TIPE 2017-2018

Thème : **Milieux : interactions, interfaces, homogénéité, ruptures**

Modélisation de la propagation des ondes acoustiques dans un milieu fermé

Objectif : Tenter de modéliser un champ de pression dans une salle fermée afin de faciliter l'étude des effets du milieu sur celui-ci.

Plan :

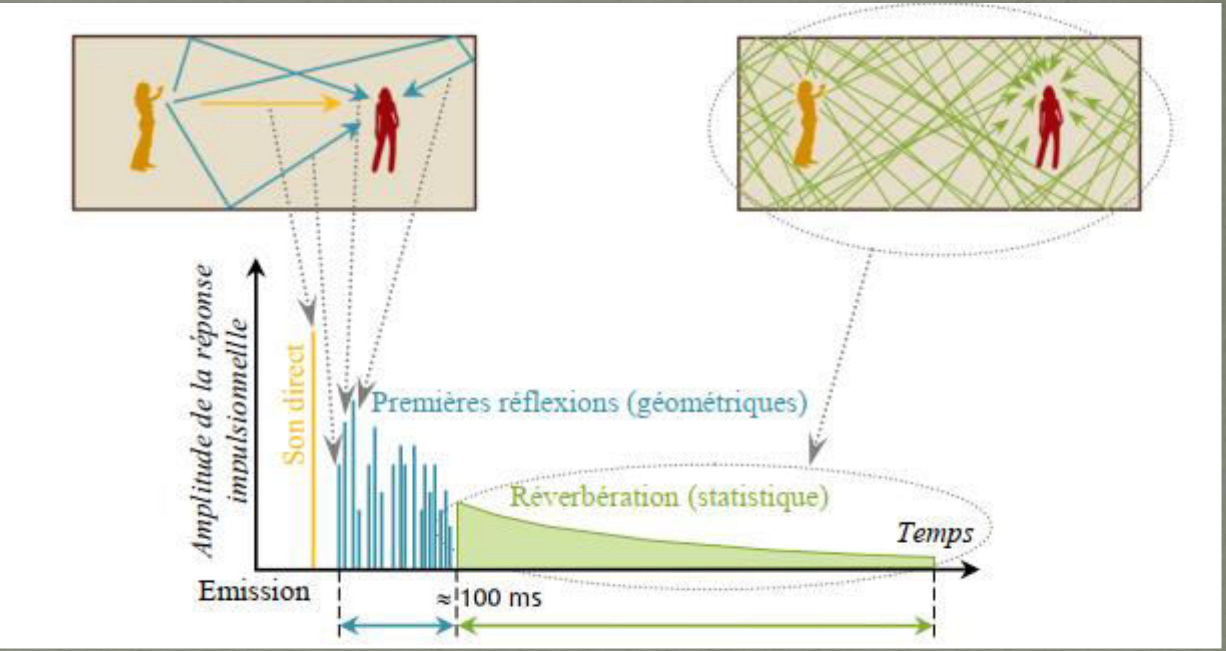
- I - Introduction
- II - Résolution de l'équation de D'Alembert
  1. Implémentation de la méthode de la transformée de Fourier en 1D
  2. Exemple de résolution : signal sous forme d'une gaussienne
- III – Modélisation graphique
  1. Modélisation 2D dans une salle avec réflexion aux interfaces
  2. Modélisation 2D dans une salle sans réflexion aux interfaces
  3. Modélisation en 2D d'une onde stationnaire
- IV - Expérience
  1. Prises de son
- V - Conclusions

Contributions :

- - Utilisation de la méthode de transformée de Fourier pour résoudre l'équation de D'Alembert.
- - Modélisation 2D de l'effet des interfaces d'une salle sur la propagation des ondes acoustiques avec python.
- - Modélisation 2D d'une forme d'ondes acoustiques stationnaires à 2x2 nœuds avec python.
- - Prise de mesures de son dans un studio d'enregistrement professionnel.

I - Introduction

- Les méthodes de modélisation de la propagation des ondes de manière générale sont diverses et peuvent basculer du simple verse le très complexe selon les hypothèses sur le milieu et caractéristiques de celui-ci et de ses interfaces avec le milieu extérieur.



- Je vais, dans ce TIPE, simplifier au mieux les hypothèses et approximations sur le milieu pour que l'exercice de modélisation soit dans mes capacités.

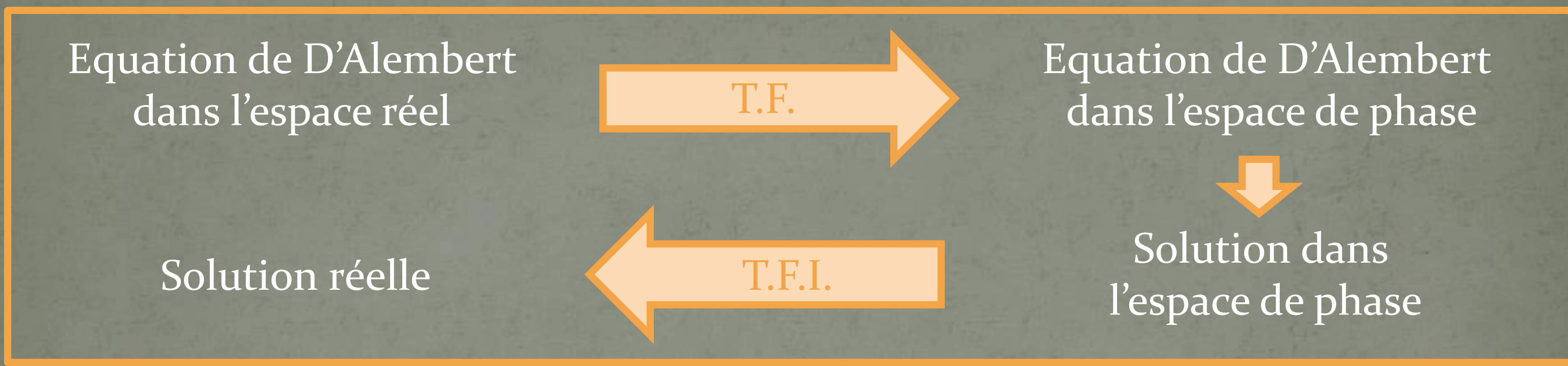
Etablissement de l'équation de D'Alembert

- Approximations :
  - Milieu : l'air considéré comme fluide en équilibre thermodynamique local
  - Propagation faiblement amortie
  - Ecoulement isotrope
- Variables : $p = P - P_0$ $\partial\rho = \rho - \rho_0 = \rho_0 \chi_s p$
- Equations données :
  - Conservation de masse : $\dfrac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \rho_0 \, div \vec{V} = 0$
  - Equation du mouvement : $\rho_0 \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad} P$

Le couplage donne : $\dfrac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \dfrac{1}{\rho_0 \chi_s} \Delta p = 0$ $\dfrac{1}{c^2} \dfrac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = 0$

II - Résolution de l'équation de D'Alembert

1 – Implémentation de la méthode de la transformée de Fourier en 1D



- Il suffit de fixer des conditions initiales sur le signal et sa dérivée première pour atteindre des solutions dans l'espace de phase.
- Pour des conditions initiales quelconques de la forme :

$$\begin{cases} p(x,0) = \phi(x) \\ \partial_t p(x,0) = \psi(x) \end{cases}$$

- On trouve théoriquement, (les signaux physiques réels vérifient généralement les conditions d'existence) une solution générale de la forme suivante :

$$p(x,t) = \frac{1}{2}\left(\phi(x + c\,t) + \phi(x - c\,t)\right) + \frac{1}{2c}\int_{x-ct}^{x+ct} \psi(y)\,dy$$

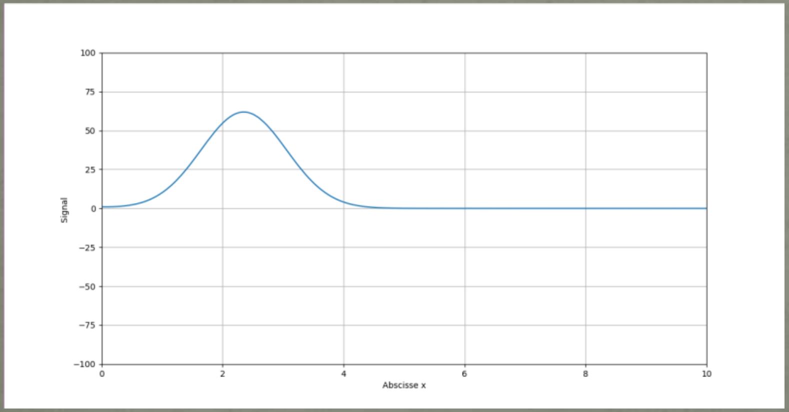
2 – Exemple de résolution : signal sous forme d'une gaussienne :

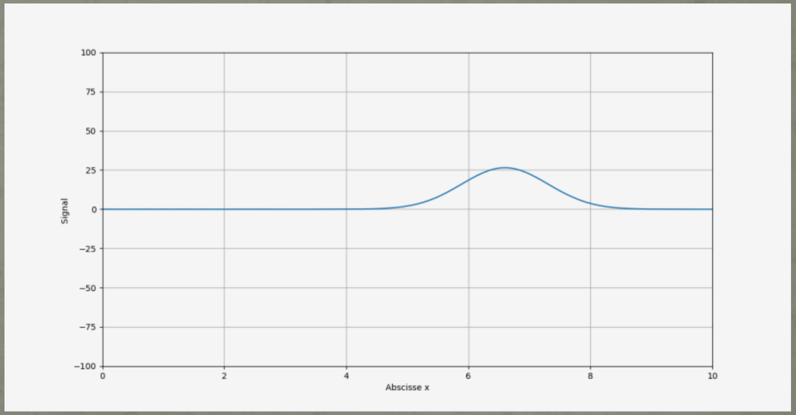
- On prendra les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} p(x,0) = \phi(x) = A\, e^{\frac{-x^2}{c^2}} \\ \partial_t p(x,0) = \psi(x) = 2A\dfrac{x}{c}\, e^{\frac{-x^2}{c^2}} \end{cases}$$

- Il suffit donc d'appliquer le résultat général et on obtient une solution de la forme :

$$A\left(e^{-\left(\frac{x-ct}{c}\right)^2} + e^{-\left(\frac{x+ct}{c}\right)^2}\right)$$

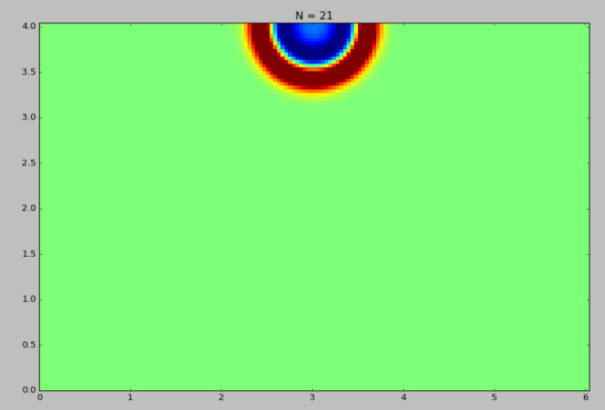




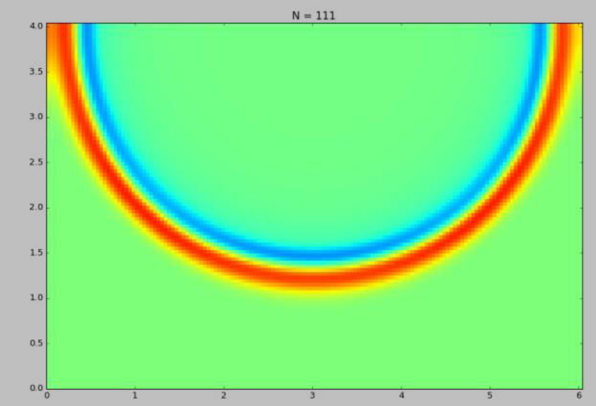
III - Modélisation graphique

1 - Modélisation 2D dans une salle avec réflexion aux interfaces

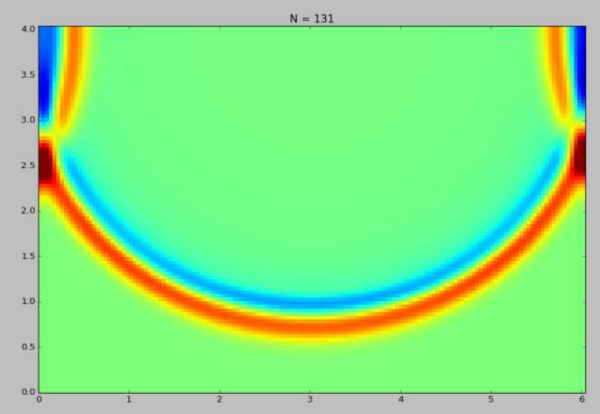
1



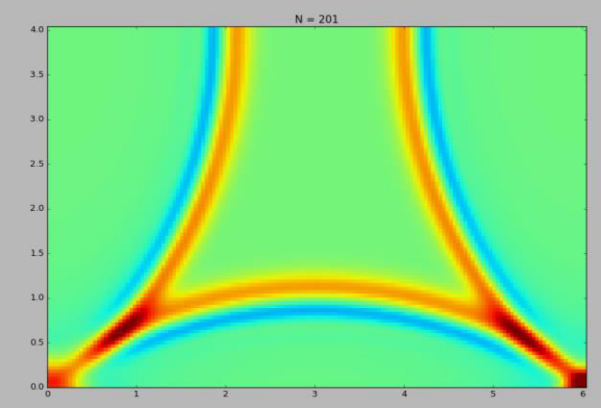
2



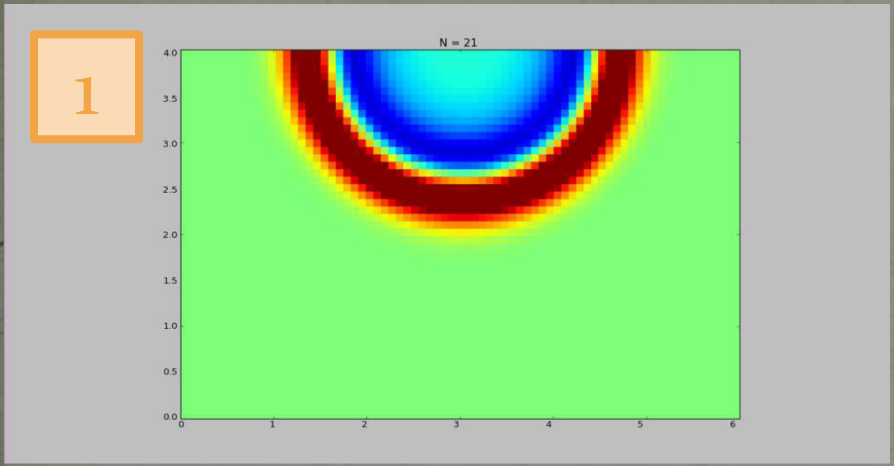
3

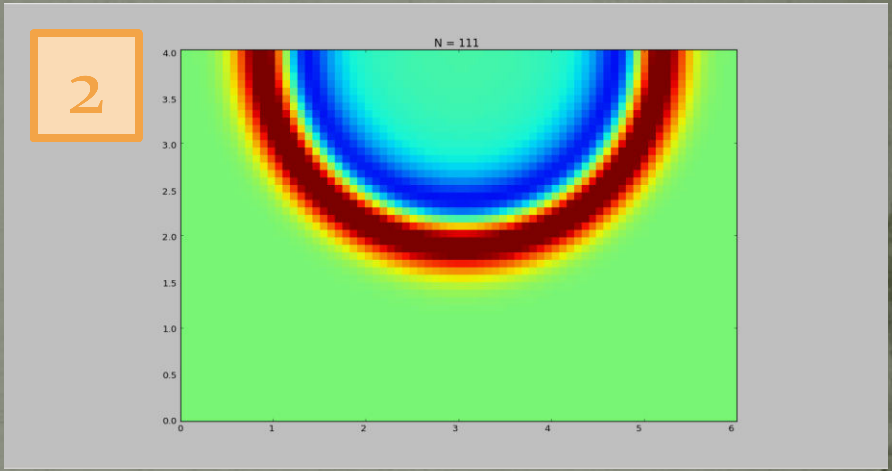


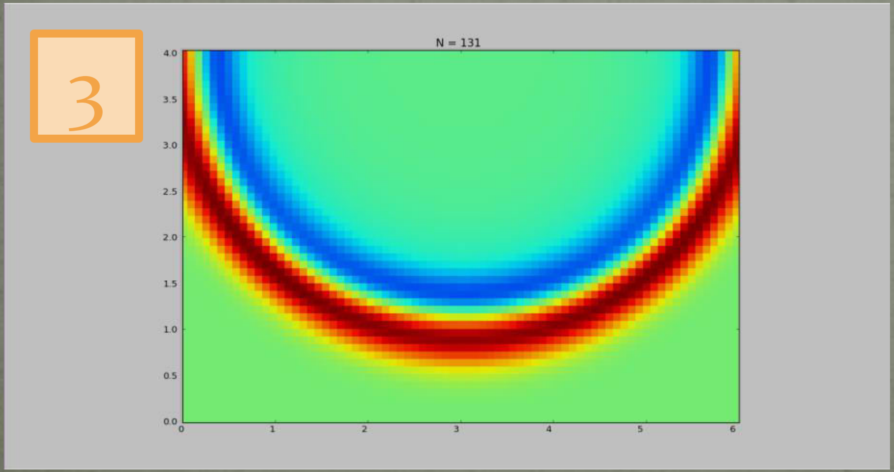
4

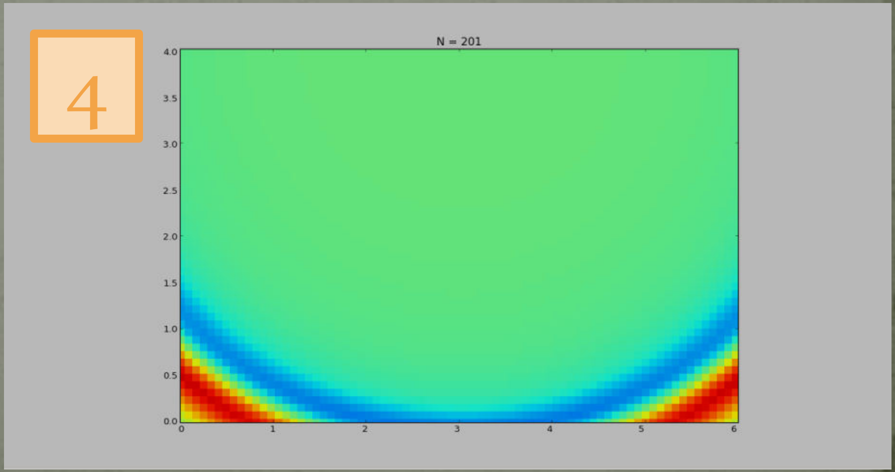


2 - Modélisation 2D dans une salle sans réflexion aux interfaces



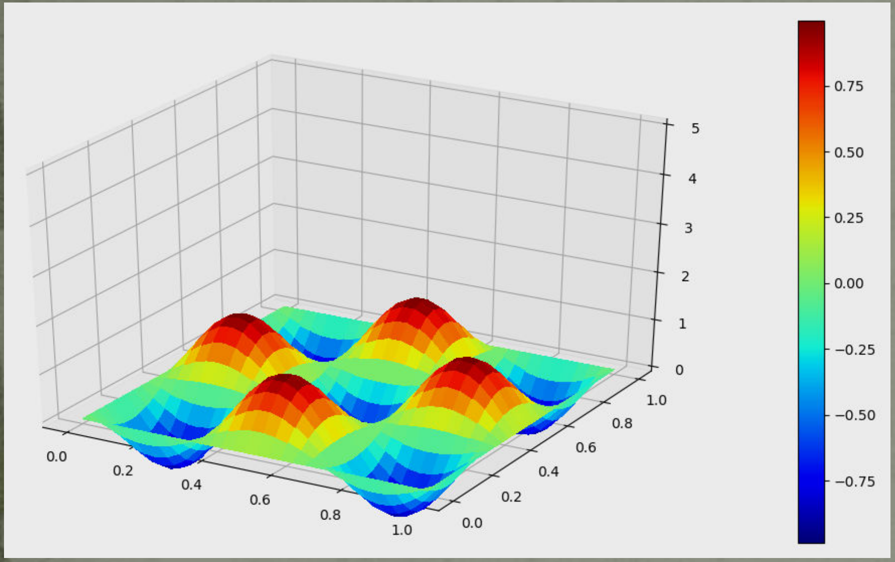


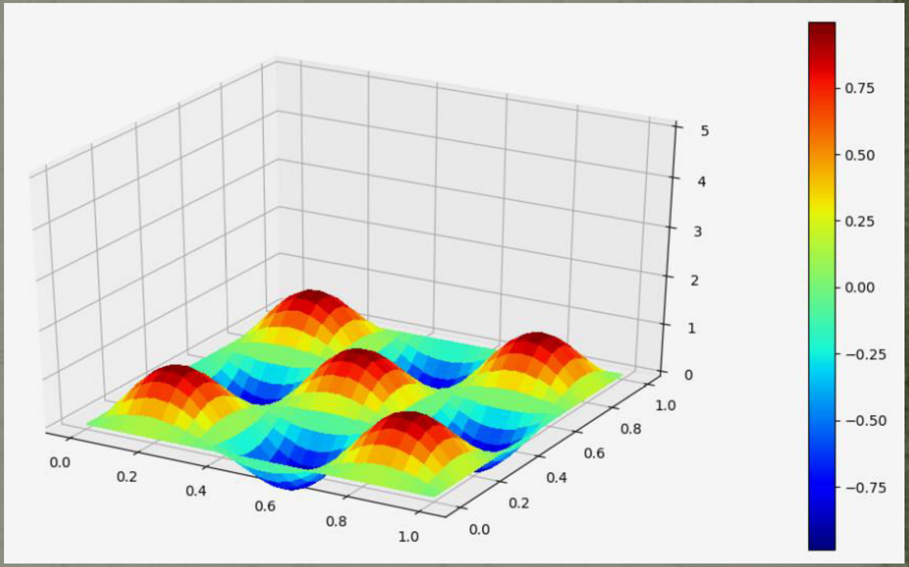




3 - Modélisation en 2D d'une onde stationnaire

- J'ai imposé ici des conditions nulles aux limites pour atteindre une forme d'onde stationnaire.





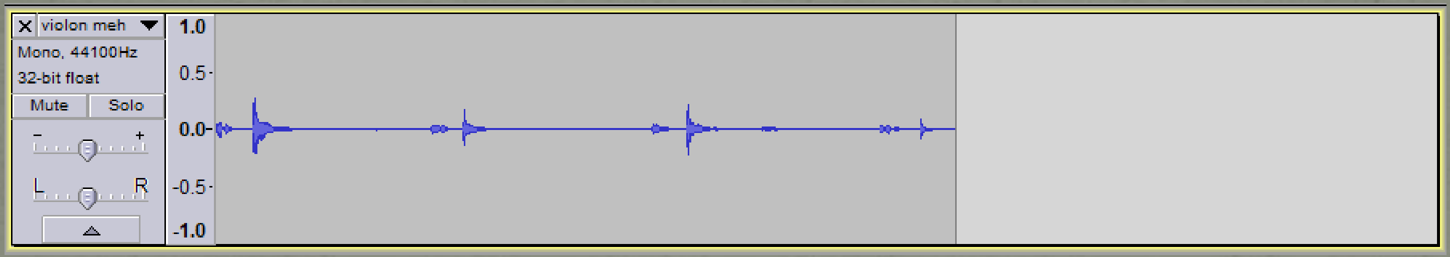
Remarque : Les modélisations graphiques présentées sont sur deux dimensions spatiales car les essais de modélisation sur trois dimensions ont échoué car beaucoup plus compliqués que prévus.

IV - Expérience

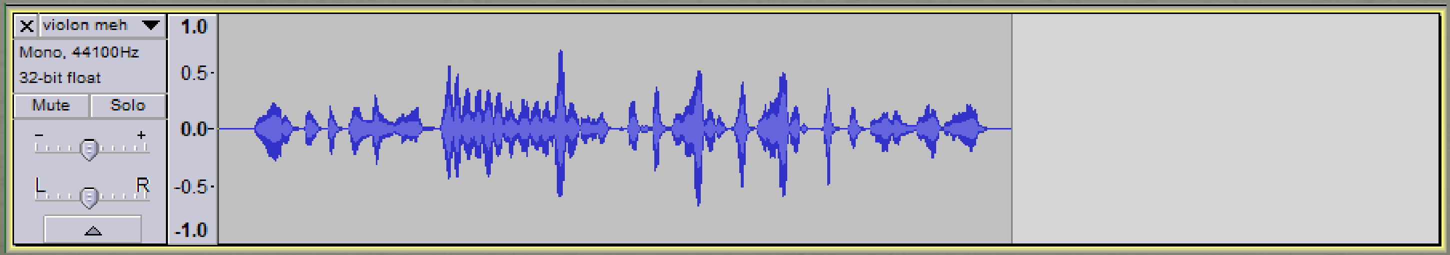
1 – Prises de son

- Au studio, il m'a été permis de faire les prises de son suivantes avec mon propre violon :

  - 4 prises de la note La 440 Hz en Pizzicato à des distances différentes du micro :



  - Une prise à l'archer d'une partie de la partition "Gavotte from Mignon. A. Thomas" :



V - Conclusion

- La modélisation de la propagation des ondes stationnaires dans l'espace réel reste assez difficile si l'on doit prendre en compte toutes les hypothèses qui peuvent se présenter durant une étude expérimentale.

Les conditions de prise de son ont ici été optimales car prises dans un studio d'enregistrement professionnel.

- Il est donc difficile de faire ressembler un modèle informatique simple au cas réel car les effets du milieu sont bien plus diversifiés que de simples absorbations et réflexions.
- Si l'on veut atteindre une meilleure simulation, il faudrait du matériel plus puissant et une étude mathématique bien plus poussée.