Détection de la Pollution atmosphérique

Année : 2020/2021

Thème : Enjeux sociétaux : Environnement

Numéro d'inscription : 40186

Problématique

- En quoi constitue la technique Lidar et comment permet-elle de récupérer des informations sur la composition de l'atmosphère?

Plan

I- Interaction d'une molécule avec un champ électrique

II-Propagation d'une onde plane dans l'atmosphère avec modélisation

III-Principe du Lidar et du DIAL

IV-Rétrodiffusion Raman et le Lidar Raman

I-Interaction d'une molécule avec un champ électrique :

$$\underbrace{m\overrightarrow{r''}}_{\text{Dérivée de la quantité de mouvement}} = \underbrace{-\ f\overrightarrow{r'}}_{\text{Force de frottement}} \underbrace{-\ m{\omega_0}^2\overrightarrow{r}}_{\text{Force de rappel}} \underbrace{-\ e\overrightarrow{E_0}\cos(\omega t)}_{\text{Force de Lorentz}}$$

En régime permanent :

$$r'' + \frac{f}{m} r' + \omega_0^2 r = 0$$

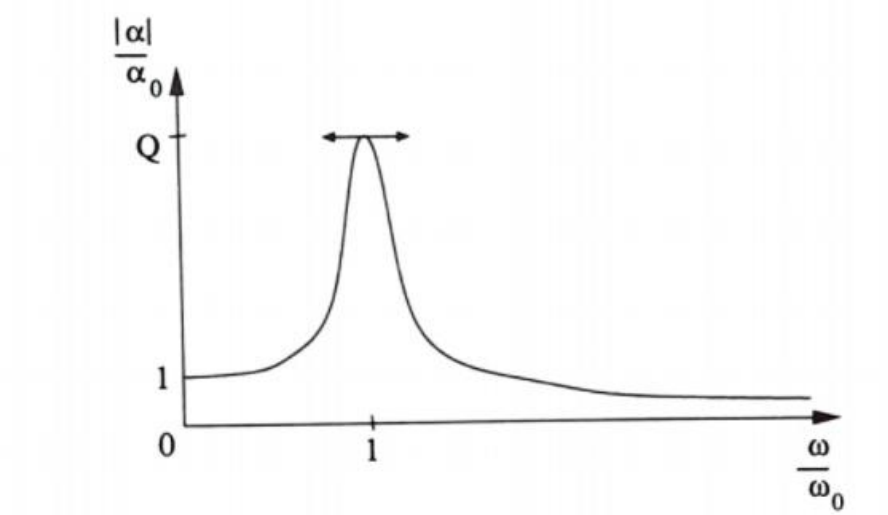
Il s'agit de l'équation d'un oscillateur harmonique amorti

Etude de la polarisabilité électronique

L'équation de mouvement en notation complexe

$$\underline{\vec{r}} = \frac{-\frac{e}{m}\underline{\vec{E}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{f}{m}\omega}$$

$$\underline{\vec{p}} = \frac{\alpha_0}{1 + j\frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{\alpha}}(\omega)\,\underline{\vec{E}} \quad \text{avec} \quad \alpha_0 = \frac{e^2}{m\omega^2{}_0} \quad \text{et} \quad Q = \frac{m}{f}\omega_0$$



La courbe fait apparaître un phénomène de résonance aigue lorsque la fréquence du champ E imposé est voisine de la fréquence propre de l'électron

Rayonnement du dipôle :

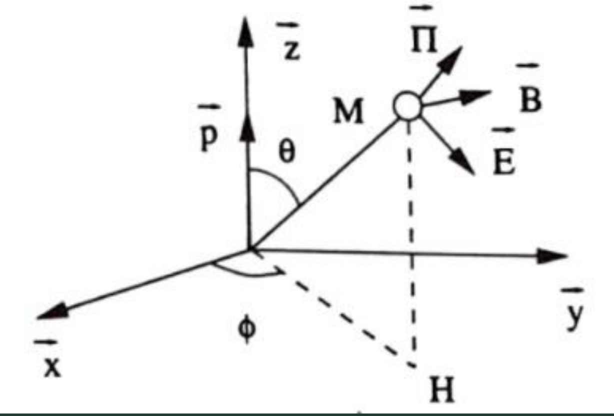
$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$$

(Structure de l'onde)

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \longrightarrow \vec{\Pi} = \frac{E^2}{\mu_0 \omega} \vec{k}$$

$$I = \left\langle \iint_S \vec{\Pi}.\vec{dS} \right\rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} c$$

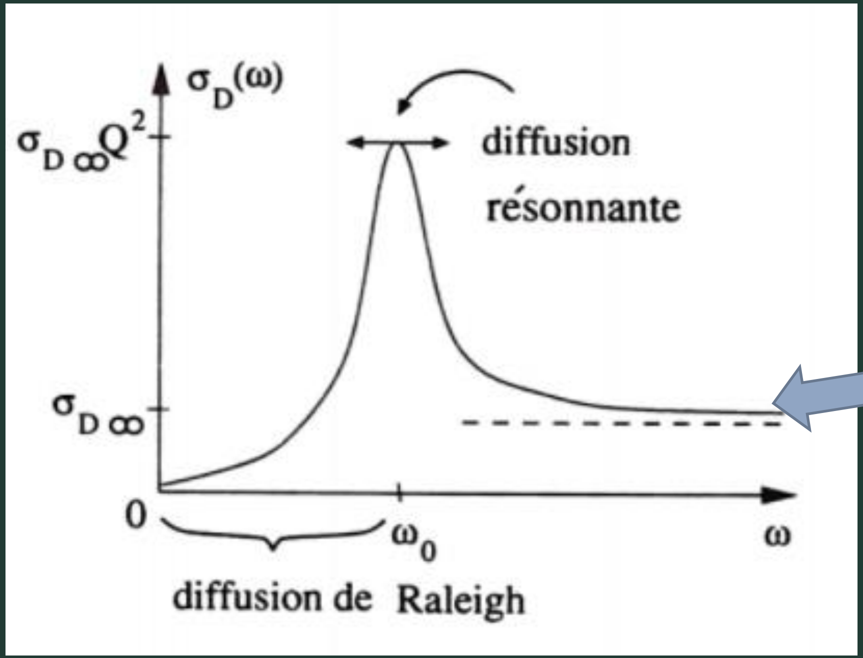
$$\vec{\Pi} = \frac{\mu_0 \sin^2\theta}{16\Pi^2 c r^2} \left\| \vec{p''}\left(t - \frac{r}{c}\right) \right\|^2 \vec{u_r}$$



$$P = \oiint_S \vec{\Pi}.\vec{dS} \longrightarrow P = \frac{\mu_0}{6\Pi c} \left\| \vec{p''} \right\|^2$$

On retrouve alors l'expression section efficace de diffusion :

$$\sigma_D(\omega) = \frac{P}{I} = \frac{K\|\overrightarrow{p''}\|^2}{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 c} = \frac{K|\underline{a}|^2}{\varepsilon_0 c}\,\omega^4$$



Diffusion de Thomson

II-Propagation d'une onde plane dans l'atmosphère :

On dispose des équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{E}) = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} & \textbf{(M-F)} \\ \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{H}) = -\dfrac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{H} = \dfrac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} & \textbf{(M-A)} \end{cases}$$

Vecteur polarisation du milieu

$$\overrightarrow{P} = \sum_i n_i \overrightarrow{p_i}$$

Vecteur déplacement électrique

$$\underline{\overrightarrow{D}} = \varepsilon_0 \underline{\varepsilon}_r \underline{\overrightarrow{E}}$$

On retrouve alors l'équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial x^2} - \frac{1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i n_i \underline{\alpha_i}(\omega)}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = 0$$

Cela conduit à la relation de dispersion :

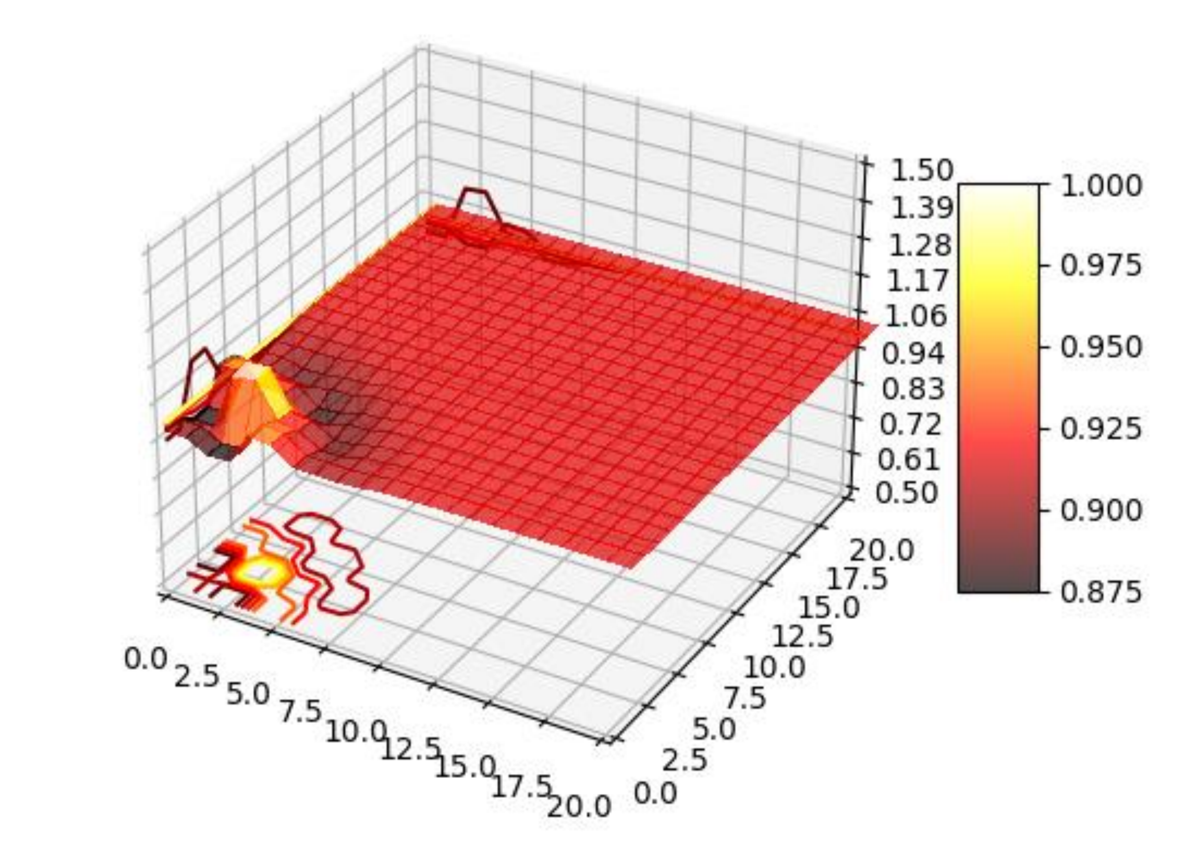
$$\underline{k}^2 = \underline{\varepsilon_r} \frac{\omega^2}{c^2}$$

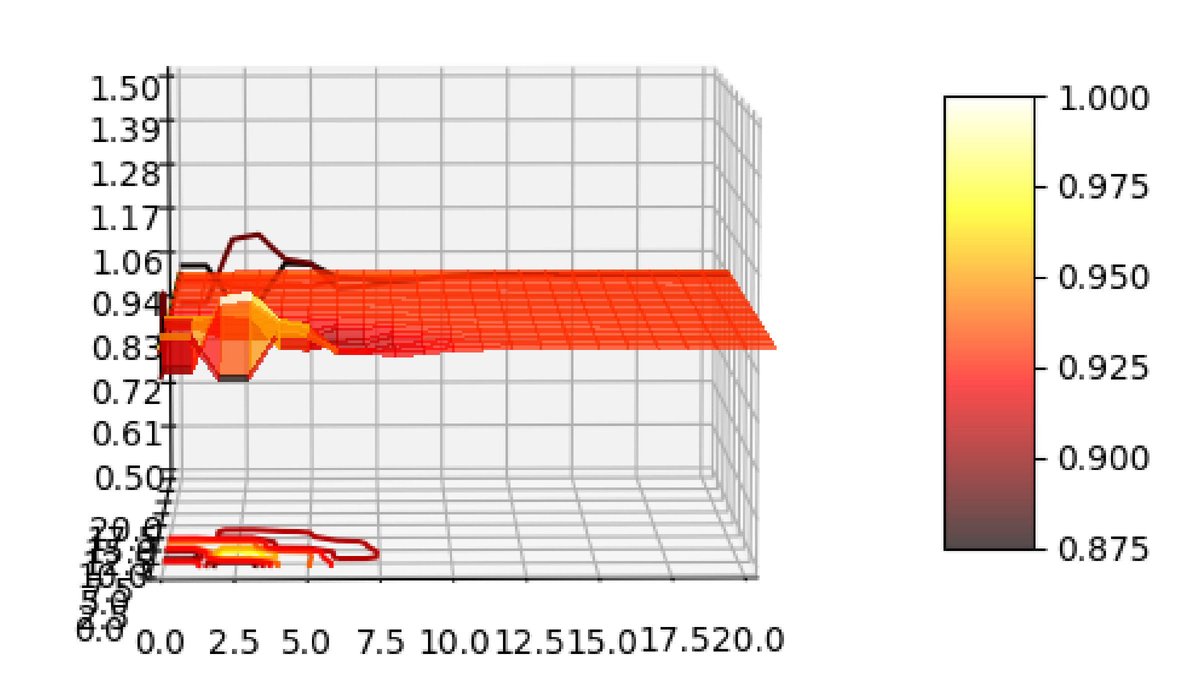
$$\underline{k} = k_1 + jk_2$$

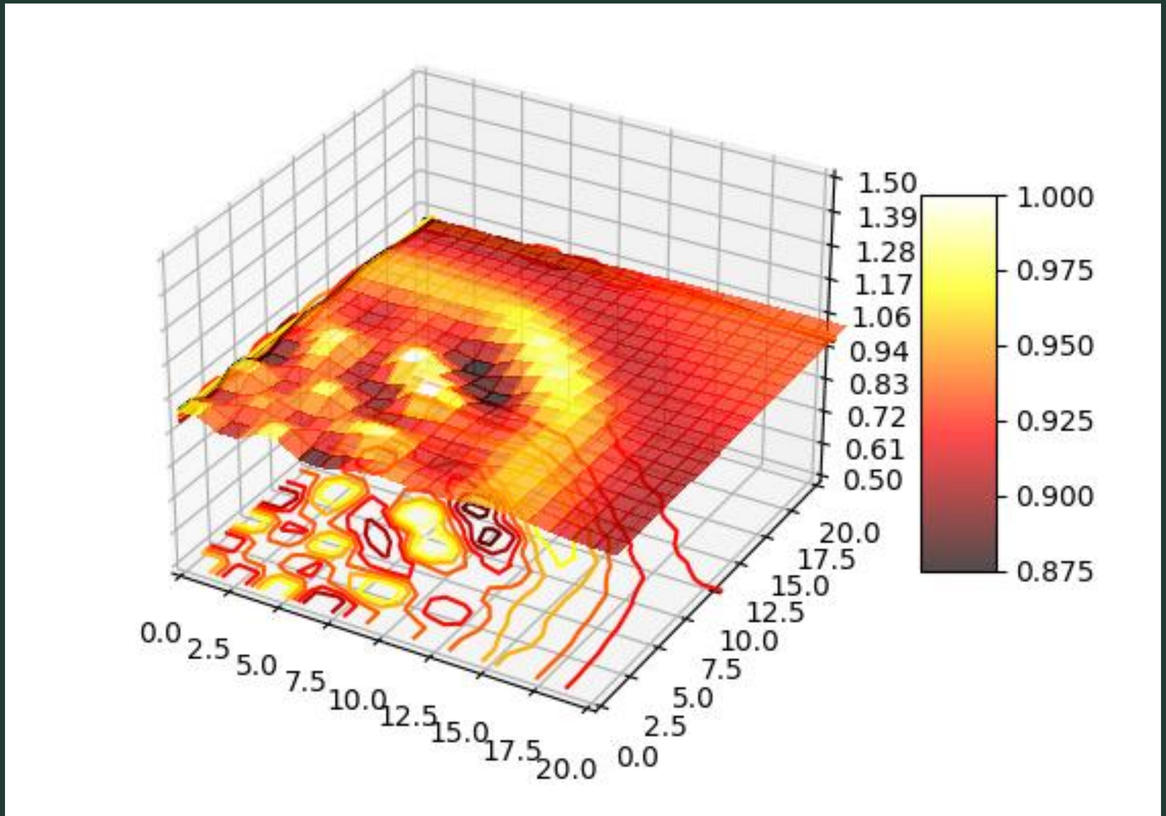
Le champ est donc de la forme :

$$\vec{E} = \vec{E_0} e^{k_2 x} \cos(\omega t - k_1 x)$$

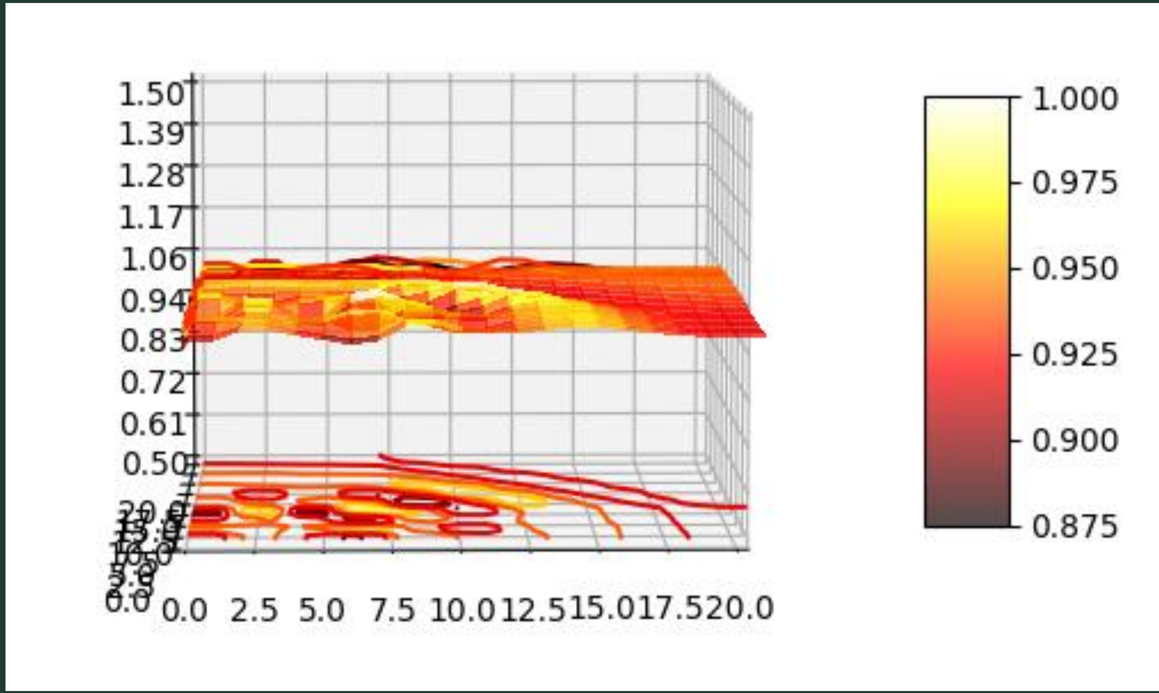
Simulation de la propagation d'une onde électromagnétique atténuée (code dans l'annexe) :



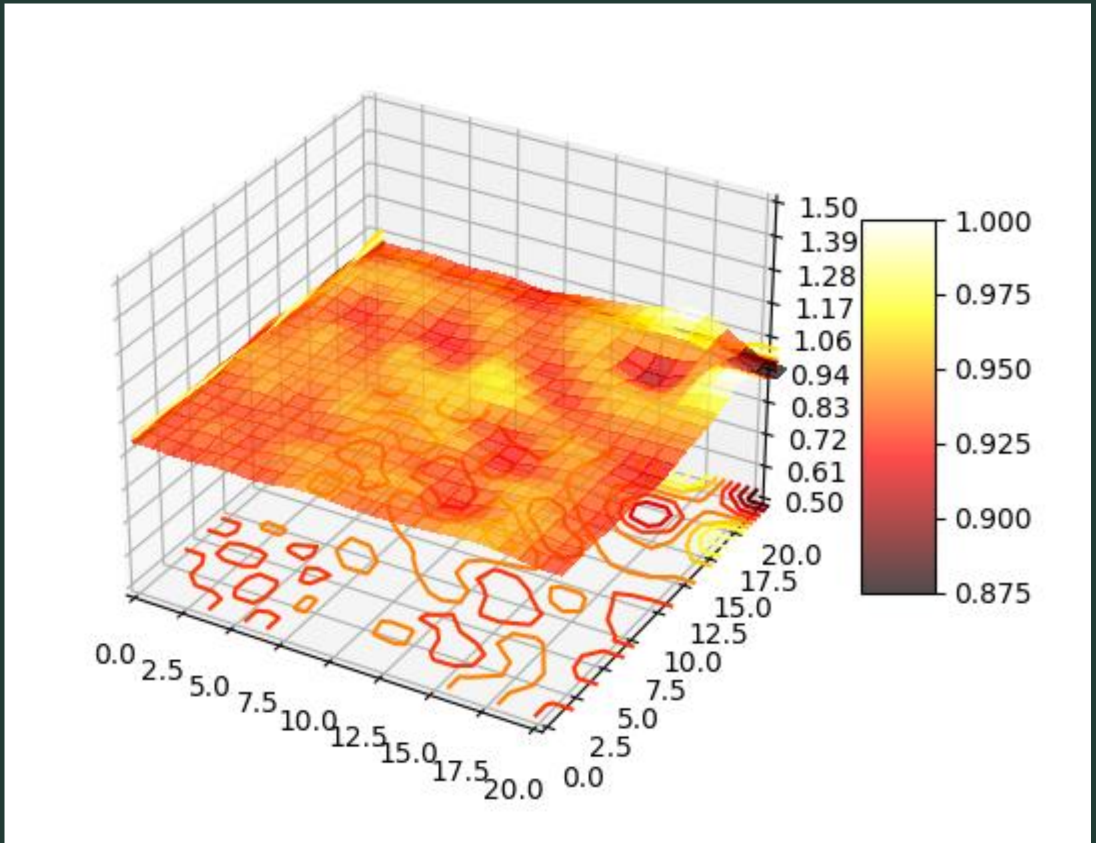


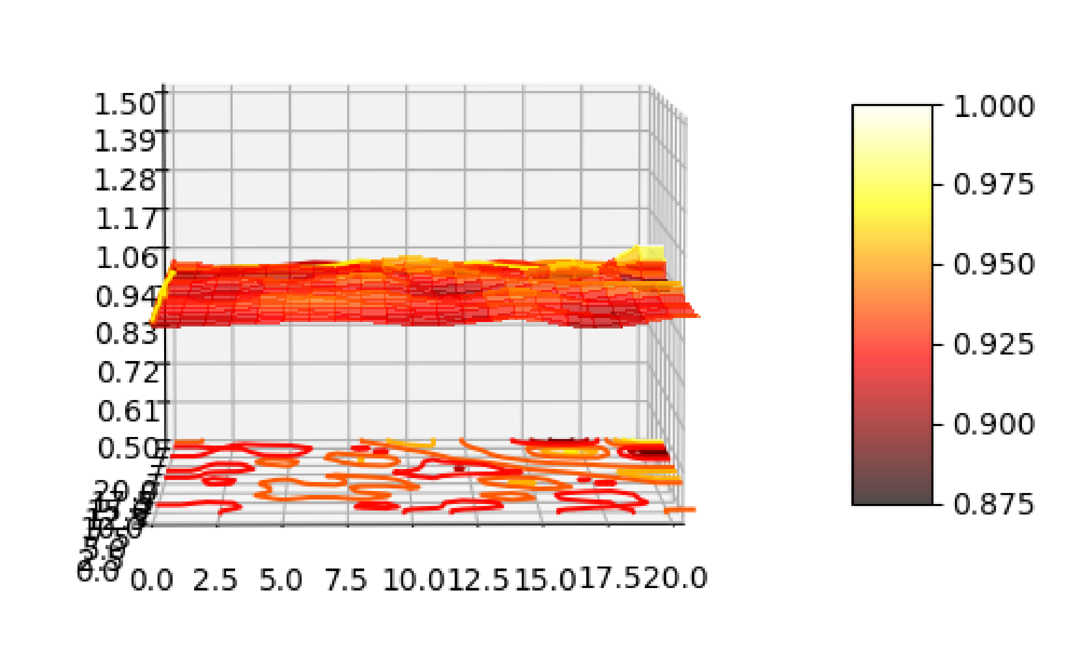


1.50
1.39
1.28
1.17
1.06
0.94
0.83
0.72
0.61
0.50
1.000
0.975
0.950
0.925
0.900
0.875
0.0 2.5 5.0 7.5 10.0 12.5 15.0 17.5 20.0
20.0 17.5 15.0 12.5 10.0 7.5 5.0 2.5 0.0



1.50
1.39
1.28
1.17
1.06
0.94
0.83
0.72
0.61
0.50
1.000
0.975
0.950
0.925
0.900
0.875
0.0 2.5 5.0 7.5 10.0 12.5 15.0 17.5 20.0


1.50
1.39
1.28
1.17
1.06
0.94
0.83
0.72
0.61
0.50
1.000
0.975
0.950
0.925
0.900
0.875
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0


1.50
1.39
1.28
1.17
1.06
0.94
0.83
0.72
0.61
0.50
0.0 2.5 5.0 7.5 10.0 12.5 15.0 17.5 20.0
1.000
0.975
0.950
0.925
0.900
0.875

Etude de la section efficace d'absorbtion :

$$I(x) = \langle \varepsilon_0 c E^2 \rangle$$

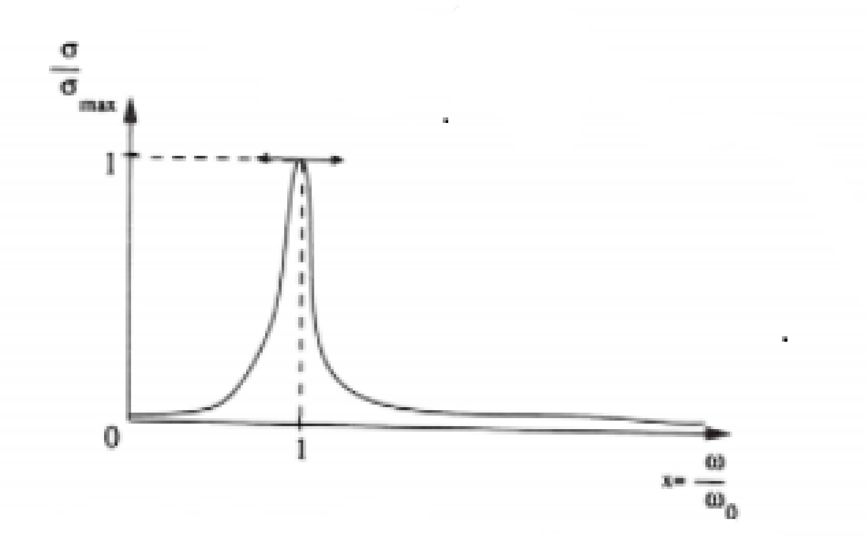
$$\ln(I(H2) - I(H1)) \simeq \sum_i n_i \sigma_i(\omega)(H2 - H1)$$

Grâce à la relation de dispersion suivie d'un développement limité à l'ordre 1 :

$$\underline{k} \simeq \frac{\omega}{c}\left(1 + \frac{1}{2\varepsilon_0}\sum_i \frac{n_i \alpha_{i,0}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{j\omega}{Q\omega_{i,0}}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{i,0}^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2\omega_{i,0}^2}}\right) = k_1 + jk_2$$

On retrouve alors la formule de la section efficace :

$$\sigma(x) = \frac{\omega_0 \alpha_0}{\varepsilon_0 Q} \frac{x^2}{(1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q}}$$



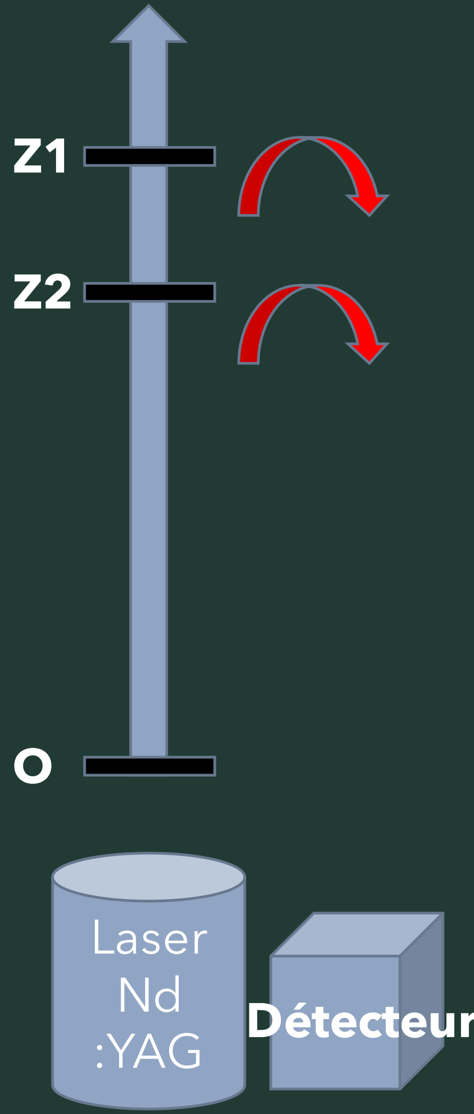
III-Principe du Lidar et du DIAL :
A-Principe du Lidar :

Laser Nd : YAG
Longueur d'onde : 355nm

$$t = \frac{2H}{c}$$

Résolution spatiale = 30 mètres

Durée maximale de l'impulsion = 200nm

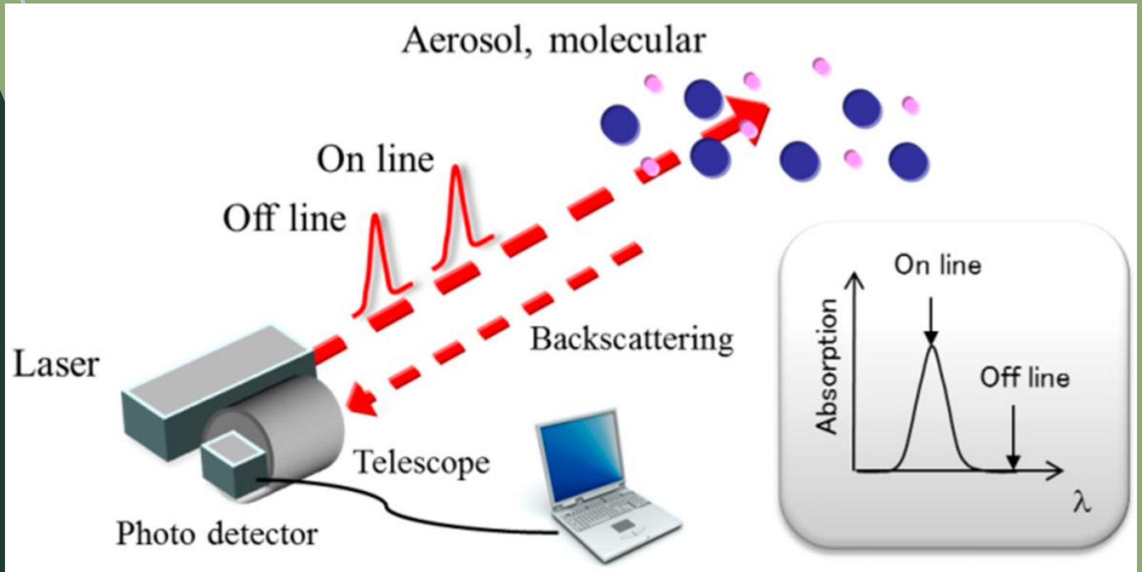


On peut donc retrouver l'altitude des particules

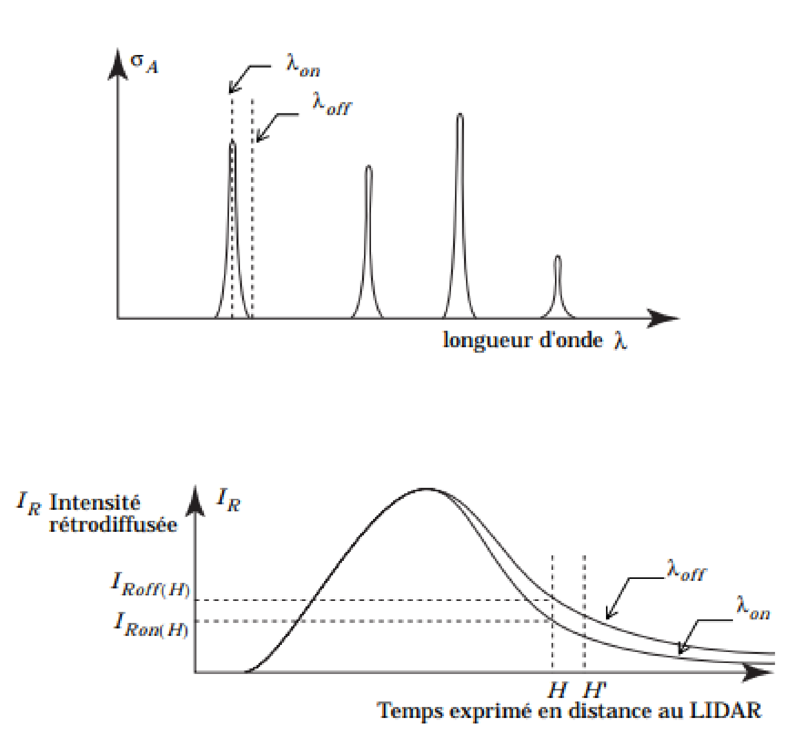
B-Principe du DIAL :

Au voisinage d'une fréquence caractéristique du spectre d'une molécule , sa section efficace d'absorption est importante.

- **Loin de cette fréquence, la section efficace d'absorption de la molécule est très faible.**



(Faculty of System Design, Tokyo Metropolitan University)



$$n_a = \frac{1}{2(H' - H)[\sigma_A(\lambda_{on} - \sigma_A(\lambda_{off}))]} \ln\left(\frac{I_{R,off}(H')I_{R,on}(H)}{I_{R,off}(H)I_{R,on}(H')}\right)$$

IV-Rétrodiffusion Raman et le Lidar Raman :

La polarisabilité électronique dépend alors de la variation de distance entre les noyaux

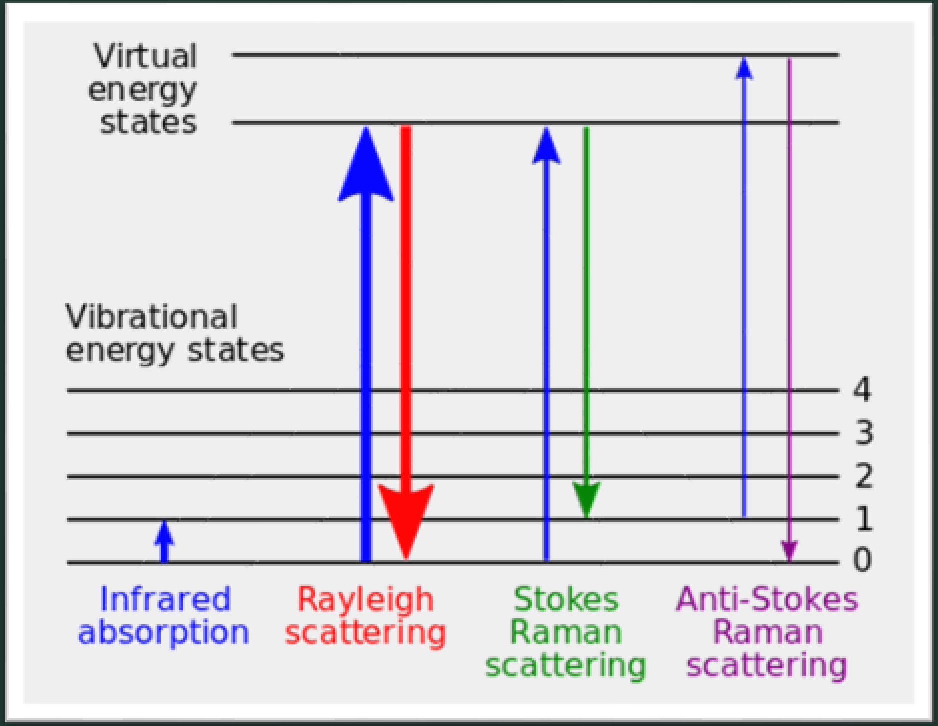
$$\alpha_e = \alpha_{e0} + \beta \Delta I$$

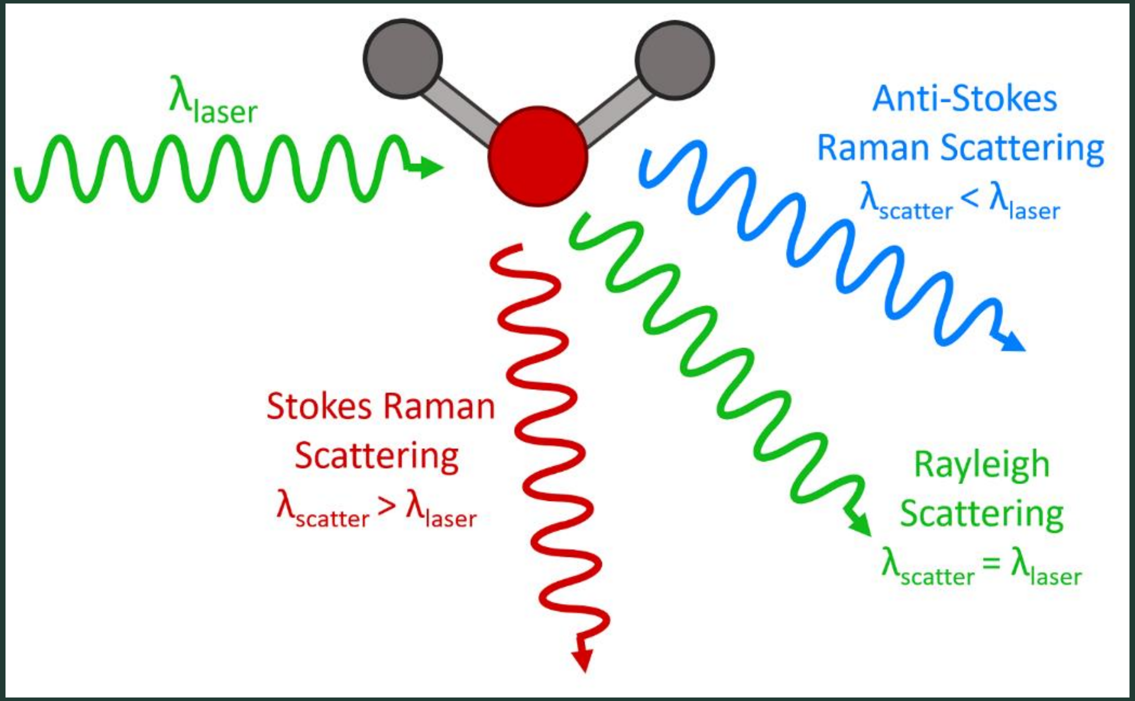
$$\vec{p} = \alpha \vec{E} = \alpha_{e0} \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx) + \frac{\beta \Delta l_0}{2} \vec{E}_0 \cos((\omega + \omega_0)t - kx)$$

$$+ \frac{\beta \Delta l_0}{2} \vec{E}_0 \cos((\omega - \omega_0)t - kx)$$

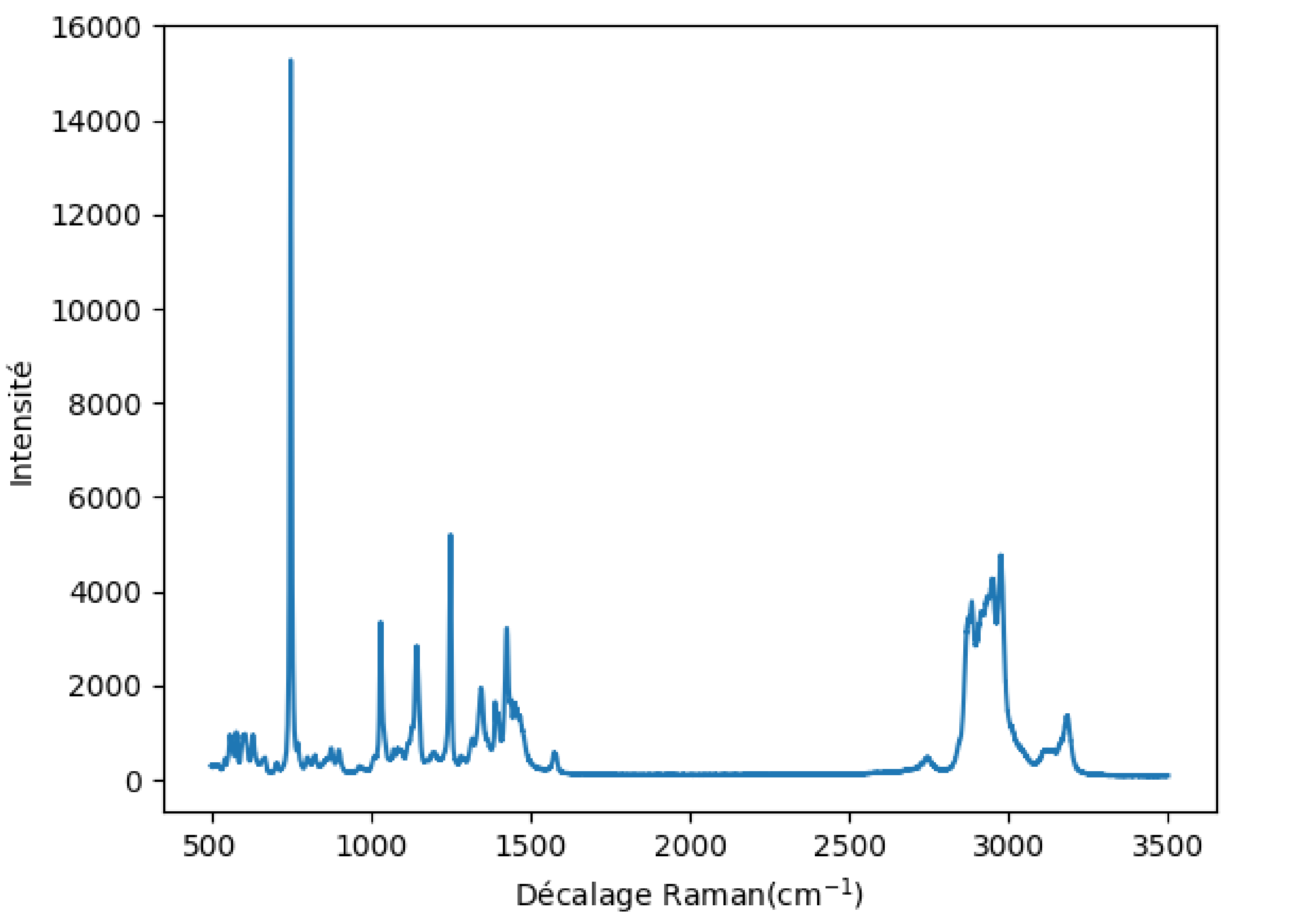
➡ **On retrouve donc 3 fréquences de diffusion**

Schématisation de la rétrodiffusion Raman:





Exemple d'une spectroscopie Raman (code dans l'annexe) :



Intensité des raies :

$$\frac{I_{ST}}{I_{RA}} = \frac{n(E0)P_{(\nu-\nu_0)}}{n(E0)P_{(\nu)}} = \frac{\sigma_D(\nu-\nu_0)}{\sigma_D(\nu)} = \left(1-\frac{\nu_0}{\nu}\right)^4$$

$$\frac{I_{AS}}{I_{RA}} = \frac{n(E_0+h\nu_0)}{n(E_0)\sigma_D(\nu)h\nu} = \left(1+\frac{\nu}{\nu_0}\right)^4 e^{-\frac{h\nu_0}{K_B T}}$$

$$AN : \frac{I_{ST}}{I_{RA}} = 0.66 \text{ et } \frac{I_{AS}}{I_{RA}} = 10^{-8}$$

La raie de Stockes est plus optimale pour effectuer des mesures

Etude de la longeur d'onde rétrodifusée :

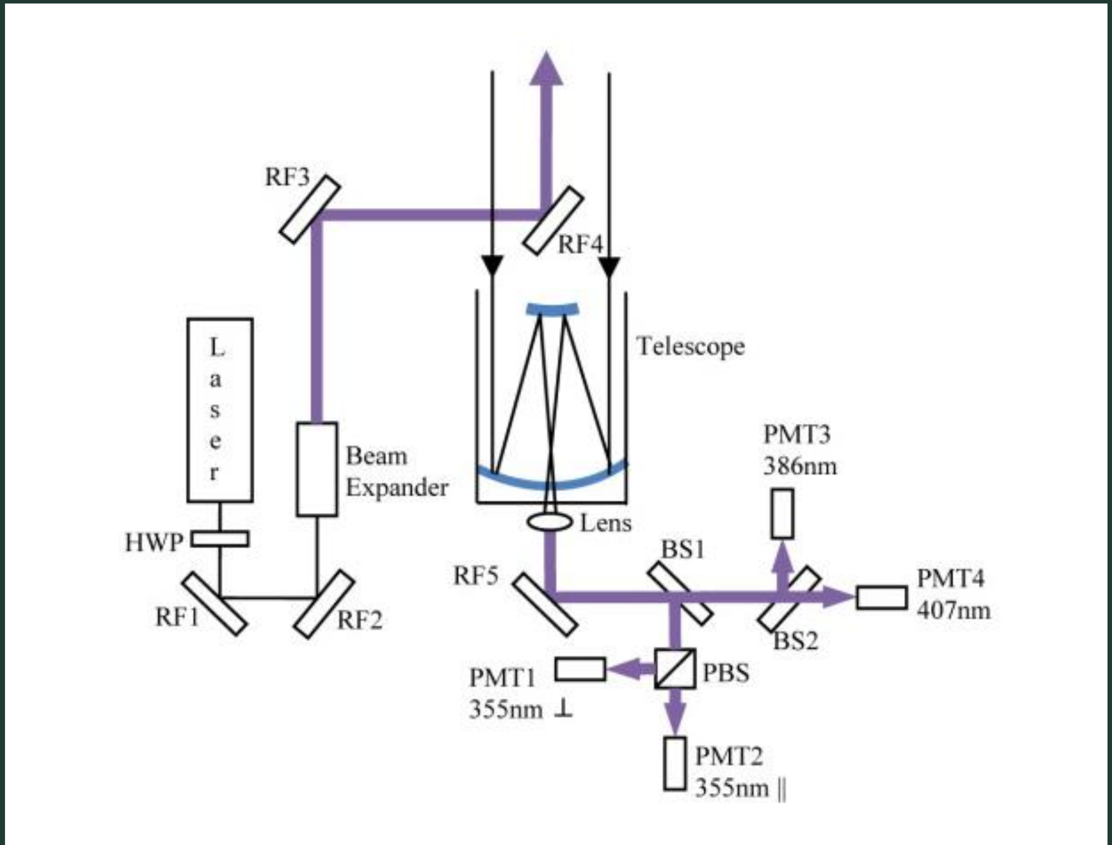
Longueur d'onde des vibrations de la molécule :

$$\lambda_0 = 2730 \text{ nm}$$

Longueur d'onde rétrodiffusée :

$$\lambda_{H_2O} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}} = 408 \text{ nm}$$

$$\lambda_{N_2} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}} = 387 \text{ nm}$$



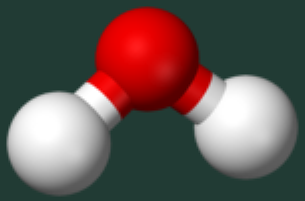
Dispositif d'un Lidar Raman
(Optical Society of America)

Pour les aérosols, pas d'effet Raman , filtre à 355nm

Bilan des intensités :

$$I(z) = I_0 e^{-\sigma_i n_i(z) z}$$

$$I(z) = I_0 e^{-\sigma_i n_i(z) z} \sigma_{D,i}(\upsilon - \upsilon_{0,i}) K_{0,i} e^{-\frac{E_{0,i}}{k_B T}}$$



Diffusion Raman

Absorbtion

Absorbtion

$$I = I_0$$

$$I(z) = I_0 e^{-2\sigma_i n_i(z) z} \sigma_{D,i}(\upsilon - \upsilon_{0,i}) K_{0,i} e^{-\frac{E_{0,i}}{k_B T}}$$

L'expression de l'intensité rétrodiffusée :

On peut réaliser l'aproximation suivante : $K_{0,i}\, e^{-\frac{E_{0,i}}{k_B T}} \simeq \frac{1}{2} n_i(z)$

Ce qui nous conduit vers une expression simplifiée de l'intensité rétrodiffusée :

$$I(z) = I_0 e^{-2\sigma_i n_i(z) z} \sigma_{D,i}(\upsilon - \upsilon_{0,i}) \frac{1}{2} n_i(z)$$

Conclusion :

- Les résultats retrouvés pendant cette démarche vont nous permettre de récupérer des informations sur la composition de l'atmosphère ainsi que la concentration en aérosols lors du traitement des données récupérées par le détecteur.

ANNEXE

```
import numpy as np

n = 20;

k = 10;
dt = 0.02;
dx = 1.0;
dy = 1.0;

h = np.ones((n+2,n+2))
u = np.zeros((n+2,n+2))
v = np.zeros((n+2,n+2))

hx = np.zeros((n+1,n+1))
ux = np.zeros((n+1,n+1))
vx = np.zeros((n+1,n+1))

hy = np.zeros((n+1,n+1))
uy = np.zeros((n+1,n+1))
vy = np.zeros((n+1,n+1))

nsteps = 0
h[1,1] = .5;

def reflective():
    h[:,0] = h[:,1]
    h[:,n+1] = h[:,n]
    h[0,:] = h[1,:]
    h[n+1,:] = h[n,:]
    u[:,0] = u[:,1]
    u[:,n+1] = u[:,n]
    u[0,:] = -u[1,:]
    u[n+1,:] = -u[n,:]
    v[:,0] = -v[:,1]
    v[:,n+1] = -v[:,n]
    v[0,:] = v[1,:]
    v[n+1,:] = v[n,:]
```

```
def proses():
    #hx = (h[1:,:]+h[:-1,:])/2-dt/(2*dx)*(u[1:,:]-u[:-1,:])
    for i in range (n+1):
        for j in range(n):
            hx[i,j] = (h[i+1,j+1]+h[i,j+1])/2 - dt/(2*dx)*(u[i+1,j+1]-u[i,j+1])
            ux[i,j] = (u[i+1,j+1]+u[i,j+1])/2- dt/(2*dx)*((pow(u[i+1,j+1],2)/h[i+1,j+1]+ k/2*pow(h[i+1,j+1],2))- (pow(u[i,j+1],2)/h[i,j+1]+ k/2*pow(h[i,j+1],2)))
            vx[i,j] = (v[i+1,j+1]+v[i,j+1])/2 - dt/(2*dx)*((u[i+1,j+1]*v[i+1,j+1]/h[i+1,j+1]) - (u[i,j+1]*v[i,j+1]/h[i,j+1]))

    for i in range (n):
        for j in range(n+1):
            hy[i,j] = (h[i+1,j+1]+h[i+1,j])/2 - dt/(2*dy)*(v[i+1,j+1]-v[i+1,j])
            uy[i,j] = (u[i+1,j+1]+u[i+1,j])/2 - dt/(2*dy)*((v[i+1,j+1]*u[i+1,j+1]/h[i+1,j+1]) - (v[i+1,j]*u[i+1,j]/h[i+1,j]))
            vy[i,j] = (v[i+1,j+1]+v[i+1,j])/2 - dt/(2*dy)*((pow(v[i+1,j+1],2)/h[i+1,j+1] + k/2*pow(h[i+1,j+1],2)) - (pow(v[i+1,j],2)/h[i+1,j] + k/2*pow(h[i+1,j],2)))

    for i in range (1,n+1):
        for j in range(1,n+1):
            h[i,j] = h[i,j] - (dt/dx)*(ux[i,j-1]-ux[i-1,j-1]) - (dt/dy)*(vy[i-1,j]-vy[i-1,j-1])
            u[i,j] = u[i,j] - (dt/dx)*((pow(ux[i,j-1],2)/hx[i,j-1] + k/2*pow(hx[i,j-1],2)) - (pow(ux[i-1,j-1],2)/hx[i-1,j-1] + k/2*pow(hx[i-1,j-1],2)))
            - (dt/dy)*((vy[i-1,j]*uy[i-1,j]/hy[i-1,j]) - (vy[i-1,j-1]*uy[i-1,j-1]/hy[i-1,j-1]))
            v[i,j] = v[i,j] - (dt/dx)*((ux[i,j-1]*vx[i,j-1]/hx[i,j-1]) - (ux[i-1,j-1]*vx[i-1,j-1]/hx[i-1,j-1])) - (dt/dy)*((pow(vy[i-1,j],2)/hy[i-1,j]
            + k/2*pow(hy[i-1,j],2)) - (pow(vy[i-1,j-1],2)/hy[i-1,j-1] + k/2*pow(hy[i-1,j-1],2)))

#dh = dt/dt*(ux[1:,:]-ux[:-1,:])+ dt/dy*(vy[:,1:]-vy[:,:-1])
    reflective()
    return h,u,v
'''
for i in range (17):
    #print h
    proses(1)
'''
```

```python
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import cm
from matplotlib.ticker import LinearLocator, FormatStrFormatter
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
a = n
x = np.arange(n+2)
y = np.arange(n+2)
x,y = np.meshgrid(x,y)

fig = plt.figure()

ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

def plotset():
    ax.set_xlim3d(0, a)
    ax.set_ylim3d(0, a)
    ax.set_zlim3d(0.5,1.5)
    ax.set_autoscalez_on(False)
    ax.zaxis.set_major_locator(LinearLocator(10))
    ax.zaxis.set_major_formatter(FormatStrFormatter('%.02f'))
    cset = ax.contour(x, y, h, zdir='x', offset=0 , cmap=cm.hot)
    cset = ax.contour(x, y, h, zdir='y', offset=n , cmap=cm.hot)
    cset = ax.contour(x, y, h, zdir='z', offset=.5, cmap=cm.hot)

plotset()

surf = ax.plot_surface(x, y, h,rstride=1, cstride=1,cmap=cm.hot,linewidth=0,antialiased=False, alpha=0.7)

fig.colorbar(surf, shrink=0.5, aspect=5)
```

```python
def data(k,h,surf):
    proses()
    ax.clear()
    plotset()
    surf = ax.plot_surface(x, y, h,rstride=1, cstride=1,cmap=cm.hot,linewidth=0,antialiased=False, alpha=0.7)
    return surf,

ani = animation.FuncAnimation(fig, data, fargs=(h,surf), interval=100, blit=False)
ani.save('laser.mp4', bitrate=512)
plt.show()
```

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
w, i = np.loadtxt('C:/Users/USER/Desktop/info MP1/raman (1).txt', usecols=(0, 1), unpack=True)
plt.plot(w, i)
plt.xlabel('Décalage Raman(cm$^{-1}$)')
plt.ylabel('Intensité')
plt.savefig('raman-1.png')
plt.show()
```