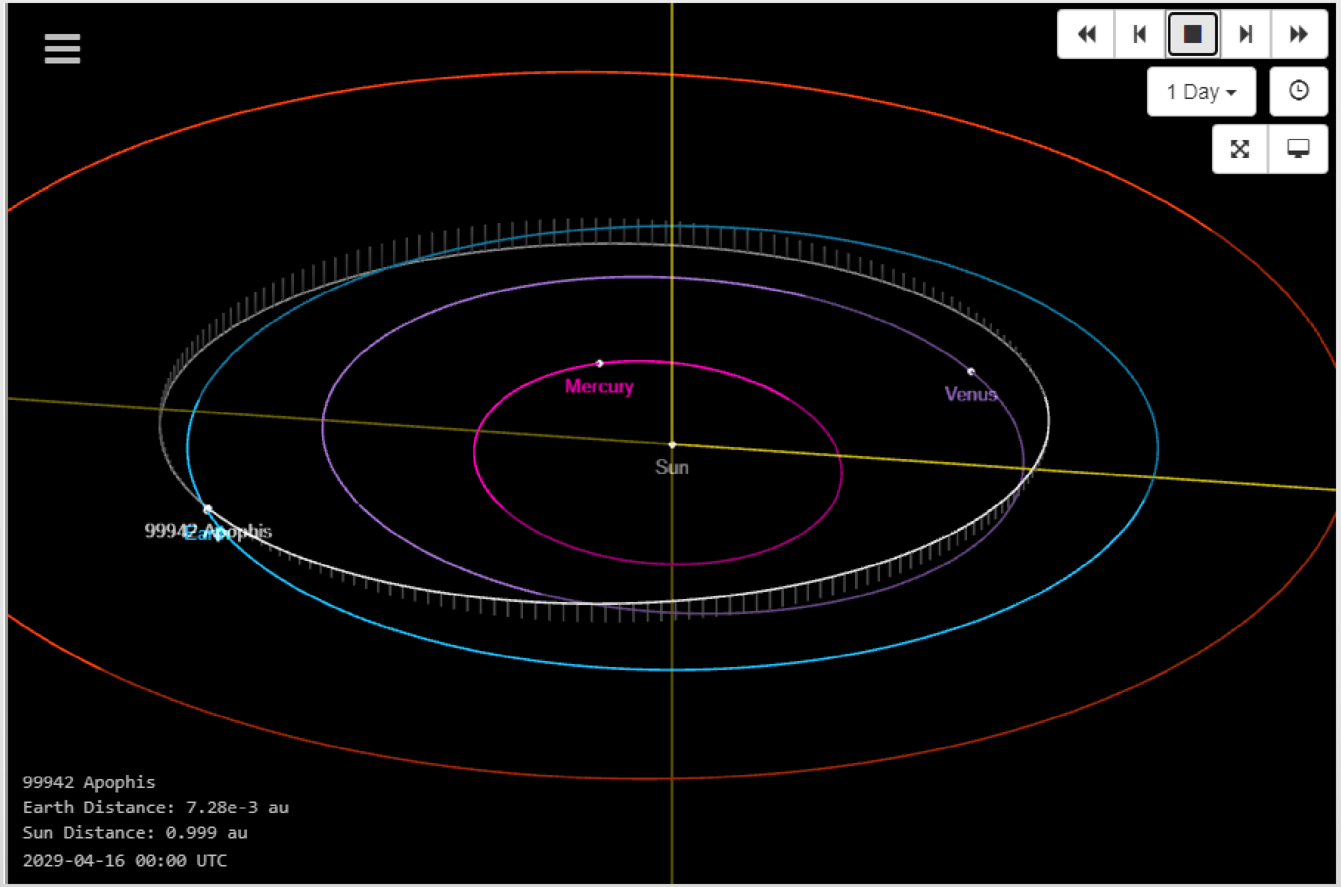
99942 Apophis est un bloc de roche de 390m de diamètre naviguant près de nous avec une vitesse moyenne de 97000km/h et dont l’orbite croise la notre à deux reprises de part d’autre de l’aphélie



NASA’s JPL Small Body Database Browser-reduced solar system with NEA Apophis

https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?sstr=Apophis;orb=1;cov=0;log=0;cad=0#orb

En Avril 2029 on observera le géocroiseur 99942 Apophis s’approcher au plus près de la Terre avec une vitesse de pointe qui dépasse le language commun. Mais il est considéré par la Nasa comme étant sans danger ce qui n’est ce pendant pas le point de vue de tout le monde.



Apophis getting closer to the Earth on April 16, 2029

https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?sstr=Apophis;orb=1;cov=0;log=0;cad=0#orb

Annexes

Page 9: $\vec{L}$ *est le vecteur moment cinétique,* m *est la masse dite réduite, c'est la masse de la particule fictive (PF) de vecteur position* $\vec{r}$ *et de vitesse angulaire* $\dot{\theta}.m_1$ *et* m_2 *les masses des deux corps formant le système.*

Page 10: $\mathcal{G}$ *est la constante gravitationnel universelle,* M *est la masse totale du système et* $\vec{e}$ *est le vecteur excentricité.*

Page 11: p *est le paramètre de la trajectoire elliptique (TE) de la PF,* $e = \|\vec{e}\|$*,* a *est le grand axe de la TE de la PF,* $\dot{\mathcal{A}}$ *est sa vitesse aréolaire et* c *la constante des aires.*

Page 15: F' *est l'un des foyers de la TE de la PF.*

Page 19: $\vec{P}$*est le vecteur quantité de mouvement de la PF,* μ *est une caractéristique propre à la force d'origine O(le centre de masse du sytème) que subit la PF.*

Page 29: I *est l'intensité lumineuse de l'astéroïde mesurée depuis la Terre,* L *sa lumosité,* D_T *sa distance à la Terre,* l *l'intensité lumineuse surfacique de l'astéroïde, l'albédo* A*,* I_S *l'intensité du soleil,* L_S *sa luminosité et* D_S *sa distance par rapport à l'astéroïde , S est la surface interceptant la même quantité de lumière qu'un corps de diamètre* d*.*

Page 32: F_E, F_a, F_t *on a respectivement la fréquence d'émission depuis la Terre, la fréquence de réception par l'asteroid et enfin la fréquence de retour.* C *la célérité de l'onde émise,* V *la vitèsse radiale de l'astéroïde.*

Code simulant le mouvement de Venus, la Terre, Mars + un astéroïde autour du soleil

```python
#!/usr/bin/env python3

import math
from turtle import *

# The gravitational constant G
G = 6.67428e-11

# Assumed scale: 100 pixels = 1AU.
AU = (149.6e6 * 1000)     # 149.6 million km, in meters.
SCALE = 250 / AU

class Body(Turtle):
    """Subclass of Turtle representing a gravitationally-acting body.

    Extra attributes:
    mass : mass in kg
    vx, vy: x, y velocities in m/s
    px, py: x, y positions in m
    """

    name = 'Body'
    mass = None
    vx = vy = 0.0
    px = py = 0.0

    def attraction(self, other):
        """(Body): (fx, fy)

        Returns the force exerted upon this body by the other body.
        """
        # Report an error if the other object is the same as this one.
        if self is other:
            raise ValueError("Attraction of object %r to itself requested"
                             % self.name)

        # Compute the distance of the other body.
        sx, sy = self.px, self.py
        ox, oy = other.px, other.py
        dx = (ox-sx)
        dy = (oy-sy)
        d = math.sqrt(dx**2 + dy**2)

        # Report an error if the distance is zero; otherwise we'll
        # get a ZeroDivisionError exception further down.
        if d == 0:
            raise ValueError("Collision between objects %r and %r"
                             % (self.name, other.name))

        # Compute the force of attraction
        f = G * self.mass * other.mass / (d**2)

        # Compute the direction of the force.
        theta = math.atan2(dy, dx)
        fx = math.cos(theta) * f
        fy = math.sin(theta) * f
        return fx, fy

def update_info(step, bodies):
    """(int, [Body])

    Displays information about the status of the simulation.
    """
    print('Step #{}'.format(step))
    for body in bodies:
        s = '{:<8}  Pos.={:>6.2f} {:>6.2f} Vel.={:>10.3f} {:>10.3f}'.format(
            body.name, body.px/AU, body.py/AU, body.vx, body.vy)
        print(s)
    print()

def loop(bodies):
    """([Body])

    Never returns; loops through the simulation, updating the
```

```python
    Never returns; loops through the simulation, updating the
    positions of all the provided bodies.
    """
    timestep = 24*3600  # One day

    for body in bodies:
        body.penup()
        body.hideturtle()

    step = 1
    while True:
        update_info(step, bodies)
        step += 1

        force = {}
        for body in bodies:
            # Add up all of the forces exerted on 'body'.
            total_fx = total_fy = 0.0
            for other in bodies:
                # Don't calculate the body's attraction to itself
                if body is other:
                    continue
                fx, fy = body.attraction(other)
                total_fx += fx
                total_fy += fy

            # Record the total force exerted.
            force[body] = (total_fx, total_fy)

        # Update velocities based upon on the force.
        for body in bodies:
            fx, fy = force[body]
            body.vx += fx / body.mass * timestep
            body.vy += fy / body.mass * timestep

            # Update positions
            body.px += body.vx * timestep
            body.py += body.vy * timestep
```

```python
            # Update positions
            body.px += body.vx * timestep
            body.py += body.vy * timestep
            body.goto(body.px*SCALE, body.py*SCALE)
            body.dot(3)


def main():
    sun = Body()
    sun.name = 'Sun'
    sun.mass = 1.98892 * 10**30
    sun.pencolor('yellow')

    earth = Body()
    earth.name = 'Earth'
    earth.mass = 5.9742 * 10**24
    earth.px = -1*AU
    earth.vy = 29.783 * 1000            # 29.783 km/sec
    earth.pencolor('blue')

    # Venus parameters taken from
    # http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/venusfact.html
    venus = Body()
    venus.name = 'Venus'
    venus.mass = 4.8685 * 10**24
    venus.px = 0.723 * AU
    venus.vy = -35.02 * 1000
    venus.pencolor('black')


    mars = Body()
    mars.name = 'Mars'
    mars.mass = 6.39 * 10**23
    mars.px = 1.523 * AU
    mars.vy = -24.07 * 1000
    mars.pencolor('red')
```

```python
    # Venus parameters taken from
    # http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/venusfact.html
    venus = Body()
    venus.name = 'Venus'
    venus.mass = 4.8685 * 10**24
    venus.px = 0.723 * AU
    venus.vy = -35.02 * 1000
    venus.pencolor('black')


    mars = Body()
    mars.name = 'Mars'
    mars.mass = 6.39 * 10**23
    mars.px = 1.523 * AU
    mars.vy = -24.07 * 1000
    mars.pencolor('red')



    asteroid = Body()
    asteroid.name = 'asteroid'
    asteroid.mass = 1000
    asteroid.px = 1.05 * AU
    asteroid.vy = 25*1000
    asteroid.pencolor('grey')



    # Les autres planetes peuvent être ajoutées ici


    loop([sun, earth, venus, mars, asteroid])

if __name__ == '__main__':
    main()
```

Démonstration de la page 18

$$\vec{A} = \vec{P} \wedge \vec{L} - m\mu\overrightarrow{u_r}$$

$$\vec{A}.\vec{A} = (\vec{P} \wedge \vec{L}).(\vec{P} \wedge \vec{L}) - 2m\mu\frac{\vec{r}}{r}.(\vec{P} \wedge \vec{L}) + m^2\mu^2$$

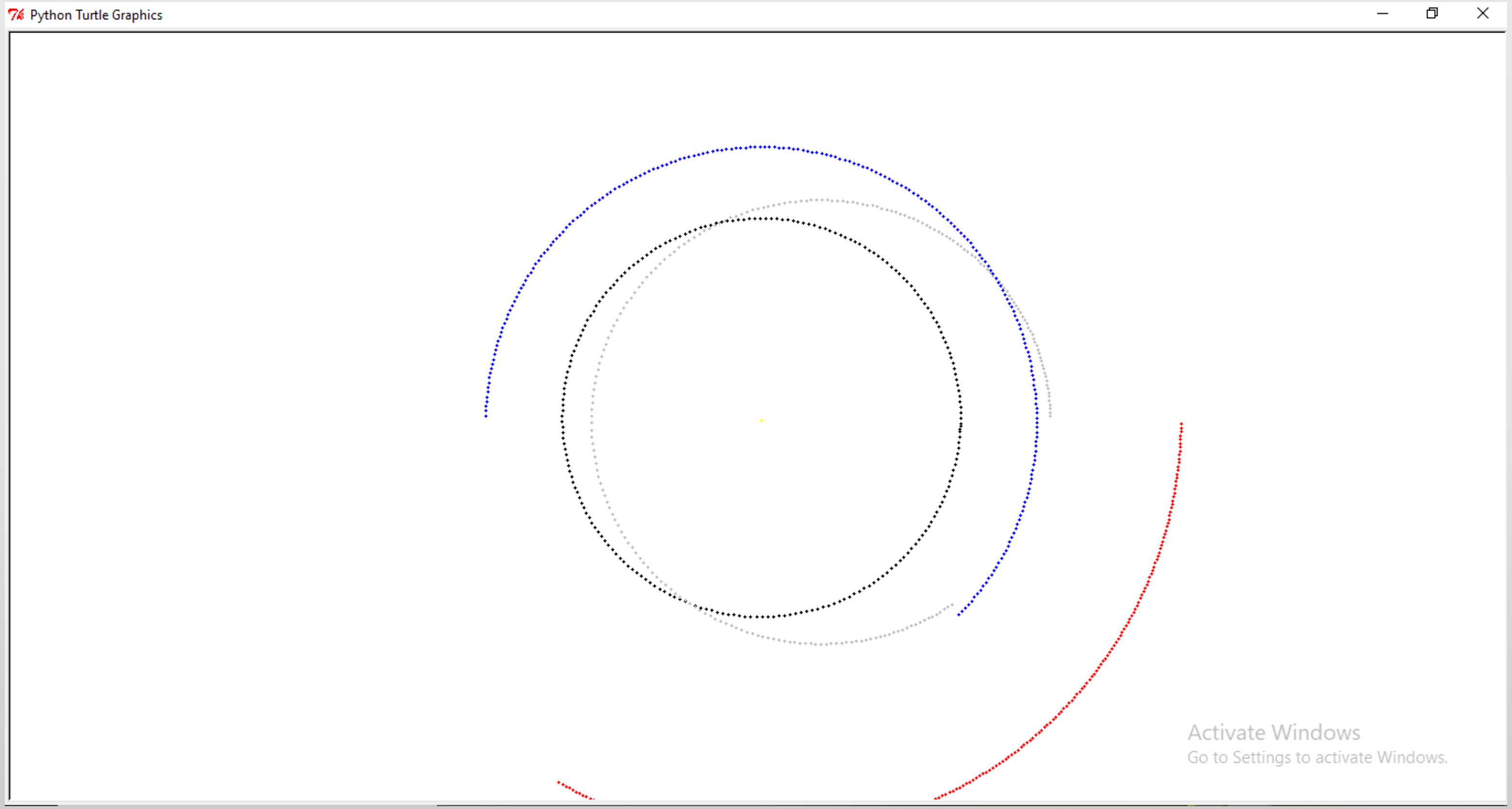
$$= P^2L^2 - 2m\mu\left(\vec{L}, \frac{\vec{r}}{r}, \vec{P}\right) + m^2\mu^2$$

$$= m^2\mu^2 + 2m\left(\frac{1}{2}mv^2 - \frac{\mu}{r}\right)L^2$$

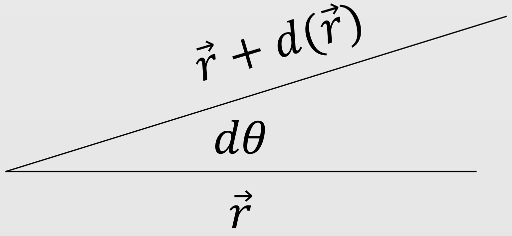
$$= m^2\mu^2 + 2mEL^2$$

Permutation circulaire

Courbe de l’astéroïde en gris avec une vitesse à l’aphélie de 25km/s à 1.05 UA croisant celle de la Terre à deux reprises. Noire(Venus), bleue(Terre), rouge(Mars)



Démonstration page 10



$$\vec{\mathcal{A}} = \frac{1}{2} r\overrightarrow{u_r} \wedge \left(r\overrightarrow{u_r} + d(r\overrightarrow{u_r})\right)$$

$$= \frac{1}{2} r\overrightarrow{u_r} \wedge (r\overrightarrow{u_r} + \dot{r}\overrightarrow{u_r} + r d\theta \overrightarrow{u_\theta})$$

$$= \frac{1}{2} r^2 d\theta \overrightarrow{u_z}$$

$$\dot{\mathcal{A}} = \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\theta} = \frac{c}{2}$$

Démonstration page 11

$$x = r\cos\theta \ \ et \ \ \cos E = \frac{ae + x}{a}$$

Domc immédiatement

$$x = r\cos\theta = a(\cos E - e)$$