



# Les changements climatiques: conséquences sur la glace

TIPE 2017-2018 << MILIEUX: INTERACTIONS, INTERFACES, HOMOGENEÏTE, RUPTURE >>

# Quelques conséquences qui justifient l'intérêt de ce sujet



Fonte des glaces, la Survie des ours polaires menacée



Haute température, blanchissement du corail



Les réserves d'eaux s'évaporent



Des terres envahies par la montées des mers



Inondations dues au précipitations intenses



Vagues de froids qui causent des centaines de morts

# Notre But

Le constat étant fait, on se doit de travailler afin d'inhiber le danger.

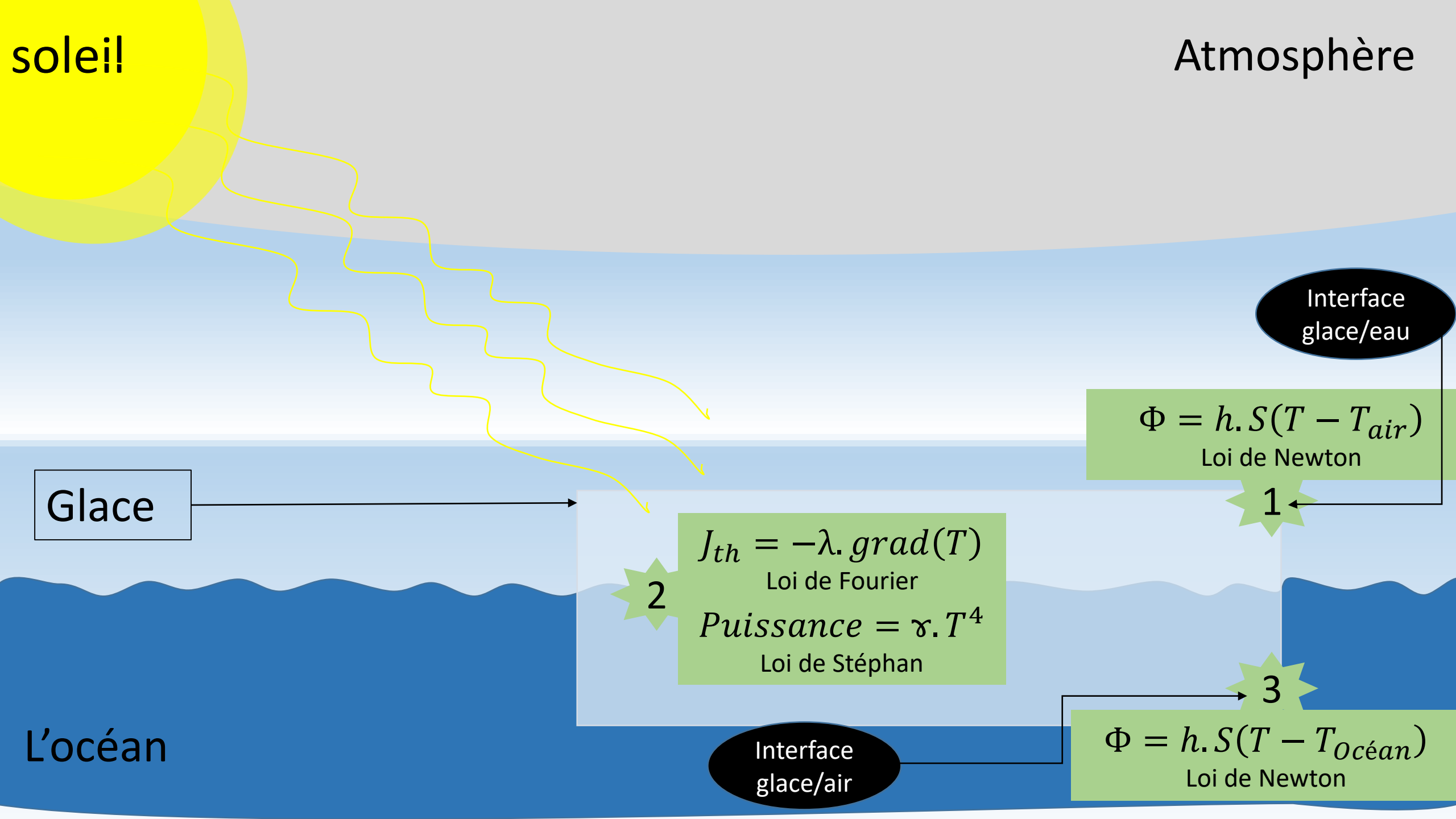
Nous essayerons d'appréhender ce fléau par des modélisations adaptées entre autre s'aidant de l'équation de la chaleur d'une part et des équations de Navier Stokes d'autres part.

On se limitera aux calottes polaires et aux montages de glaces.

# Le Plan

- Modélisations avec l'équation de la chaleur
  - modélisation et implémentation avec python
  - résultats
  - conclusion
- Modélisations avec les équations de Navier Stokes
  - modélisation et implémentation avec python
  - résultats
  - conclusion
- Conclusions comparatives des deux méthodes(avantages et inconvénients)





Atmosphère

Glace

L'océan

Interface  
glace/eau

$$\Phi = h \cdot S(T - T_{air})$$

Loi de Newton

1

2

$$J_{th} = -\lambda \cdot grad(T)$$

Loi de Fourier

$$Puissance = \varkappa \cdot T^4$$

Loi de Stéphan

3

Interface  
glace/air

$$\Phi = h \cdot S(T - T_{océan})$$

Loi de Newton

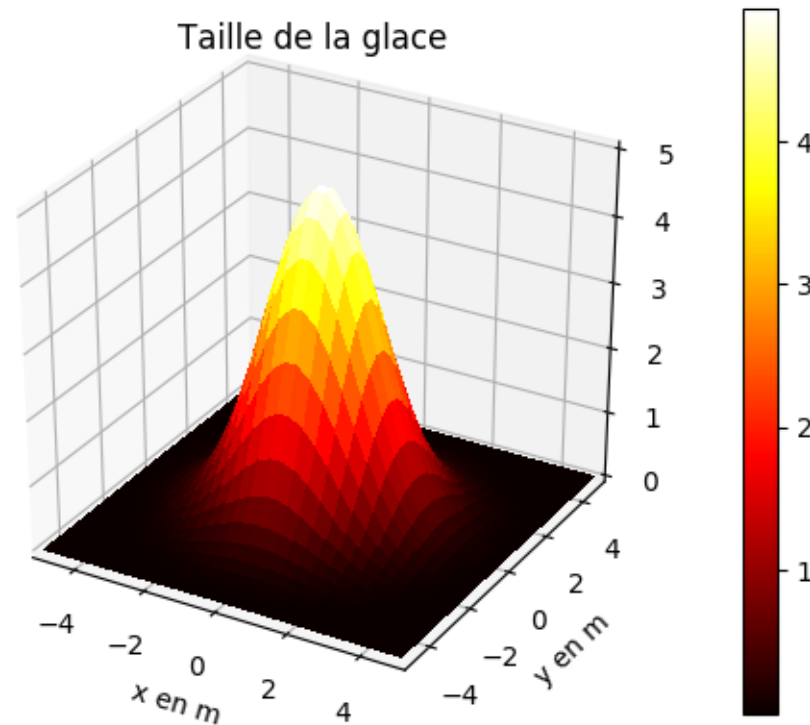
## I/ résolution avec l'équation de la chaleur

Considérons un bloc de glace où la température présente une allure gaussienne sans effet extérieur dû à une quelconque convection

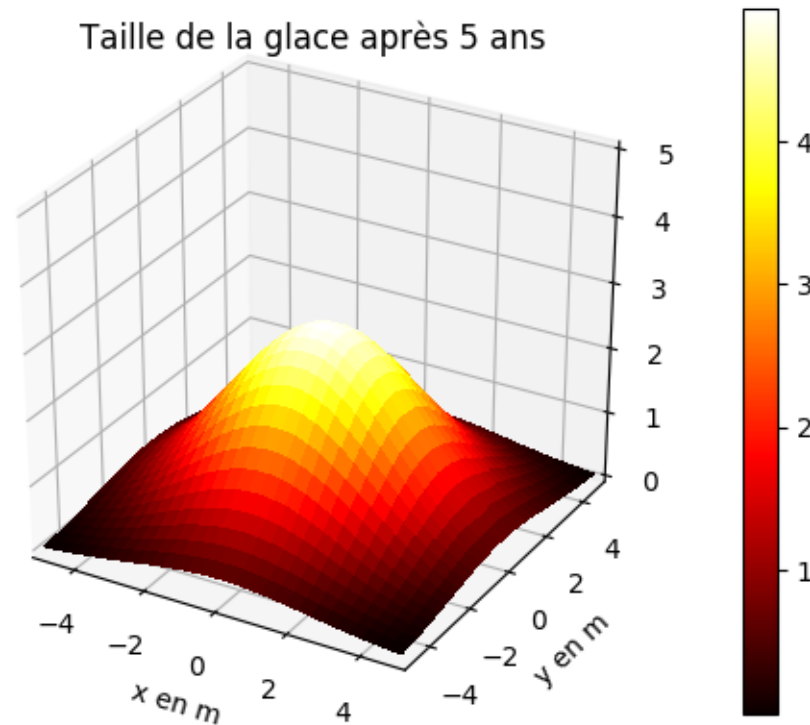
- L'équation s'écrit alors ainsi :  $\frac{\partial \theta(x,y,t)}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right)$  avec  $D = \frac{\lambda}{\rho C_p}$

On résout cette équation en s'aidant des transformées de Fourier puis de son inverse, on obtient  $\Theta(x,y,t) = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{2Dt}{\sigma}}} e^{-\frac{x^2 + y^2}{4Dt + 2\sigma}}$

On prend comme état initial la forme présente

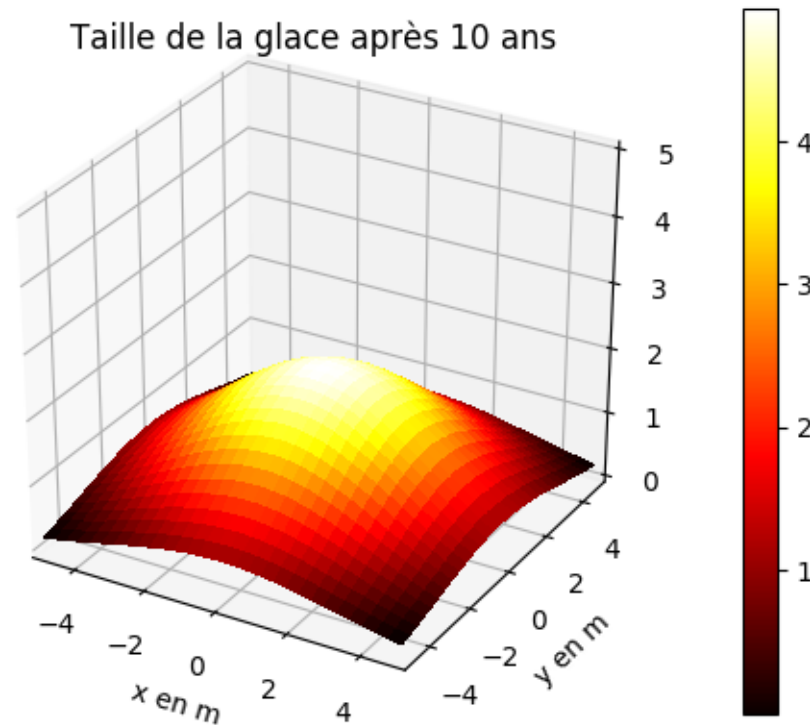


A l'aide de l'implémentation du code python  
on obtient :

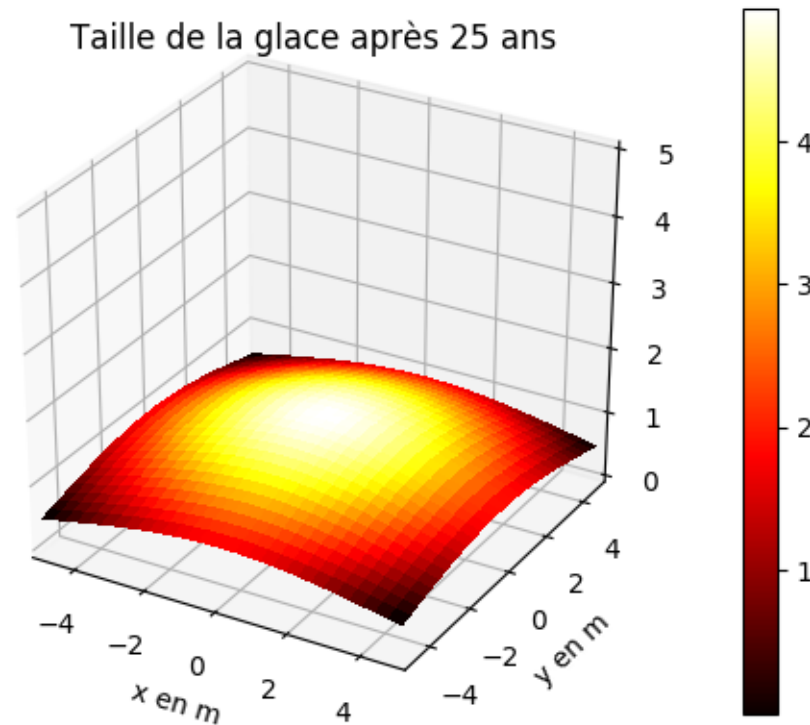




A l'aide de l'implémentation du code python  
on obtient :

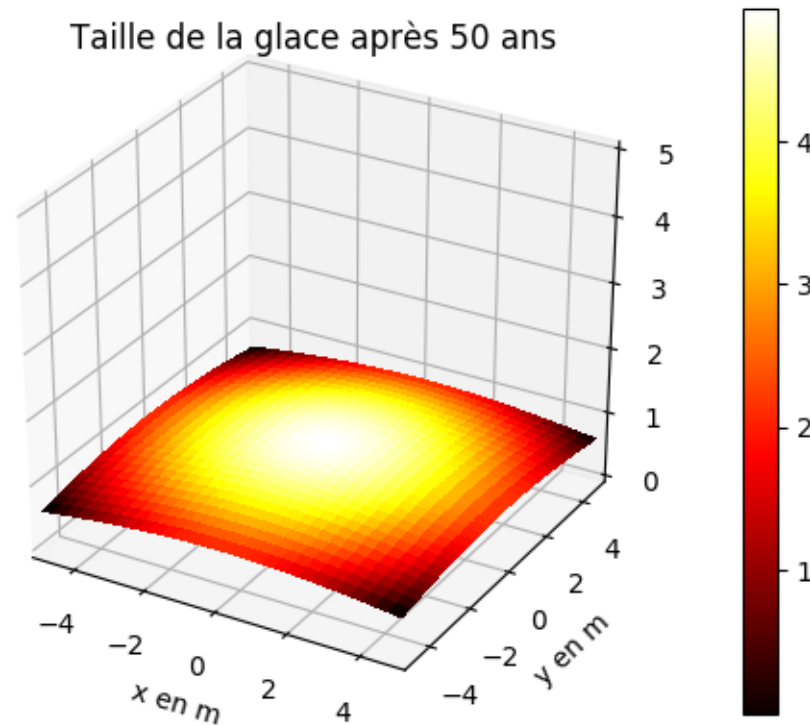


A l'aide de l'implémentation du code python  
on obtient :



A l'aide de l'implémentation du code python  
on obtient :

Il a fallu attendre  
tout un demi  
siècle pour que ce  
modèle de glace  
fonde entièrement



Le modèle précédant ignore l'impact de la température extérieure, c'est un cas idéaliste et irréal du fait d'une diffusion thermique qui se transfert par convection dont le flux est donné par la loi de Newton:  $\phi = hS(\theta - \theta_{air})$

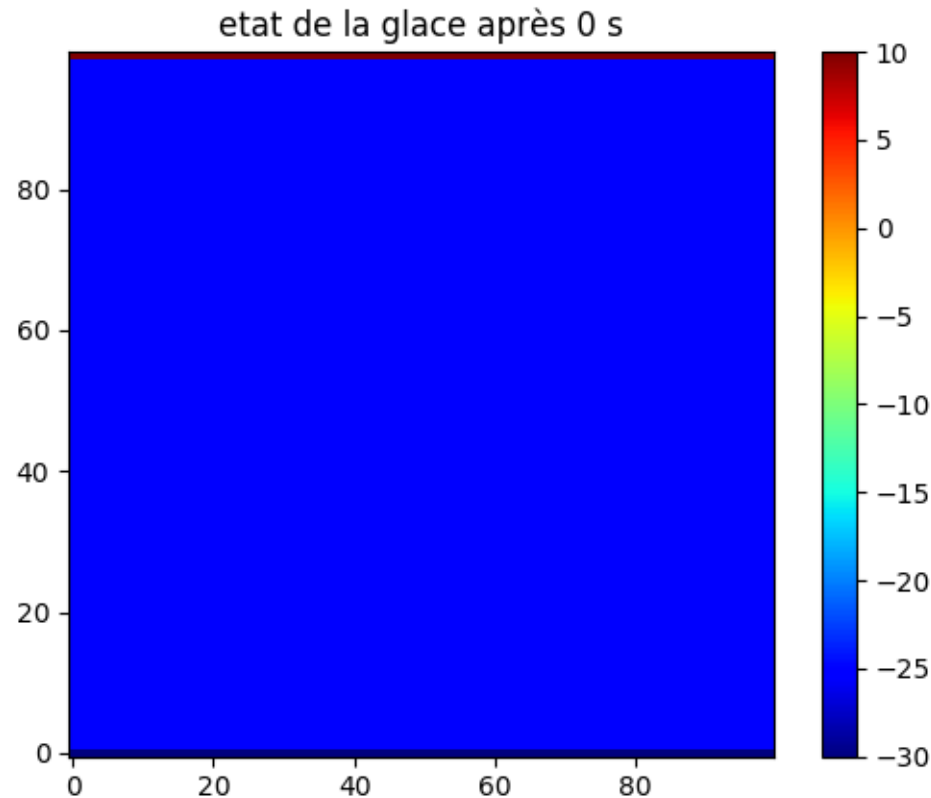
L'équation à résoudre à présent se présente comme suit:

$$\frac{\partial \theta(x,y,t)}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + h(\theta - \theta_{air}) + \varkappa \theta^4$$

On résout cette équation en s'inspirant de la méthode de Leap-Frog (différences finies)  
implémentation du code(voir annexe ...)

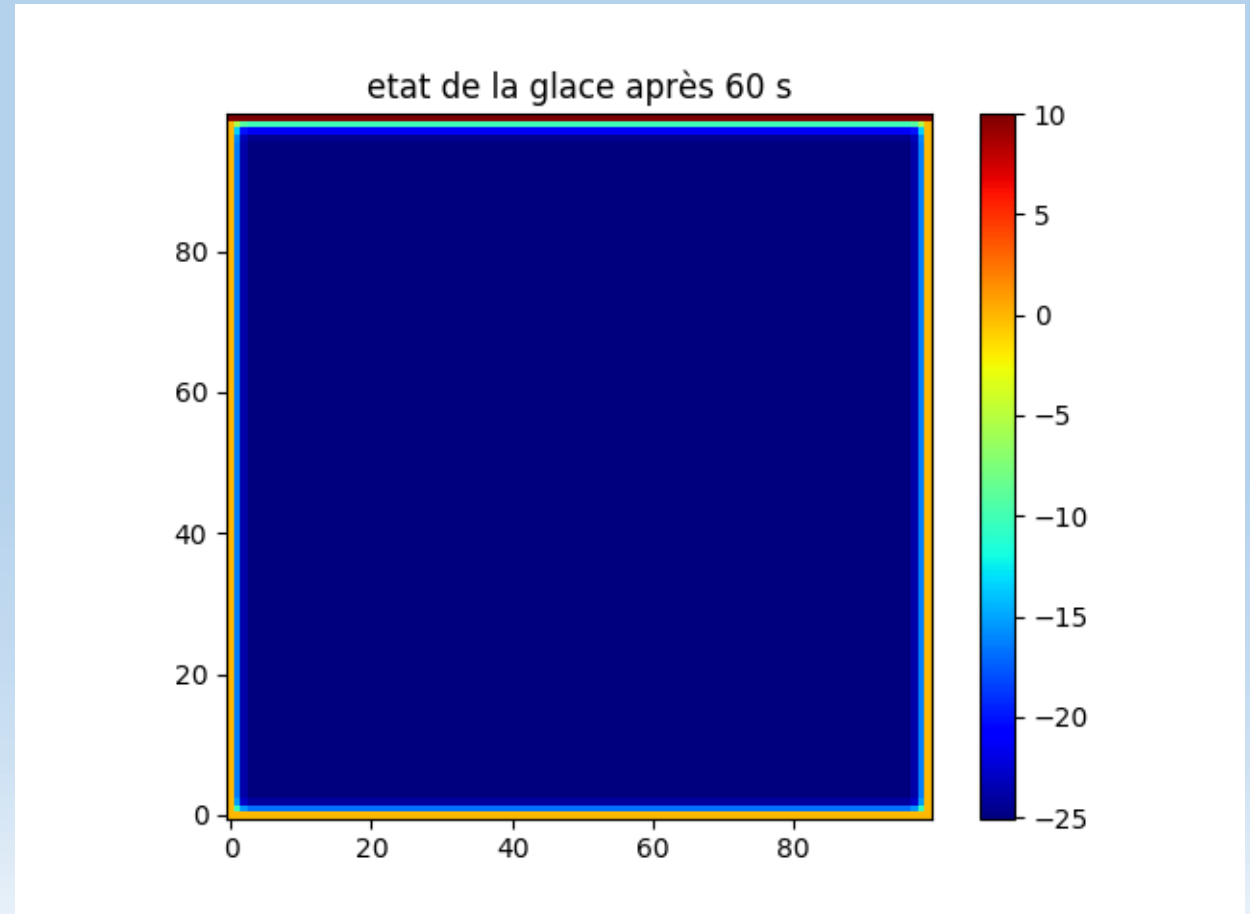
Considérons un bloc de glace soumis aux phénomènes considérés dans l'équation

Température de l'extérieur constante égale à  $10^{\circ}\text{C}$  modélisant le changement critique du climat



Après 1min d'exposition

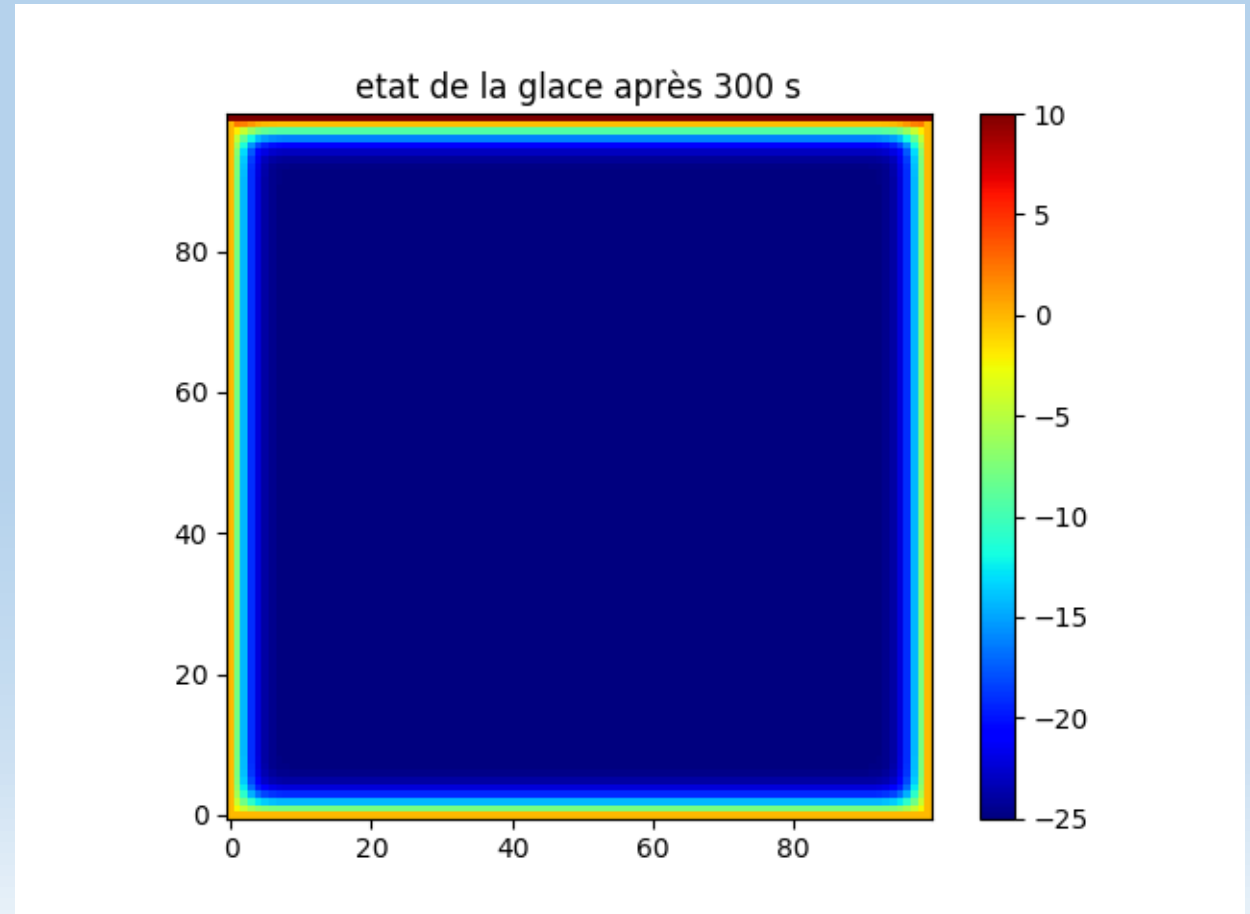
Ce glaçon commence par fondre par les bords. On le sait grâce à sa température d'ébullition qui est de 0°C à la pression atmosphérique





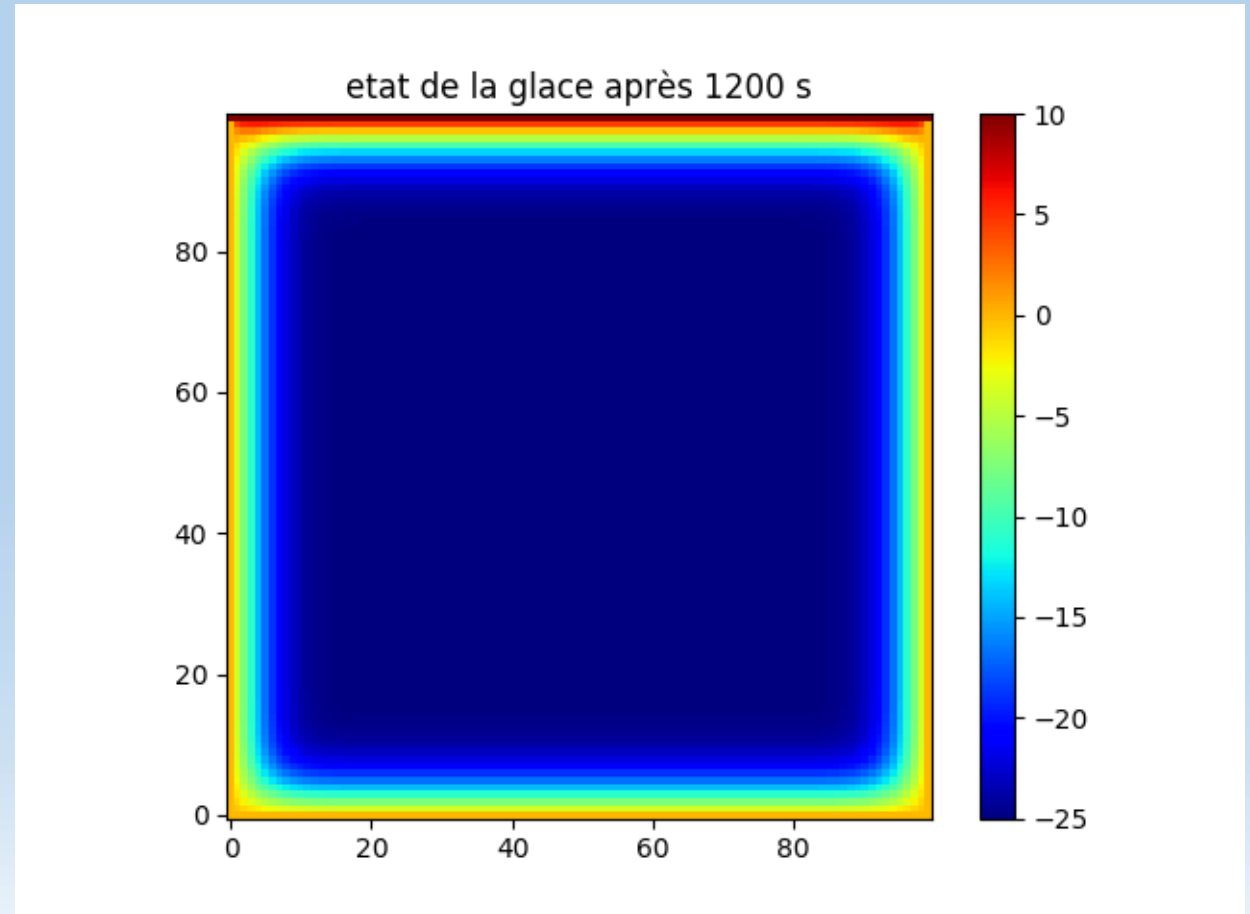
Après 5min d'exposition

Ce glaçon commence par fondre par les bords. On le sait grâce à sa température d'ébullition qui est de 0°C à la pression atmosphérique



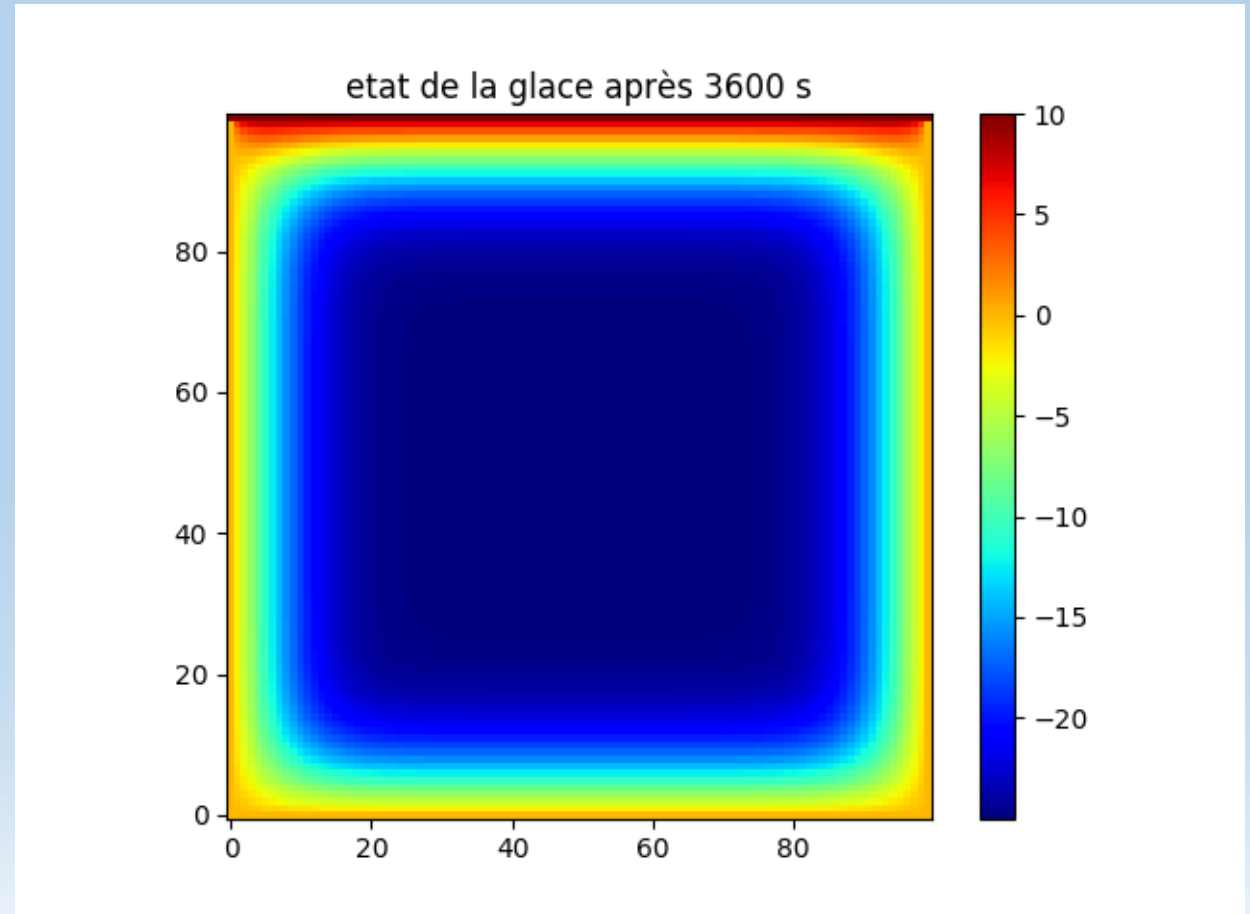
Après 20min d'exposition

Ce glaçon commence par fondre par les bords. On le sait grâce à sa température d'ébullition qui est de 0°C à la pression atmosphérique



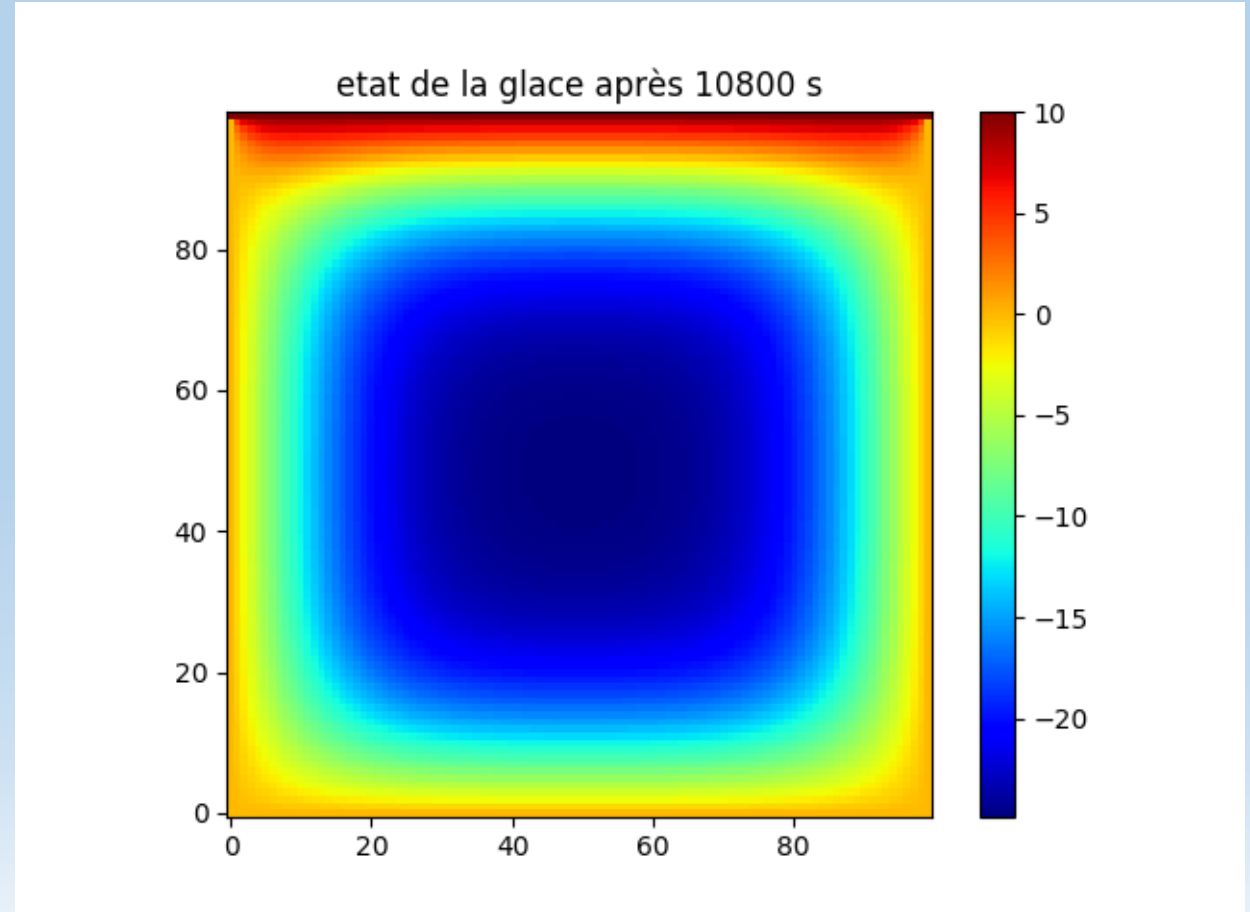
Après 1h d'exposition

Ce glaçon commence par fondre par les bords. On le sait grâce à sa température d'ébullition qui est de 0°C à la pression atmosphérique



Après 3h d'exposition

Ce glaçon commence par fondre par les bords. On le sait grâce à sa température d'ébullition qui est de 0°C à la pression atmosphérique



### Conclusion 1 :

Pour des blocs de glace de dimension de même ordre de grandeur, on passe d'un demi-siècle à seulement quelques heures pour observer de la glace fondre lorsqu'on rajoute les termes de Newton et de Stefan dans une condition similaire à un changement climatique. L'influence est claire

## II/ Résolution avec les équations de stocks

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \cdot \right) u = \rho f - \nabla p + \nabla \underline{S} \\ \operatorname{div}(u) = 0 \end{cases}$$

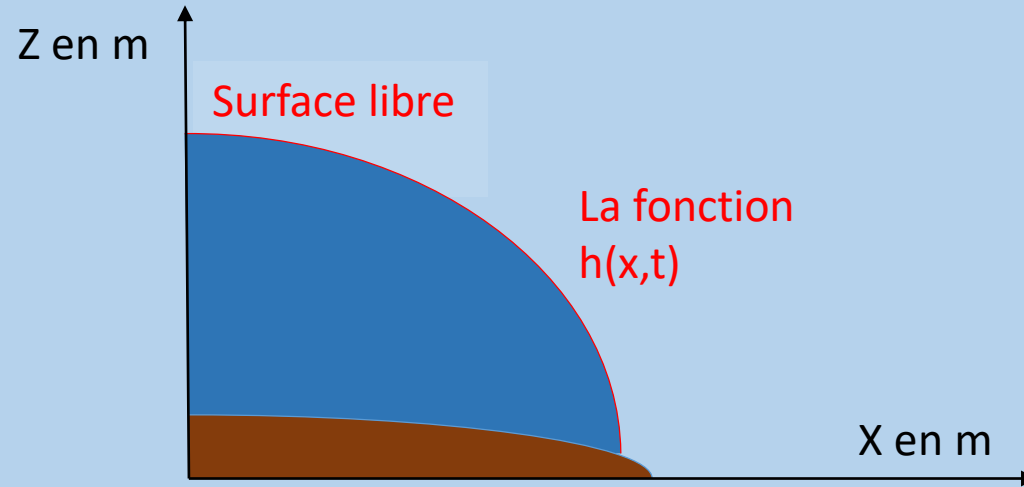
où  $u = (u_x(x,z,t), u_z(x,z,t)) \quad \forall (x,z) \in \Omega_t, t \in [0,T]$  désigne le vecteur vitesse dans le cas 2D vertical  $(x,z)$

L'évolution temporelle du domaine a lieu à travers le déplacement d'une frontière libre. Cette frontière, nommée  $\Gamma_s$ , est soumise à une condition de contrainte nulle. Elle représente typiquement la surface d'un écoulement gravitaire (i.e. l'interface fluide/air). Cette surface  $\Gamma_s$  est considérée comme étant le graphe d'une fonction  $h(x,t)$ . Son mouvement est décrit par l'équation de transport monodimensionnelle

suivante:  $\frac{\partial h}{\partial t} + u_x \frac{\partial h}{\partial x} = a + u_z$  sur  $\Gamma_s$



Le domaine typique est représenté sur la figure suivante :

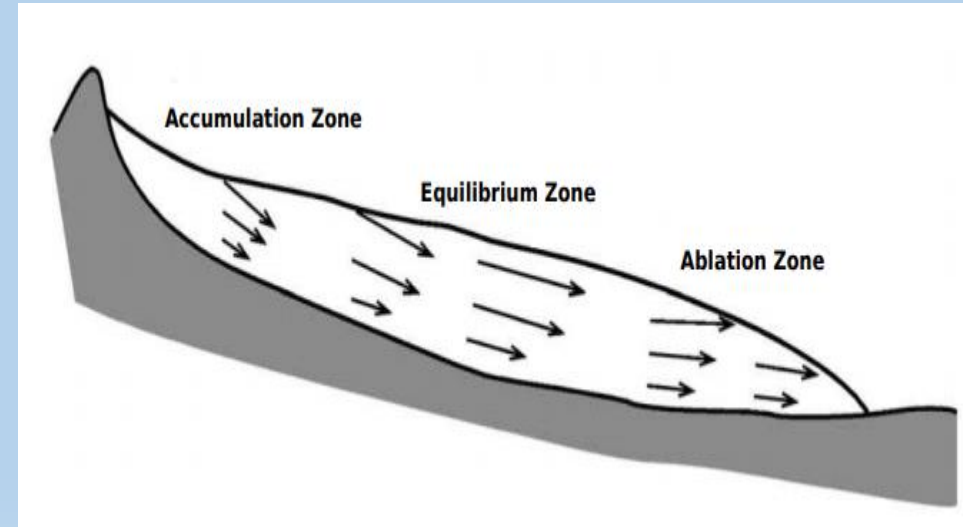


Géométrie d'un écoulement géophysique 2D vertical à surface libre avec un front sec sur un socle rocheux quelconque

Pour résoudre l'équation vérifiant  $h(x,t)$ , on peut utiliser la méthode des caractéristiques:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u_x \frac{\partial h}{\partial x} = a + u_z \text{ sur } \Gamma_s$$

Le terme  $a$  modélise une variation de masse du domaine fluide. L'influence du climat sera contenu dans ce terme

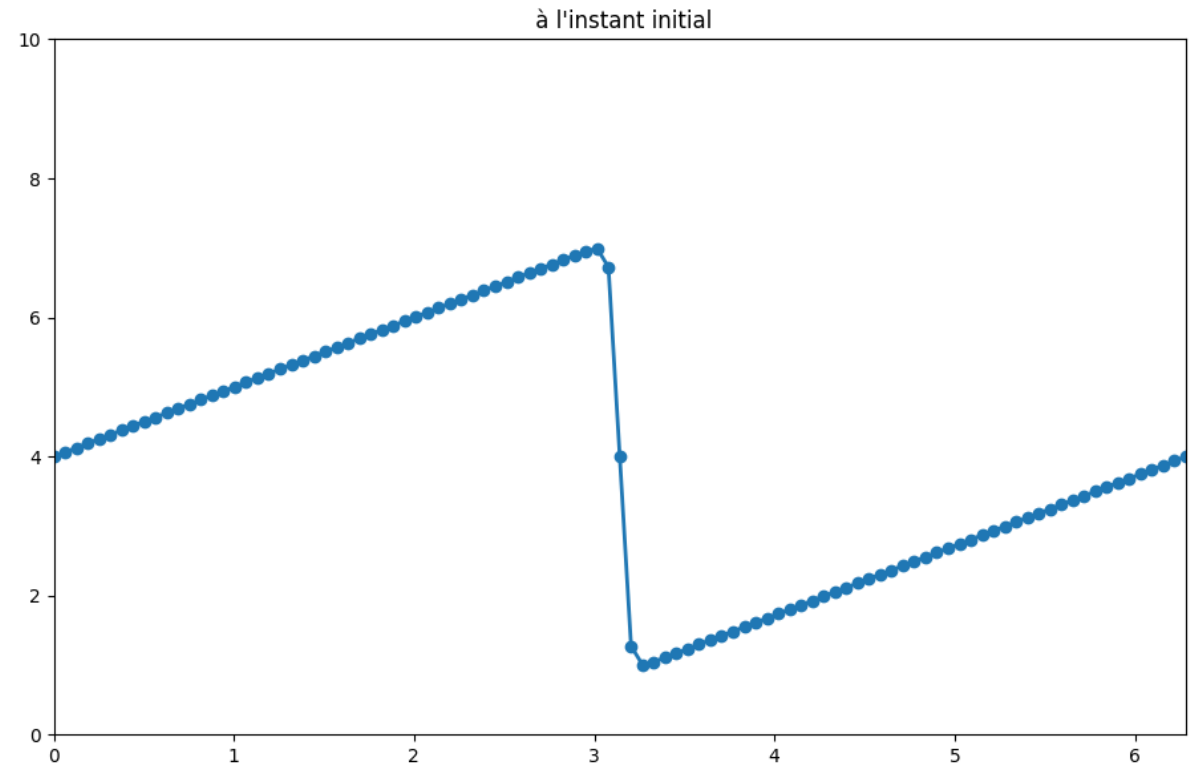


Hypothèse:

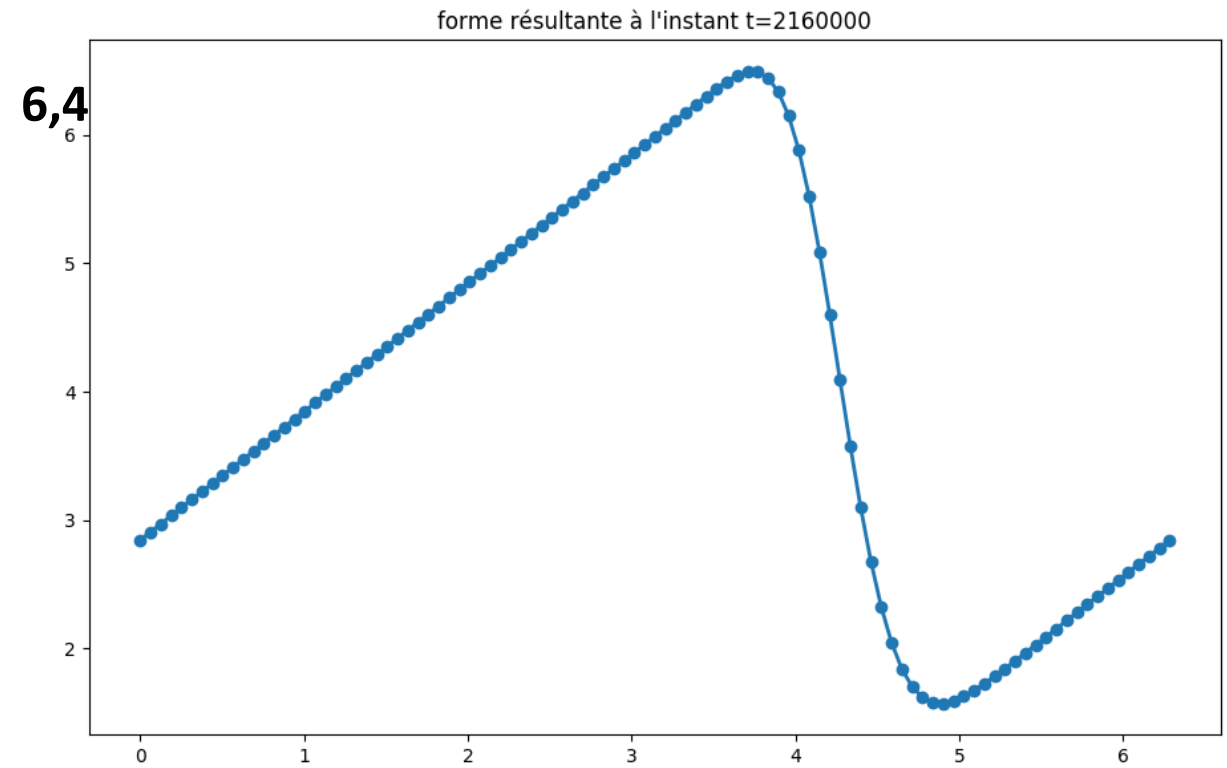
On considère que notre bloc de glace avance de 1m /mois horizontalement ( $u_x=5.64 \text{ nm/s}$  et  $u_z=0$ )

Aussi la variation de la masse du glacier pourrait être estimer à 1 mètre perdus en hauteur par mois (l'ablation) et 0,1m grâce à des petites précipitations neigeuses rares dues au réchauffement (l'accumulation) :  $a = -48 \text{ nm/s}$

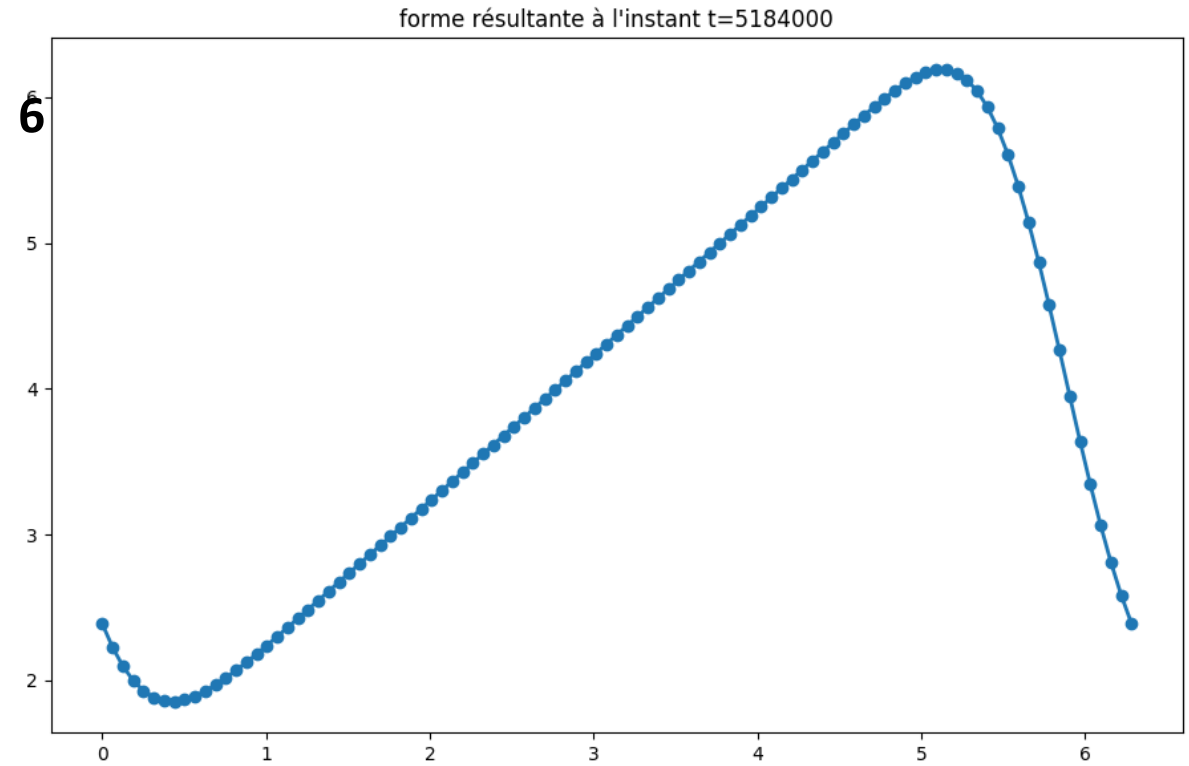
Considérons  
cet amas de  
glace avec  
cette forme



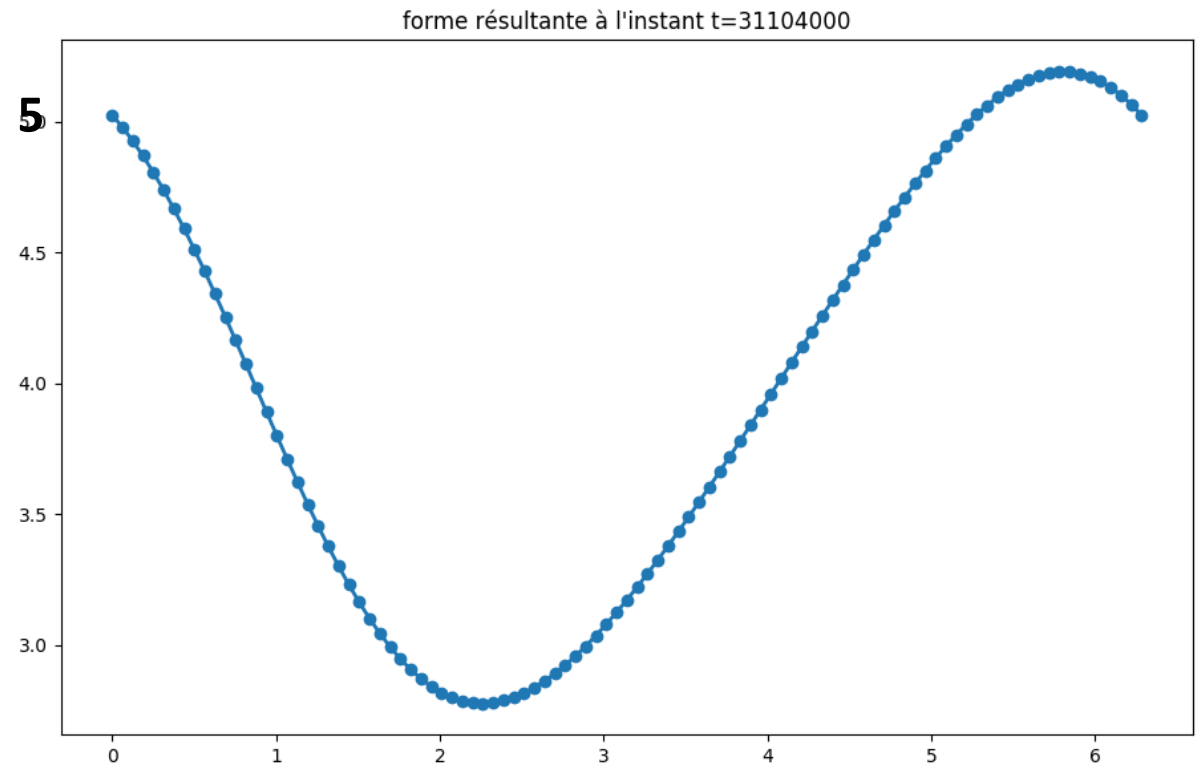
Au bout de 25  
jours



Au bout de 2  
mois



Au bout d'une  
année entière





## Conclusion 2 :

Si nos hypothèses s'inscrivent dans le cadre d'une solution stables, alors le constat des dangers que présente la climat est bel et bien observé

### Conclusion :

Finalelement cette étude a été fort instructive pour mon statut d'étudiant car cela m'a permis de manipuler des équations assez complexes et découvrir certaines méthodes résolutions numériques d'équations.