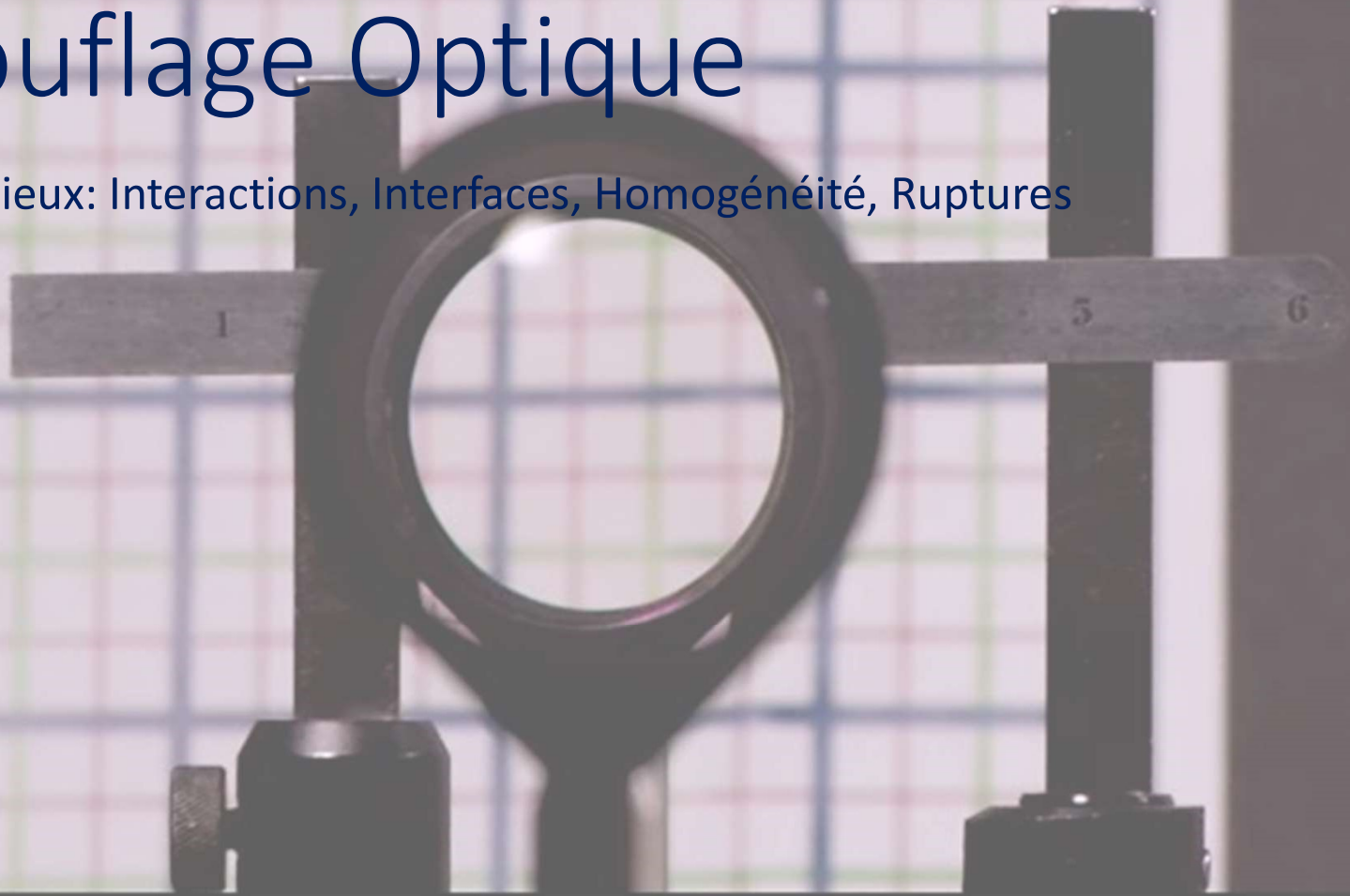


Camouflage Optique

Milieux: Interactions, Interfaces, Homogénéité, Ruptures



Objectifs:

- Démontrer théoriquement et expérimentalement l'efficiency du camouflage paraxial.
- Réaliser une simulation informatique du camouflage d'un satellite en orbite autour de la Terre par ce même dispositif.

Plan

I. La Cape de Rochester

1. Théorie du Camouflage Paraxial
2. Expérience et résultats

II. Application au camouflage d'un satellite

1. Modélisation et Quantification du problème
2. Simulation et résultats

I. La Cape de Rochester

1. Théorie du camouflage paraxial

Définition d'un camouflage paraxial parfait

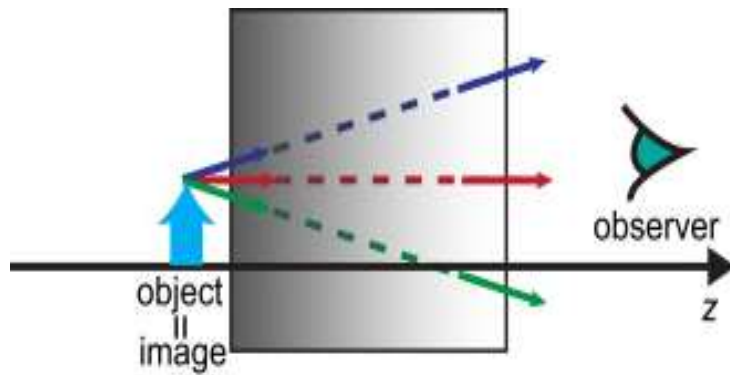


Fig: Camouflage parfait en optique géométrique

Topo sur l'optique matricielle[5]

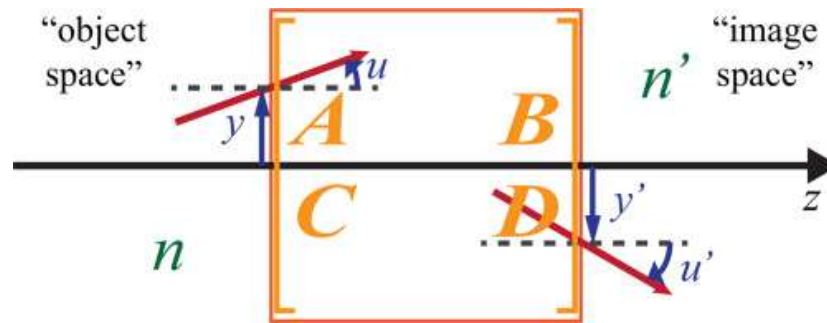
Approximation
Paraxiale



Linéarité des
relations



Description
matricielle



$$\begin{pmatrix} y' \\ n'u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ nu \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrice Translation

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$

Matrice d'une lentille mince

Quantification

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Camouflage parfait

Equation (1) vérifiée

+

Présence d'une région camouflée



Camouflage Paraxial parfait

Ainsi:

$$\begin{cases} A=1 \text{ ou } D=1 \text{ car } \det [ABCD]=1 \\ B=L/n \\ C=0 \end{cases}$$

Recherche des solutions

Pour un système d'une lentille

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$

Si $C=0$ alors $f = \pm\infty$



Géométrie plane : Pouvoir optique nul

Pas de champ camouflé

Nous chercherons comme solution un **système de lentilles minces**:

- Présentant une **symétrie rotationnelle**
- Dans l'air **$n=1$**

Pour un système de 2 lentilles

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 - t/f_1 & t \\ -(f_1 + f_2 - t)/f_1 \cdot f_2 & 1 - t/f_2 \end{pmatrix}$$

(1) vérifiée ssi $f_1 = f_2 = \pm\infty$



Aucun effet optique

Pas de champ camouflé

Pour un système de 3 lentilles

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Exprimons f_2 si $C=0$

$$f_2 = -(f_1 - t_1)(f_3 - t_2) / (f_1 + f_3 - t_1 - t_2) \quad (3)$$

(2) devient alors

Or on devrait avoir $B=t_1+t_2$

Pour cela il faut $t_1.t_2(f_1+f_3-t_1-t_2)/(f_1-t_1)(f_3-t_2) = 0 \quad (5)$

$$\begin{pmatrix} \frac{f_3(f_1-t_1)}{f_1(f_3-t_2)} & t_1+t_2+\frac{t_1.t_2(f_1+f_3-t_1-t_2)}{(f_1-t_1)(f_3-t_2)} \\ 0 & f_1(f_3-t_2)/f_3(f_1-t_1) \end{pmatrix} \quad (4)$$

Vrai si $t_1=0$ ou $t_2=0 \longrightarrow$ système a 2 lentilles

ou
si $(f_1+f_3-t_1-t_2)=0 \longrightarrow f_2 \rightarrow \infty$ 

N'est pas solution



Approche asymptotique

Considérons un système à 2 moitiés symétrique

$$f_1 = f_3 \quad \text{et} \quad t_1 = t_2$$

$$(3) \text{ devient } f_2 = (t_1 - f_1)/2 \quad (6)$$

$$(5) \text{ devient } 2t_1^2 / (f_1 - t_1) = 0 \quad (7)$$

Pour $f_1 \gg t_1$ (6) et (7) tendent à être satisfaites

Pour un système de 4 lentilles

Fixons la 1^{ère} de notre système, sachant que l'ensemble doit se comporter comme s'il n'avait pas été là, la 2^{ème} moitié doit défaire tout les changements de la 1^{ère}

Considérons alors un système à **2 moitiés symétrique**

$$\text{ainsi} \quad f_1 = f_4, \quad f_2 = f_3 \quad \text{et} \quad t_1 = t_3$$

$$A=1 \quad \text{et} \quad C=0 \quad \longrightarrow \quad t_1 = f_1 + f_2 \quad (8)$$

La matrice du système s'écrit alors:

$$\begin{pmatrix} 1 & f_1 (-2t_1^2 + f_1 (2t_1 + t_2)) / (f_1 - t_1)^2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Pour $B=2t_1+t_2$ on obtient

$$t_2 = 2f_2 (f_1 + f_2) / (f_1 - f_2) \quad (10)$$

(9) et (10) nous donne donc une solution exacte à (1)

$$\text{ainsi } L = 2t_1 + t_2 = 2f_1 (f_1 + f_2) / (f_1 - f_2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2f_1(f_1+f_2)/(f_1-f_2) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Conclusion

Théoriquement système de 4 lentilles
peut donc constituer un camouflage
parfait

2. Expérience et résultats

Simulation: Modèle simplifié

Nous supposons les lentilles
infiniment mince

Pupille d'entrée: **40mm**
Champ visuel: **$\pm 0,5$ degré**

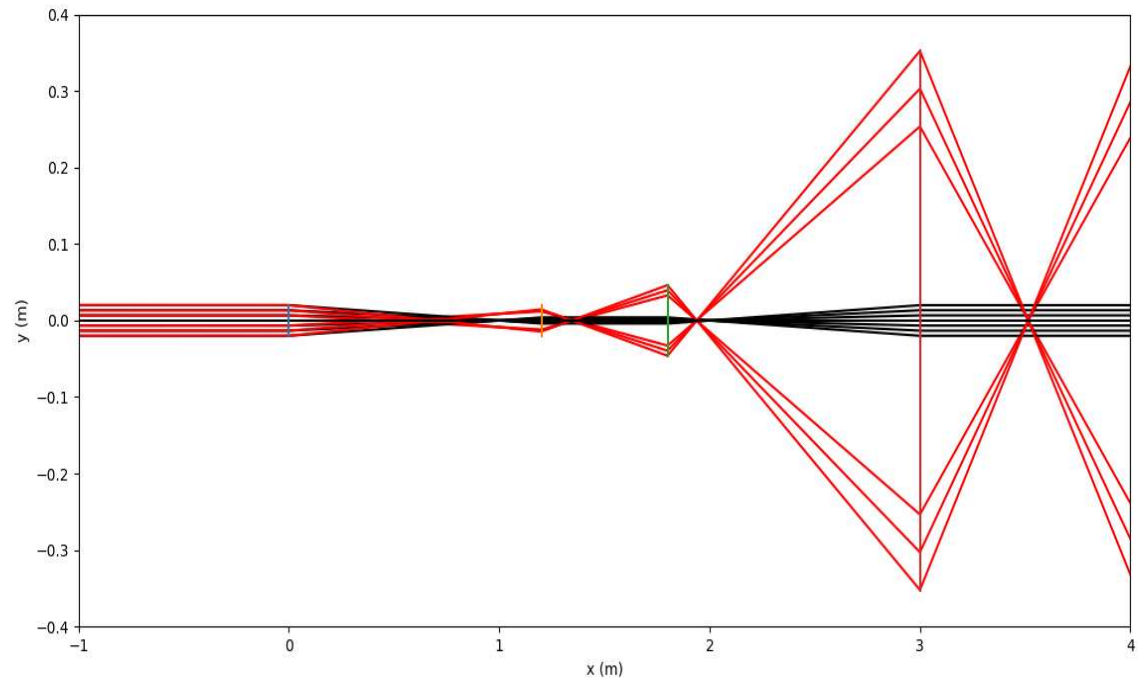
Exécution du code

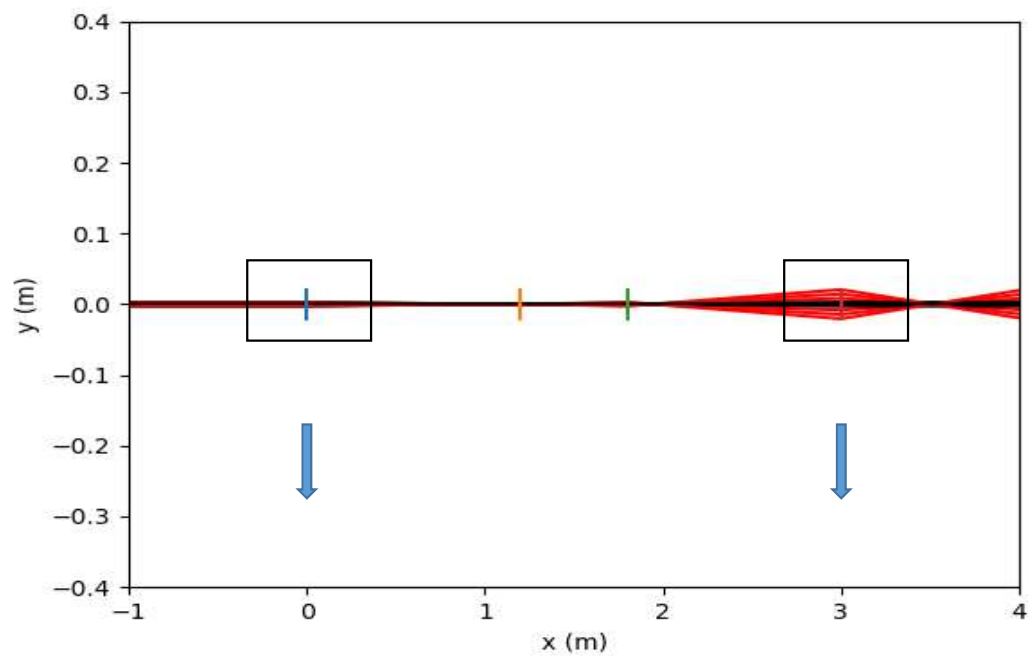
```
L1=Dioptré(0.04,1,0)  
L2=Dioptré(0.04,0.2,1.2)  
L3=Dioptré(0.0924,0.2,1.8)  
L4=Dioptré(0.706,1,3)  
systeme_4_lentilles(L1,L2,L3,L4,m.pi/360,L1.aperture)
```

On prends $f_1=f_4=1000$ mm, $f_2=f_3=200$ mm
 $d_1=d_2=d_3=d_4=40$ mm

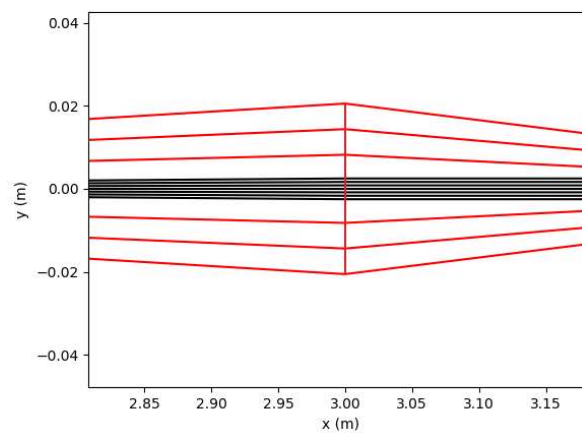
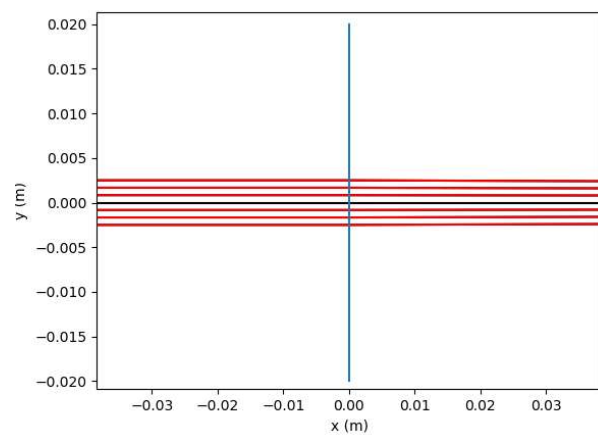
Ainsi $t_1=1200$ mm et $t_2= 600$ mm

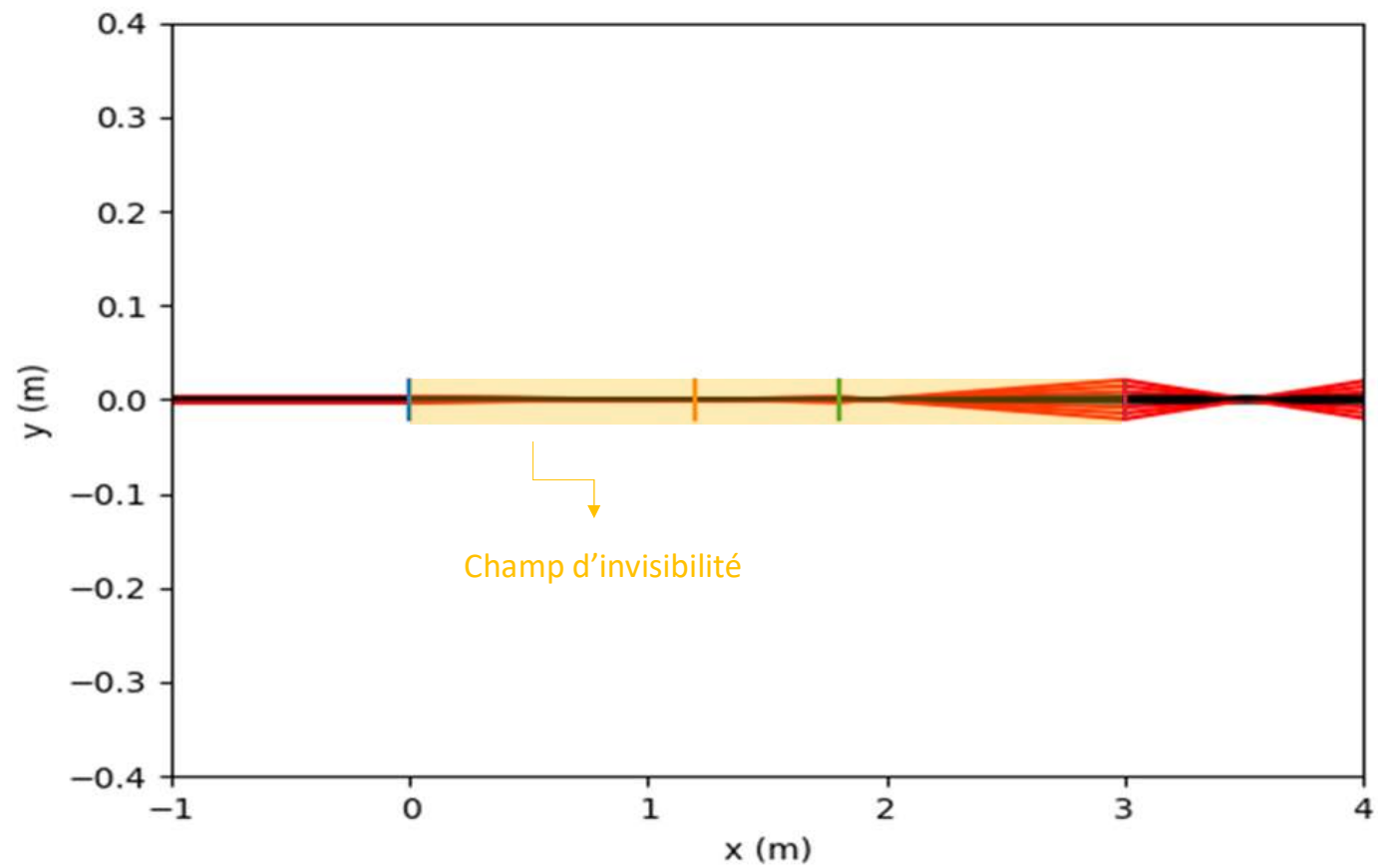
Système optique avec modulation des diamètres





Pupille d'entrée: 5mm
 Champ visuel: $\pm 0,005$ degré

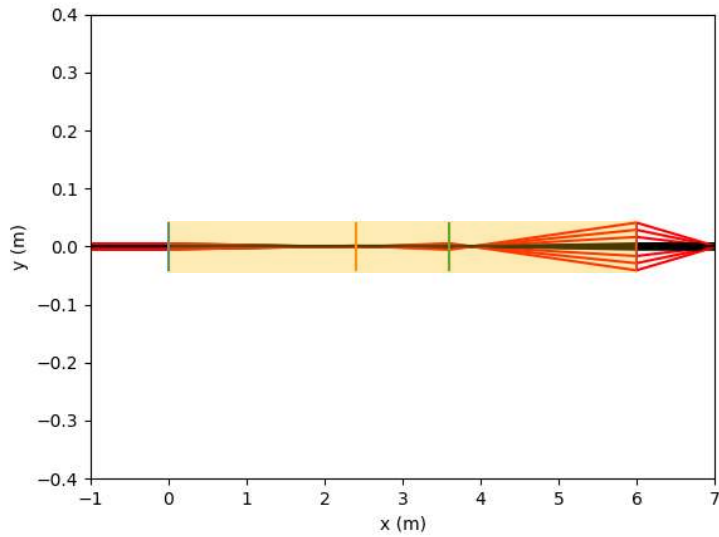




`systeme_4_lentilles(L12,L22,L32,L42,m.pi/36000,0.005)`

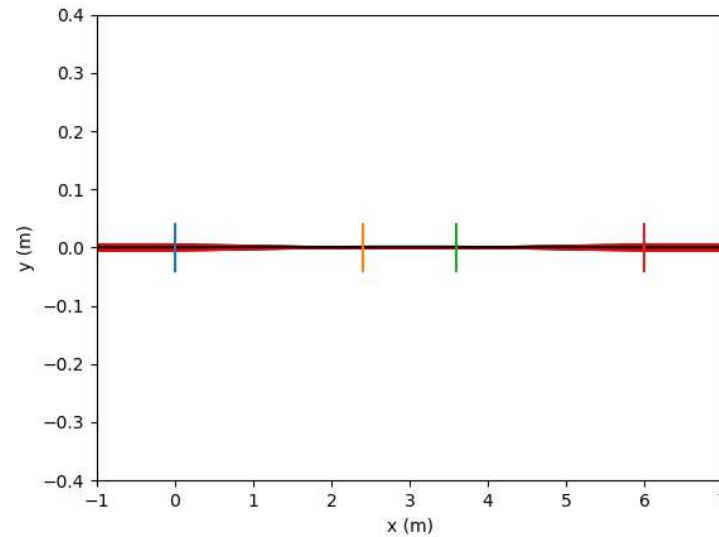
Voir les listings pour plus de détails

Remarques



`systeme_4_lentilles(L13,L23,L33,L43,m.pi/36000,0.01)`

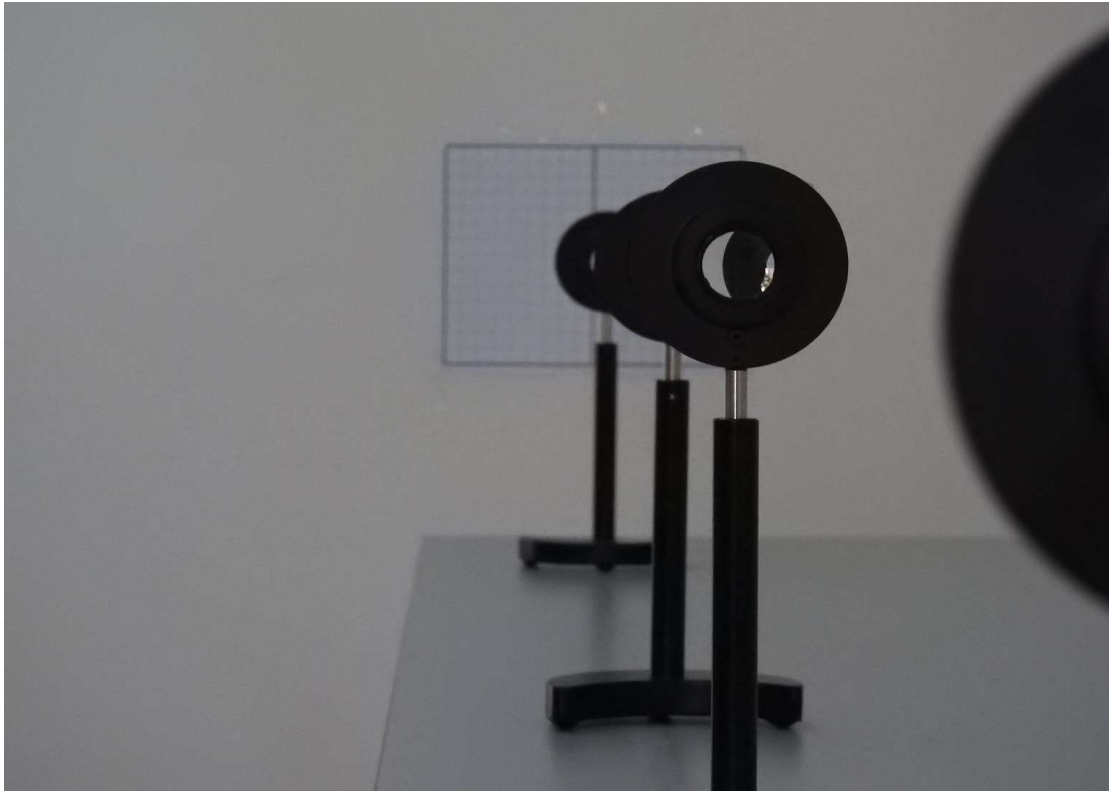
Le champ double avec les caractéristiques



`systeme_4_lentilles(L13,L23,L33,L43,m.pi/(180*10**5),0.01)`

Le modèle théorique tend à être validé pour des incidences très faibles

Réalisation pratique



Système optique d'un camouflage paraxial

On rappelle:

$$f_1=f_4=1000 \text{ mm}, f_2=f_3=200 \text{ mm}$$

$$d_1=d_2=d_3=d_4=40 \text{ mm}$$

$$t_1=1200 \text{ mm et } t_2= 600 \text{ mm}$$

Une main dans le champ d'invisibilité du système



Observations

- Grossissement >1 pour l'image
- Aberrations chromatiques en lumière blanche
- Le champs d'invisibilité est non conforme au modèle simplifié

Interprétation

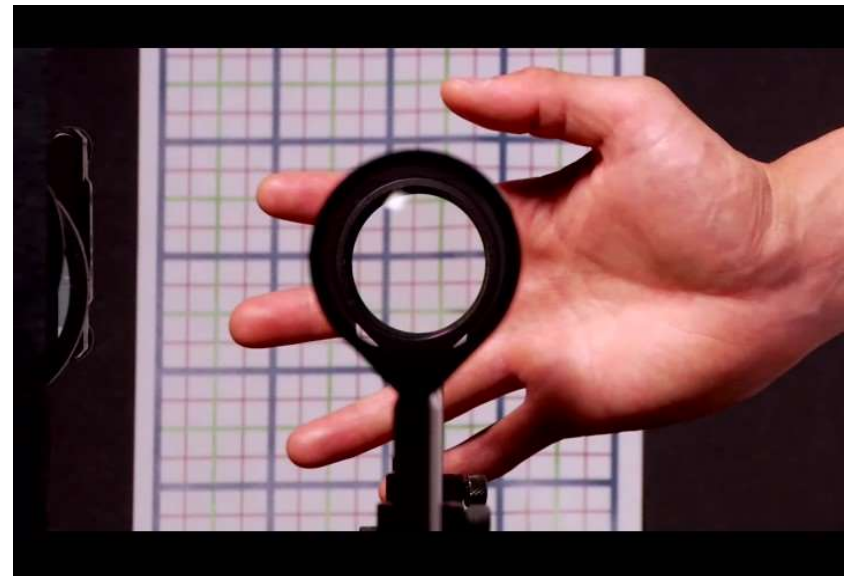
Les erreurs d'alignement et la non prise en compte de l'épaisseur des lentilles dans mon expérience pourrait expliquer le grossissement différent de 1 vu la sensibilité du système.[1]

A cela s'ajoute les aberrations notamment sphériques et l'astigmatisme qui expliquerait la différence vis-à-vis du modèle simplifié

Conclusion

Le système présente bien une capacité à camoufler
Une expérimentation plus précise validerai mieux les critères analytiques dans les limites des caractères propre au lentilles

Résultat obtenu par Joseph Choi et John Howell



II. Application au camouflage d'un satellite



1. Modélisation et quantification du problème

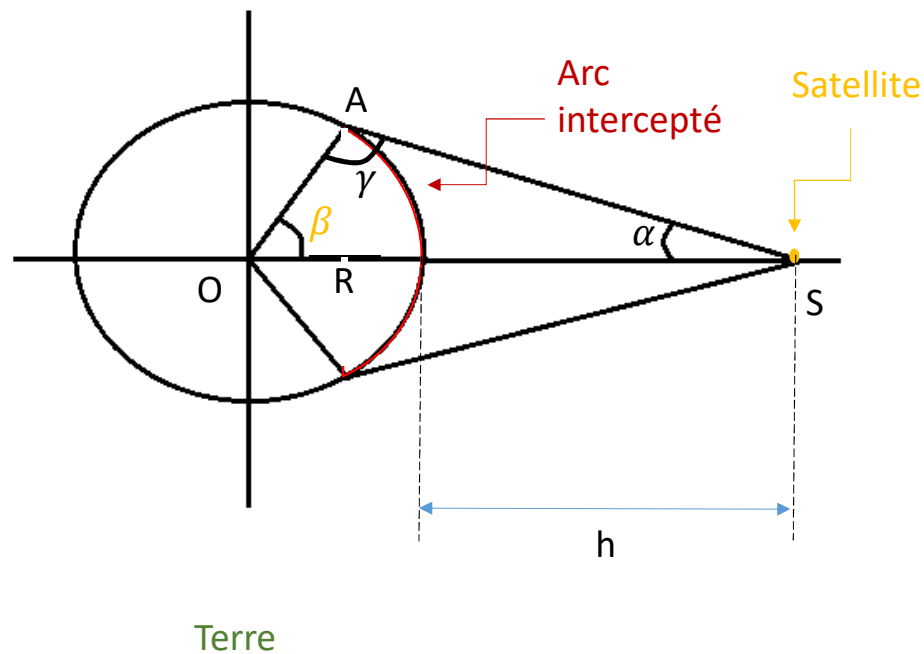
Hypothèses

L'agrandissement de la zone camouflage étant aisé le camouflage peut être mis en concordance avec les dimension du satellite

D'autre part nous supposerons:

- ✓ Toutes les solutions technologiques pour la mise en œuvre du camouflage paraxial sur le satellite effectives
- ✓ Que le satellite est un point matériel
- ✓ Le champs angulaire de vision de ± 1 degré
- ✓ La Terre de forme sphérique parfaite

Modélisation



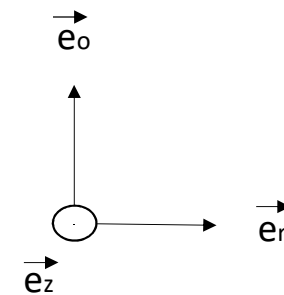
Modélisation du problème

α : angle associé au champ visuel

β : angle de travail

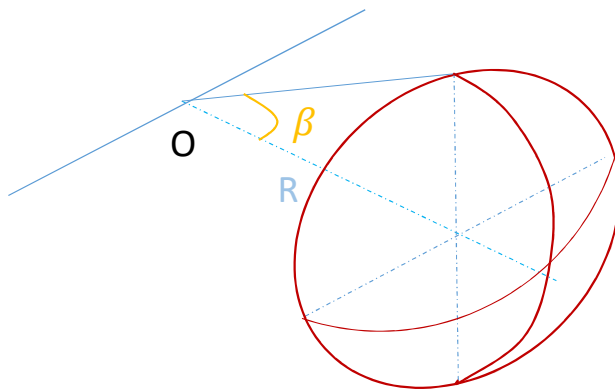
γ : angle intermédiaire

Une modélisation plane est possible car le système optique présente une symétrie rotationnelle et tout plan contenant O est plan de symétrie pour la Terre



Quantification

Exprimons la surface interceptée



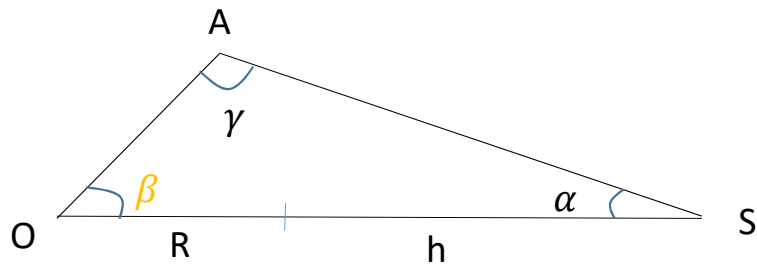
Vue 3D

$$\begin{aligned}dS &= R^2 \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot \sin \theta \\S &= R^2 \cdot \int_{-\beta}^{\beta} d\varphi \cdot \int_{-\beta}^{\beta} \sin \theta \cdot d\theta \\S &= R^2 \cdot 2\beta [-\cos \theta]_{\frac{\pi}{2}-\beta}^{\frac{\pi}{2}+\beta} \\S &= 2\beta R^2 \left(-\cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right) \right) \\S &= 2\beta R^2 (2 \sin \beta) \quad (11)\end{aligned}$$

La projection de cette calotte sur un plan donne:

$$S_{plane} = \pi R^2 (\sin \beta)^2 \quad (12)$$

Déterminons β



On a $\gamma = \pi - \alpha - \beta$

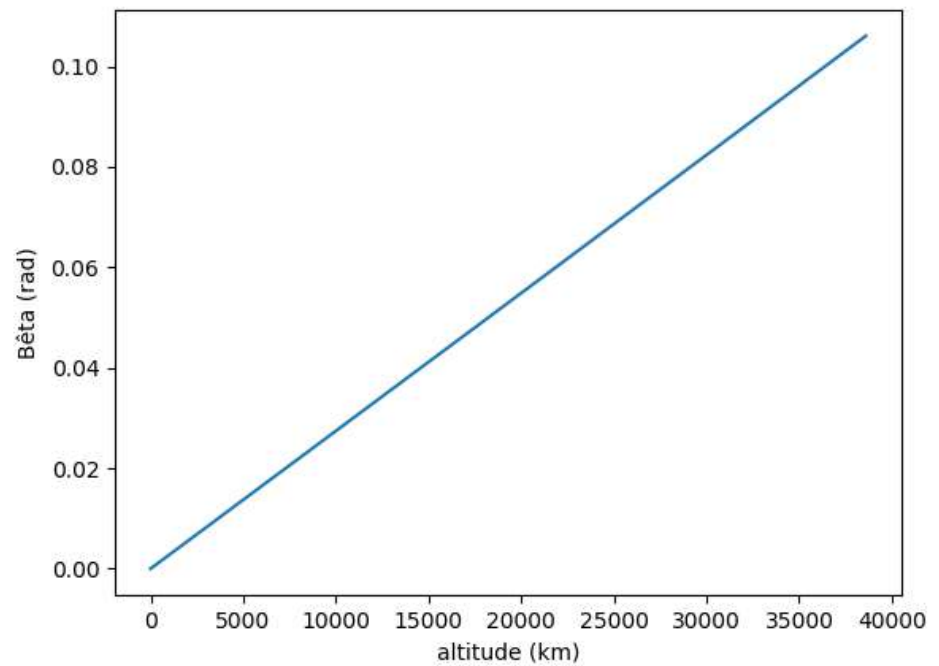
$$\frac{R+h}{\sin \gamma} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{R+h}{R} \sin \alpha = \sin \gamma$$

$$\Rightarrow \sin(\pi - \alpha - \beta) = \sin(\alpha + \beta) = \sin \frac{R+h}{R}$$

Physiquement $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{R+h}{R} \sin \alpha\right) - \alpha \quad (13)$$



Courbe de variation de β en fonction de h

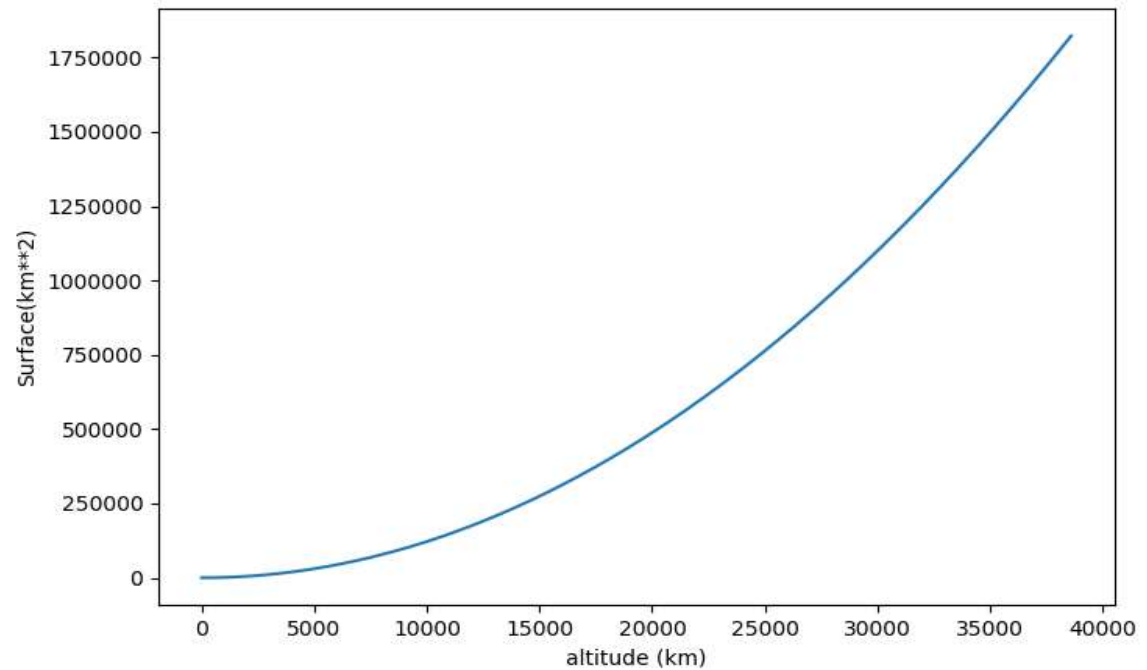
Finalement

$$S = 4(\arcsin\left(\frac{R+h}{R}\sin\alpha\right) - \alpha)R^2 \sin(\arcsin\left(\frac{R+h}{R}\sin\alpha\right) - \alpha) \quad (13)$$

$$S_{plane} = \pi R^2 (\sin(\arcsin\left(\frac{R+h}{R}\sin\alpha\right) - \alpha))^2 \quad (14)$$

Evolution de la surface en fonction
de l'altitude

Le camouflage révèle son intérêt
pour de grandes altitudes



2. Simulation et résultats

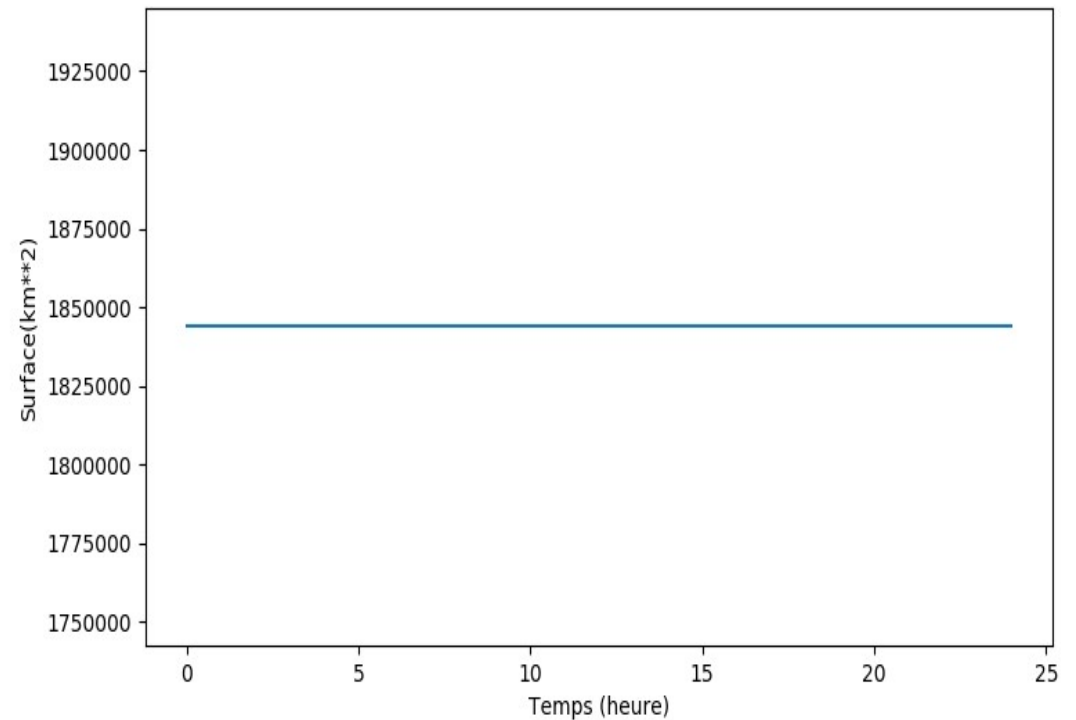
Orbite géostationnaire $h = 35\,784\text{ km}^2$

$S = 1\,843\,816\text{ km}^2$
près de **2,86 fois** la superficie de la France

On définit le *taux de couverture*

$$t = \frac{S}{\text{Sterre}}$$

On a **$t=1,44\%$**



Orbite équatoriale elliptique à grande apogée

apogée = 35 000 km²

périgée = 1 000 km²

Ainsi $8982 \text{ km}^2 < S < 1769700 \text{ km}^2$

$0,07\% < t < 1,387\%$

