

TIPE 2020/2021

ENERGIE HOULOUMOTRICE

Comment peut-on, à partir des mouvements de la houle, produire une énergie électrique non polluante ?

THEME: Enjeux sociétaux

Il y a une anti coïncidence
entre la demande et la
production de l'électricité
+ Une production nuisible à
l'environnement



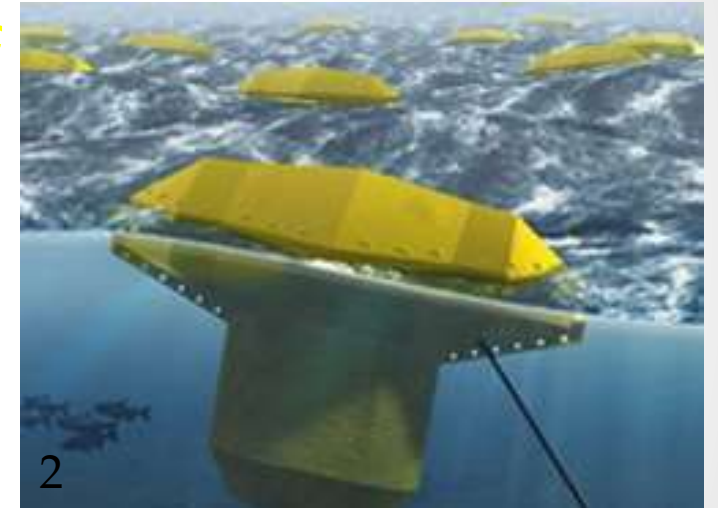
Il y a une faible estime aux énergies
renouvelables comme l'énergie
des vagues



La production de
l'électricité est
responsable de
42,5% des émissions
mondiales du CO2



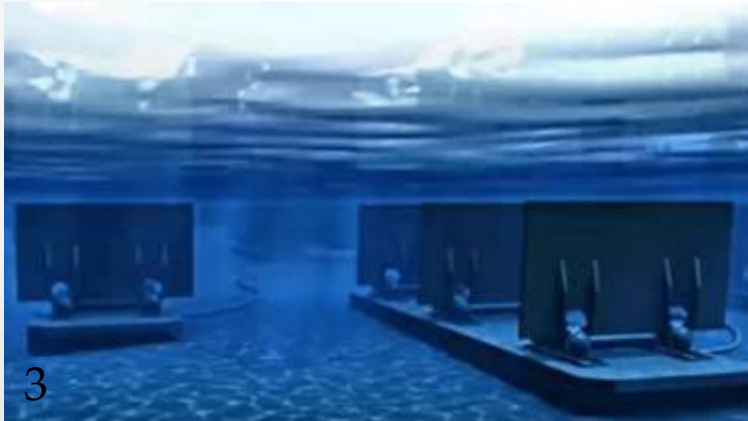
Objectif



Produire d'avantage de l'électricité
à l'aide de l'énergie des vague

Objectifs du TIPE

- Modélisation et résolution des équations vérifiées par la houle:
Modèle d'AIRY: équation aux dérivées partielles linéaire
Une simulation numérique du déplacement d'un petit volume d'eau
- Approfondissement dans la conversion de l'énergie en énergie électrique via un système houlomoteur:
Exemple d'un système à corps oscillant
Etude de la récupération de l'énergie mécanique par le système houlomoteur
Etude de la production de l'électricité via le phénomène d'induction



sommaire

Une modélisation de la
houle: modèle d'Airy

Simulation
numérique du
modèle d'Airy

Etude de la conversion de l'énergie
mécanique en énergie électrique à
l'aide d'un système houlomoteur:
Chaîne flottante articulée

1. Une modélisation de la Houle: Houle d'AIRY

La houle est
un
mouvement
ondulatoire de
la surface de la
mer



La houle
est une
oscillation
sinusoïdale
régulière

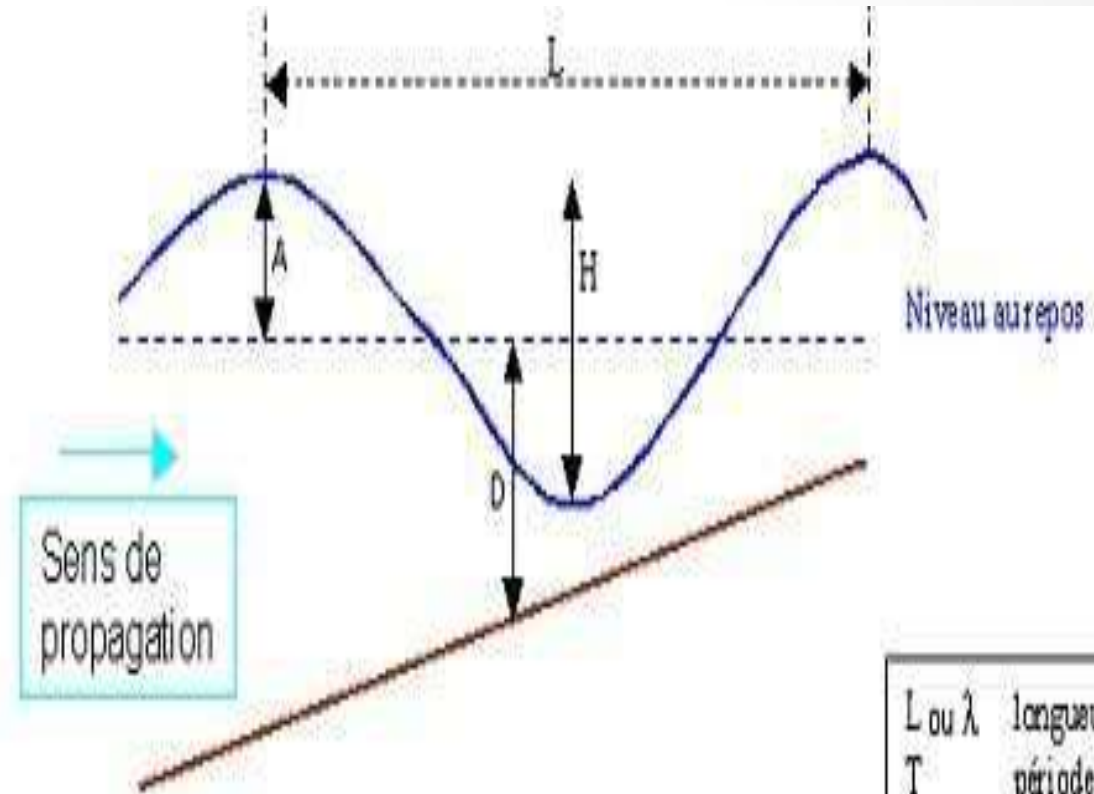
Modèle d'AIRY: Equation aux dérivée partielles

❖ Hypothèse:

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0$$

L'existence d'un
potentiel des vitesses ϕ
tel que :
 $\nabla \phi(M, t) = 0$

$$\overrightarrow{\operatorname{Rot} V} = 0$$



L ou λ	longueur d'onde
T	période
H	hauteur
D	profondeur
C	célérité = L/T
A	Amplitude

La théorie d'AIRY n'est valable que pour des faibles amplitudes et une profondeur $D < 0,01 g T^2$

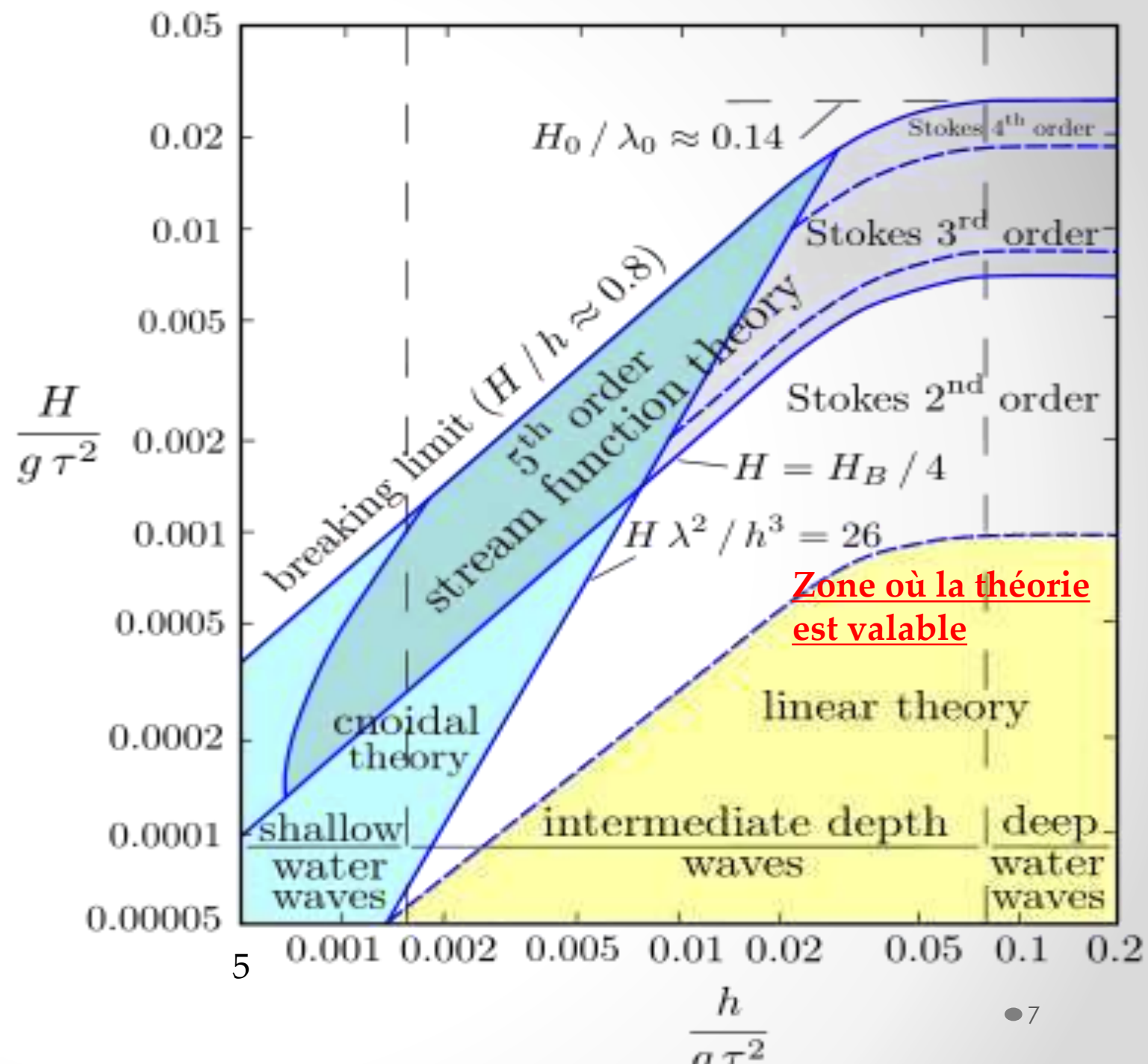
En appliquant la méthode de la séparation des variables on obtient:

$$\frac{1}{L^2} \frac{d^2 f}{dx^2} \times h + \frac{d^2 h}{dz^2} \times f = 0$$

On se trouve avec deux équations différentielles et linéaires:

$$1. \quad \frac{d^2 f}{dx^2} + (kL)^2 \times f = 0$$

$$2. \quad \frac{d^2 h}{dz^2} + k^2 \times h = 0$$



En résolvant les équations différentielles:

$$f(x) = A \sin(kLx + \varphi)$$

$$h(z) = B1 \times \cosh(kz) + B2 \times \sinh(kz)$$

Conditions aux limites:

1. Le fond: en $z = -d$

Le potentiel de vitesse vérifie en $z=-d$

$$\frac{d\phi}{dz} = 0$$

$$= A \sin(kx + \varphi) \times \frac{\cosh(k(z + d))}{\cosh(kd)} \times F(t)$$

Le potentiel de vitesse vérifie en $z=-d$

$$\frac{d\phi}{dz} = 0$$

$$\phi = A \sin(kx + \varphi) \times \frac{\cosh(k(z + d))}{\cosh(kd)} \times F(t)$$

2 - La surface libre: en $z=0$:

D'après l'équation de Bernoulli

et en supposant que la pression est constante et

$$\text{en } z=0 \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$$

On se ramène donc à une équation différentielle

$$\text{qui vérifie } \frac{d^2 F(t)}{dt^2} + gk \tanh(kd) \times F(t) = 0$$

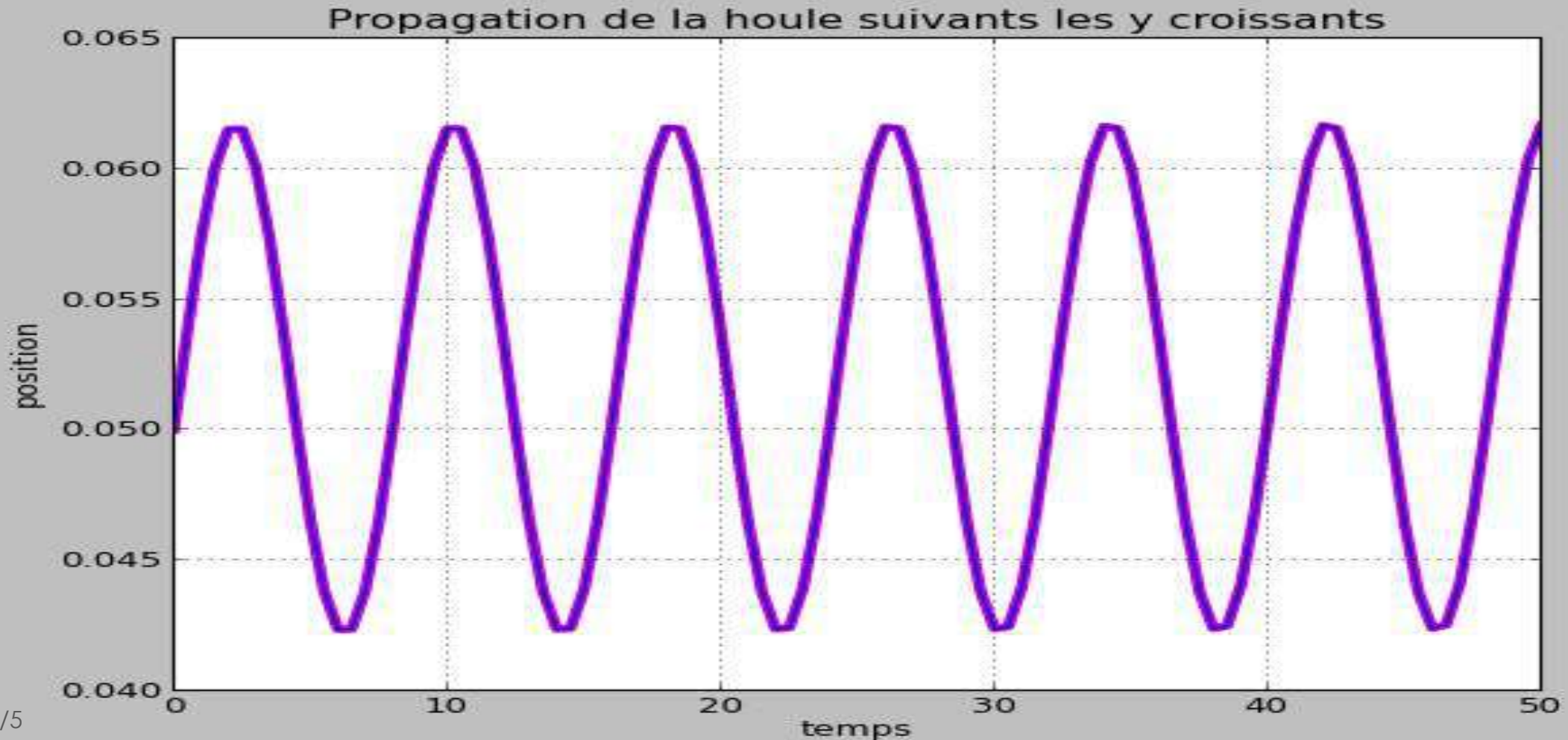
$$F(t) = D \sin(\omega t + \sigma)$$

$$\phi = \frac{A1}{2} \sin(kx - \omega t) \frac{\cosh(k(z + d))}{\cosh(kd)}$$

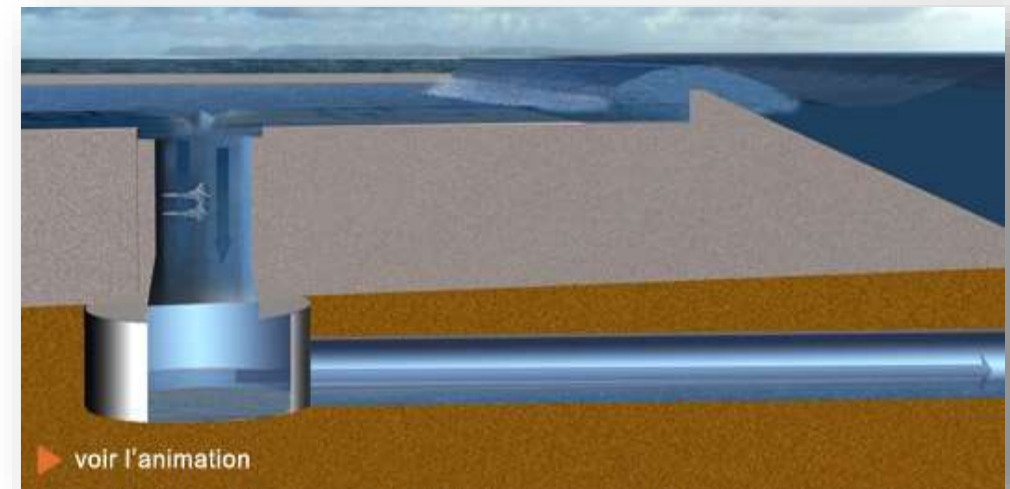
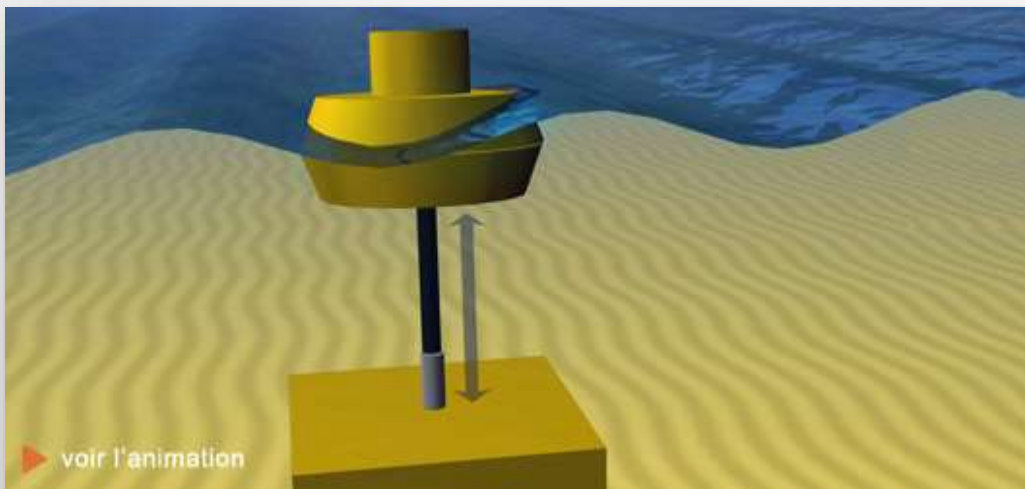
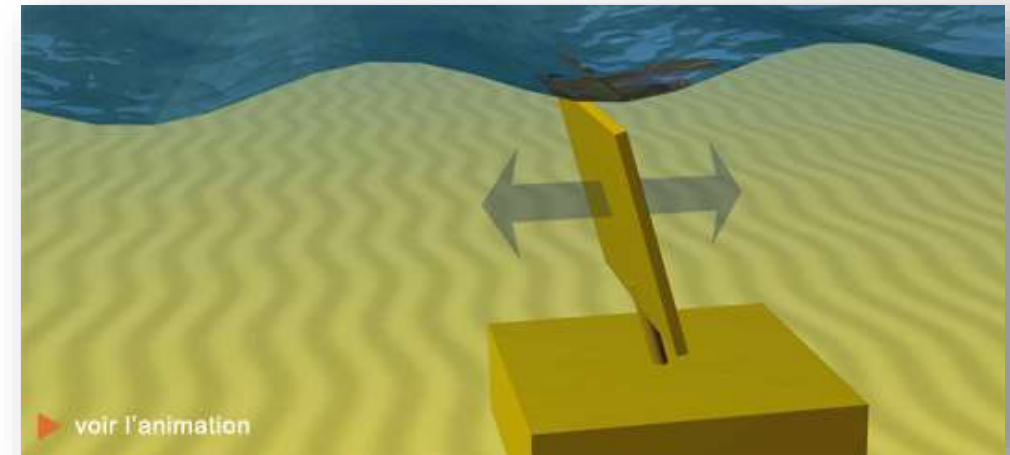
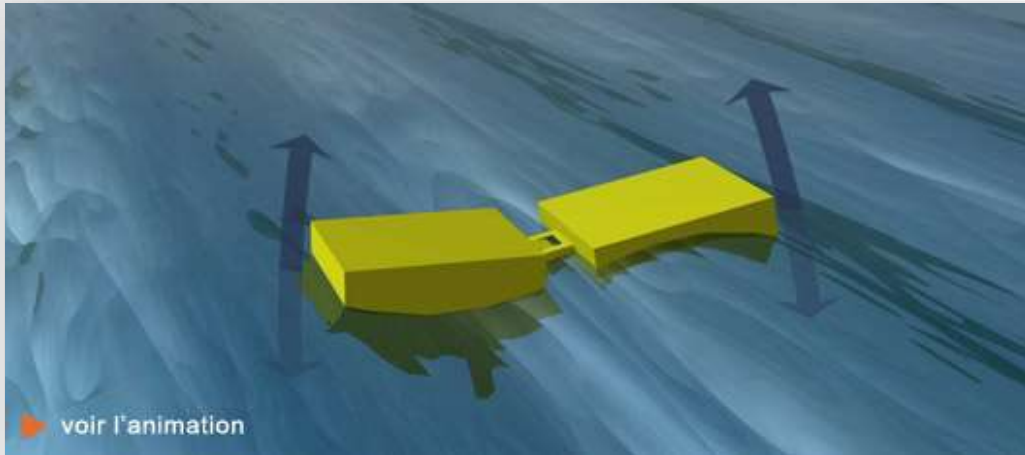
$$\phi = \frac{HL}{2T} \sin(kx - \omega t) \frac{\cosh(k(z + d))}{sh(kd)}$$

Une simulation numérique du déplacement d'un petit volume d'eau :

En eau profonde :

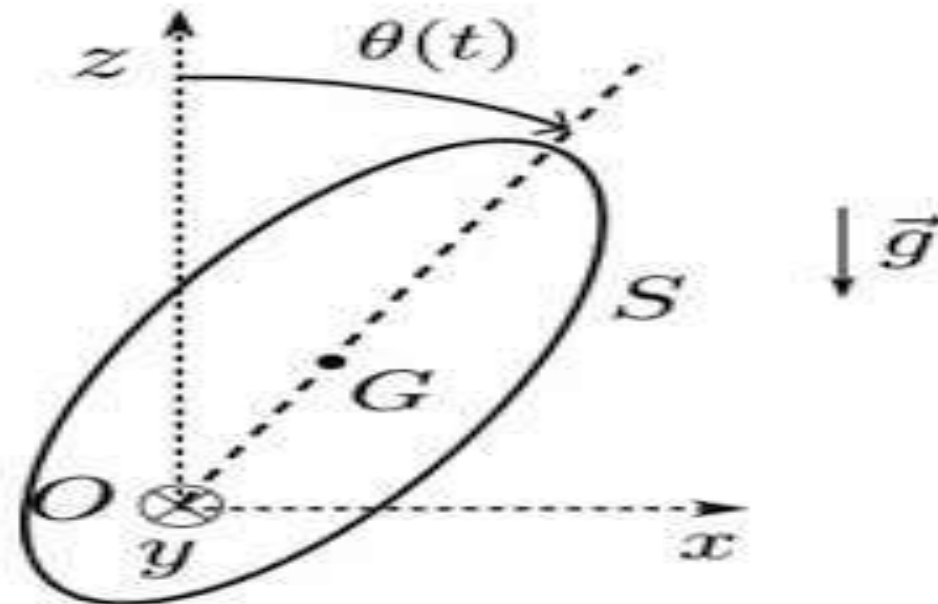


Qu'est ce qu'un système houlomoteur ?



Récupération de l'énergie mécanique

- On modélise ce dispositif par un pendule pesant composé d'un solide S en rotation autour de l'axe $O y$ et complètement immergé dans l'eau.
- Le pendule est fixé au fond de la mer
- Les mouvements se font dans le plan $(x O z)$



- Référentiel terrestre supposé Galiléen

- Bilan des forces:

Poussée d'Archimedes :

$$\vec{\Pi} = -\rho_e V \vec{g}$$

Poids :

$$\text{le poids } m\vec{g}$$

La force exercée par la houle :

$$\vec{F} = \beta \cos(\omega t) \vec{u}_x$$

Couple résistant :

$$\vec{C} = -\alpha \dot{\theta} \vec{u}_y$$

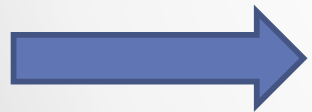
- On applique le théorème du moment cinétique du solide S par rapport à (Oy)

$$\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{J} \dot{\theta} + \frac{gd}{J} (\rho V - m) \sin \theta = \frac{d\beta}{J} \cos \theta \cos \omega t$$

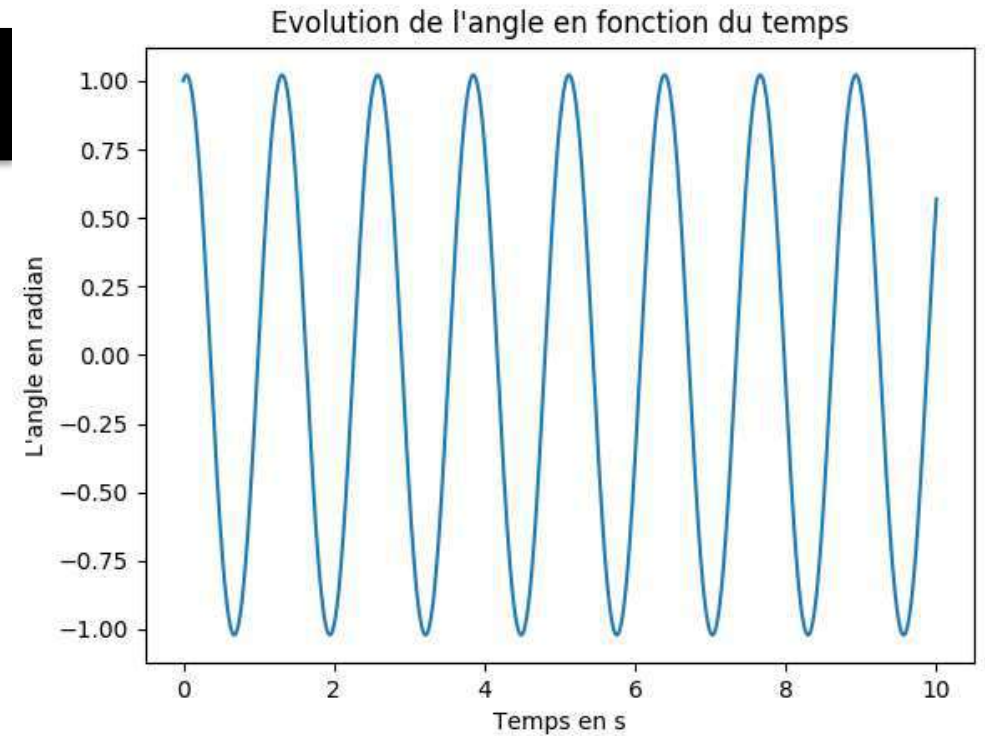


$$\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{J} \dot{\theta} + \frac{gd}{J} (\rho V - m) \theta = \frac{d\beta}{J} \cos \omega t$$

On pose $\underline{\theta} = \theta_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$

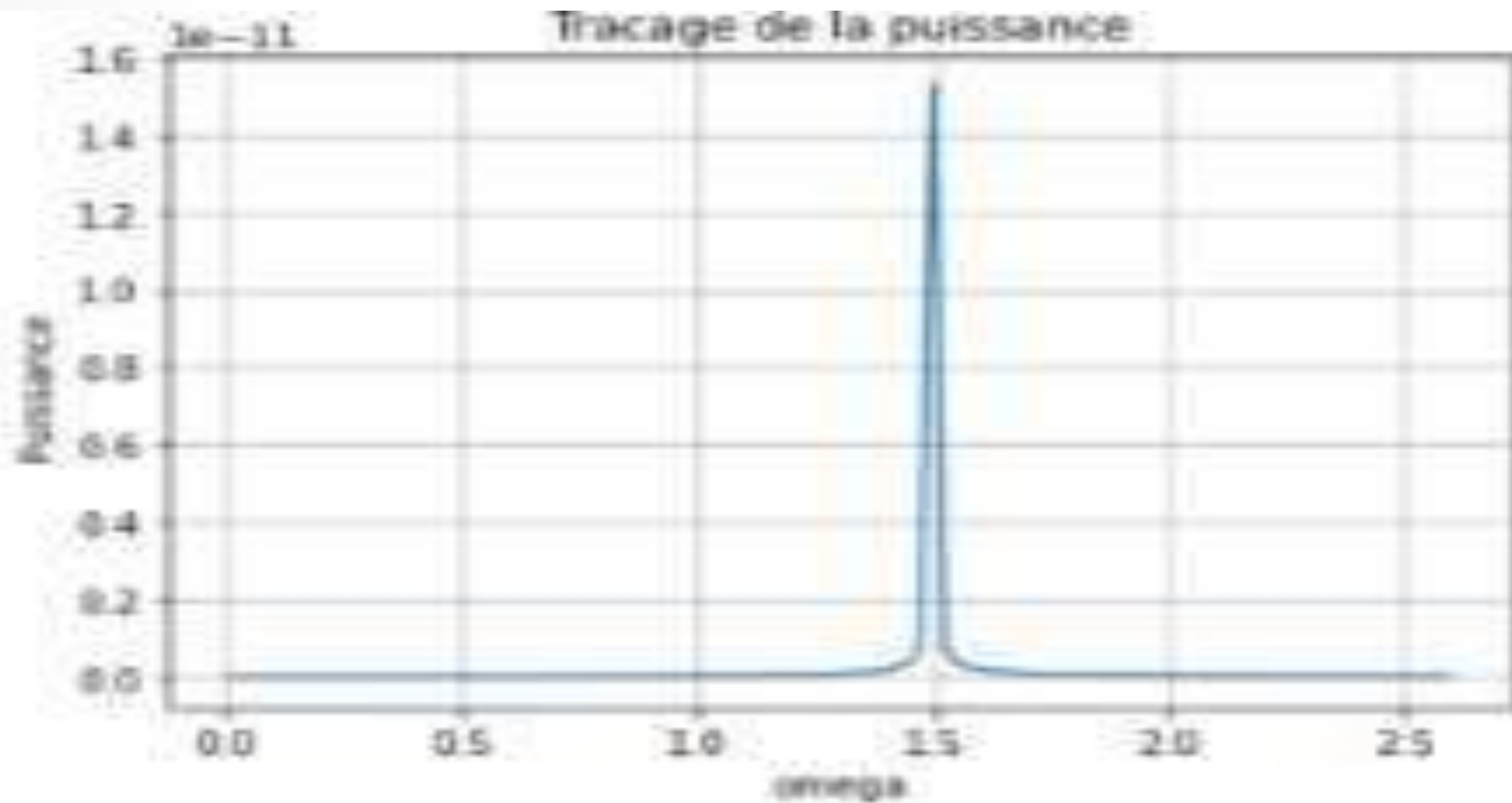


$$\theta_0 = \frac{\frac{d\beta}{J}}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\delta\omega)^2}}$$

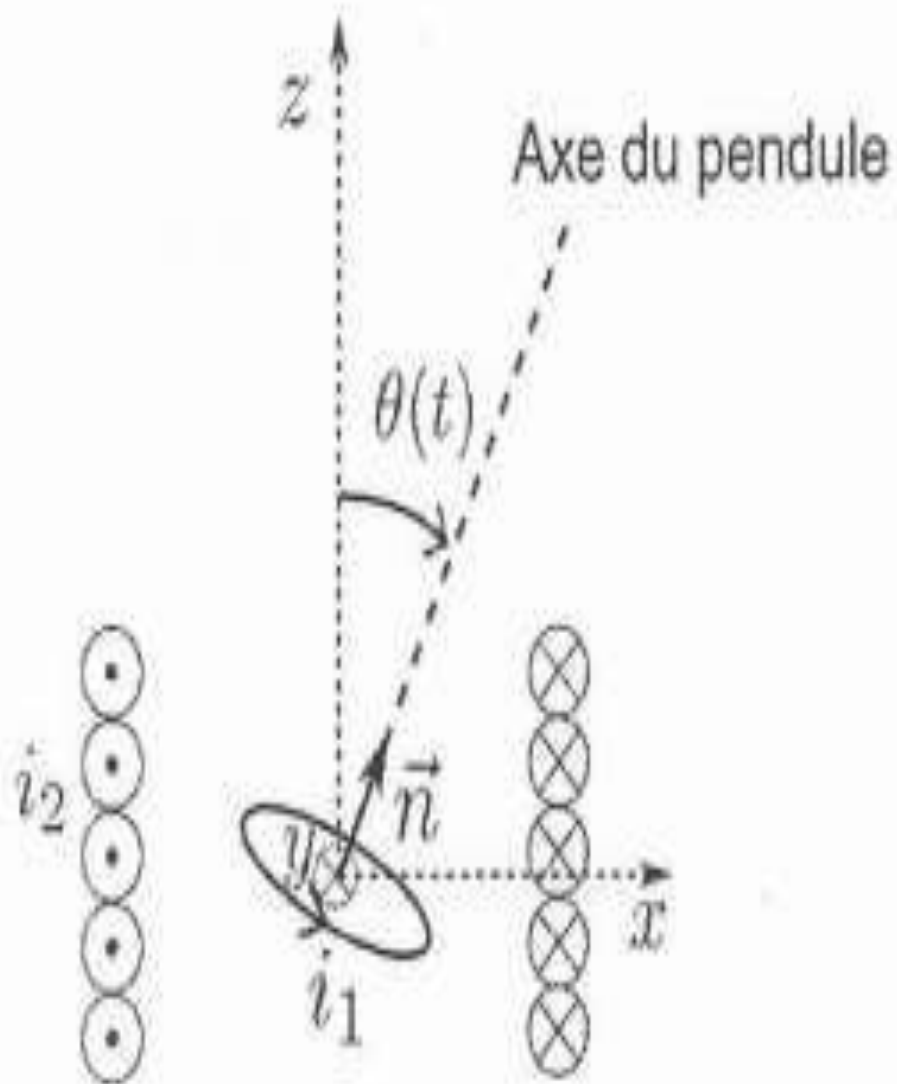


La puissance moyenne récupérée

- $$P_m = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{d\beta}{J} \right)^2 \frac{1/\omega_0^2}{\left(\frac{\lambda}{\omega_0} \right)^2 + \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{\omega}{\omega_0^2} \right)}$$



Production de l'électricité



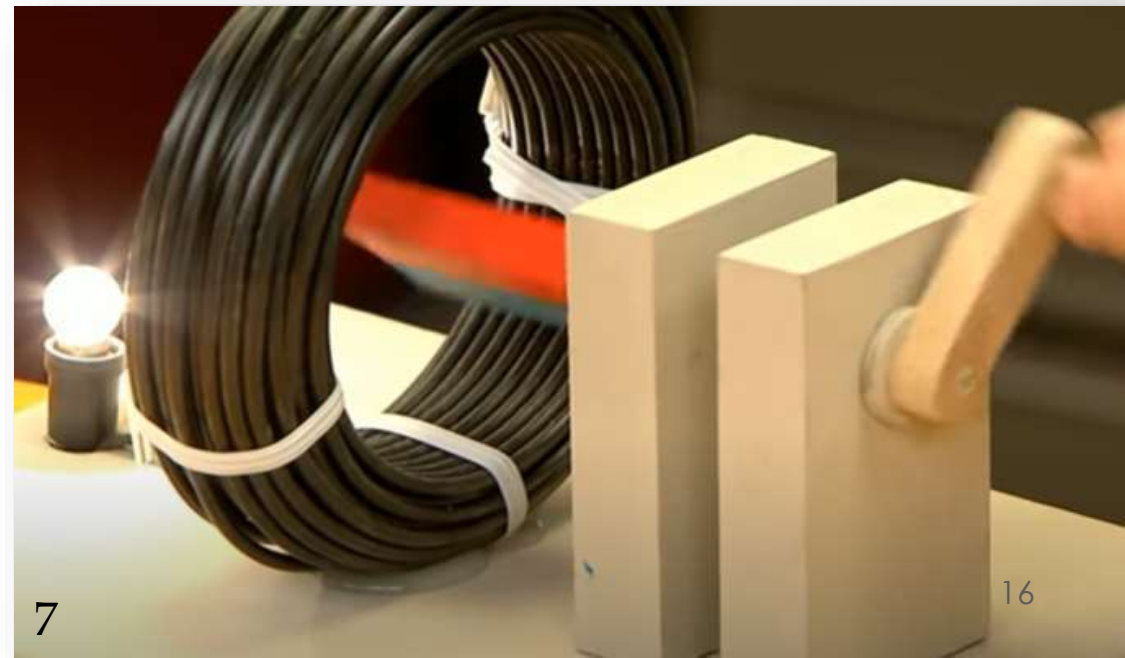
Le flux du champ B_2 à travers la bobine 1:

$$\Phi_{2 \rightarrow 1} = N_1 K_2 i_2 S \cos \theta$$

$$B_2(t) = k_2 i_2(t)$$

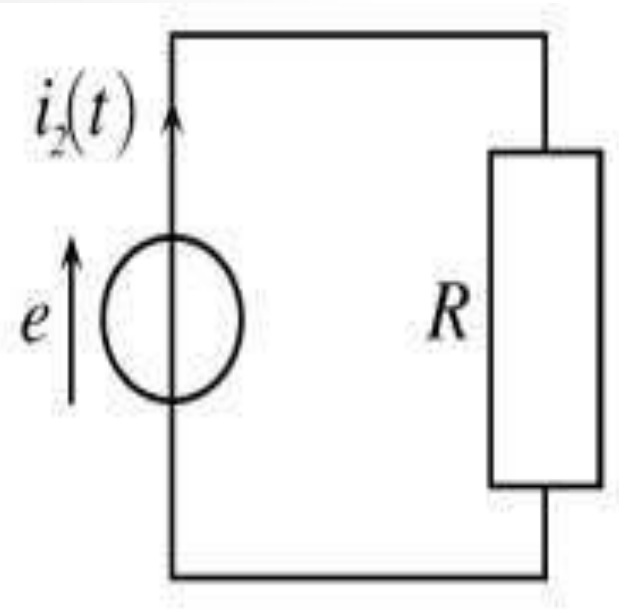
Le flux du champ B_1 0 travers la bobine 2:

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = N_1 K_2 S i_1 \cos \theta$$



Production de l'électricité

- D'après la loi de Faraday; $e = -\frac{d\phi_{1 \rightarrow 2}}{dt} = N_1 K_2 i_1 S \dot{\theta} \sin \theta$
- On obtient donc le schéma électrique équivalent:



$$e = Ri_2(t)$$

$$P = \frac{(N_1 K_2 i_1 S \dot{\theta} \sin \theta)^2}{R}$$

Conclusion

- La houle est une onde mécanique caractérisée par une longueur d'onde.

Il y a plusieurs modélisations qui peuvent simplifier le mouvement de la houle parmi lesquelles le modèle linéaire qui a fait l'objet d'étude

- La production de l'électricité met en avant plusieurs systèmes et technologies comme les systèmes flottants (Palemis installés au cote du Portugal) ou même les système à corps oscillant (dispositifs d'Oyster).
(puissance de 300 à 750 Watt)
- Le mouvement des vagues est une alternative précieuse qui augmente la production de l'électricité et réduit la pollution mais les technologies aboutissant à ce processus n'ont pas encore atteint leur totale efficacité



Annexes

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def func(t,y):
    H=0.05
    T=6
    L=58
    D=0.53
    z=-0.5
    return (H/(np.pi)*T)*(np.cos(2*np.pi*(-(t/T)+(y/L))*(np.cosh(2*np.pi*(D+z)/L)/np.sinh(2*np.pi*D/L))))

tf=50
n=100
t=np.linspace(0,tf,n+1)
h=tf/n
y=np.zeros(n+1)
y[0]=0.05
for i in range(0,n):
    y[i+1]=y[i]+h*func(t[i],y[i])

plt.plot(t,y)
plt.grid()
plt.show()
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from math import sin
from math import cos
def a(alpha, Omega, P_lev):
    if alpha * (Omega**2) < P_lev:
        return alpha * Omega
    else:
        return (P_lev) / Omega

def g(theta):
    return 28*sin(theta)
def h(theta,t):
    return 3.3*(10**(-7))*cos(theta)*cos(2.6*t)

def F(t,theta, omega):

    f=h(theta,t)-g(theta)-(a(alpha, omega, P_lev)/(3.0*(10**7)))

    return f

def Euler(t0,tf,theta0,omega0,n) :
    T=np.linspace(t0,tf,n+1)
    h=(tf-t0)/n
    theta=theta0
    omega=omega0
    THETA=[theta0]
    OMEGA=[omega0]

    for i in range(n):
        theta+=h*omega

        omega+=h*F(T[i],theta, omega)

        THETA.append(theta)
        OMEGA.append(omega)

    return THETA,T
```

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
gamma = 1.
distance = 10.
beta = 1.
lambdal = 10**(-7) * 0.5 / 3
J = 3 * 10**7
omega0 = 1.5
omega = np.linspace(0.01, 2.6, num = 100)
def fonction(gamma, distance, beta, omega, omega0, lambdal, J, i):

    return 0.5 * gamma * ( distance * beta / J )**2 * (1/omega0**2) / ( (lambdal/omega0)**2 + (omega0/omega[i] - omega[i]/omega0) )
liste = []
for i in range(len(omega)):
    liste.append( fonction(gamma, distance, beta, omega, omega0, lambdal, J, i) )
liste = np.array(liste)
plt.plot(omega, abs( liste))
plt.xlabel("omega")
plt.ylabel("Puissance")
plt.title("Tracage de la puissance")
plt.grid()

```

- 1: <https://www.quelleenergie.fr/magazine/economies-energie/baisse-production-electrique-chauffage-bois-50328/>
- 2: <https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fwww.meretmarine.com%2Fobjets%2F14342.jpg&imgrefurl>
- 3: <https://www.connaissancedesenergies.org/fiche-pedagogique/energie-houlomotrice-ou-energie-des-vagues>
- 4,6: <https://www.connaissancedesenergies.org/fiche-pedagogique/energie-houlomotrice-ou-energie-des-vagues>
- 7: <https://www.youtube.com/watch?v=BbrFQfnnWqE>