TIPE 2018/2019

# LE TRANSPORT DES CHARGES PAR LES GRUES

Thème: **TRANSPORT**

28728

D'après une étude consacrée aux accidents de travail, les accidents liés à un engin de levage entraînent:

Le problème vient la plus part du temps des oscillations non désirées des charges lors du mouvement de la grue.

Par exemple l'oscillation non contrôlée d'une charge lourde peut faire basculer toute la grue.

48% — de lourds dommages corporels

46% — un décès

## Objectif

**minimiser ces oscillations**

# Plan:

**Modélisation et résolution des équations différentielles:**

*pendule simple libre
*pendule simple forcé
*pendule double

**Recherche de la trajectoire optimale:**

*approximation des coordonnées de la charge en des polynômes
*algorithme d'optimisation temporelle


## Tentative d'un contrôle en boucle fermée:

*recherche d'une fonction de transfert
*visualisation

## **Pendule simple:**

Modélisation de la grue par un pendule simple libre

Approximations et hypothèses:
La charge est considérée comme une masse au point G.
Le câble est inextensible et de masse négligeable.


en appliquant **le théorème du moment cinétique**
ou alors en adoptant **une méthode énergétique**
on obtient:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + w_0^2 \sin(\alpha) = 0$$

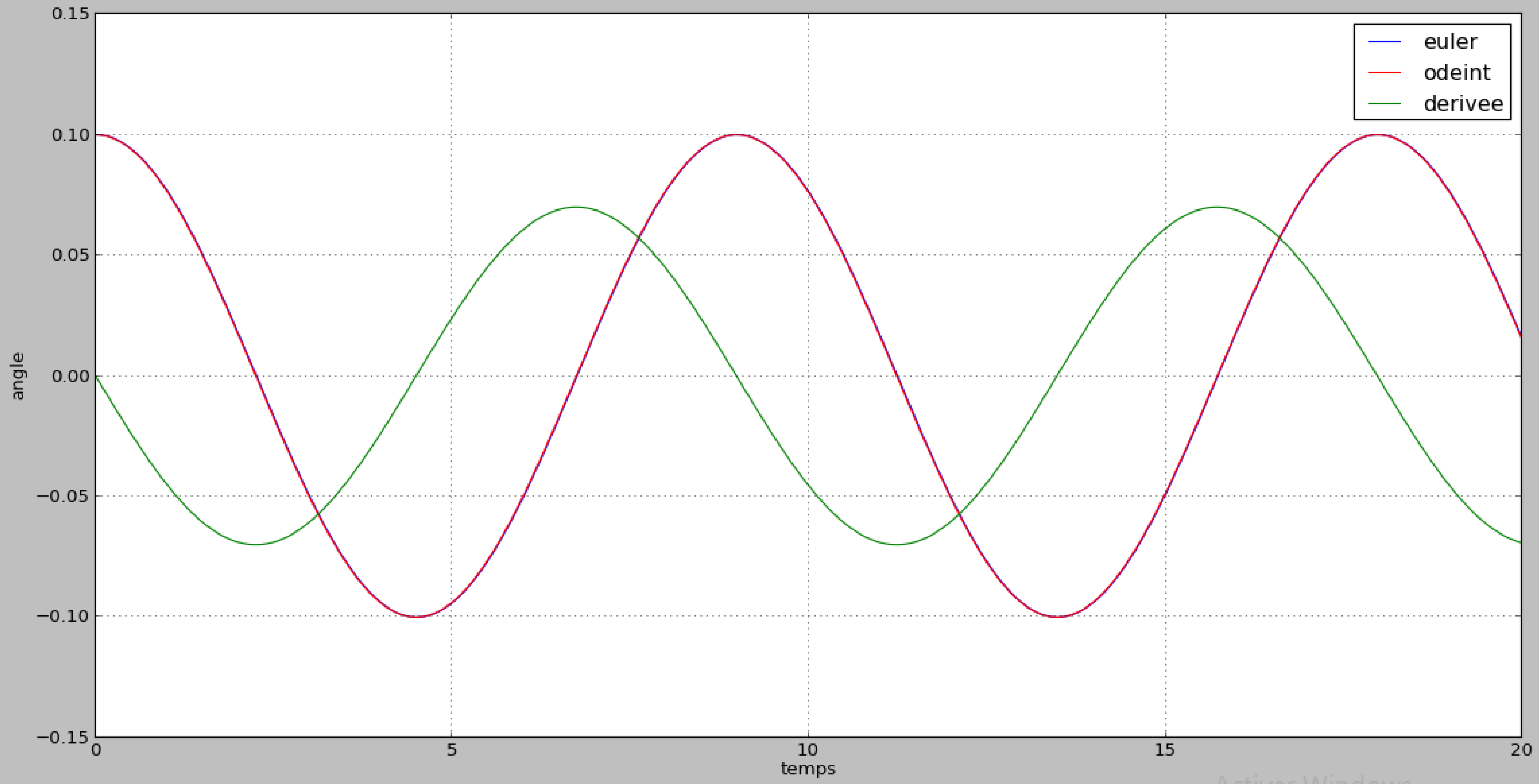
Equation différentielle <u>non linéaire</u> du second ordre → On tente une résolution numérique

Changement de variable+approximation d'Euler → Schéma numérique:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \beta$$

$$\begin{cases} \alpha_{i+1} = \alpha_i + h\beta_i \\ \beta_{i+1} = \beta_i - w_0^2 h \sin(\alpha_i) \end{cases}$$

On obtient la courbe suivante  α=f(t)




Activer Windows

Le modèle n'est pas assez proche de la réalité

**Tentative de correction**

Nécessité de quantifier l'effet du mouvement sur la charge transportée

L'ajout d'un terme d'excitation au second membre

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + w_0^2 \sin(\alpha) = \frac{d^2\psi}{dt^2}$$

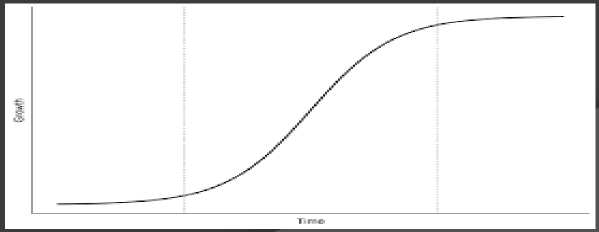
Ψ angle approximé par un polynôme

$$\frac{d^2\psi}{dt^2}$$

La rotation de la grue est repérée par un angle Ψ variant entre 0 et 45°

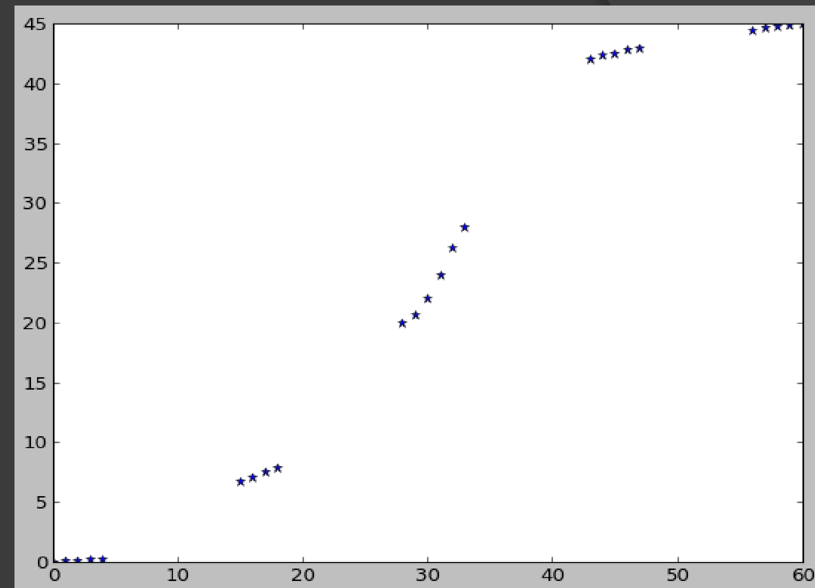
On souhaite obtenir un angle Ψ évoluant dans le temps

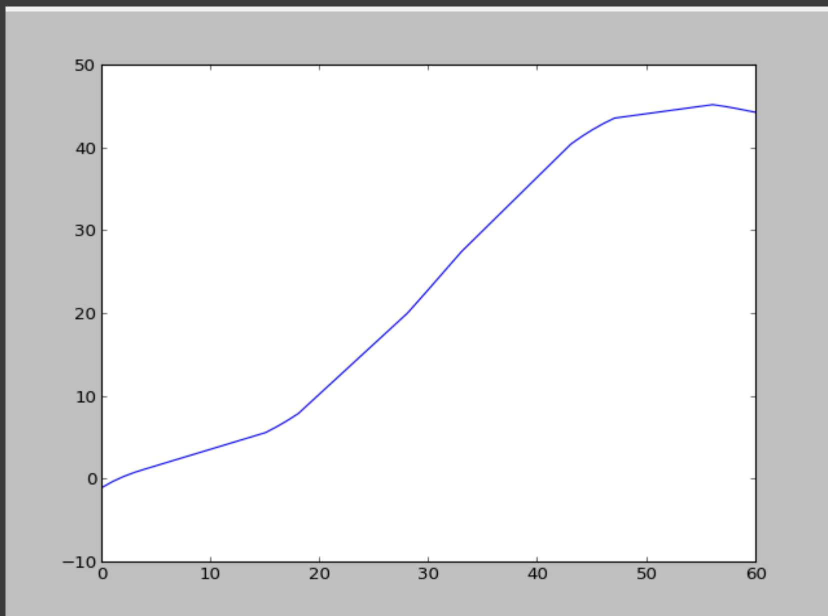
Suivre l'allure d'une S courbe



# Comment obtenir Ψ?

J’ai placé des points en suivant la forme de la courbe désirée



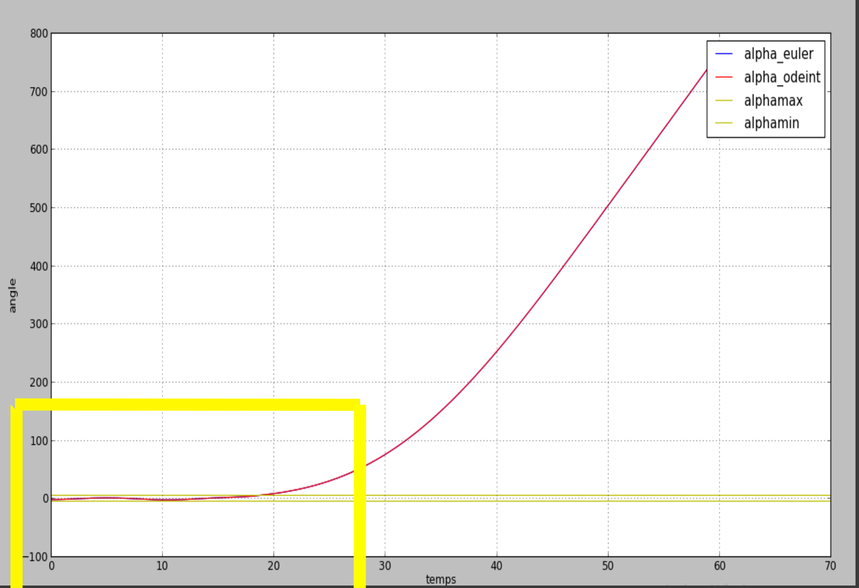

A l’aide de la fonction curve-fit sur python, j’ai ajusté ces points en un polynôme du 5ème degré

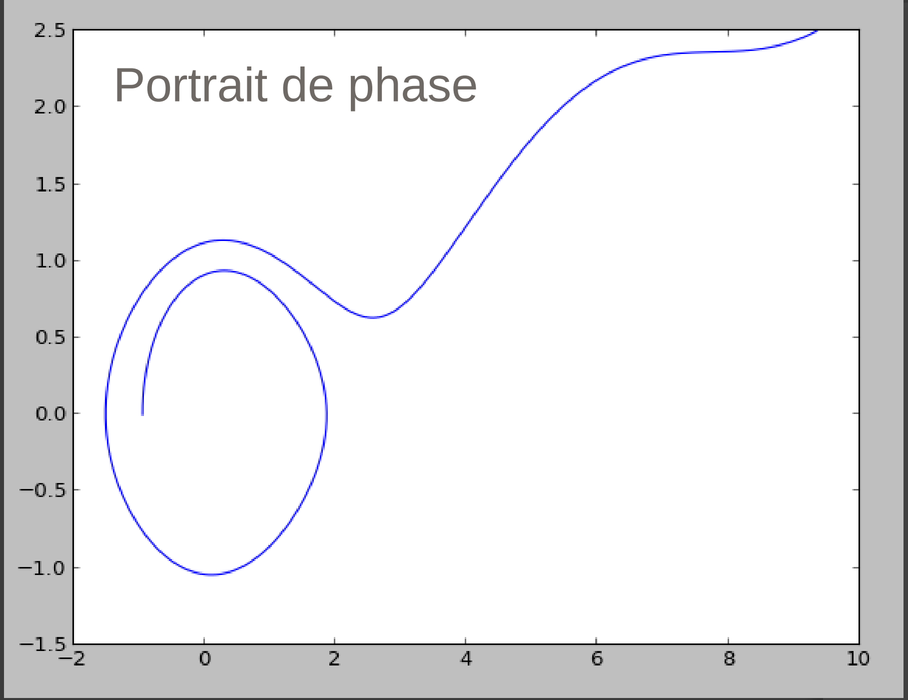
## Résolution numérique:

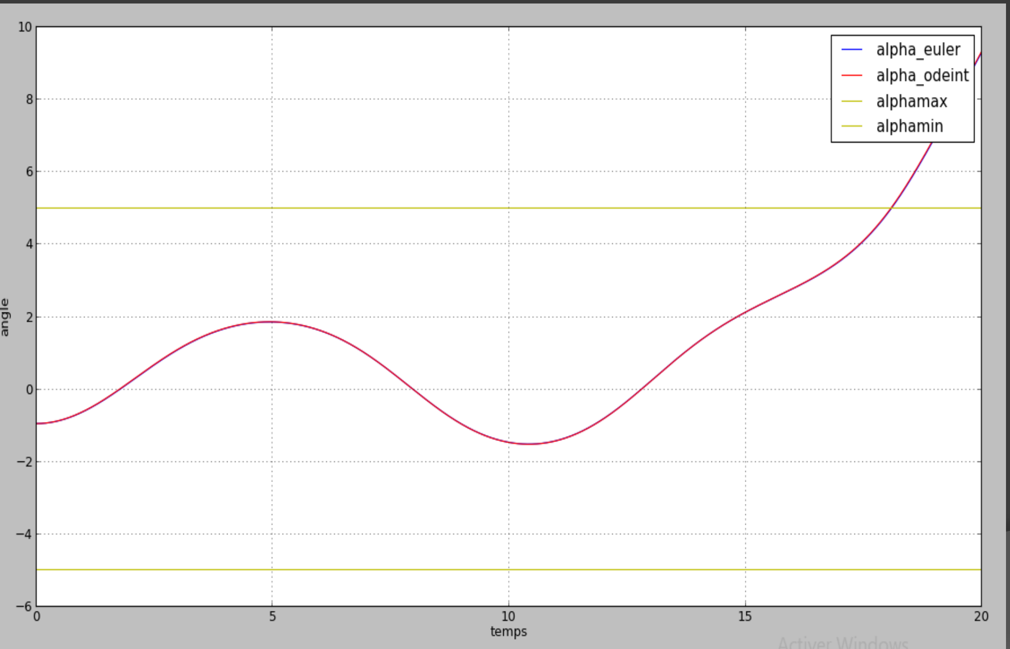
Changement de variable+approximation d’Euler → **Schéma numérique**

$$\frac{d\alpha}{dt} = \beta$$

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_{i+1} &= \alpha_i + h\beta_i \\ \beta_{i+1} &= \beta_i - w_0^2 h \sin(\alpha_i) + hb\left(\frac{d\Psi}{dt}\right)^2 \end{aligned} \right.$$




La solution est divergente

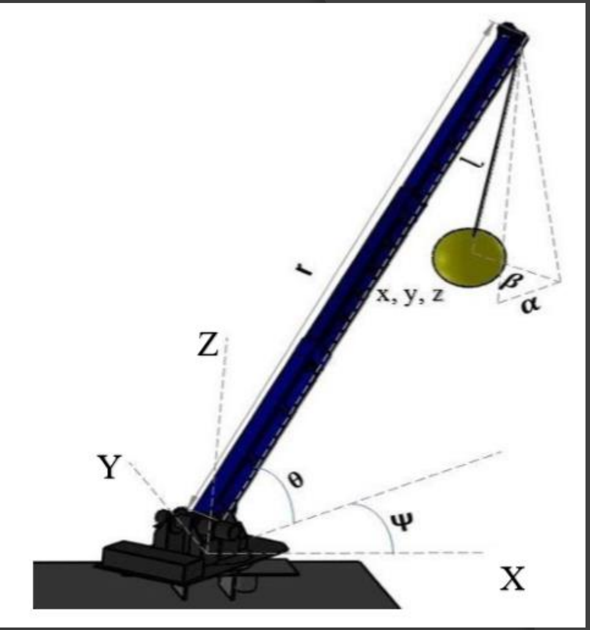
Le modèle n'est pas adapté

La charge pourrait même se détacher de la grue

## Pendule double:

Projection:

$$x = r\cos(\theta)\cos(\psi) + l(\cos(\beta)\sin(\alpha)\cos(\psi) - \sin(\beta)\sin(\psi))$$
$$y = r\cos(\theta)\sin(\psi) + l(\cos(\beta)\sin(\alpha)\sin(\psi) - \sin(\beta)\cos(\psi))$$
$$z = r\sin(\theta) - l(\cos(\beta)\cos(\alpha))$$




Calcul de l'énergie cinétique T
et de l'énergie potentielle U:

$$T = \frac{1}{2}m\left(\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right)$$

$$U = mgz$$

Introduction de Lagrangien:

$$\boxed{L = T - U}$$

L'équation d'EULER-LAGRANGE:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i$$

Avec:
q=α ou β
Q somme des forces extérieurs et couples appliquées sur le système

On obtient:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} = 0$$

Après des simplifications et des approximations on obtient:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + w_0^2\alpha = b\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 \qquad \frac{d^2\beta}{dt^2} + w_0^2\beta = -b\frac{d^2\psi}{dt^2}$$

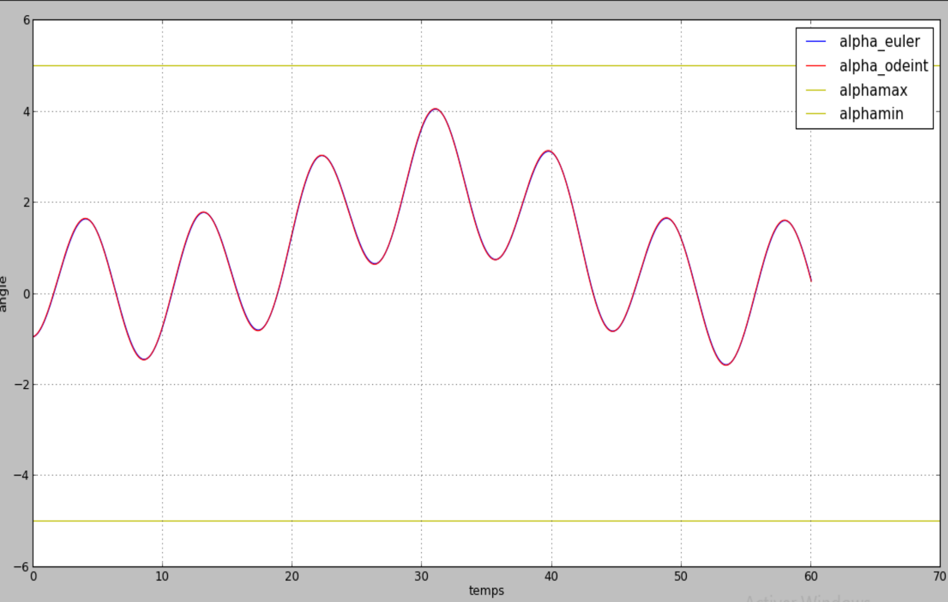
Résolution numérique : approximation d’Euler+Changement de variable $\frac{d\alpha}{dt} = z$

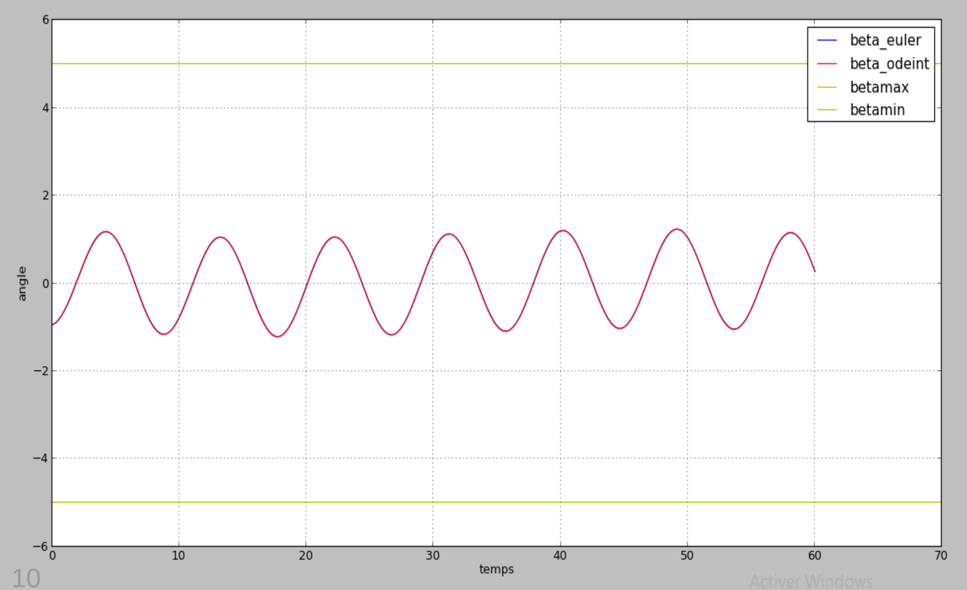
Schéma numérique:

$$\begin{cases} \alpha_{i+1} = \alpha_i + hz_i \\ z_{i+1} = z_i - w_0^2 h \sin(\alpha_i) + hb\left(\frac{d\Psi}{dt}\right)^2 \end{cases}$$

De même pour β

$$\begin{cases} \beta_{i+1} = \beta_i + hz_i \\ z_{i+1} = z_i - w_0^2 h \sin(\beta_i) - hb\frac{d^2\Psi}{dt^2} \end{cases}$$



# Comment peut-on minimiser ces oscillation?

1ère idée : déplacer très lentement la grue

Cela prendra très longtemps

Un déchargement de porte-conteneurs dans un port

Estimation:
¼ d'heure par conteneur
100000 conteneurs par bateau (la moyenne)

25000heures → 1041jours

Avec 8 grues:
130 heures → 5 jours

+ le temps de chargement

10 jours par port

Les grands porte-conteneurs ne restent dans un port que pendant 24 heures

## On se propose de rechercher une trajectoire optimale en tenant compte du temps de transport

On a déjà projeté :

$$x = r\cos(\theta)\cos(\psi) + l(\cos(\beta)\sin(\alpha)\cos(\psi) - \sin(\beta)\sin(\psi))$$
$$y = r\cos(\theta)\sin(\psi) + l(\cos(\beta)\sin(\alpha)\sin(\psi) - \sin(\beta)\cos(\psi))$$
$$z = r\sin(\theta) - l(\cos(\beta)\cos(\alpha))$$

On pose : $y_0 = r\cos(\theta)\sin(\psi)$ → L'ordonnée de la position de l'extrémité de la flèche

Et $t_f = T$ → La durée du transport

Notre objectif serait alors de trouver une trajectoire tel que:

$$x(0) = x_{d0} \quad x^{(p)}(0) = 0 \quad y(0) = y_{d0} \quad y^{(p)}(0) = 0$$
$$z(0) = z_{d0} \quad z^{(p)}(0) = 0 \quad y_0(0) = y_{0\,d0} \quad y_0^{(k)}(0) = 0$$

$$x(T) = x_d \quad x^{(p)}(T) = 0 \quad y(T) = y_d \quad y^{(p)}(T) = 0$$
$$z(T) = z_d \quad z^{(p)}(T) = 0 \quad y_0(T) = y_{0d} \quad y_0^{(k)}(T) = 0$$

p=1,2,3,4
k=1,2,3

T soit minimale

Pour un transport stable il faut que:

$$|\dot{x}|, |\dot{y}|, |\dot{z}|, |\dot{y}_0| \le v_{imax}, \ i = 1,2,3,4$$
$$|\ddot{x}|, |\ddot{y}|, |\ddot{z}|, |\ddot{y}_0| \le a_{imax}, \ i = 1,2,3,4$$
$$|x^{(3)}|, |y^{(3)}|, |z^{(3)}|, |y_0^{(3)}| \le j_{imax}, \ i = 1,2,3,4$$

x,y et z obéissent à 10 contraintes → Ils peuvent être approchés par un polynôme du 9éme degré

avec

$$\tau = \frac{t}{T}$$

$$x^*(t) = x_{d0} + (x_d - x_{d0})\sum_{i=1}^{9} \alpha_i \tau^i$$

$$y^*(t) = y_{d0} + (y_d - y_{d0})\frac{x^*(t) - x_{d0}}{x_d - x_{d0}}$$

$$z^*(t) = z_{d0} + (z_d - z_{d0})\frac{x^*(t) - x_{d0}}{x_d - x_{d0}}$$

Y0 obéit à 8 contraintes → il peut être approché par un polynôme du 7éme degré

$$y_0^*(t) = y_{0d0} + (y_{0d} - y_{0d0})\sum_{i=1}^{7} \beta_i \tau^i$$

## Il faut déterminer les αi et βi

Après avoir résolus un système déduit à partir des contraintes et grâce à l'écriture polynomiale qui facilite le calcul de la dérivée on obtient:

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$ $\alpha_5 = 126$ $\alpha_6 = -420$ $\alpha_7 = 540$

$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ $\alpha_8 = -315$ $\alpha_9 = 70$

$\beta_4 = 35$ $\beta_5 = -84$

$\beta_6 = 70$ $\beta_8 = -20$

# Recherche de T → ALGORITHME

En entrée : Tl,Tm,v,a,j
Retourne: T*

$$\mathrm{v} = 0.5\ \mathrm{m/s}$$
$$\mathrm{a} = 0.5\ \mathrm{m/s^2}$$
$$\mathrm{j} = 0.5\ \mathrm{m/s^3}$$

Tm=20
Valeur maximale

$$\begin{aligned} T_l = \max\Bigg\{ & \frac{1}{v_{1\max}} \max\left|\frac{dx^*(\tau)}{d\tau}\right|,\ \left(\frac{1}{a_{1\max}} \max\left|\frac{d^2x^*(\tau)}{d\tau^2}\right|\right)^{\frac{1}{2}} \\ & \left(\frac{1}{j_{1\max}} \max\left|\frac{d^3x^*(\tau)}{d\tau^3}\right|\right)^{\frac{1}{3}},\ \frac{1}{v_{2\max}} \max\left|\frac{dy^*(\tau)}{d\tau}\right|, \\ & \left(\frac{1}{a_{2\max}} \max\left|\frac{d^2y^*(\tau)}{d\tau^2}\right|\right)^{\frac{1}{2}},\ \left(\frac{1}{j_{2\max}} \max\left|\frac{d^3y^*(\tau)}{d\tau^3}\right|\right)^{\frac{1}{3}}, \\ & \frac{1}{v_{3\max}} \max\left|\frac{dz^*(\tau)}{d\tau}\right|,\ \left(\frac{1}{a_{3\max}} \max\left|\frac{d^2z^*(\tau)}{d\tau^2}\right|\right)^{\frac{1}{2}}, \\ & \left(\frac{1}{j_{3\max}} \max\left|\frac{d^3z^*(\tau)}{d\tau^3}\right|\right)^{\frac{1}{3}},\ \frac{1}{v_{4\max}} \max\left|\frac{dy_0^*(\tau)}{d\tau}\right|, \\ & \left(\frac{1}{a_{4\max}} \max\left|\frac{d^2y_0^*(\tau)}{d\tau^2}\right|\right)^{\frac{1}{2}},\ \left(\frac{1}{j_{4\max}} \max\left|\frac{d^3y_0^*(\tau)}{d\tau^3}\right|\right)^{\frac{1}{3}} \Bigg\}. \end{aligned}$$

Valeur minimale

répéter
Td=(Tl+Tm)/2

Si les contraintes non satisfaites
Alors Tl←Td
Sinon
Tm ← Td
Finsi

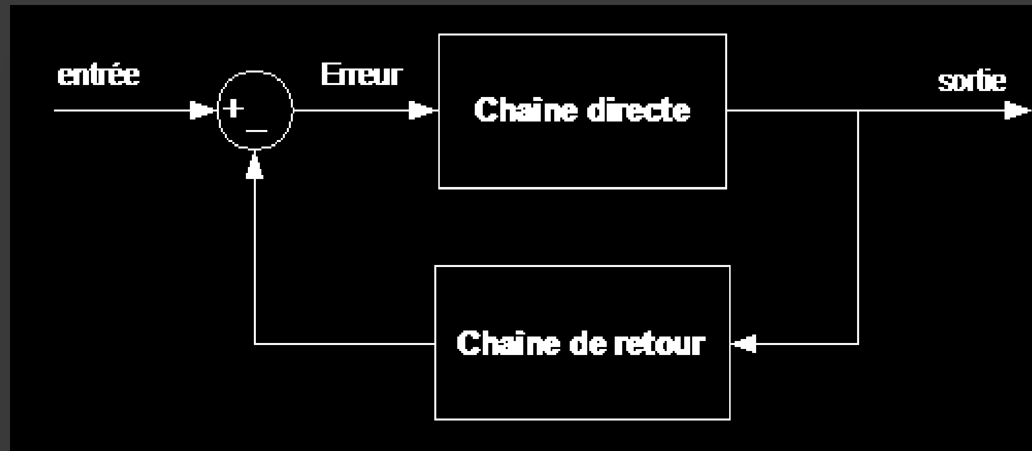
$$|\dot{x}|, |\dot{y}|, |\dot{z}|, |\dot{y}_0| \leq v_{i\max},\ i = 1,2,3,4$$
$$|\ddot{x}|, |\ddot{y}|, |\ddot{z}|, |\ddot{y}_0| \leq a_{i\max},\ i = 1,2,3,4$$
$$|x^{(3)}|, |y^{(3)}|, |z^{(3)}|, |y_0^{(3)}| \leq j_{i\max},\ i = 1,2,3,4$$

Jusqu'à : |Tl-Tm|<epsilon
T*← Td

# Tentons un contrôle en boucle fermée

**EXEMPLE:** **Asservissement de position:**

Position désirée




Position réelle

*Le but serait d'annuler l'écart sortie - consigne

Consigne du déplacement de la charge

?

Consigne du déplacement de la grue

Dans notre cas, la consigne du mouvement de la grue est déduite à partir de la consigne du mouvement de la charge et de sa position réelle .

**IDÉE:** introduire un retard

Exemple simple:

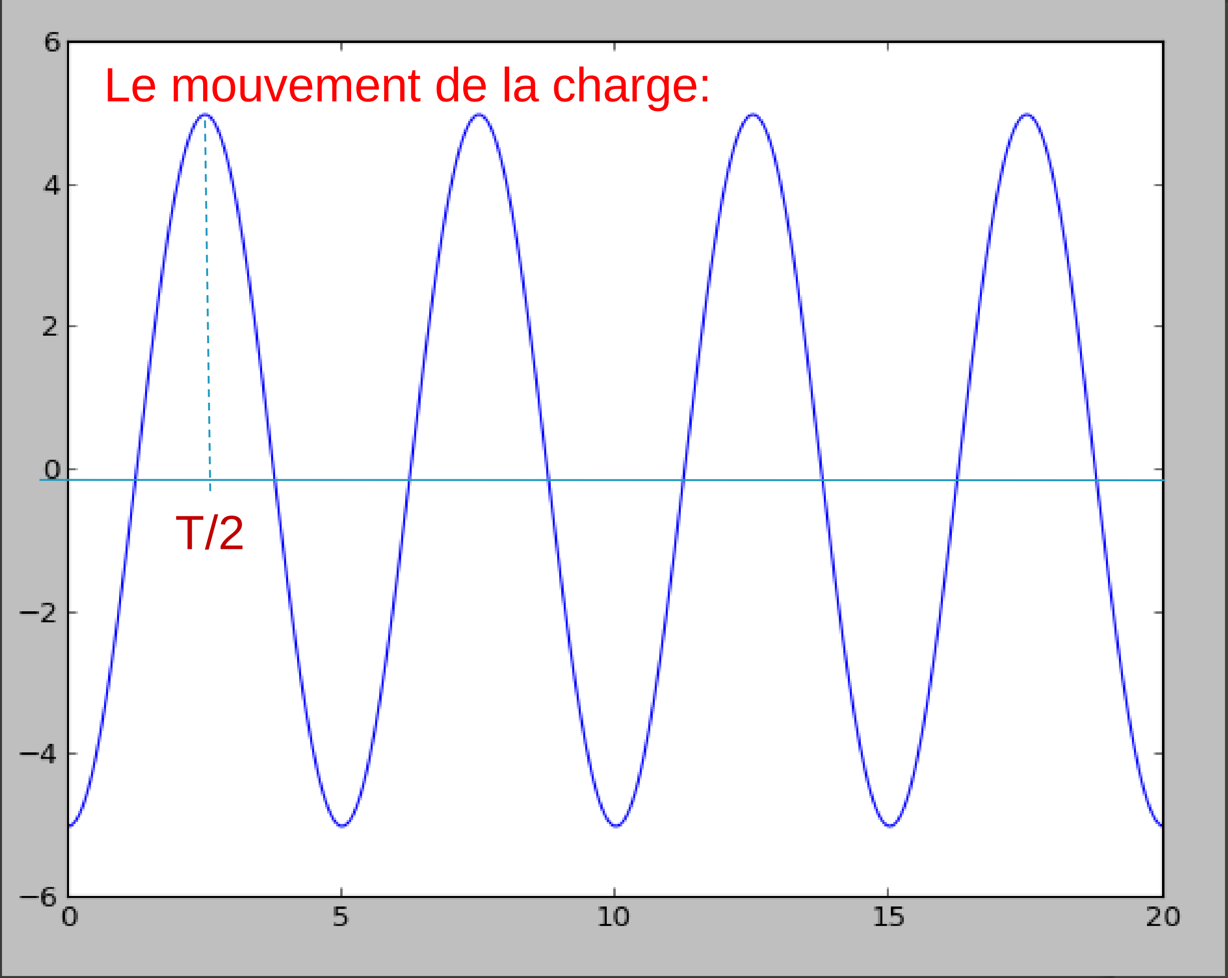
-y(t): le déplacement de la charge (supposé parfaitement sinusoïdale)

-yc(t): la consigne de déplacement de la charge

Echelon de 10 unités

Un bon conducteur expérimenté sait anticiper le balancement de la charge dans la manière avec laquelle il pilote une grue

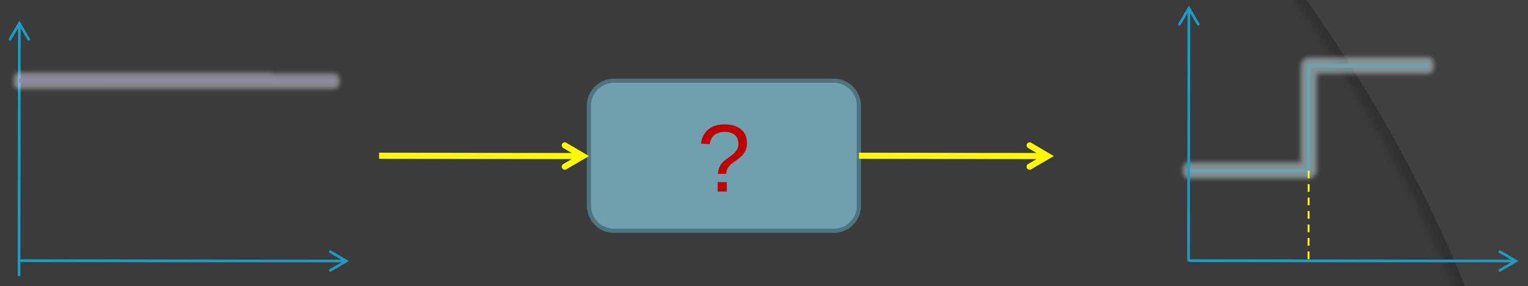
Lorsque la charge atteint le maximum d'oscillation le conducteur fait bouger la grue une autre fois
en se basant sur ce même principe on peut élaborer une consigne adéquate:




T/2 est le retard considéré
On pose:

$$ycg(t)=0.5(yc(t)+yc(t-T/2))$$

Avec ycg(t) est la consigne du déplacement de la grue.




On peut calculer H la fonction de transfert de ce bloc:

On a : ycg(t)=0.5(yc(t)+yc(t-T/2))

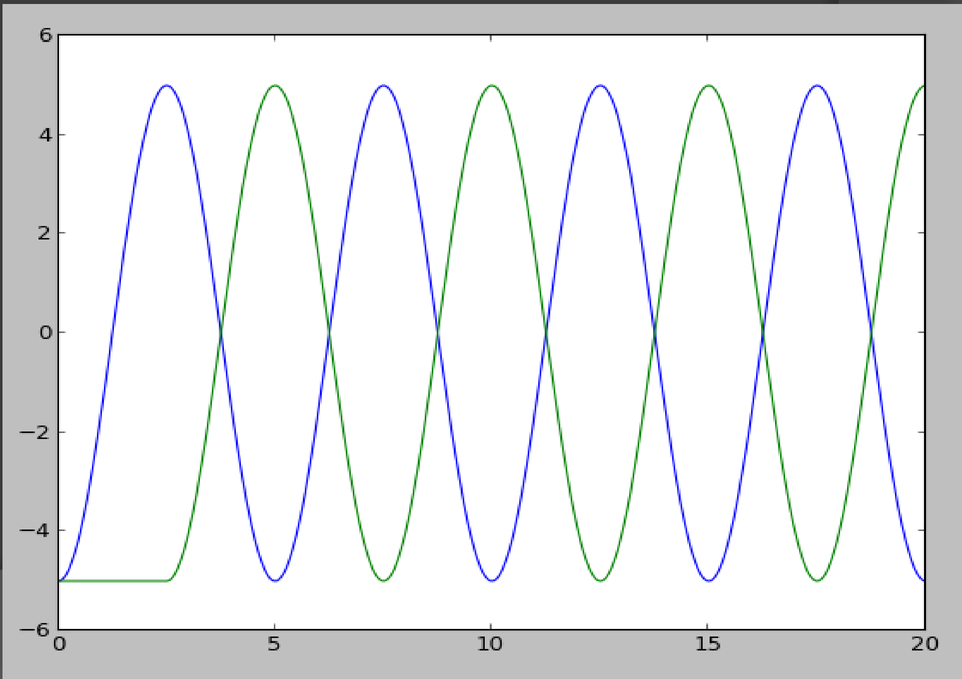
On applique **la transformée de Laplace** en prenant en compte **les conditions de HEAVISIDE** puis on applique **le théorème du retard**:

$$\mathrm{Ycg(p)} = 0.5(\mathrm{Yc(p)} + e^{-\frac{T}{2}p}\mathrm{Yc(p)})$$

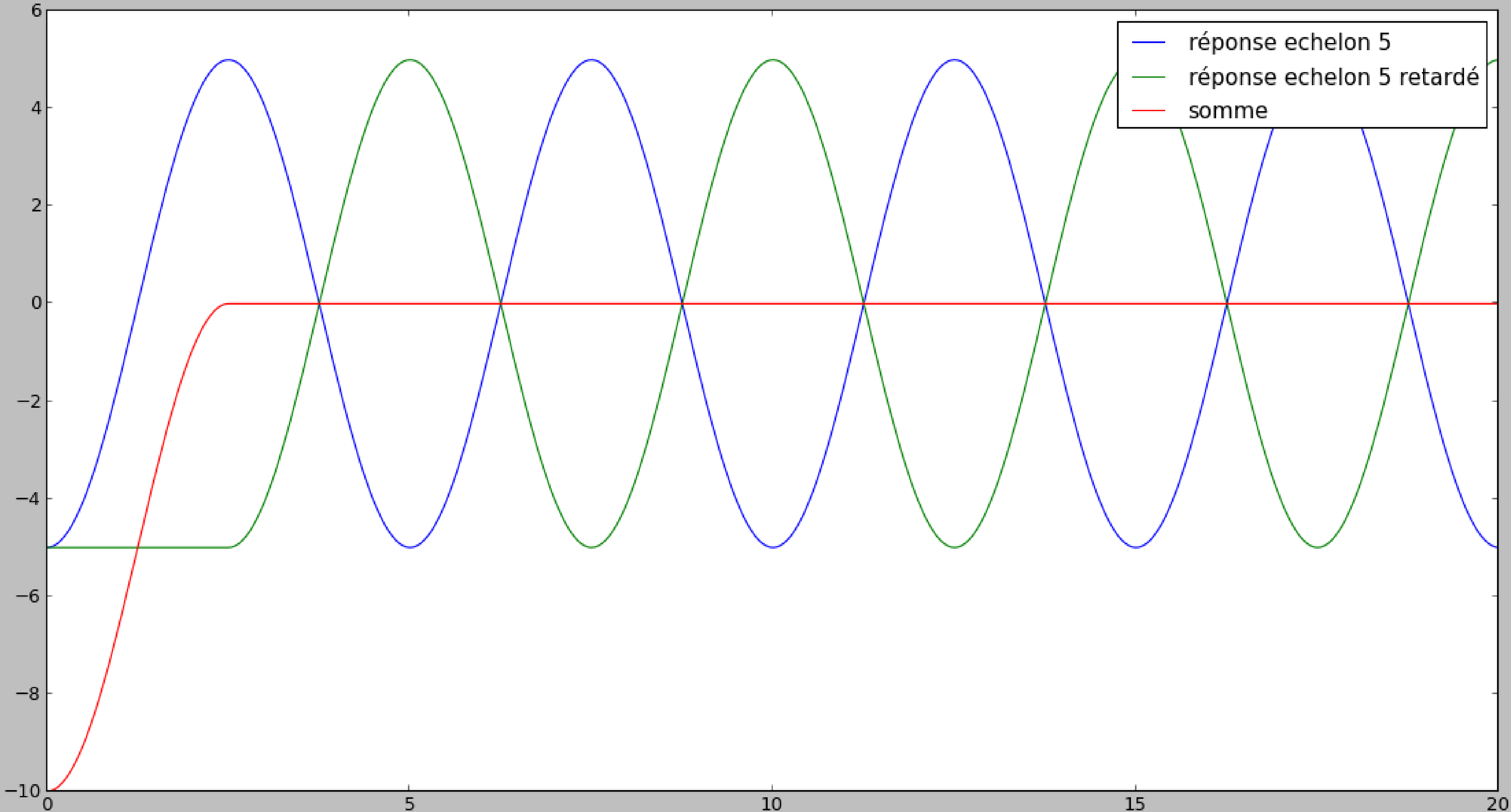
$$\mathrm{Ycg(p)} = 0.5(1 + e^{-\frac{T}{2}p})\mathrm{Yc(p)}$$

$$H(p) = \frac{\mathrm{Ycg(p)}}{\mathrm{Yc(p)}} = 0.5(1 + e^{-\frac{T}{2}p})$$

Les deux signaux obtenus :



## En sommant les deux signaux on obtient:




Activer Windows

Le signal passe de -10 à 0 pendant une demi-période puis s'y stabilise

**Notre objectif est atte**

# Conclusion

## Modélisation d'une grue:

-Pendule simple libre→loin de la réalité→+terme d'excitation→divergence du système

→ Pendule double→visualisation de <u>l'oscillation de la charge</u>

Le but serait de la minimiser

**1ère idée:** faire bouger la grue très lentement → Le transport prendra beaucoup trop de temps

**2ème idée:** recherche d'une trajectoire optimale en tenant compte du temps de transport → Approximation en forme de polynômes et recherche de T la durée du transport

**3ème idée:** recherche d'une fonction de transfert → Au bout d'une demi-période, les oscillations se sont même annulées

# Annexe: Exemple d'implémentation d'un des programmes de résolution des équations différentielles

```
import matplotlib.pyplot as plt
from math import sin
from scipy.integrate import odeint
t0=0
a0=0.1
z0=0
n=1000
tmax=20
b=0.53
a5,a4,a3,a2,a1,a0=6.26440326e-07,-1.02260976e-04,5.23905818e-03,-8.25015643e-02,8.14632540e-01,-9.41213556e-01
def poly(x):
   return(5*a5*(x**4)+4*a4*(x**3)+3*a3*(x**2)+2*a2*x+a1)
def f(y,t):
   return(-0.49*sin(y)+b*(poly(t))**2)

def euler(t0,a0,z0,tmax,n):
    a=a0
    z=z0
    t=t0
    X=[t0]
    Y=[a0]
    Z=[z0]
    h=(tmax-t0)/n
    for i in range(n):
        t=t+h
        a=a+h*z
        z=z+h*f(a,t)
        X.append(t)
        Y.append(a)
        Z.append(z)
    return(X,Y,Z)


##tracage de la solution
(X,Y,Z)=euler(t0,a0,z0,tmax,n)
def g(y,t):
    a,z=y
    return([z,-0.49*sin(a)+b*(poly(t))**2])

sol=odeint(g,[a0,z0],X)
plt.plot(X,Y,'b',label='alpha_euler')
plt.plot(X,sol[:,0],'r',label="alpha_odeint")
plt.axhline(y=5,color='y',label='alphamax')
plt.axhline(y=-5, color='y',label='alphamin')
plt.xlabel("temps")
plt.ylabel("angle")
plt.legend()
plt.show()
```