

Impact des tsunamis sur les Côtes

Numéro d'inscription:19858

19858

Objectifs

2

Naissance d'un tsunami

Causes
naturels



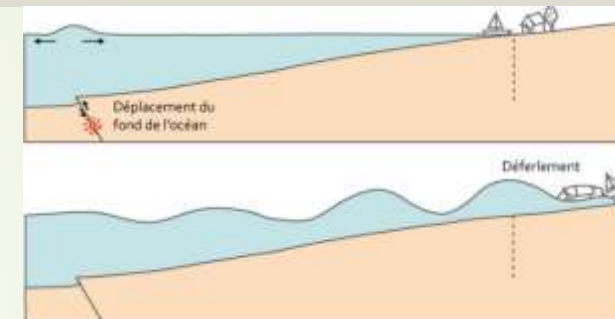
Causes
créées par
l'homme



Résolution numérique
et vérification
expérimentale

Propagation d'un tsunami

Déferlement sur les côtes



Plan

► I PROPAGATION DU TSUNAMIE:

- 1- Origines et formation des tsunamis
- 2- formule régissant la propagation d'un tsunami
- 3- résolution numérique

► II RESOLUTION EXPERIMENTALE:

- 1- Modélisation de la cuve
- 2- 1er expérience: vérification de la formule de la vitesse obtenue
- 3- 2er relation entre l'amplitude et l'angle d'arrivé

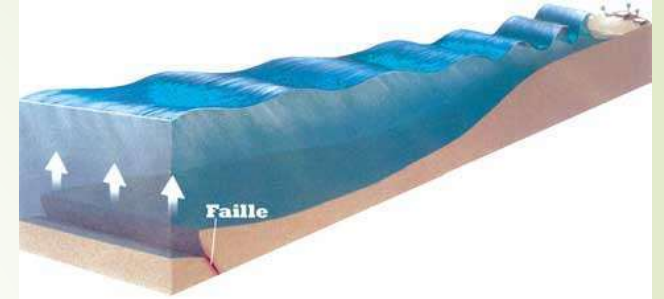
► III DEFERLEMENT:

ORIGINE ET FORMATION

Mouvement brusque de l'eau:

-Déplacement vertical du fond de l'eau:

- séisme sous marins
- glissement de terrain (ne peut pas se produire dans Mer Méditerranée)



-Déplacement de la surface de l'eau:

- impact de météorite
- Explosion volcanique



Caractéristique:

- grande période (entre quelques minutes et quelques heures)
- Grande énergie mécanique(entre quelques centaines et milliers de joules)

Forme d'un tsunami

5

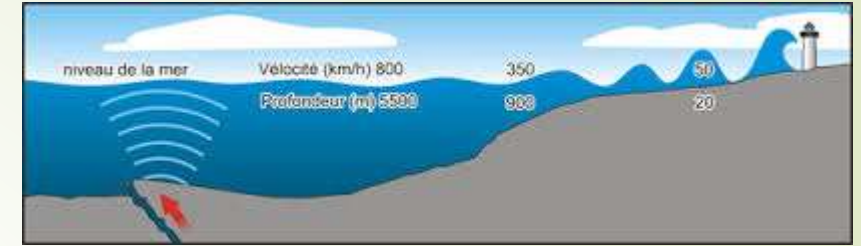
Navier et Stokes

Un tsunami se propage dans un fluide et obéit donc à l'équation de la dynamique régissant le mouvement des fluides, l'équation de Navier et Stokes

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \text{grad})\vec{v} = \frac{-1}{\rho} \text{grad}(P) + \vec{f}$$

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$c = \sqrt{gh}$ cette relation sera vérifier expérimentalement



Avec \vec{v} est la vitesse de propagation
 ρ la masse volumique
 f les forces extérieures exercées

On peut réaliser l'approximation du shallow water (eau peu profonde)

$$P(x, z, t) = P_0 + g\rho * (h(x, t) - z)$$

$$h(x, t) = h_0 + h'(x, t)$$

$$\frac{\partial^2 h'(x, t)}{\partial t^2} - g(h_0 - ax) \frac{\partial^2 h'(x, t)}{\partial x^2} + ag \frac{\partial h'(x, t)}{\partial x} = 0$$

P : Pression ;
P0 : Pression atmosphérique ;
 ρ : masse volumique ;
g : accélération de la gravité ;
h : hauteur d'eau ;
h0 : hauteur d'eau initiale ;
a : pente du fond maritime .

Approximation

6

Nous allons tout d'abord étudié des cas particulier sur la pente α :

1er cas $\alpha=0$:

L'équation devient alors: $\frac{d^2 h(x,t)}{dt^2} - gh_0 \frac{d^2 h(x,t)}{dx^2} = 0 \rightarrow \frac{d^2 h(x,t)}{dt^2} = gh_0 \frac{d^2 h(x,t)}{dx^2} = c^2 \frac{d^2 h(x,t)}{dx^2}$

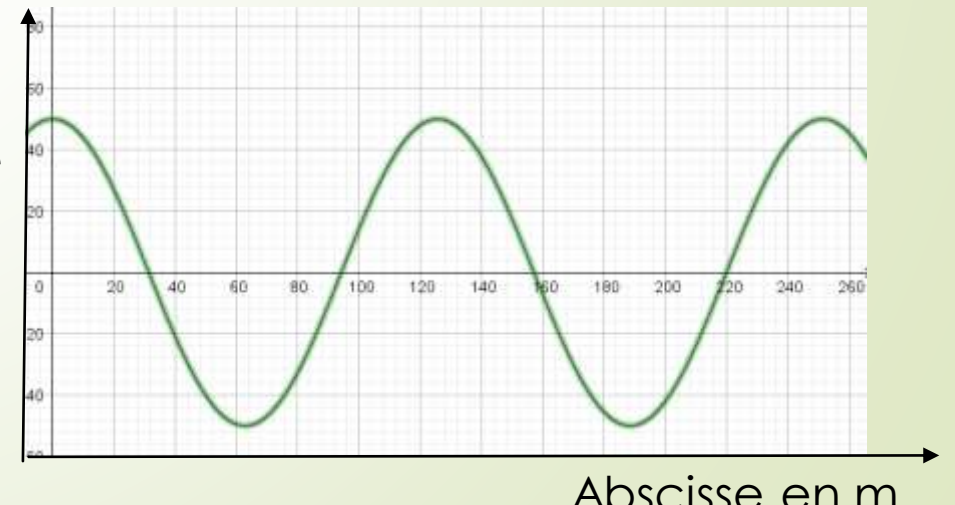
Un tsunami représente la propagation d'une onde on s'intéresse alors aux solutions sous la forme de

$$h(x,t) = A \cos(\omega t - kx) \rightarrow \dot{h}(x,t) = -A\omega \cdot \sin(\omega t - kx)$$

avec $k = \frac{\omega}{c}$

Cela correspond à une propagation d'une onde selon les x croissants avec une pulsation de l'ordre d'une dizaine de minute.

Amplitude
en m



Nous allons tout d'abord étudié des cas particulier sur la pente a:

2er cas $h_0 \gg ax = 90 * 6 * 10^3 = 54 * 10^4$:

L'équation devient alors : $\frac{d^2 \underline{h}(x,t)}{dt^2} - gh_0 \frac{d^2 \underline{h}(x,t)}{dx^2} + ag \frac{d \underline{h}(x,t)}{dx} = 0$

On se propose d'étudier les solutions sous la forme d'une onde atténué :

$$\underline{h} = Ae^{i(\omega t - \underline{k}x)}$$

Alors à partir de l'équation nous trouvons que:

$$-\omega^2 + c^2 \underline{k}^2 - iag \underline{k} = 0$$

soit k_i la partie imaginaire de k et k_r la partie réelle de k

on obtient alors que $\underline{k} = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{\omega^2 - \frac{ga}{4h_0}} - i \frac{a}{2h_0}$

Donc

$$\underline{h} = Ae^{-k_i x} \cos(\omega t - k_r x)$$



Amplitude
en m



Abscisse en m

Résolution numérique

8

vu la complexité de l'équation on se propose d'établir une résolution numérique:

$$\frac{d^2 \dot{h}(x, t)}{dt^2} - (gh_0 - ax) \frac{d^2 \dot{h}(x, t)}{dx^2} + ag \frac{d\dot{h}(x, t)}{dx} = 0$$

Cette équation se traduit par :

$$\frac{\dot{h}[n, i+1] - 2\dot{h}[n, i] + \dot{h}[n, i-1]}{t^2} - (gh_0 - an) \frac{\dot{h}[n+1, i] - 2\dot{h}[n, i] + \dot{h}[n-1, i]}{k^2} + ag \frac{\dot{h}[n+1, i] - \dot{h}[n, i]}{k} = 0$$

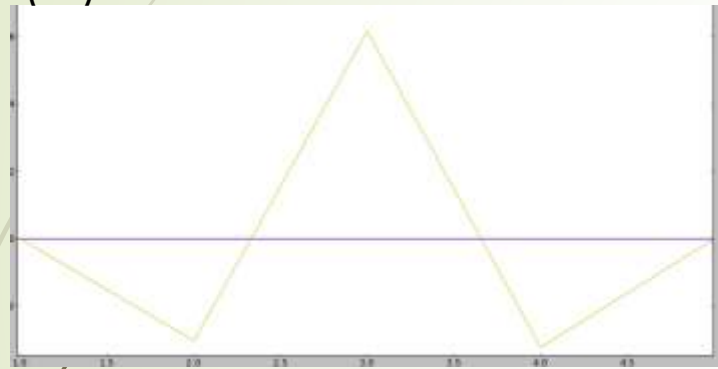


$$\dot{h}[n, i+1] = t^2 \left(\frac{2\dot{h}[n, i] - \dot{h}[n, i-1]}{t^2} + (gh_0 - an) \frac{\dot{h}[n+1, i] - 2\dot{h}[n, i] + \dot{h}[n-1, i]}{k^2} + ag \frac{\dot{h}[n+1, i] - \dot{h}[n, i]}{k} \right)$$

Et pour $\alpha=0,09$

Graphique obtenue

Amplitude
en (m)

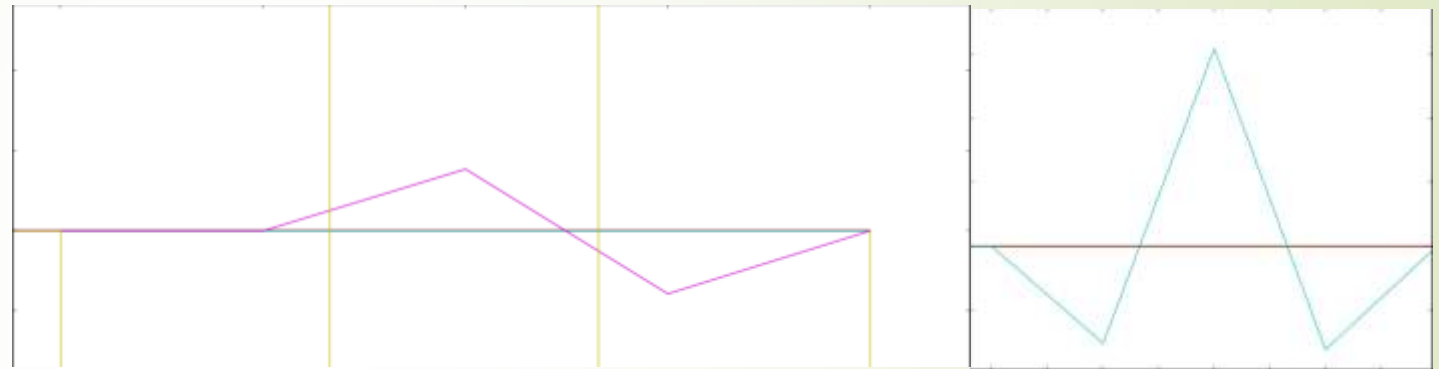


Abscisse
en (m)

La dérivée de la hauteur obtenue est une forme sinusoïdale
qui se déplacement rapidement,

Alors la solution est aussi sinusoïdale et périodique ,

-difficulté d'observer les figures car l'amplitude est différente



T=0 ———
T=1s ———
T=3s ———
T=5s ———

(Voir annexe
)

10

Modélisation de la Cuve

On cherche à modéliser ce problème avec une cuve dont la longueur est supérieur

40 cm



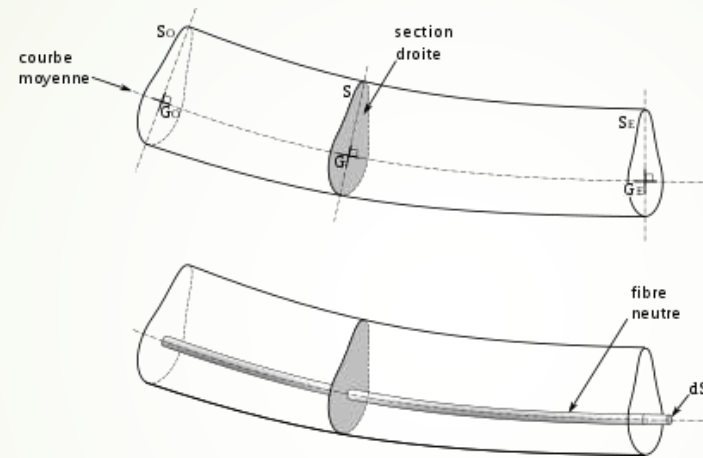
40 cm

120cm

Etude de l'épaisseur

11

Vu le volume de l'eau contenu dans la cuve la pression exercée sur les bords sera importante



Il faut alors trouver l'épaisseur nécessaire pour supporter la contrainte de flexion exercée

Epaisseur nécessaire

L'épaisseur nécessaire est donné par la relation:

$$e = \beta \cdot a \sqrt{\frac{p}{\sigma_{adm}}}$$

p (N/mm²) est la pression uniforme ou maximale exercée sur la paroi, c'est-à-dire le niveau de l'eau (en mm) multiplié par $9,81 \cdot 10^{-6}$

σ_{adm} (N/mm²) est la contrainte admissible du verre; comme précisé ci-avant, on admet une valeur de 6 N/mm²

a = la plus petite dimension du panneau (mm)

β = le coefficient de forme (voir tableau 1).

b/a	β	b/a	β
1	0,536	1,9	0,7686
1,05	0,5571	2	0,781
1,1	0,5769	2,5	0,8231
1,15	0,5956	3	0,8444
1,2	0,6132	3,5	0,8552
1,25	0,6297	4	0,8606
1,3	0,6452	4,5	0,8633
1,35	0,6597	5	0,8647
1,4	0,6732	5,5	0,8653
1,45	0,6859	6	0,8657
1,5	0,6978	6,5	0,8658
1,6	0,7192	7	0,8659
1,7	0,738	7,5	0,8659
1,8	0,7543	≥ 8	0,866

La pression max exercée sur la parois est $p = gh = 3,924 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}^2$

La valeur de β est de 0,8444

Alors

$$e = 7,48$$

1^{er} expérience: vérification de la formule de la vitesse obtenu

13

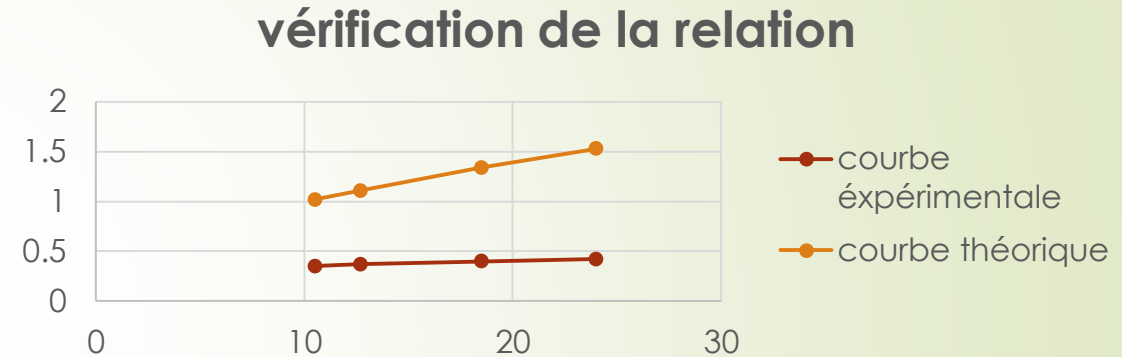
Matériel de mesure: une horloge précise au 10^{-2} de seconde et une règle précise au millimètre et un bout de bois pour apercevoir la variation



La relation voulu est $c = \sqrt{gh}$

vérification de la relation

hauteur	10,5	12,7	18,5	24
Temps (en s)	3,15	3,89	2,95	2,7
	3,7	3,14	3,08	2,9
	3,81	3,3	3,3	2,76
	3,48	2,83	3,41	3,15
	3,15	3,5	2,81	3,08
	3,42	3,3	3,1	2,18
Vitesse	0,35	0,37	0,4	0,42



-Nous remarquons que la vitesse est bien proportionnelle aux temps

-il existe une erreur sur les valeurs qui peut être du :

1-Erreur de lecteur des valeurs ou erreurs expérimentales(amplitude exercée qui n'est pas la même

2-Erreur d'approximation(hauteur qui n'est pas suffisamment grande)

2^{er} relation entre l'amplitude et l'angle d'arrivé



$$\cos\theta = \frac{9,7}{30}$$



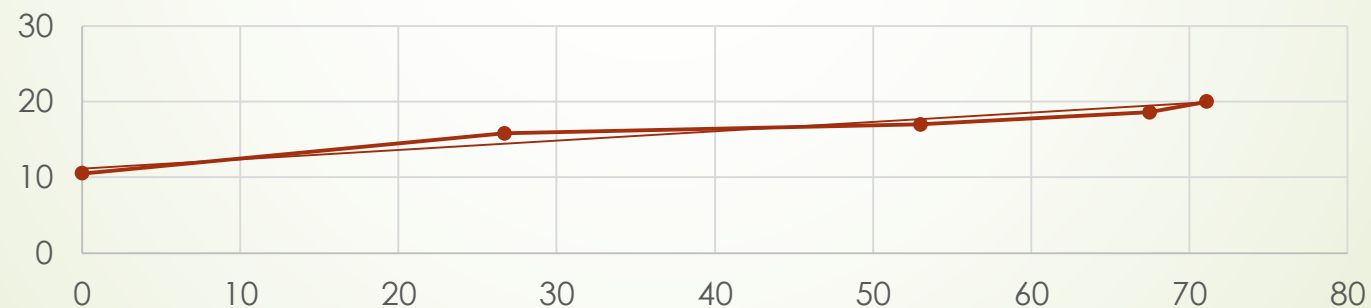
$$\cos\theta = \frac{11,5}{30}$$



$$\cos\theta = \frac{9,7}{30}$$

Angle Valeur	Amplitude d'arrivée
0	10,5
$\cos\theta = \frac{26,8}{30}$	15,8cm
$\cos\theta = \frac{18}{30}$	17cm
$\cos\theta = \frac{11,5}{30}$	18,6cm
$\cos\theta = \frac{9,7}{30}$	20cm

Relation entre l'angle et l'amplitude d'arrivée

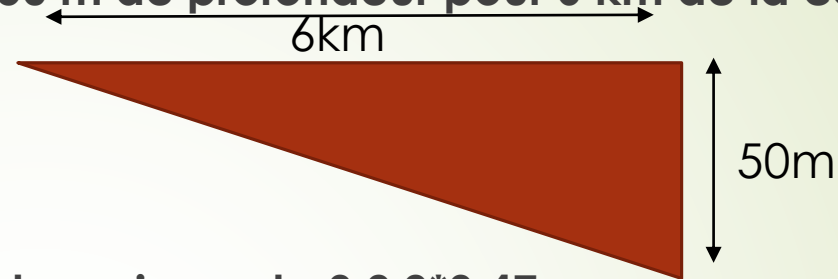


D'après cette étude et une régression linéaire nous pouvons approximer que l'amplitude d'une vague est amplifiée de **0,22*angle d'arrivé**

Déferlement

17

Montpellier à un angle sur les côtes de: (50 m de profondeur pour 6 km de la cote)



$$\alpha = 0,47$$

Cette amplitude va se devenir par: $h + 0,22 \times 0,47$

Relation forme et angle:

Sous la forme de rouleau

Sous la forme d'une droite

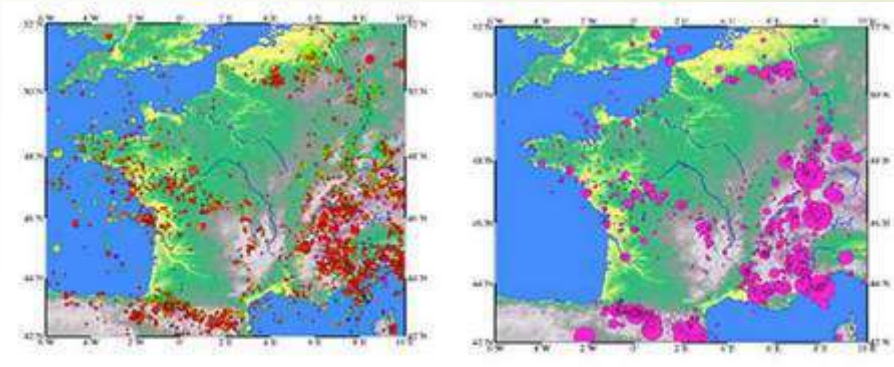
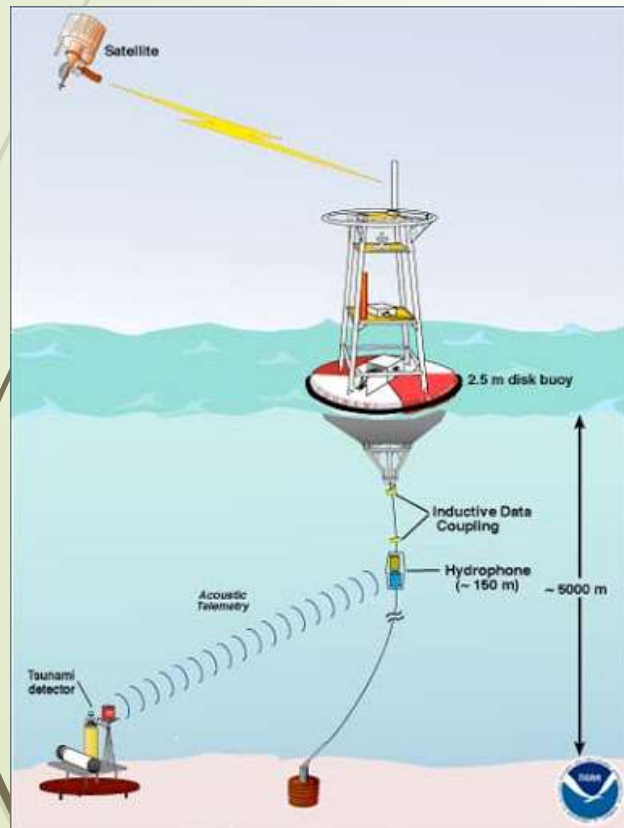
Vu l'angle et l'amplitude et l'angle d'arrivée la forme sera sous la forme d'une droite et donc la moins destructive,



Planete-terre:ens-lyon

Conclusion

- origine:** séisme qui ont des chances de se Produire,
- Historique** des accidents sur Montpellier



- prévention:** système de détection (Buoys, satellite),

ANNEXE



```

import numpy as np
import math as m
import matplotlib.pyplot as plt

# Définition des conditions initiales
L = 1000 , h0=50
duree=L/((9.81*h0)**1/2)
dx = 0.1
dt=0.1
Nx = int(L/dx)
Nt = int(duree/dt)
M = np.zeros((Nx,Nt))
for j in range(Nx):
    M[j,0] = h0
#résolution de l'équation
for i in range(1,Nt-1):
    for j in range(1,Nx-1):
        M[j,i+1] = (dt**2)*((2*M[j,i]-M[j,i-1])/(dt**2)+((9.81*(50-0.09*j))/(dx**2))*(M[j+1,i]-2*M[j,i]+M[j-1,i])+(0.47*9.81)/dx)*(M[j+1,i]-M[j,i]))
plt.plot(M[:,0])
plt.plot(M[:,1])
plt.plot(M[:,2])
plt.plot(M[:,4])
plt.plot(M[:,5])
plt.show()

```