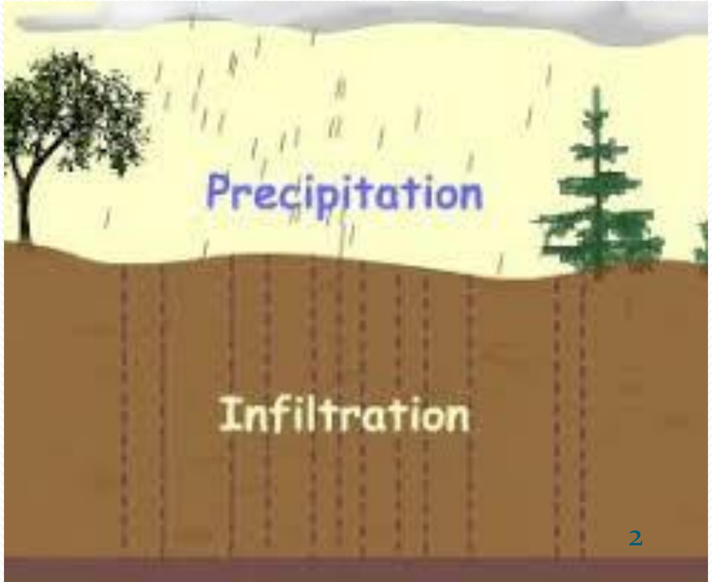
Thème : Milieux : interactions, interfaces, homogénéité, ruptures

Étude de l’infiltration de l’eau dans le sol

Travail élaboré par : ABID Slim

Plan du travail

1. Contributions
2. Objectifs
3. Mise en évidence et explication du phénomène
4. Modélisation
5. Résolution de l’équation établie
6. Enjeux et applications



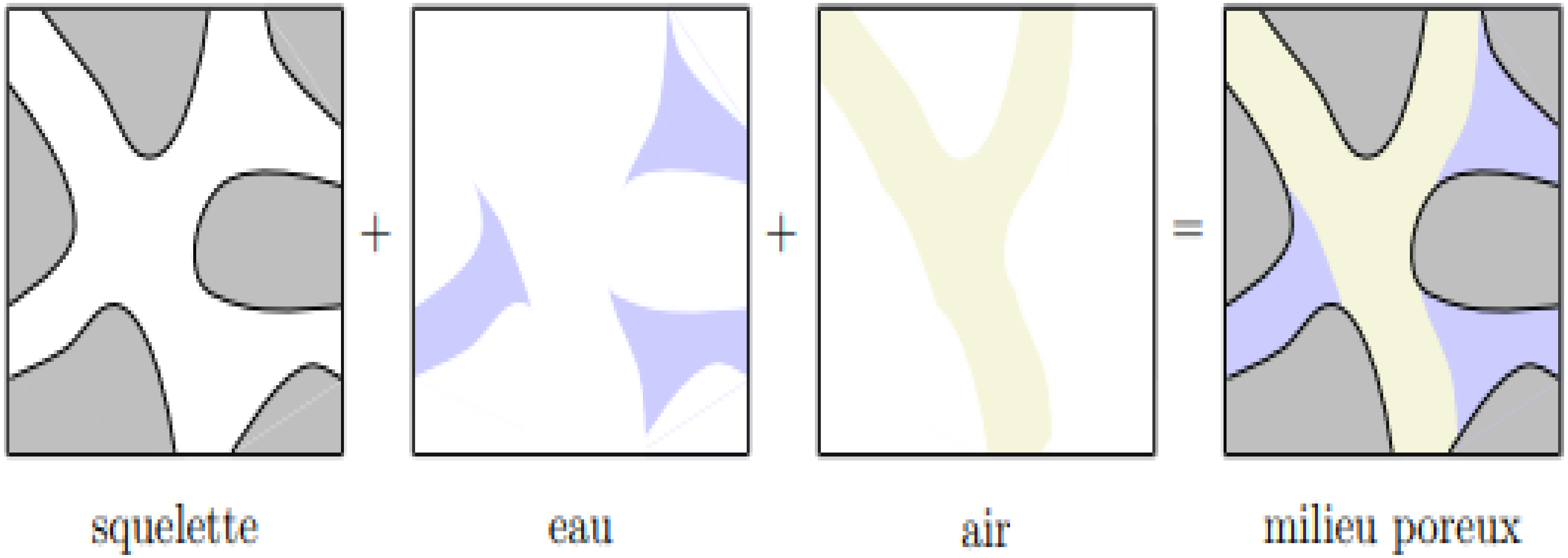
1. Contributions

- Demande de prise de contacts avec des laboratoires de recherches en agronomie à Tunis.
- Proposition d'un programme informatique en langage « python » en vue de résoudre l'équation aux dérivées partielles établie.

2. Objectifs

- Expliquer le phénomène de l’infiltration de l’eau dans le sol.
- Établir l’équation aux dérivées partielles régissant le phénomène.
- Essayer de résoudre cette équation analytiquement et numériquement, en se basant sur des approximations.

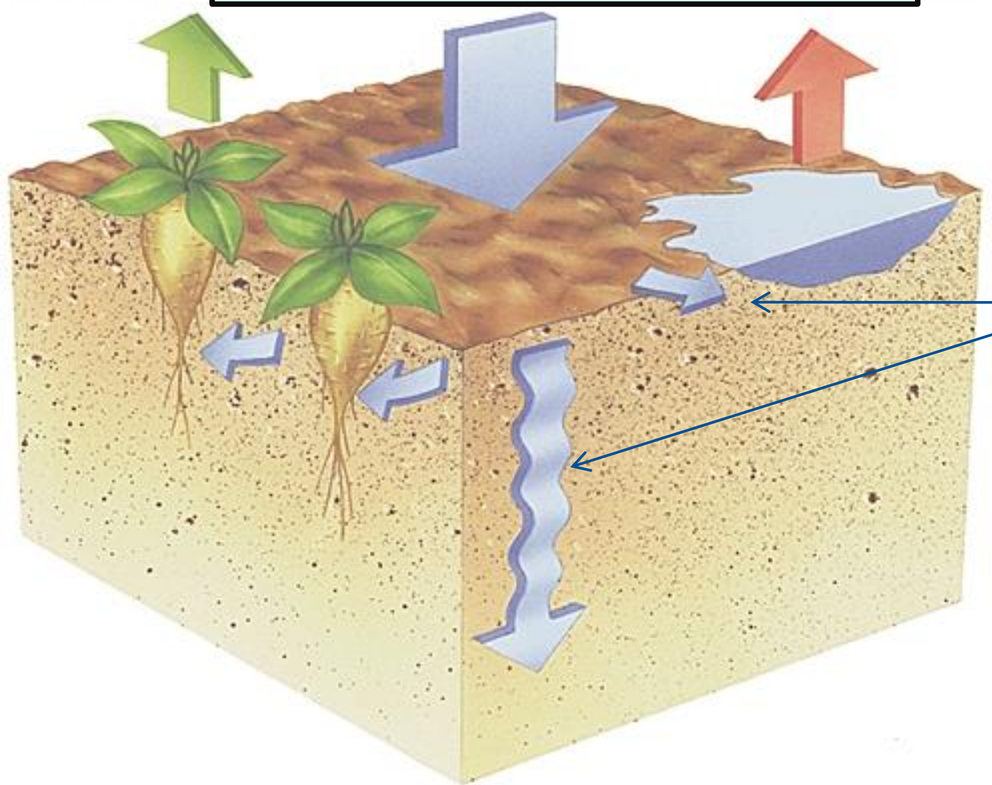
3. Mise en évidence et explication du phénomène



Structure du sol : un milieu poreux

3. Mise en évidence et explication du phénomène

Forces de pression de l'eau sur le sol → Différence de pression au niveau du sol → Mouvement de l'eau selon le potentiel de pression décroissant



4. Modélisation du phénomène

4.1 Équation de conservation de masse

Le bilan de masse pour le volume V s'écrit par unité de temps :

Variation de la masse dans le volume V

=

Flux de masse reçu par la surface S

4. Modélisation du phénomène

4.1 Équation de conservation de masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \mathrm{Div}(\rho \vec{V})$$

4. Modélisation du phénomène

4.2 Équation de continuité

L'équation de continuité s'écrit pour un milieu poreux comme suit :

$$\mathrm{Div}\,\vec{q} = -\frac{\partial \theta}{\partial t}$$

Avec :

θ: la teneur en eau

$$\theta = \frac{\text{Volume d'eau présent dans l'échantillon}}{\text{Volume total de l'échantillon}}$$

4. Modélisation du phénomène

4.3 Loi phénoménologique de Darcy

Cette Loi s'écrit :

$$\vec{q} = -K.\overrightarrow{grad}(H)$$

avec :

$\vec{q}$: flux d'eau $[LT^{-1}]$

K : Conductivité hydraulique $[LT^{-1}]$

H=h+z : charge hydraulique [L]

$h = \dfrac{P_{eau}}{\rho g}$ [L] : potentiel de pression

Remarque : Cette grandeur peut être négative

4. Modélisation du phénomène

4.4 Conductivité hydraulique :

La conductivité hydraulique s'écrit :

$$K = \frac{k\rho g}{\mu}$$

Avec :

k: Perméabilité intrinsèque du milieu $[L^2]$

g: Accélération du pesanteur $[LT^{-2}]$

ρ: Masse volumique du fluide $[ML^{-3}]$

μ: Viscosité dynamique du fluide $[ML^{-1}T^{-1}]$

4. Modélisation du phénomène

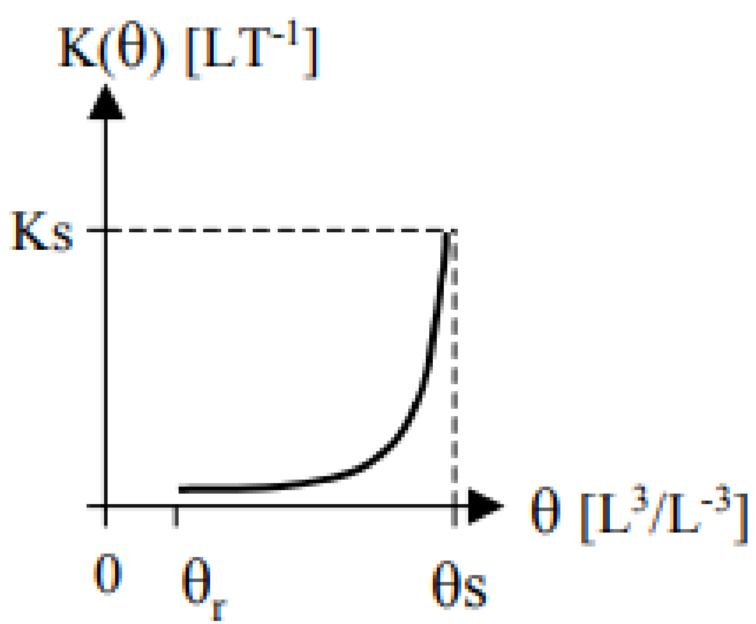
4.4 Conductivité hydraulique :

Exemples de conductivité hydraulique dans des milieux différents :

Nature du sol	K en $m.s^{-1}$	K en $m.J^{-1}$
Sol argileux de surface	10^{-7} à 10^{-6}	0.01 à 0.1
Sable grossier	$2.5.10^{-4}$ à 10^{-3}	20 à 100
Sable fin	10^{-5} à 5.10^{-5}	1 à 5
Gravier	$>10^{-3}$	>100

4. Modélisation du phénomène

4.4 Conductivité hydraulique :



Allure générale de la fonction K(θ)

4. Modélisation du phénomène

4.5 Équation de diffusion

En remplaçant $\vec{q}$ par son expression d'après la loi de Darcy, on aboutit à l'équation de diffusion hydraulique, dite aussi équation de Richards :

$$C(h)\frac{\partial h}{\partial t} = \mathrm{Div}\left(K.\overrightarrow{\mathrm{grad}}(H)\right)$$

Avec:

- $C(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h}$ la capacité capillaire du sol $[L^{-1}]$

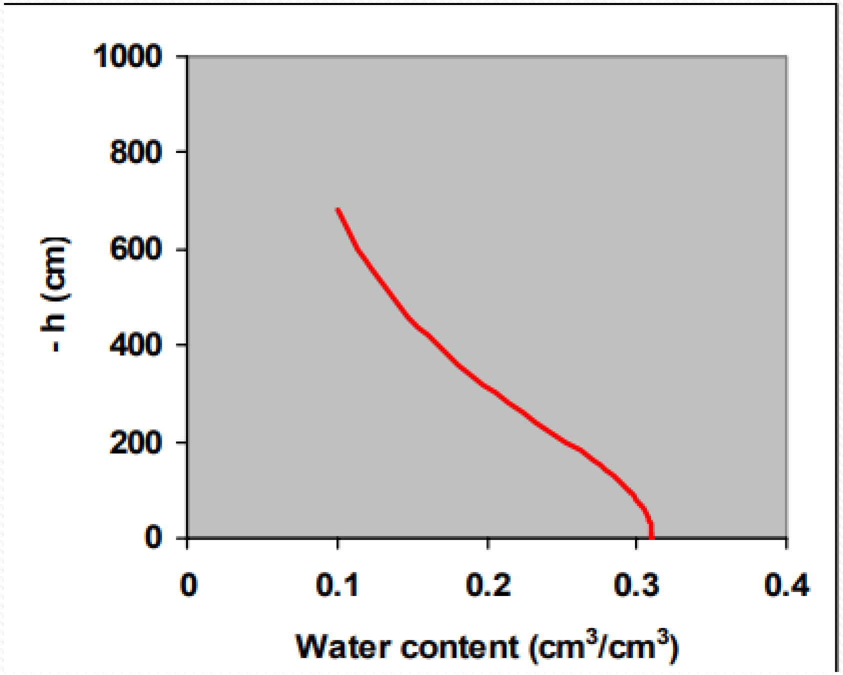
4. Modélisation du phénomène

4.5 Expression de la fonction c(h)

Modèle de Gardner :
$h(\theta)=a\theta^{-b}$

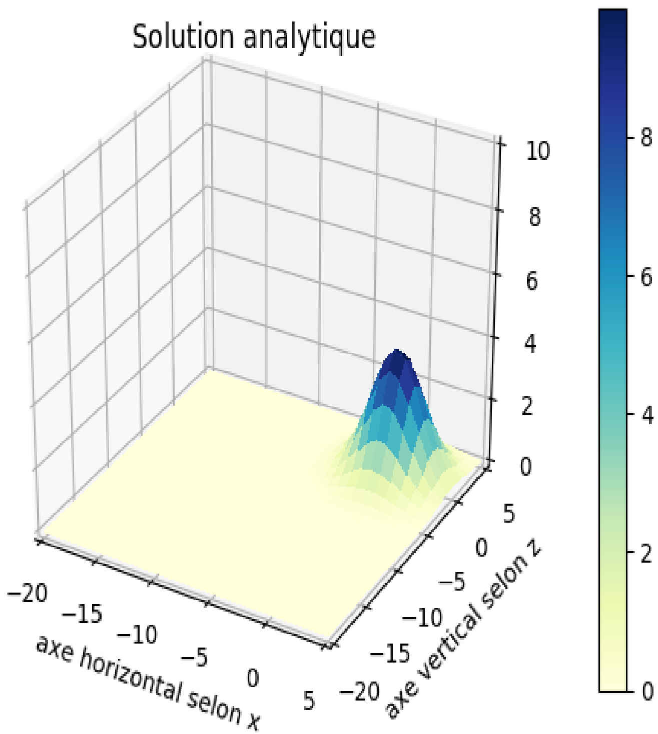
$\theta(h)=(h/a)^{-1/b}$

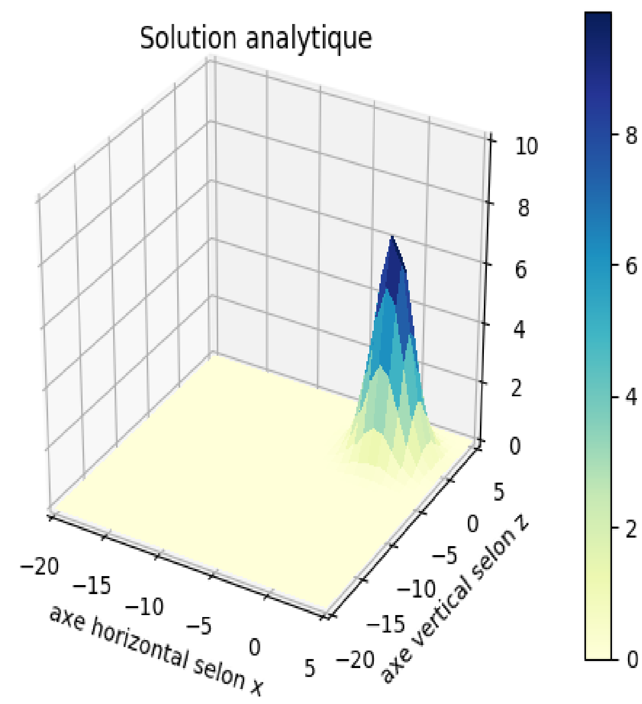
$C(h)=(-1/b)*(1/a)*(h/a)^{-(1/b+1)}$



5. Résolution de l'équation établie

- 5.1 Solution analytique : Transformée de Fourrier

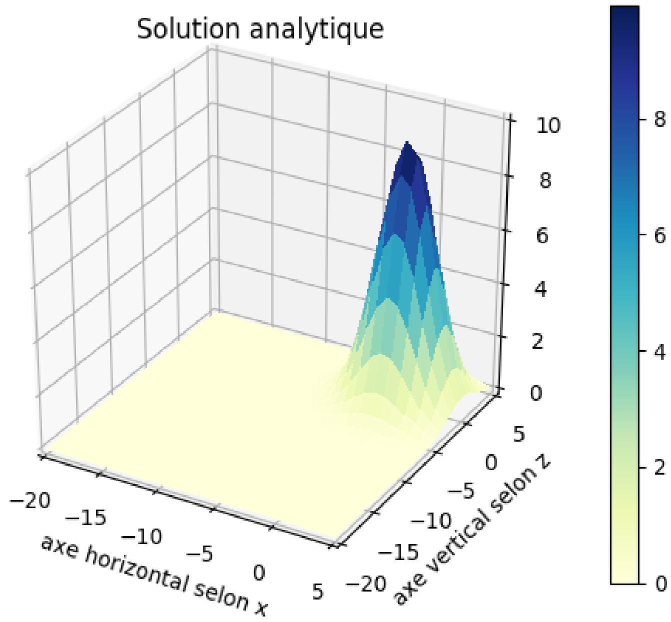


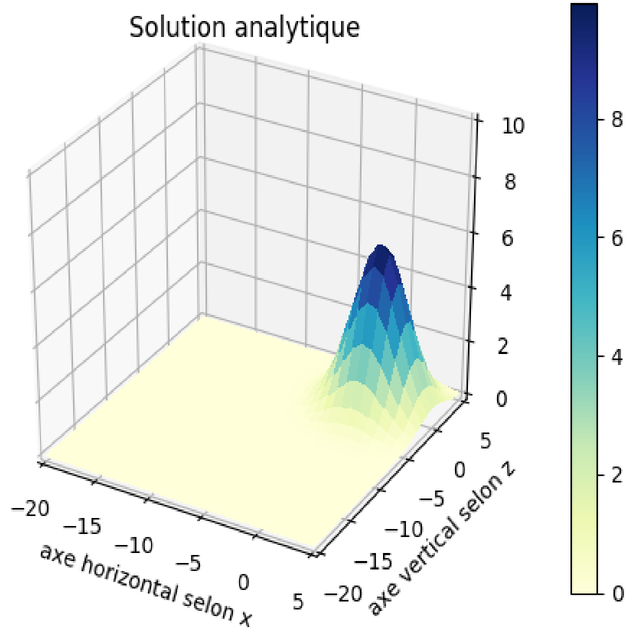


Solution analytique : D=0.1 et σ=2

5. Résolution de l'équation établie

5.2- Solution analytique : Transformée de Fourrier

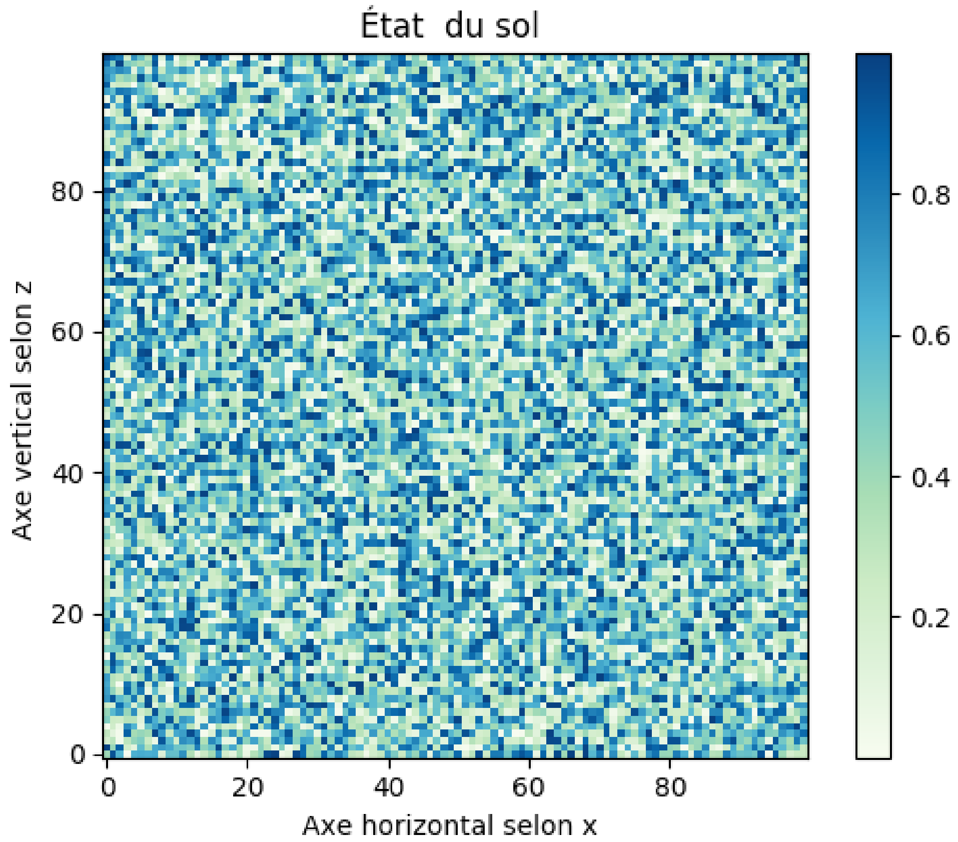




Solution analytique : D=0.01, σ=5

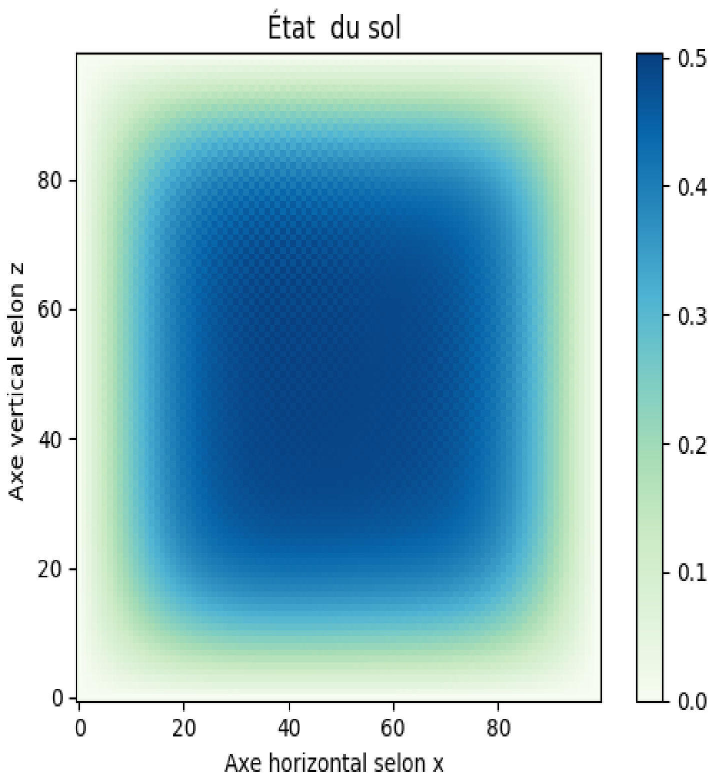
5. Résolution de l’équation établie

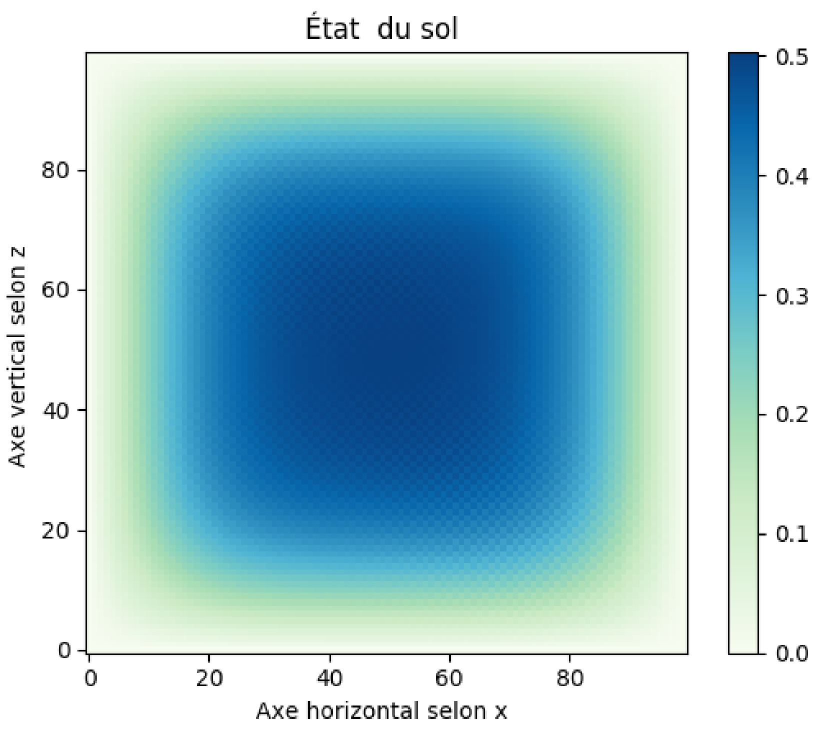
5.2 Solution numérique : c(h)=constante



5. Résolution de l'équation établie

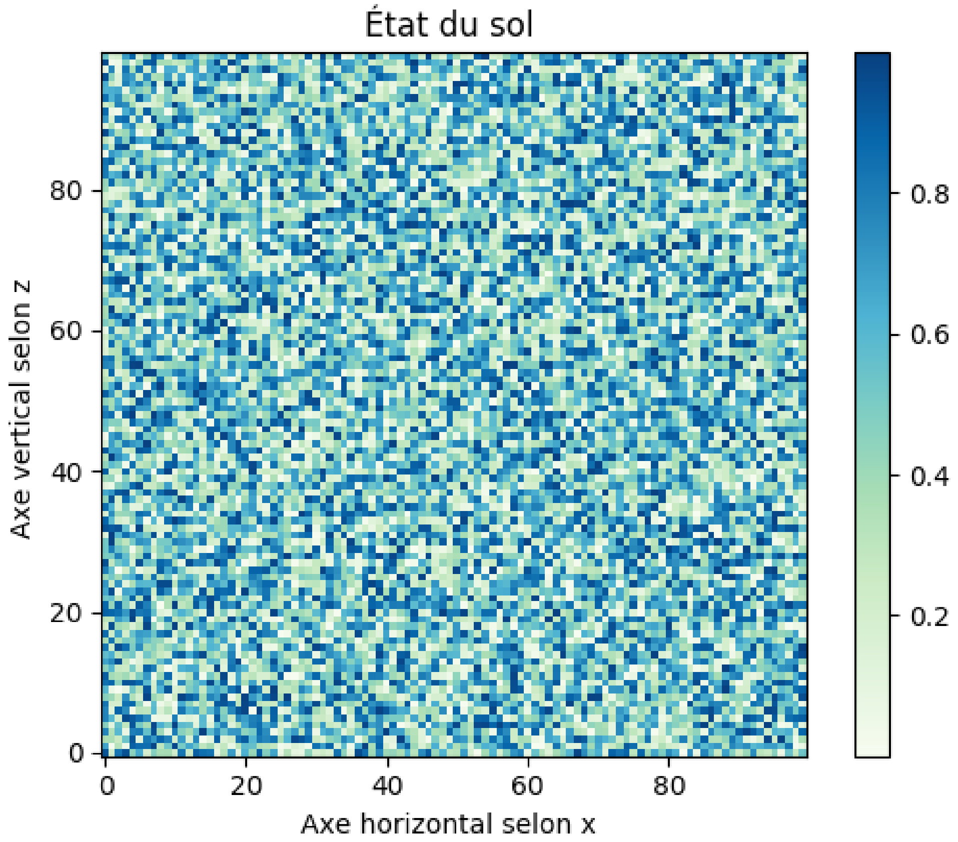
5.2 Solution numérique : c(h)=constante





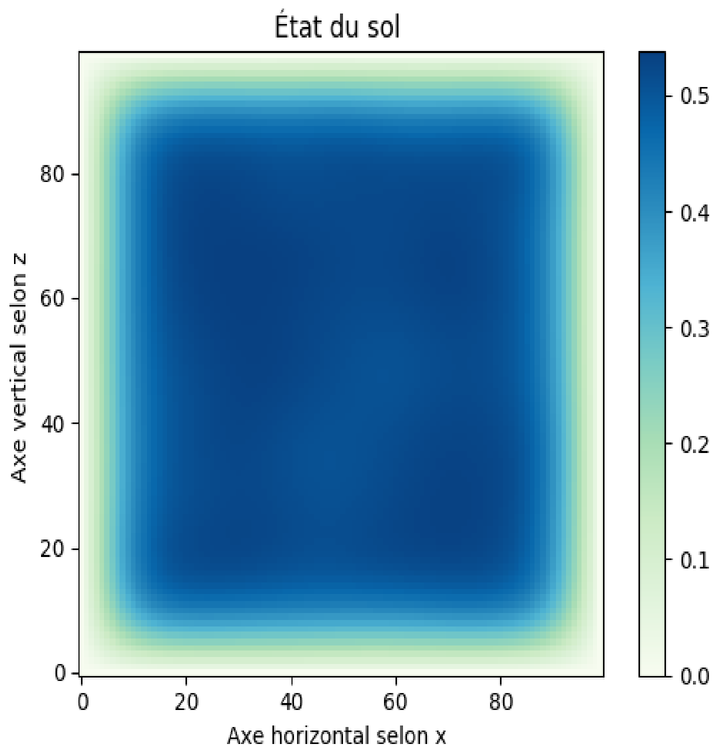
5. Résolution de l'équation établie

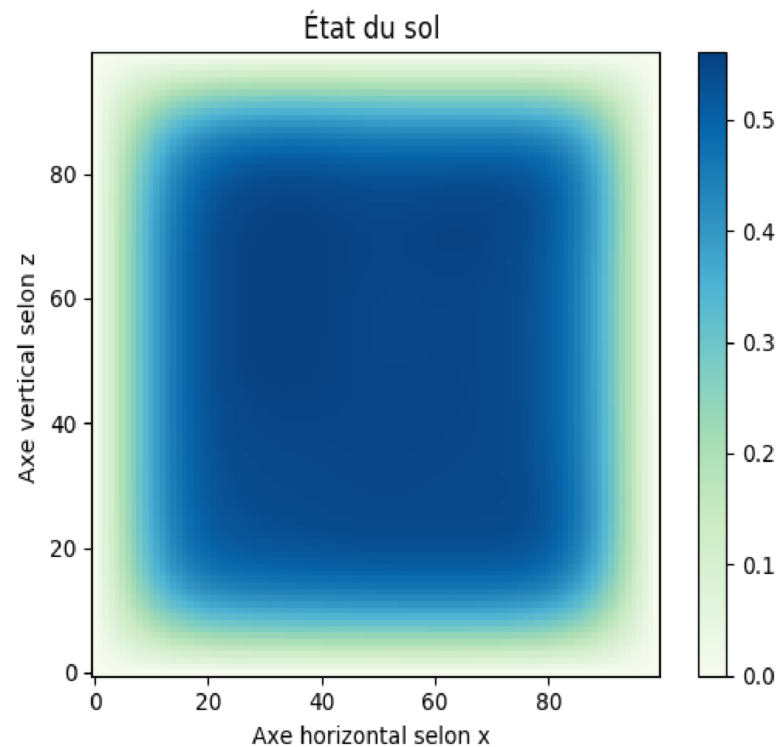
5.2 Solution numérique : c(h) fonction linéaire



5. Résolution de l'équation établie

5.2 Solution numérique : c(h) fonction linéaire





6. Enjeux et applications

Cette modélisation permet :

- de prévoir la circulation de l'eau à travers les couches du sol.
- d'étudier la propagation des polluants provenant des industries.

Mais il faut expliciter les relations K(h) et C(h) propres au sol et au fluide étudiés (eau ou autre).

Merci pour votre attention

Vos questions sont les bienvenues ...