Amélioration du transport aérien

Année : 2018/2019

Thème : Transport

Numéro d'inscription: 44052

Problématique

- Comment peut-on modéliser l’écoulement de l’air autour d’une aile d’avion pour retrouver les différentes forces exercées sur lui?

- Peut-on exploiter l’apprentissage statistique pour retrouver la forme optimale pour l’aile ?

Contributions

- Etude de la mécanique des fluides pour modéliser l’écoulement de l’air autour de l’aile
- Réalisation d’une expérience pour la recherche des forces exercées sur l’aile
- Etude de l’apprentissage statistique pour trouver la forme optimale pour l’aile d’avion

Plan de travail

1- Modélisation physique du problème

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

3- La recherche de la forme optimale par l'apprentissage statistique

1- Modélisation physique du problème

- **L'équation de Navier stockes :**

$$\rho(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\,.\,\overrightarrow{grad}\,)\,\vec{V} = -\,\overrightarrow{grad}(\mathrm{P}) + \rho\vec{g} + \mu\Delta\vec{V}$$

- Ecoulement incompressible ⟶ $div(\vec{V})$=0

↓

- $\vec{u}$: fonction de courant ⟵ $\vec{V}=\overrightarrow{rot}(\vec{u})$

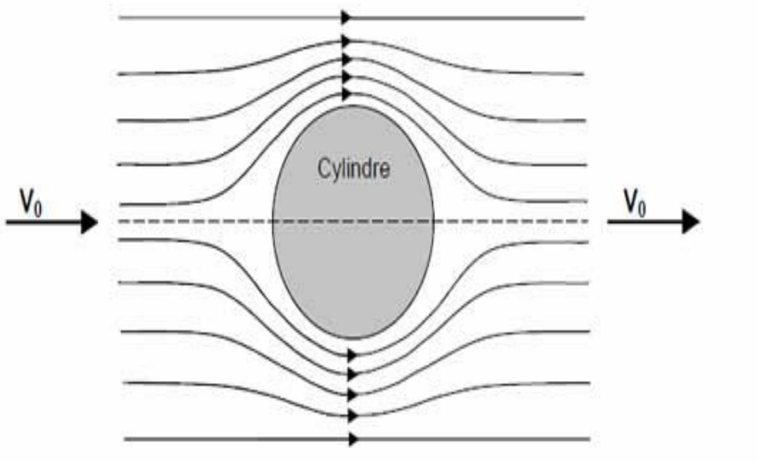
- $\overrightarrow{rot}(\vec{V})$ = 0 ⟶ $\vec{V}$= - $\overrightarrow{grad}(\Phi)$

avec Φ le potentiel d'écoulement

- $\vec{w}=\overrightarrow{rot}(\vec{V})$ le vecteur tourbillon

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Potentiel complexe et écoulement autour d'un cylindre**



Ecoulement 2 dimensionnel ⟹ $\vec{u}$ selon $\vec{ez}$

Potentiel complexe W=Φ+iu

$\frac{dW}{dz}$= v_X - i v_Y

Φ vérifie l'équation de Laplace ⟹ Φ= $-V_0$(r+$\frac{R^2}{r}$)

W=V_0(z+$\frac{R^2}{z}$) - $\frac{i\Gamma}{2\pi}$ Γ est ici la circulation du champs de vitesse autour du cylindre

Théorème de Bernoulli ⟹

$$F_x = 0$$
$$F_y = -\rho V_0 \Gamma$$

C'est le paradoxe de d'Alembert: pour un fluide parfait en écoulement, l'obstacle ne subit aucune force de frottement

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Transformée de Joukowski**

La transformée de Joukowski est donnée par l'équation

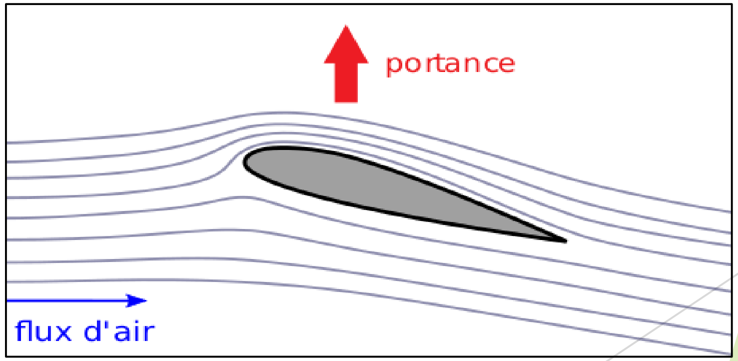
$Z = z + \frac{R^2}{z}$ ⟶ Transformation conforme

un profil cylindrique de rayon a+λ centré en –λ ⟶ $z = -\lambda + (a+\lambda)e^{i\gamma}$

Si on impose l'absence de divergence dans le nouveau W, on obtient :

$\Gamma = -4\pi(a+\lambda)\sin(\alpha)V_0$ avec α l'angle d'attaque

Cette condition est appelée condition de Kutta, elle postule que le contour de l'aile est une ligne de courant



$F_y = \rho 4\pi(a+\lambda)\sin(\alpha)\,V_0^2$ est la partance par unité de longueur

En général : $\vec{F} = \frac{1}{2}\rho S C_z V^2$

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Force de trainée**

Loi de Stokes :

$\vec{F} = -6\pi\mu R\vec{V}$avec R =$\frac{\rho LV}{\mu}$ le nombre de Raynolds

cette formule est valable pour R< 1

dans le domaine étudié: $\vec{F} = \frac{1}{2}\rho S C_x V^2$

$$C_x = C_{xv} + C_{xp} + C_{xi}$$

C_{xv}: trainée due à viscosité

C_{xp}: trainée due à la pression

C_{xi}=$\frac{{C_z}^2}{\pi\lambda}$: trainée induite par la portance

λ=$\frac{E^2}{S}$: allongement aérodynamique, E est l'envergure de l'avion

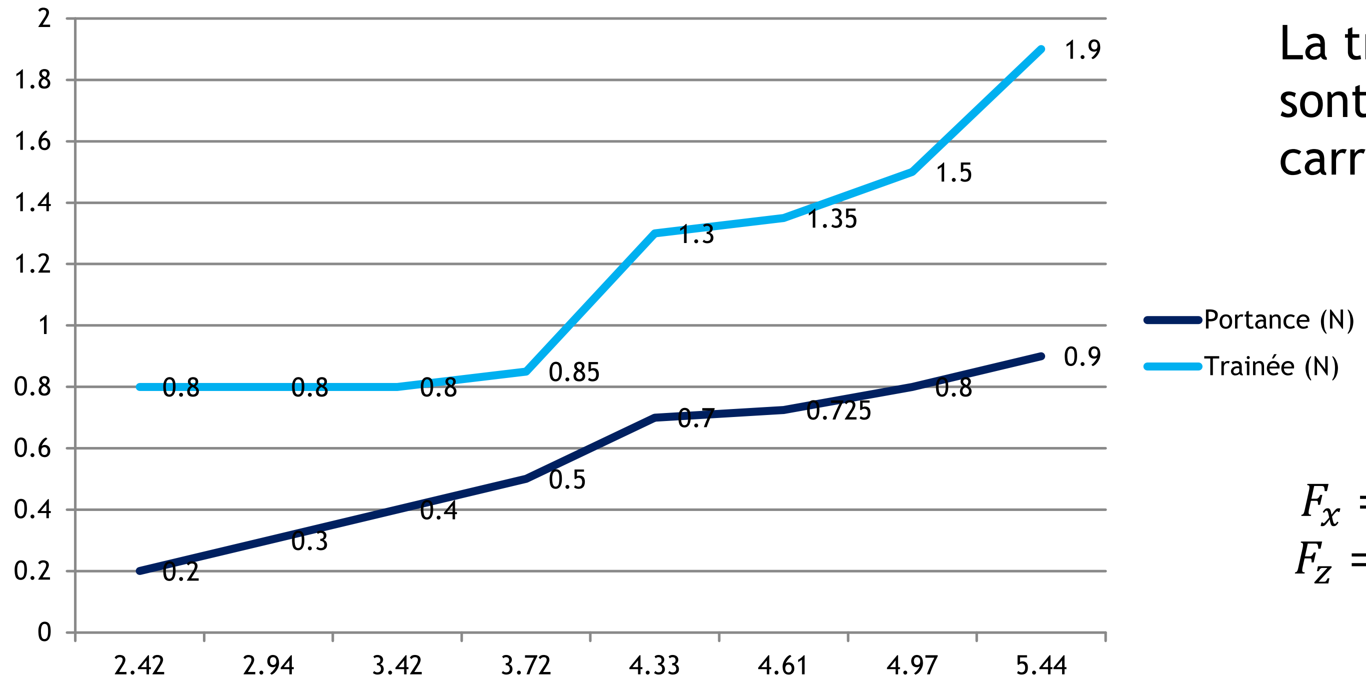
2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Expérience**

On mesure la portance et la trainée en fonction de la vitesse

Vitesse du vent (m/s)	2,42	2,94	3,42	3,72	4,33	4,61	4,97	5,44
Portance (N)	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,725	0,8	0,9
Trainée (N)	0,8	0,8	0,8	0,85	1,3	1,35	1,5	1,9

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes



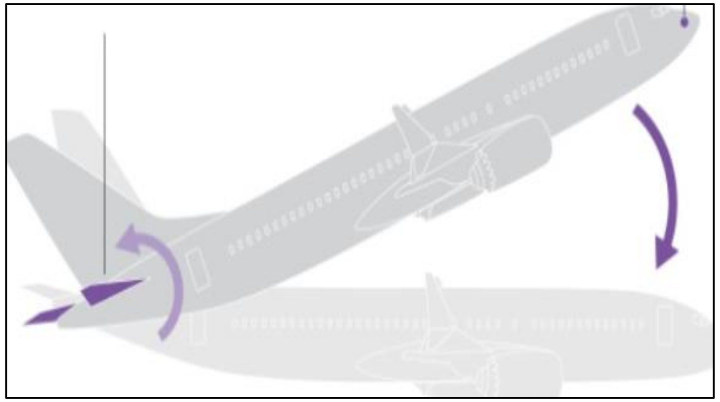
La trainée et la portance sont proportionnels au carré de la vitesse

$$F_x = \alpha V^2$$
$$F_z = \beta V^2$$

$$\alpha = 0{,}064$$
$$\beta = 0{,}034$$

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Commentaire sur la Boeing 737**



Un angle d'attaque trop important augmente la surface d'attaque de l'avion et donc augmente la trainée.
Le MACAS est un système conçu pour redresser l'avion si l'angle devient trop grand.

A cause des fausses données, le MACAS a trop diminué l'angle d'attaque ce qui a diminué la portance et donc il 'y avait une perte d'équilibre ce qui à causé les accidents,

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Première tentative de résolution numérique : la méthode des différences finies**

En revenant à u et w, on obtient les deux équations suivantes

$$\begin{cases} \Delta\vec{u} = -w \\ \mu\Delta\vec{w} = (\overrightarrow{rot}(\vec{u}).\overrightarrow{grad})(\vec{w}) \end{cases}$$

Les équations sont scalaires car $\vec{u}\ et\ \vec{w}\ sont\ selon\ \vec{e_z}$

on effectue un développement de Taylor à l'ordre 2

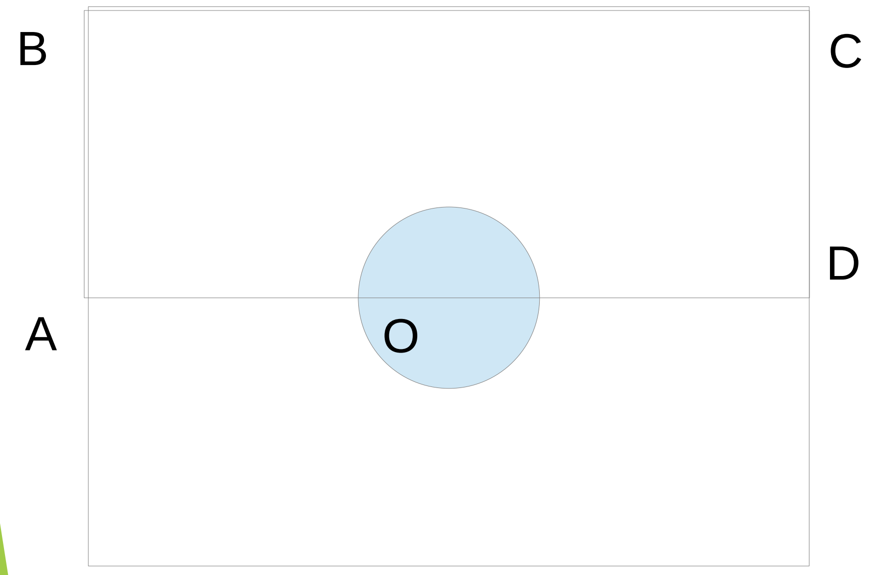
$$\begin{cases} u(x+h) = u(x) + \dfrac{\partial u}{\partial x}h + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}h^2 \\ u(x-h) = u(x) - \dfrac{\partial u}{\partial x}h + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}h^2 \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \dfrac{u(x+h) + u(x-h) - 2u(x)}{h^2} \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{u(x+h) - u(x-h)}{2h} \end{cases}$$

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Schéma numérique**

$$u_{i,j} = \frac{1}{4}\left(u_{i,j+1} + u_{i,j-1} + u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + h^2\, w_{i,j}\right)$$

$$w_{i,j} = \frac{1}{4}\left(w_{i+1,j} + w_{i-1,j} + w_{i,j+1} + w_{i,j-1}\right) - \frac{1}{16\mu}\left[\left(u_{i,j+1} - u_{i,j-1}\right)\left(w_{i+1,j} - w_{i-1,j}\right)\right.$$
$$\left. -\left(u_{i+1,j} - u_{i-1,j}\right)\left(w_{i,j+1} - w_{i,j-1}\right)\right]$$



AB : $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ $\quad$ w=0

BC : $\frac{\partial u}{\partial y}=0$ $\quad$ w=0

CD : $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ $\quad$ $\frac{\partial w}{\partial x}=0$

AD : u=0 $\quad$ w=0

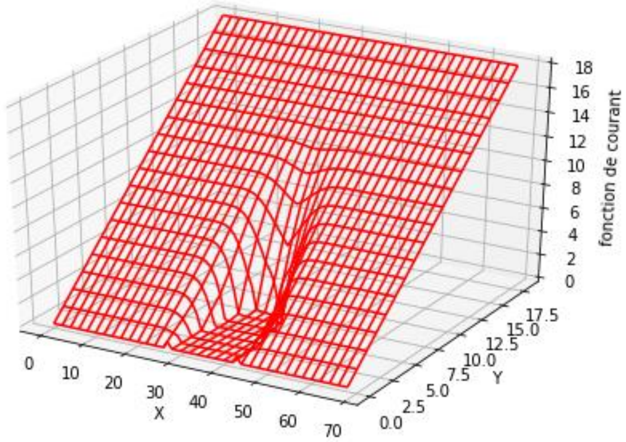
Surface du cylindre :

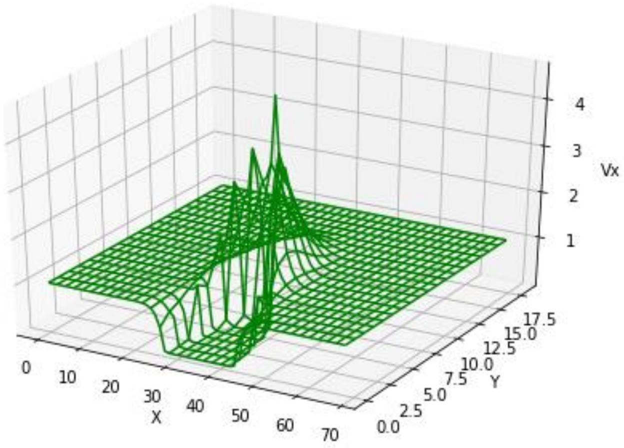
u=0 $\quad$ $\frac{\partial u}{\partial y}(cx-x)-\frac{\partial u}{\partial x}y=0$

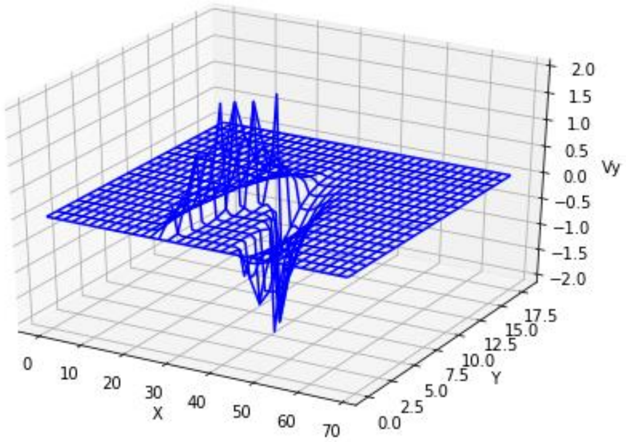
2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Résultats**

On obtient les courbes suivantes







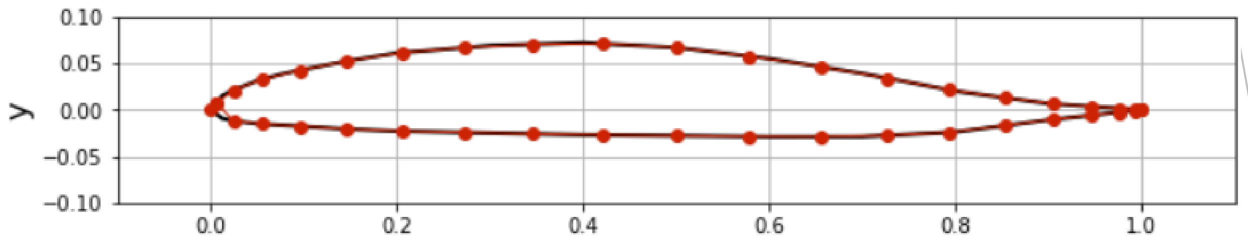
2- La recherche des expressions des forces exercées sur l'aile par différentes méthodes

- **Deuxième tentative de résolution numérique**

Vue la difficulté dans l'implémentation des conditions aux limites pour

la forme d'une aile, on utilise une deuxième approche qui utilise la condition de Kutta déjà énoncée

Discrétisation de la géométrie de l'aile



L'écoulement est tangent à l'aile

$$\overrightarrow{V_i}.\overrightarrow{n_i} = 0$$

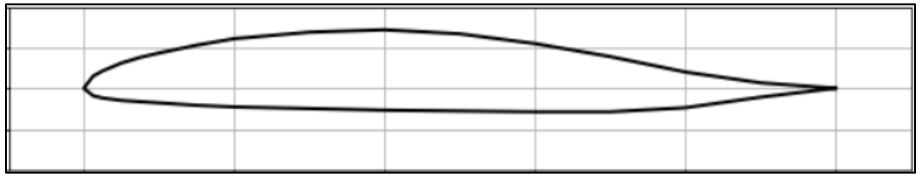
Condition de Kutta

$$\overrightarrow{V_1} = \overrightarrow{V_n}$$

2- La recherche des expressions des forces exercées sur l’aile par différentes méthodes

- **Quelques résultats**

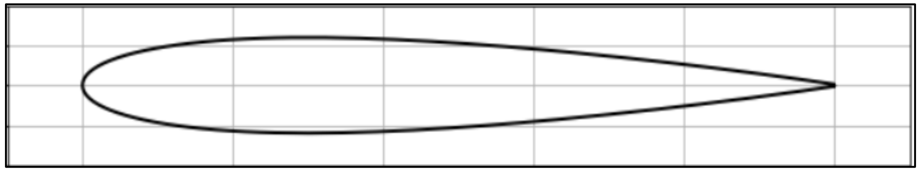
5-H-10



$C_z = 0{,}504$
$C_{xi} = 0{,}0054$

$$\frac{C_z}{C_{xi}} = 93{,}33$$

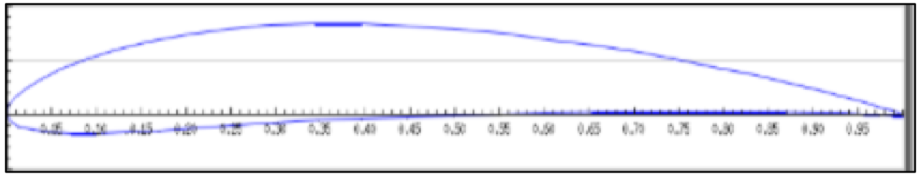
naca0012



$C_z = 0{,}506$
$C_{xi} = 0{,}0068$

$$\frac{C_z}{C_{xi}} = 78{,}09$$

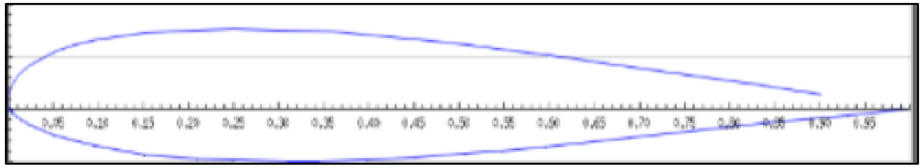
naca4409



$C_z = 0{,}925$
$C_{xi} = 0{,}0181$

$$\frac{C_z}{C_{xi}} = 51{,}10$$

boeing737



$C_z = 0{,}607$
$C_{xi} = 0{,}0127$

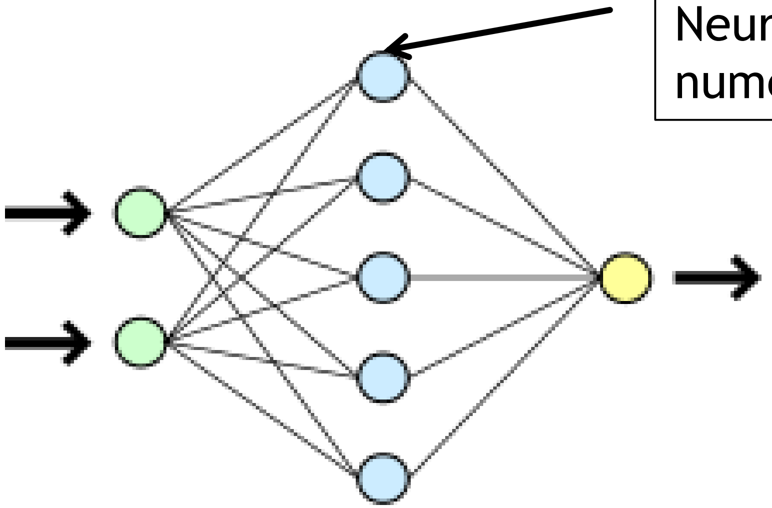
$$\frac{C_z}{C_{xi}} = 47{,}80$$

3- La recherche de la forme optimale par l’apprentissage statistique

- **Réseau de neurones**

Neurone: chaque neurone contient un numéro qui caractérise son activation

Couche d’entée



Couche de sortie

Couches cachées: l’activation d’une couche provoque l’activation de celle qui la suit

L’activation d’une neurone se calcule avec une somme pondérée de l’activation de la couche qui la précède et à laquelle on applique une fonction d’activation :

$a_{i,j+1} = f\left(\sum_i p_{i,j}\ a_{i,j}\ - b_{i,j+1}\right)$ $\quad$ $b_{i,j}$ est un biais

On peut prendre $f(x) = \sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ la fonction sigmoid

Ecriture matricielle:

$$\sigma\left(\begin{pmatrix} p_{1,1,i} & \cdots & p_{n,1,i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n,1,i} & \cdots & p_{n,n,i} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{i,1} \\ \vdots \\ a_{i,n} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{i,1} \\ \vdots \\ b_{i,n} \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a_{i+1,1} \\ \vdots \\ a_{i+1,n} \end{pmatrix}$$

Apprentissage statistique:

L'optimisation des différents poids et biais pour obtenir le résultat voulu à la sortie

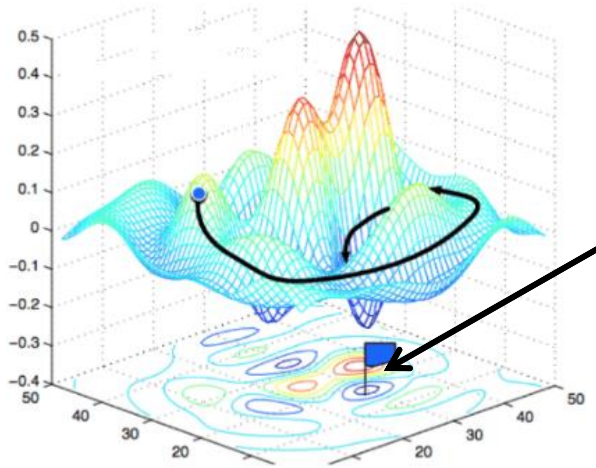
3- La recherche de la forme optimale par l'apprentissage statistique

- **La descente du gradient**

le gradient pointe dans la direction de la pente la plus décroissante

pour trouver le minimum d'une fonction, on peut suivre le gradient. on descend avec un pas proportionnel au gradient

Itération du processus



Minimum retrouvé

3- La recherche de la forme optimale par l’apprentissage statistique

- **Retropagation**

Dans le réseau de neurones, on veut optimiser une fonction qu’on appelle le cout C ⟹ on cherche le gradient de C

$$\overrightarrow{grad}(C) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial C}{\partial p_{i,j,k}} \\ \dfrac{\partial C}{\partial b_{i,j}} \end{pmatrix}$$

Dans notre cas, le cout est calculé par le programme précédent

$C = (\frac{C_{xi}}{C_z})^2$

3- La recherche de la forme optimale par l’apprentissage statistique

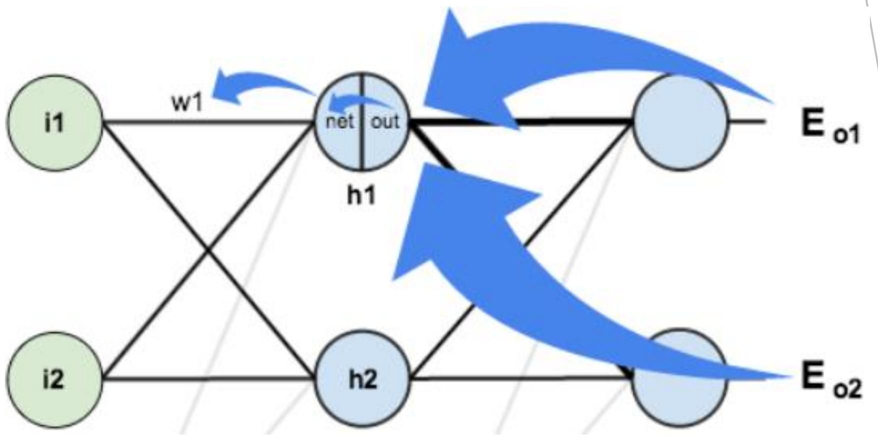
- **Calcul du gradient**

on pose $z_{i,j,k} = p_{i,j,k}\, a_{j,k} + b_{i,n}$

$$\frac{\partial C}{\partial p_{i,j,n}} = \frac{\partial z_{i,n}}{\partial p_{i,j,n}} \frac{\partial a_{i,n}}{\partial z_{i,n}} \frac{\partial C}{\partial a_{i,n}}$$

$$\frac{\partial C}{\partial a_{k,n-1}} = \sum_j \frac{\partial z_{j,n}}{\partial a_{k,n-1}} \frac{\partial a_{j,n}}{\partial z_{j,n}} \frac{\partial C}{\partial a_{j,n}}$$

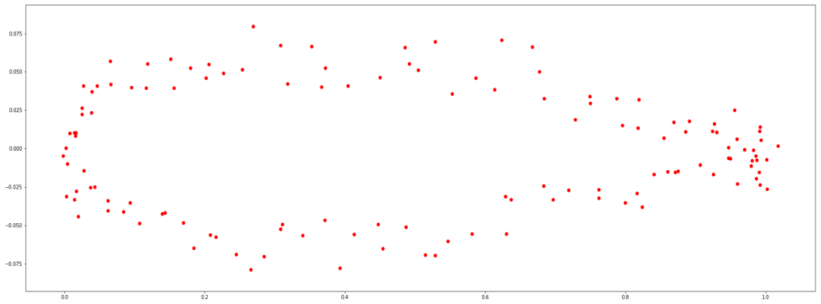
$$\frac{\partial C}{\partial p_{k,d,n-1}} = \frac{\partial z_{k,n-1}}{\partial p_{k,d,n-1}} \frac{\partial a_{k,n-1}}{\partial z_{k,n-1}} \frac{\partial C}{\partial a_{k,n-1}}$$



On repete le processus d’une couche à une autre

3- La recherche de la forme optimale par l’apprentissage statistique

- **Résultat**



Cette forme est surprenante, mais ce résultat était prévisible puisque notre étude était manquante
(on n’a considéré que la trainée induite) et l’apprentissage statistique donne souvent des résultats étranges

Un pont bâtis à l’aide de l’apprentissage statistique

3- La recherche de la forme optimale par l'apprentissage statistique

- **Conclusion**

La combinaison la résolution numérique pour la recherche des différentes forces exercées sur l'aile et l'apprentissage statistique peut nous permettre de retrouver une forme optimale pour l'aile. Cette approche peut avoir de grands intérêts industriels

MERCI POUR VOTRE ATTENTION