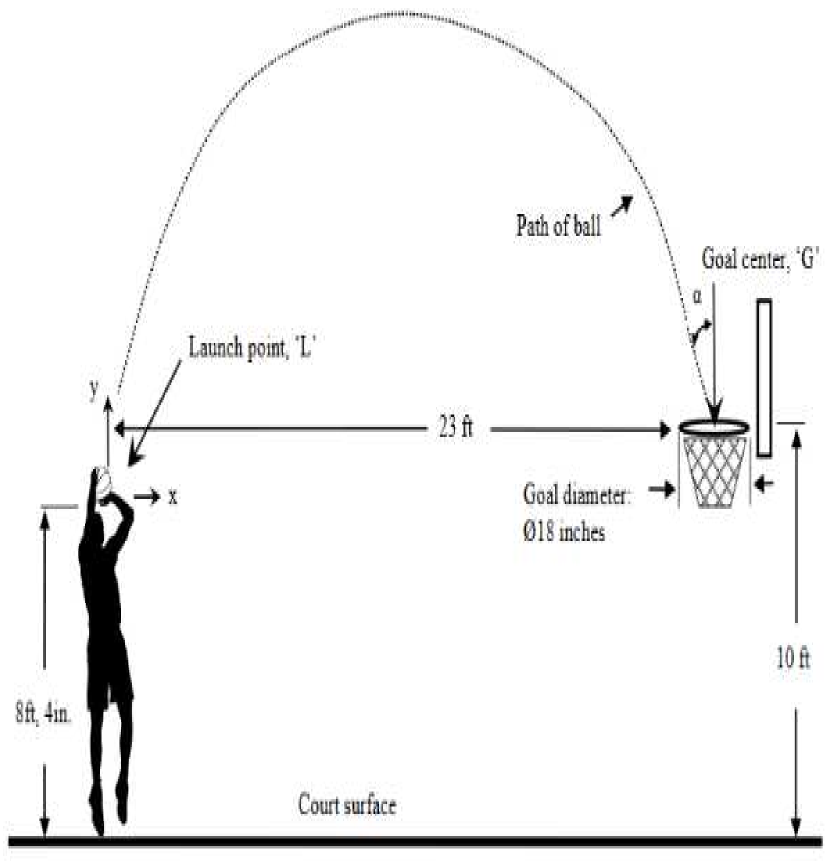
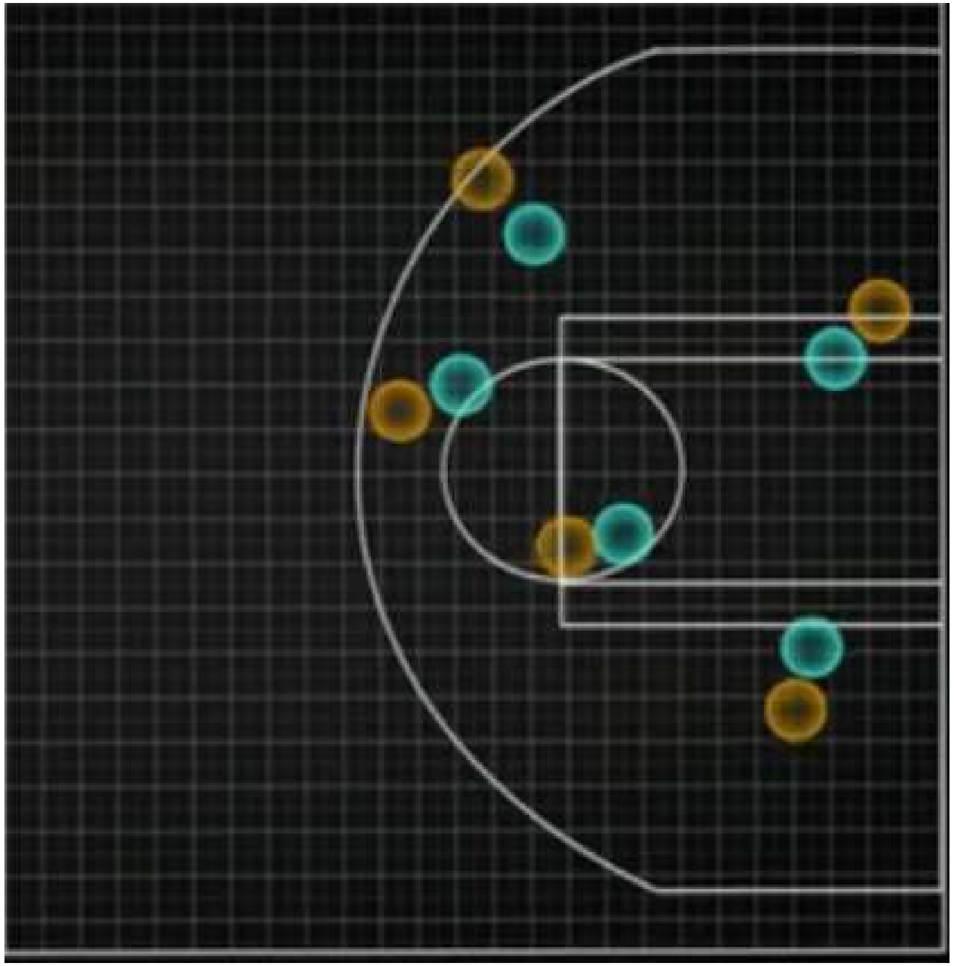
Thème: Milieux : interactions, interfaces, homogénéité, ruptures.

Modélisation des interactions lors d'un match de basket-ball





Thème/Objectif/Contributions

Thème:

Modélisation et étude des différents types d'interactions lors d'un match de basket-ball et de leurs effets sur la performance individuelle et collective.

Objectif:

Comment optimiser la performance en contrôlant les effets des interactions ?

Contributions:

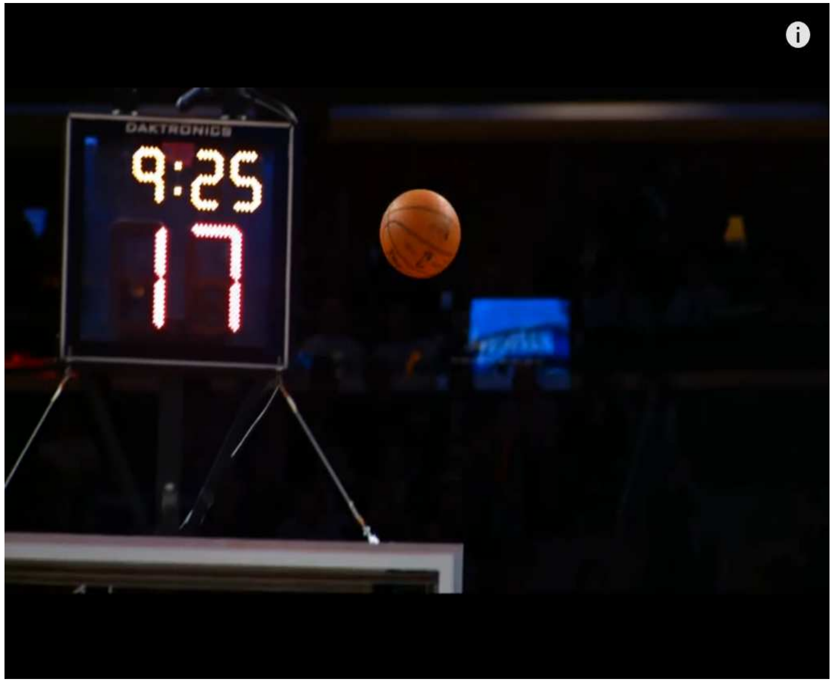
-Etude du modèle d'interaction air/ballon le plus réaliste et détermination en fonction de ce dernier des conditions initiales optimales pour un tir réussi dans différents positions.

-Etude des probabilités d'occurrence des interactions entre les différents éléments du milieu (2)

L'étude des différents interactions se fera essentiellement dans deux milieux:

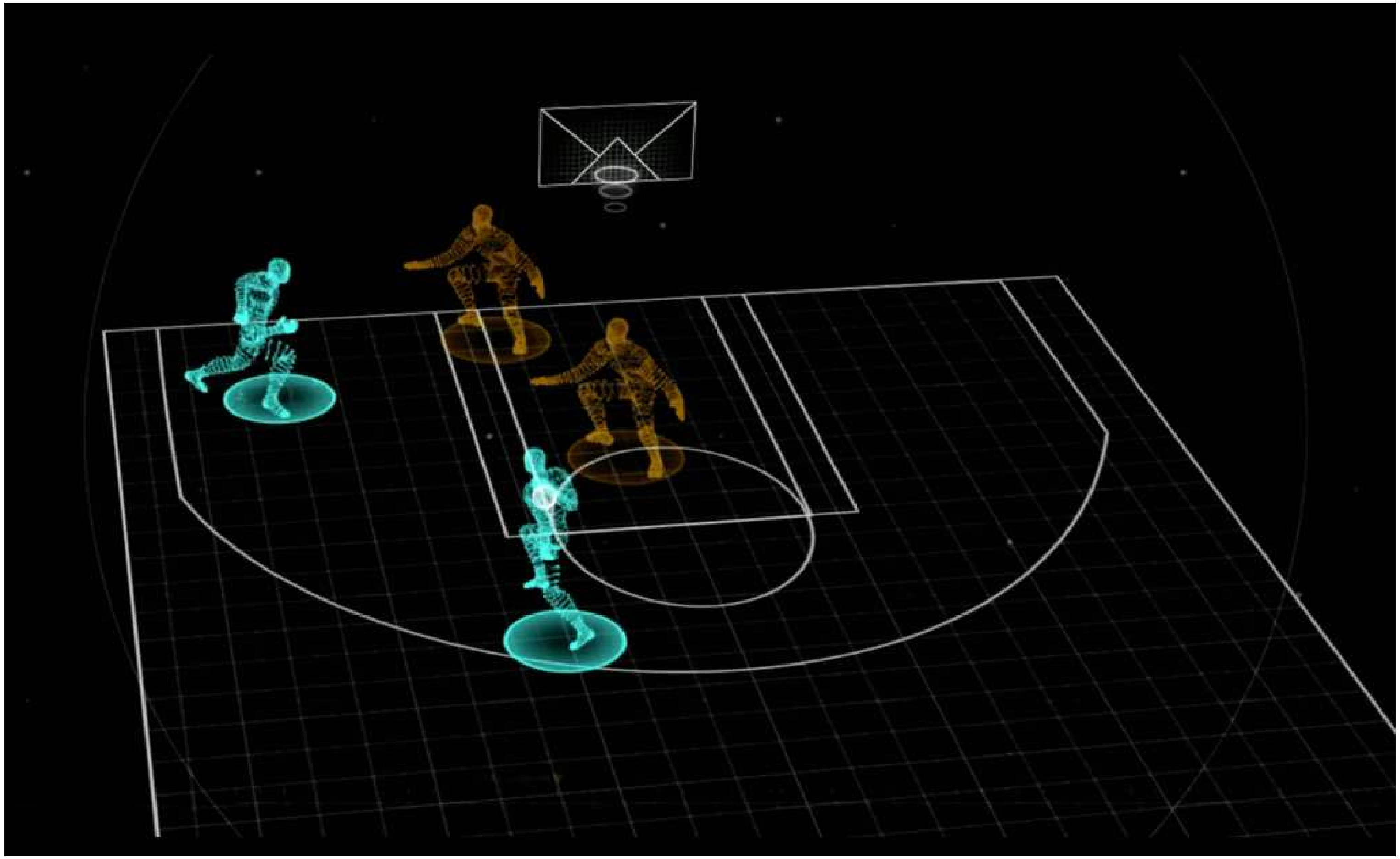
Le premier milieu : L'air de la salle comme milieu de propagation physique.

Mouvement du ballon et différentes interactions avec les particules d'air.



Le deuxième milieu: le terrain ,le panneau , le ballon et l'équipe adverse :Le milieu est alors tout élément présent sur le terrain à part l'équipe en possession.

Etude des interaction des joueurs entre eux: les passes , les déplacements, les pertes de ball (turnovers) ainsi que les interactions et avec le milieu défini ci haut :les



Plan:

1) Effet de l'interaction air/ballon sur la trajectoire:

a)les différents types d'interaction

b)Equations de mouvement et résolution

2) Effet des interactions/ruptures entre les joueurs sur l'état de la possession:

a)Introduction

b) La fonction EPV

Les types d'interactions air/ballon:

On modélise le frottement de l'air par une force appliquée sur le ballon:

1) Du type:

$$\vec{F} = -1/2 \times \rho \times A \times C_D \times v^2 \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$$

A = l'aire de la balle selon direction perpendiculaire à la vitesse

C_D = le coefficient de traînée caractérisant la géométrie du solide (sans unité et qui vaut pour un ballon $\cong 0{,}45$)

v = vitesse du ballon

ρ = masse volumique du fluide

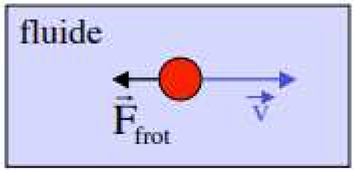
2) Du type :

$\vec{F} = -\alpha \times \vec{v}$ (frottement fluide)

(Pour les objets dont la vitesse est relativement faible <5m.s)

α =coefficient de frottement (dépendant du diamètre de la balle , et de la viscosité du fluide à une température t)

V= vitesse du ballon



3)Une poussée d'Archimède:

Explication: Le ballon de basket étant « plongé » dans l'air il subit une force de la part de celui-ci .

Modélisation:

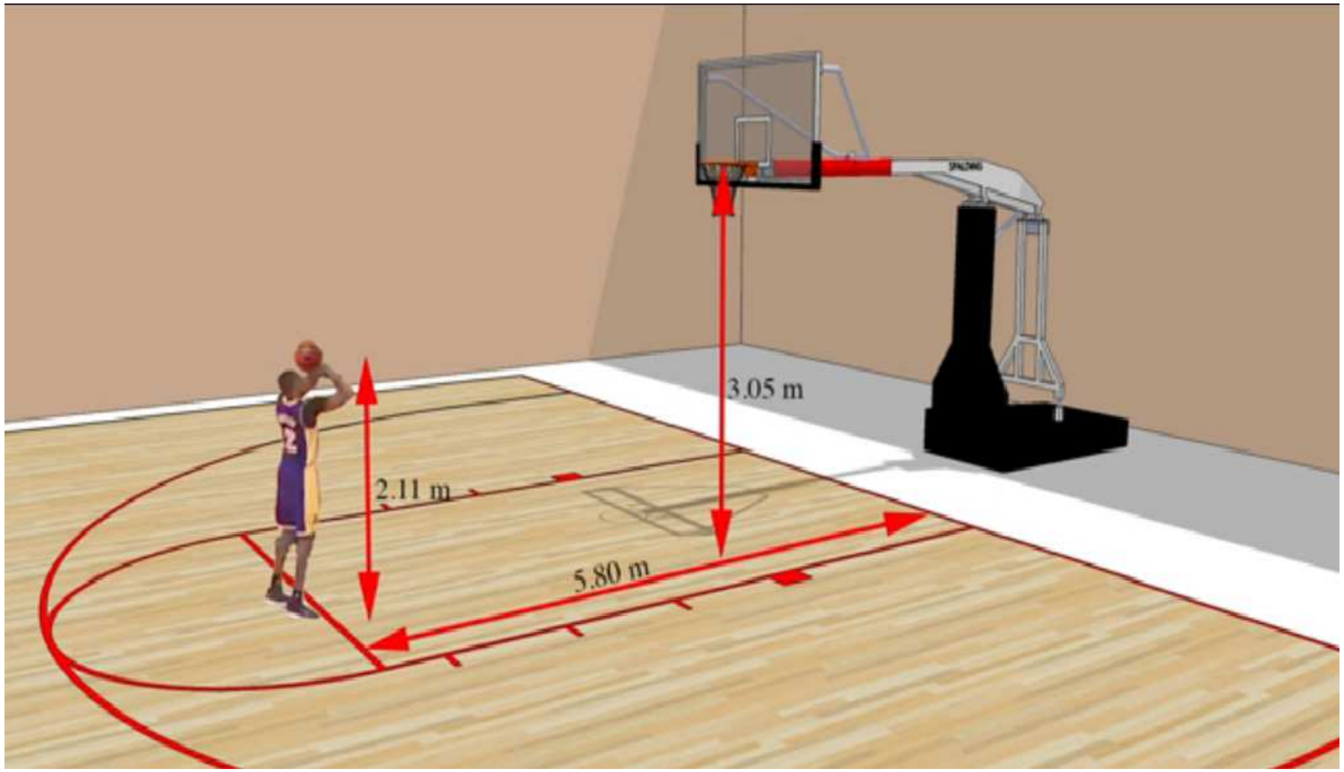
$$\vec{F} = \rho_{\text{Air}} \times \mathrm{v} \times g\ \vec{y}$$

(opposée au poids)

Etablissement et Résolution des équations de mouvement

1ère étape:

On considère un lancer franc tiré par un joueur:



$1^{ère}$ équation de mouvement: (Modélisation du type (1)):

Système: {ballon}

Référentiel: {terrestre}

Le Principe fondamentale de la dynamique donne après projection sur l'axe vertical (Oy):

$$-mg + 1/2 \times \rho \times A \times C_d \times v^2 = m\frac{dv}{dt}$$

La résolution analytique (par la méthode de la séparation des variables) donne la loi de y (déplacement vertical):

$$Y(t) = y_0 - V_0 \frac{a^2}{g} \ln\cosh\left(-\frac{g}{a}t\right)$$

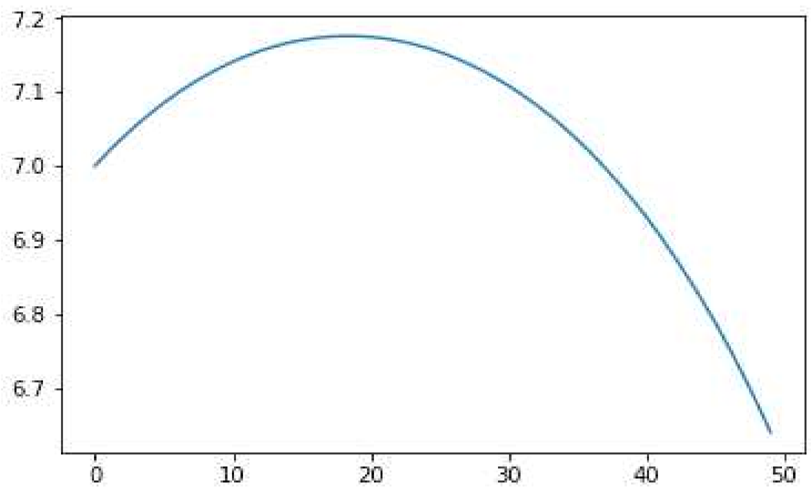
Où

Y_0 =la hauteur de la balle à t=0

$$a = \sqrt{\frac{2mg}{\rho * A * Cd}}$$

V_0 = vitesse initiale du ballon

Numériquement par la méthode de résolution d'une équation second ordre:



$2^{ème}$ équation de mouvement:(Modélisation du type(2))

Le PFD en projection selon l'axe vertical (Oy) donne:

$$-mg - \alpha \times v = m\frac{dv}{dt}$$

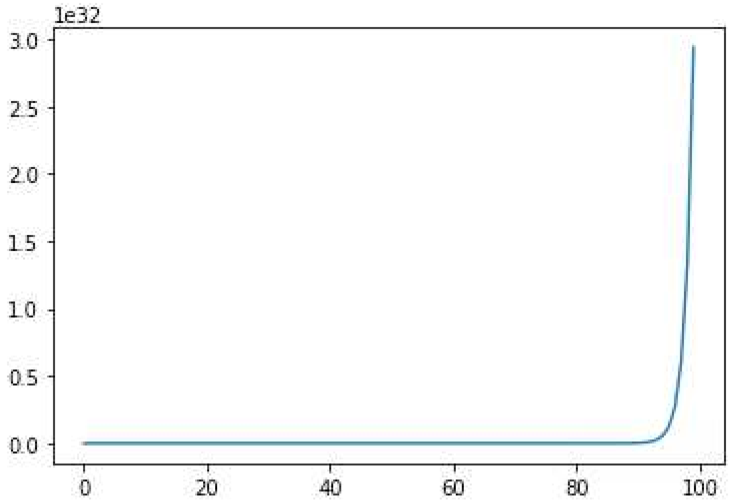
Analytiquement:(résolution d'une équation différentielle du 1^{er} ordre)

$$Y(t) = y_0 - \frac{1}{\tau}(V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} - gt)$$

Où:

$$\tau = \frac{\alpha}{m}$$

Courbes de la résolutions numérique:

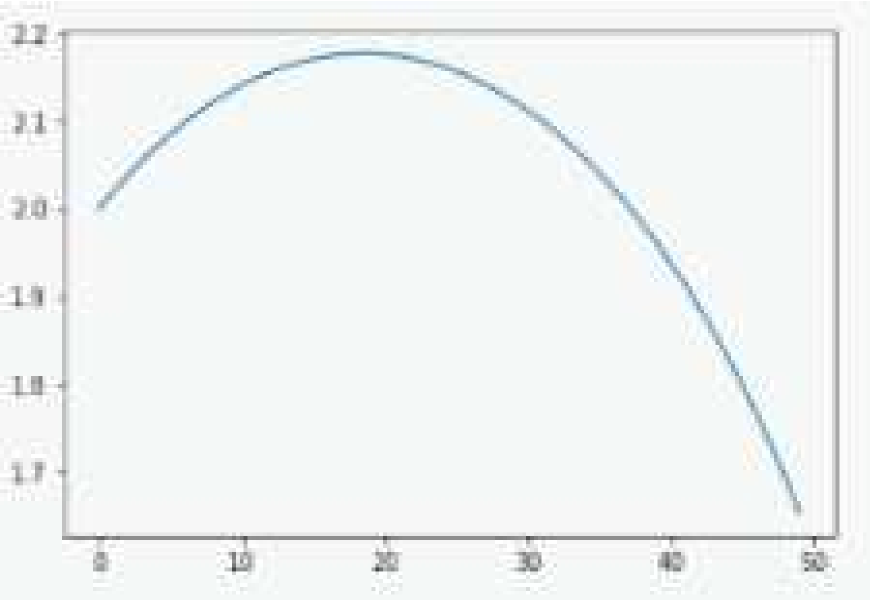


3ème équation de mouvement(Modélisation poussée d'Archimède):

On obtient l'équation différentielle suivante:

$$-mg + \rho V g - \frac{1}{2}\rho A C_d \ v^2 = m\frac{dv}{dt}$$

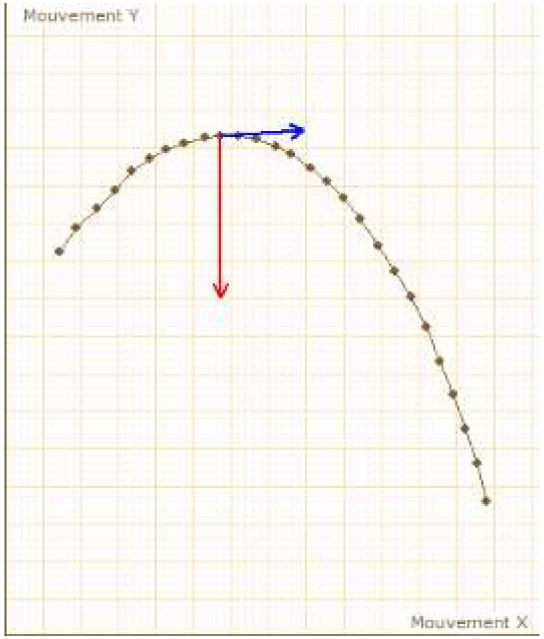
Courbes de variation de la trajectoire en fonction du temps:

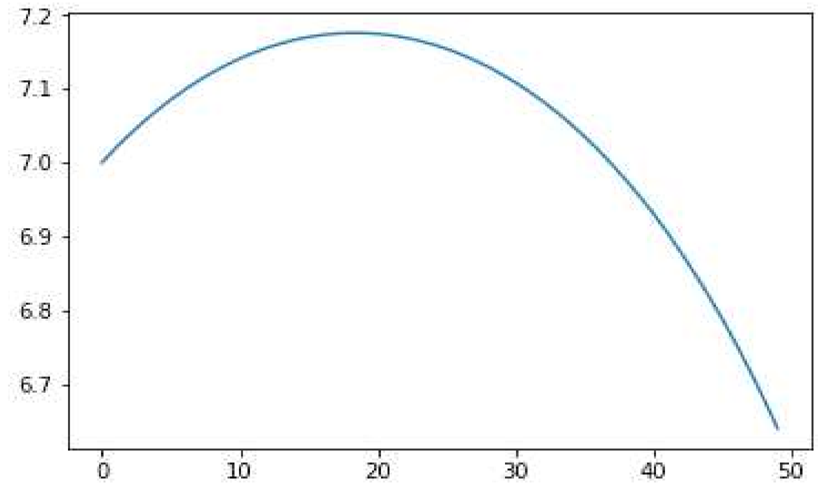


- Comparaison de la trajectoire réelle d'un ballon avec les 3 trajectoires issus des 3 modèles d'interaction air-ballon:

trajectoire réelle d'un ballon:

Modélisation(1)





Conclusion: La modélisation la mieux adaptée à la description de la trajectoire réelle est celle du frottement carré. L'air de la salle et l'air dans le ballon sont quasi similaires

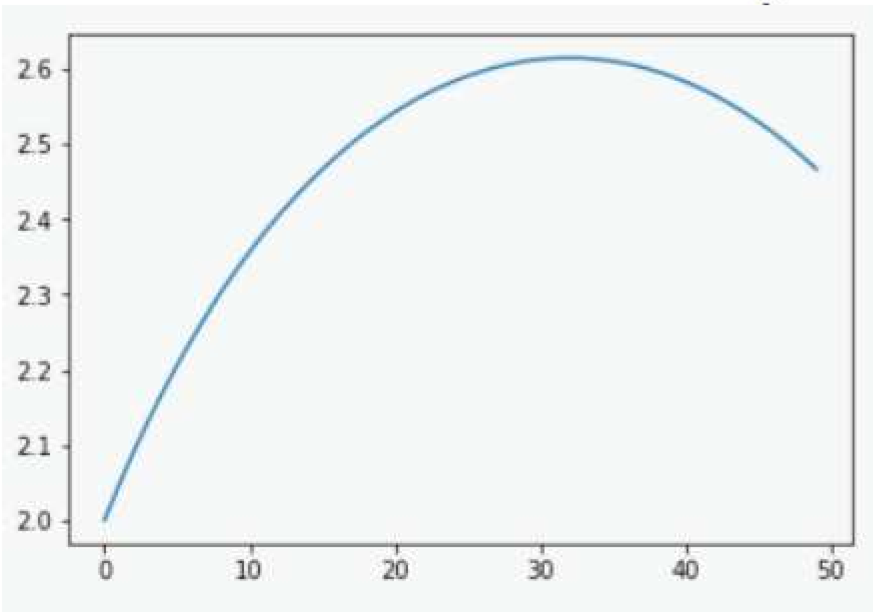
$2^{ème}$ Partie:

(Etude des tirs à partir des différentes vitesses initiales)

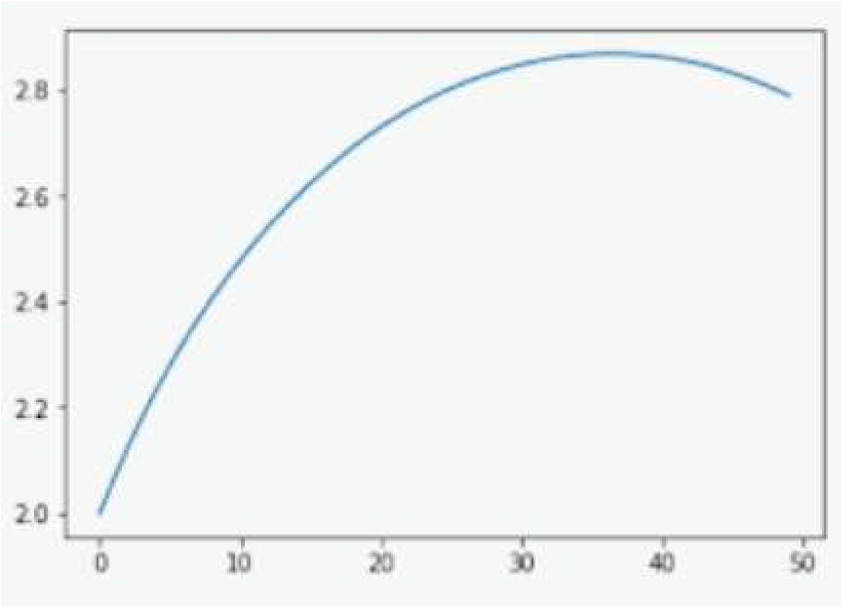
On considère la modélisation (1) des interactions

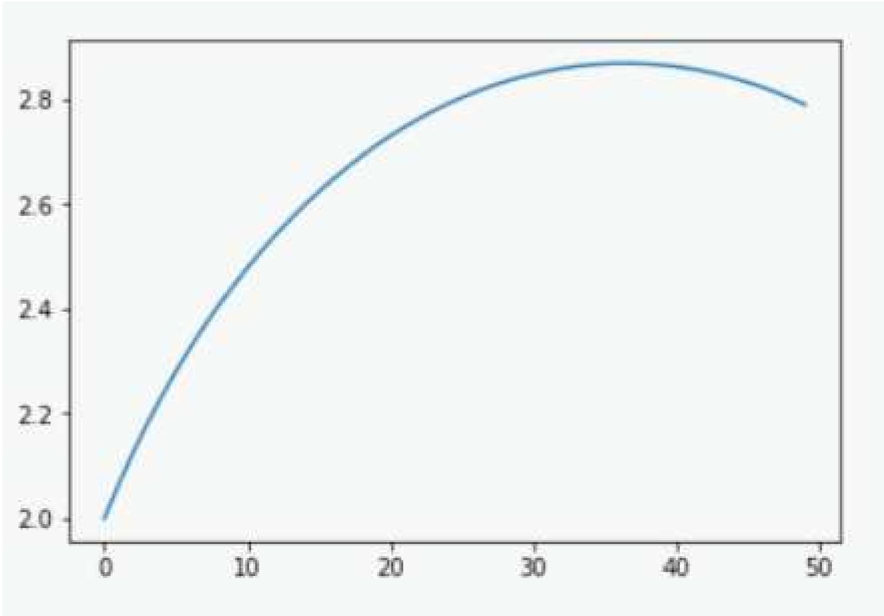
On réalise les courbes de la trajectoire du ballon pour des conditions initiales différentes correspondante chacune a vitesse initiale.

On résout l'équation différentielle suivante:



V_0=5m/s





V_0 =7m/s

Conclusion:

Pour un joueur dont la taille dépasse 2,00m et à partir du point M du lancer-franc plus la vitesse initiale est grande plus c'est probable qu'il rate son tir.

Effet des interactions entre les joueurs sur l'état de la possession:

Questions Fondamentales:

Quel impact peut avoir une action individuelle ou collective sur le sort d'une possession ?

L'action n'est autre qu'une interaction milieu-joueur ou joueur-joueur(de l'équipe en possession)

Que vaut cette action en terme de points ?

Définition EPV:

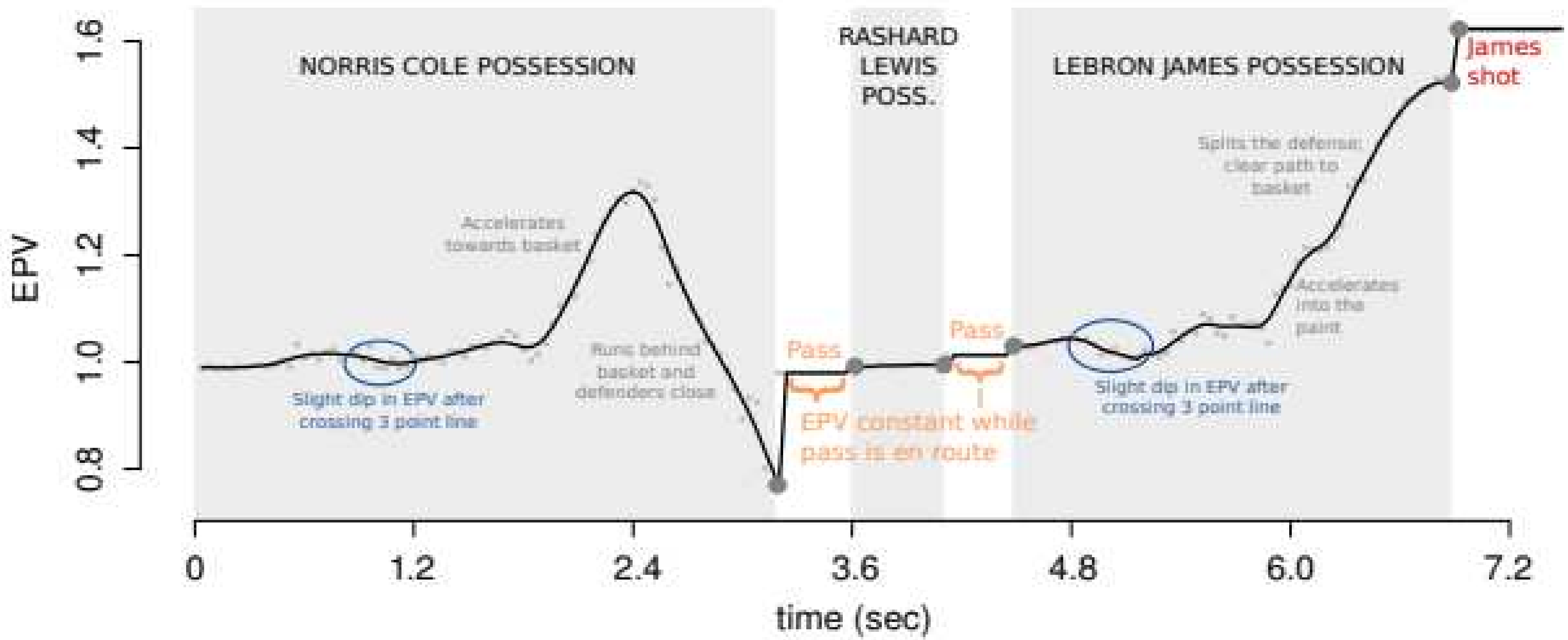
Ensemble des informations collectées

⇓

Expected possession Value

⇓

Un nombre $\in [0,3]$ égale au nombre de points que l'équipe espère marquer



Formalisme de l'EPV:

$$V_t = E[X \mid F_t^{(Z)})].$$

L'EPV est l'espérance conditionnelle de X sachant $F_t^{(Z)}$: C'est la variable aléatoire donnant la meilleure approximation de X quand $F_t^{(Z)}$ est connu.

On note:

Ω l'ensemble des possessions possibles

X est une variable aléatoire de Ω dans $\{0,2,3\}$

Z l'ensemble des informations collectées et $Z_t(w)_{t>0}$ une **suite** de **variables aléatoires.**

$F_t^{(Z)}$ est la filtration (outil statistique) qui regroupe l'ensemble des informations du début de la possession jusqu'à l'instant t .,

Calcul de l'EPV:

L'étude des différentes interactions permet de calculer cette quantité théorique

Approximation 1: l'ensemble des possessions (chemins) étant infini ainsi le nombre d'informations dont on dispose l'est aussi.

On considérer une vue globale (dite grossière) qui regroupe plusieurs possessions similaires dans une seule catégorie.

C=ensemble des possessions

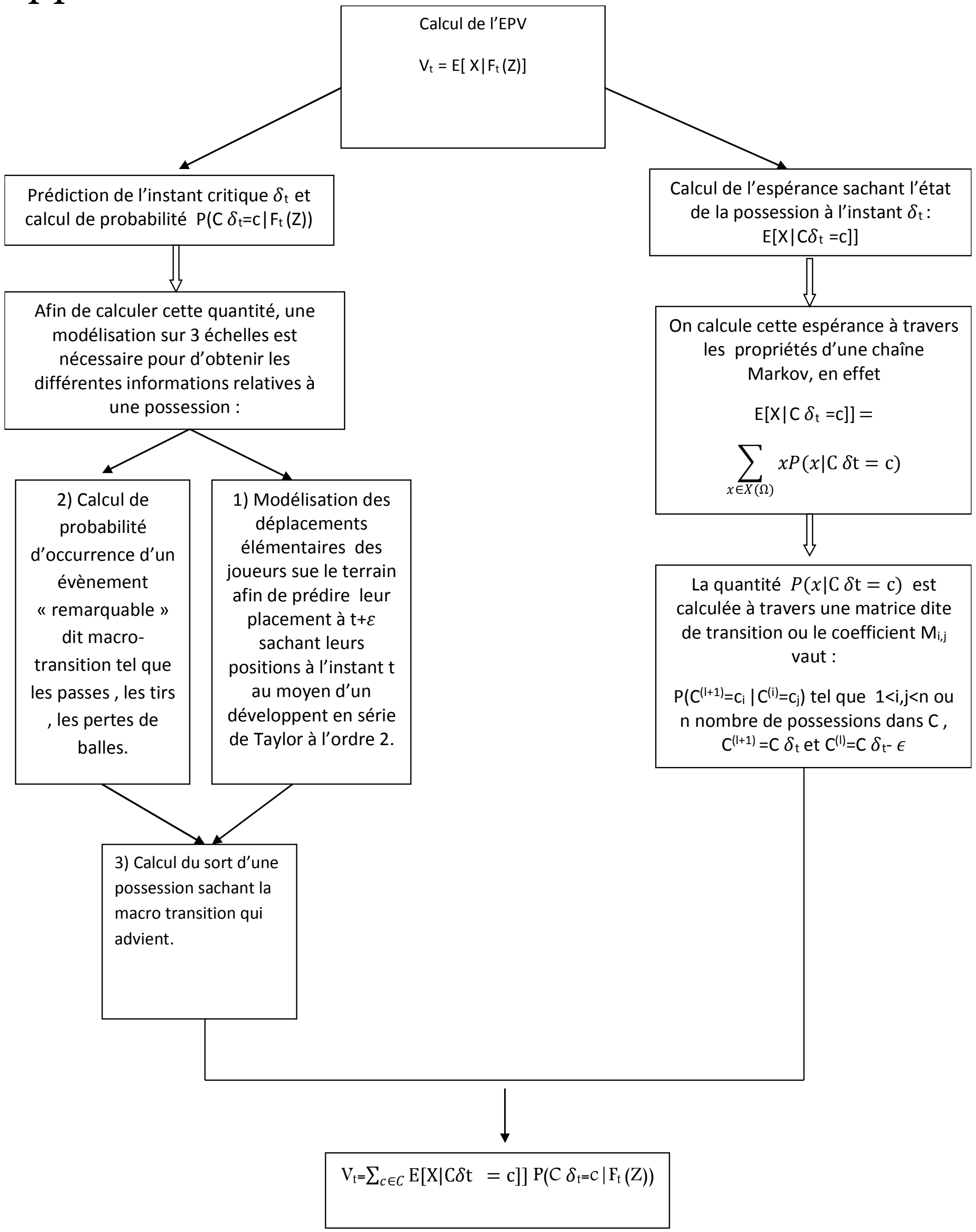
Les états C^0 C^1 C^2… représentent une chaine de Markov : l'état C^{n+1} est déterminée à partir de l'état antérieur C^n par une matrice de transition.

Calcul de l'EPV:

Approximation 2: Le sort d'une possession dépend d'un instant critique t et uniquement de cet instant.

Il $\exists$ un instant dit de découplage qui fait la différence lors d'une possession: c'est une phase remarquable qui change le cours du jeu. Ces évènements sont appelés macro-états ou macro transitions . L'instant ultérieur qui détermine le résultat de cette possession dépend uniquement de l'état lors de la macro transition critique.

Sous ces deux approximations , le calcul de l'EPV se fait selon le schéma suivant :



Etude de l'occurrence d'un type d'interaction joueur-milieu: (déplacements élémentaires):

Afin de prédire le déplacement d'un joueur l dans un intervalle $[T; T+\varepsilon]$ on réalise une analogie avec le développement .

Argument mathématique: le développement de Taylor est réalisé ici à l'ordre 1 sur la fonction $X : t \longrightarrow x(t)$ qui est C^1 (les dérivées étant la vitesse et l'accélération…).

Physiquement :cette approximation est valable aussi car l'abscisse(l'ordonnée) d'un joueur sur le terrain dépend de sa position , sa vitesse ainsi que son accélération

Ainsi on a :

$$x^{l}(t+\epsilon) = x^{l}(t)+\epsilon x^{l'}(t)+\eta_{Ta}$$

OU η suit une loi gaussienne.