Montgolfière Infrarouge

Bilan Thermique et Vol

Transport

Numéro Candidat: 38082

Objectifs:

- Caractériser les principaux échanges thermiques régissant le vol de la MIR.

- Réaliser une simulation de vol de la MIR et valider ses performances de vol.

Plan

I. La Montgolfière Infrarouge

1. Principe de fonctionnement

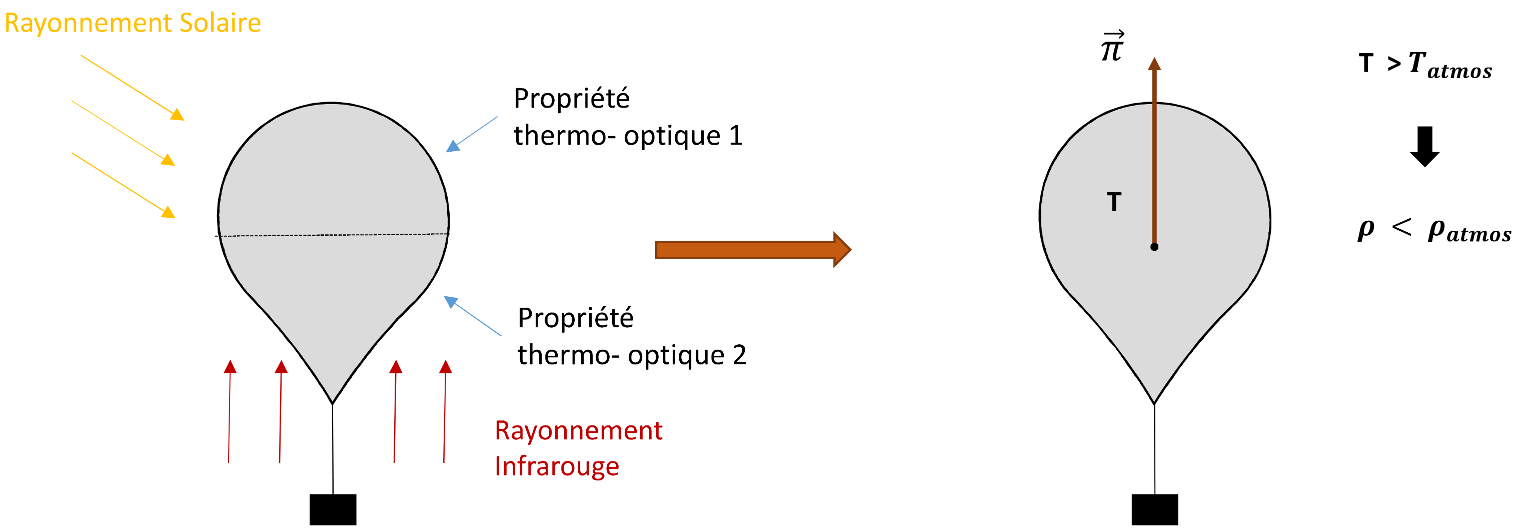
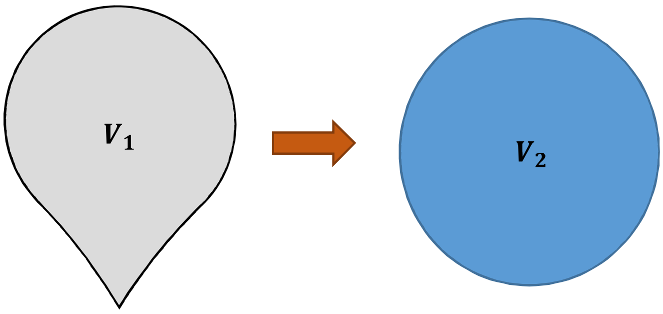


Fig: Représentation d'une MIR

2. Cadre d’étude



$$V_1 = V_2$$

Altitude (km)	Pression (pa)	Tatmos (°C)	Ra_D	Re_D	Ri_D
20	5661	-69	3,4E+12	2,3E+05	87
21	4766	-66	2,3E+12	1,9E+05	86
22	4032	-62	1,5E+12	1,6E+05	85
23	3425	-59	1,0E+12	1,3E+05	84
24	2921	-56	7,0E+11	1,1E+05	83
25	2499	-53	4,8E+11	9,1E+04	82
26	2145	-50	3,4E+11	7,6E+04	81
27	1846	-47	2,4E+11	6,4E+04	80
28	1594	-44	1,7E+11	5,4E+04	79

Fig : Evolution du nombre de Richardson lors des phases de transition jour/nuit (montée et descente) pendant un vol de MIR [1]

- On considèrera un **ballon sphérique** de volume équivalent
- On ne considèrera que la convection se réduit à la **convection naturelle** $Ri_D \gg 1$
- Les températures du gaz porteur et de la paroi sont **uniformes**
- Chaque hémisphère est pris comme un **corps gris**
- Les gaz sont considérés **parfaits**

II. Etude des échanges thermiques

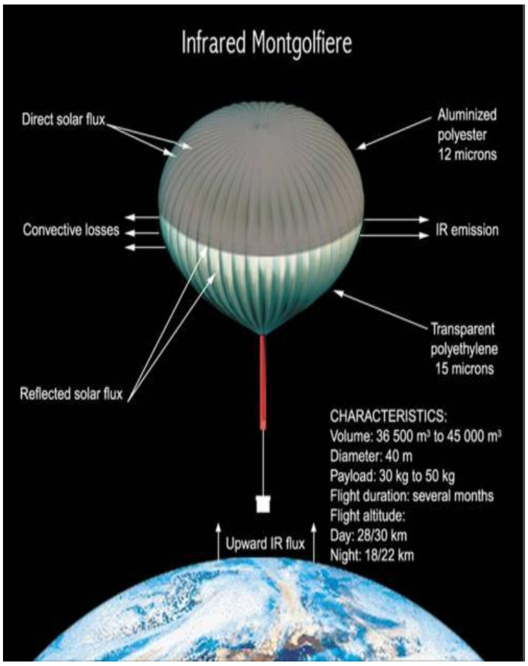


Fig: Représentation des principaux échanges thermique sur la MIR (https://cnes.fr/)

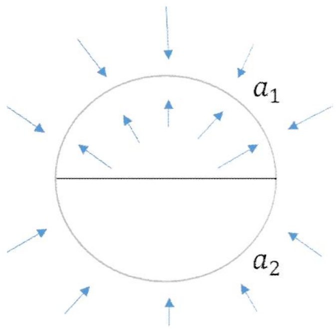
1er Principe de la thermodynamique appliqué à l'enveloppe de la MIR:

$$\frac{dT_E}{dt} = \frac{Q_{solaire} + Q_{infra} - Q_{emis} - Q_{conv,int} - Q_{conv,ext}}{C_{PE}.m_E} \quad (1)$$

$Q_{solaire}$: Flux solaire total reçu
Q_{infra}: Flux infrarouge reçu
Q_{emis}: Flux émis
$Q_{conv,int}$: Flux de convection interne
$Q_{conv,ext}$: Flux de convection externe

1. Les apports thermiques

Modélisation du flux solaire globale reçu



On suppose le flux incident isotrope

On définit:

$$Q_{solaire} = (a_1 + a_2 + t_2 . a_1').S_{eff}.I \quad (2)$$

où $$I = I_{max}.sin\left[\frac{\pi(ST - t_{rs})}{N}\right] \quad (3)$$

avec $$t_{rs} = \left(12 - \frac{N}{2}\right) \quad (4)$$

$$N = \frac{2}{15}\cos^{-1}(-\tan\delta\,.\tan\varphi_L) \quad (5)$$

$$\delta = 23{,}45.\,sin\left[\frac{360(n + 284)}{365}\right] \quad (6)$$

$$ST = LT + \frac{ET}{60} - \frac{4}{60}(L_s - L_L) \quad (7)$$

$$ET = 9{,}87\sin 2B - 7{,}53\cos B - 1{,}5\sin B \quad (8)$$

$$B = \frac{360(n - 81)}{365} \quad (9)$$

La table suivante donne les valeurs de $I_{\max}$

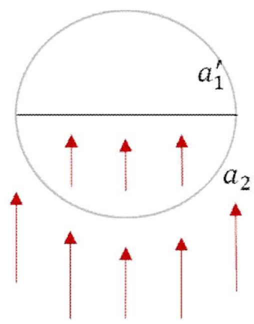
Month	I_{max} functions	Day no.
Jan.	$451.67 + 1.4415d + 0.0517d^2$	$1 \leq d \leq 31$
Feb.	$545.13 + 4.7264d + 0.0186d^2$	$1 \leq d \leq 28$
March	$690.97 + 5.8053d - 0.0197d^2$	$1 \leq d \leq 31$
April	$851.55 + 4.4475d - 0.364d^2$	$1 \leq d \leq 30$
May	$952.53 + 2.1754d - 0.0269d^2$	$1 \leq d \leq 31$
June	$994.43 + 0.5535d - 0.0155d^2$	$1 \leq d \leq 30$
July	$996.93 - 0.2881d - 0.0203d^2$	$1 \leq d \leq 31$
Aug.	$968.12 - 1.5577d - 0.033d^2$	$1 \leq d \leq 31$
Sept.	$888.38 - 3.7375d - 0.0276d^2$	$1 \leq d \leq 30$
Oct.	$752.5 - 5.535d + 0.0051d^2$	$1 \leq d \leq 31$
Nov.	$586.96 - 5.1924d + 0.0433d^2$	$1 \leq d \leq 30$
Dec.	$470.63 - 2.4968d + 0.061d^2$	$1 \leq d \leq 31$

Fig: Valeurs de $I_{\max}$ dans l'année []

Modélisation du flux infrarouge reçu

On définit:

$$Q_{infra} = (a_2 + t_2 . a_1'). S_{eff} . Q_I \qquad (10)$$



avec $$Q_I = \sigma \left[\phi T_T^4 + (1 - \phi) T_{ciel}^4 \right] \qquad (11)$$

Où $$T_{ciel} = 0{,}052. T_a^{1,5} \qquad (12)$$

$$\phi = \frac{1}{2}\left[1 - \left(1 + \left(\frac{R_T}{R_T + H}\right)^2\right)^{1/2}\right] \qquad (13)$$

$$T_T = \mathrm{T_{sol}}(1 - \mathrm{CC}) + \mathrm{T_{nuage}}\mathrm{CC} \qquad (14)$$

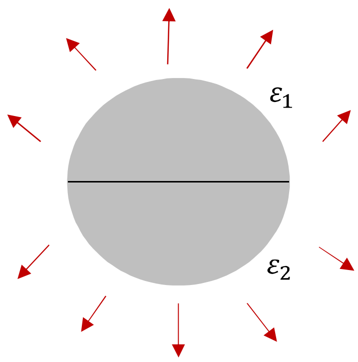
1. Les pertes thermiques

Modélisation du flux émis

En appliquant la loi de Stefan-Boltzmann pour les deux surfaces on a :

$$Q_{emis} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2).\sigma.S_{eff}.T_E^4 \qquad (15)$$

ε_1 : émissivité de la surface 1 sur sa face externe
ε_2 : émissivité de la surface 2



Modélisation des flux convectifs

On définit

$$Q_{conv,int} = (h_{1,int} + h_{2,int}).S_{eff}.(T_G - T_E) \qquad (16)$$

$$Q_{conv,ext} = (h_{1,ext} + h_{2,ext}).S_{eff}.(T_{atmos} - T_E) \qquad (17)$$

On suppose

$$h_{1,int} = h_{2,int} = h_{int}$$
$$h_{1,ext} = h_{2,ext} = h_{ext}$$

Détermination du coefficient d’échange convectif

On a: $$\mathrm{h_c} = \frac{N_u.\lambda}{D} \qquad (18)$$

Et $$N_u^{1/2} = \sqrt{2} + \left[\frac{1}{300}.\frac{R_a}{(1+(\frac{0,5}{P_r})^{\frac{9}{16}})^{16/9}}\right]^{1/6} \qquad (19)$$

$$R_a = G_r.P_r \qquad (20)$$

$$Gr = \frac{D^3.g.\rho^2.\beta.|T_E - T_{milieu}|}{\mu^2} \qquad (21)$$

$$P_r = \frac{\mu.C_p}{\lambda} \qquad (22)$$

$$\beta = \frac{2}{T_E + T_{milieu}} \qquad (23)$$

L’équation d’Eucken nous donne:

$$\lambda(T_{milieu}) = (C_p + \frac{5}{4}\frac{R}{M_a})\mu \qquad (24)$$

La loi de Sutherland:

$$\mu(T_{milieu}) = \mu_0(\frac{T_0 + C}{T_{milieu} + C})(\frac{T_{milieu}}{T_0})^{3/2} \qquad (25)$$

III. Paramétrage et simulation du vol

1. Paramétrage

1er principe a l'air intérieur au ballon:

$$\frac{d}{dt}\left(m_G.C_{pG}.T_G\right) = h_{int}.S_{eff}.(T_E - T_G) - P_{atmos}.\frac{dV}{dt} \qquad (26)$$

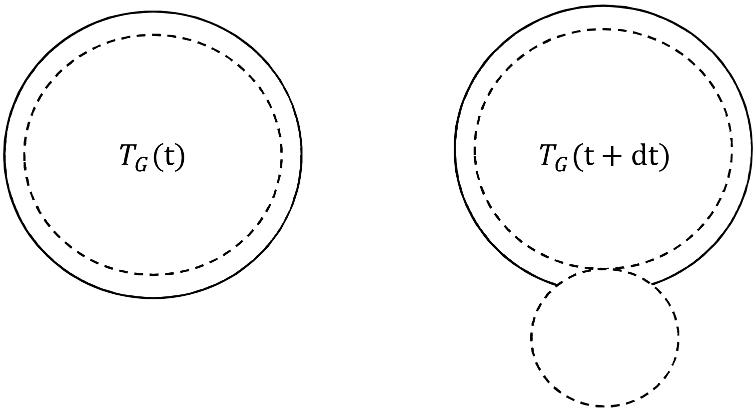
Or $\mathrm{m_G} = \mathrm{cte}$ et en prenant $C_{pG} = cte'$

De l'équation des gaz parfait on obtient:

$$P_{atmos}.\frac{dV}{dt} = \frac{m_G.R}{M_a}\frac{dT_G}{dt} \qquad (27)$$

$$m_G.(C_{pG} + \frac{R}{M_a})\frac{dT_G}{dt} = h_{int}.S_{demispher}.(T_E - T_G) \qquad (28)$$

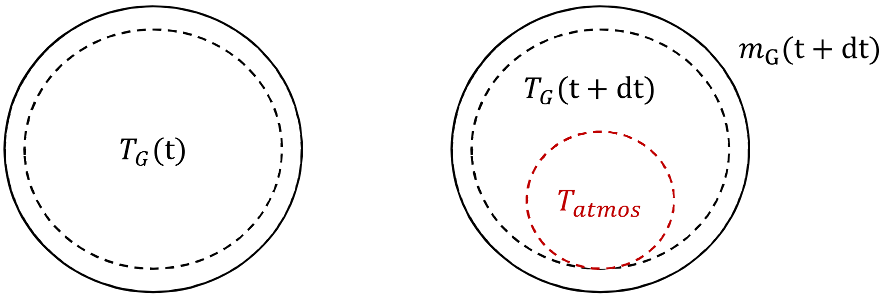
1er cas: dV>0



V_E *constante*

La connaissance de T_G est suffisante pour prévoir la position suivante du ballon

2ème cas: dV<0



L'équilibre thermique doit être etabli

On suppose celui-ci instantanné

Ainsi

$$T'_G(\mathrm{t}+\mathrm{dt}) = \frac{(m_G(t+dt).C_{pG}.T_G + dV.\rho_{atmos}.C_{pG}.T_{atmos})}{(m_G(t+dt).C_{pG} + dV.\rho_{atmos}.C_{pG})} \qquad (29)$$

Théorème de la résultante cinétique:

$$(m_G + m + m_E).\frac{d^2z}{dt^2} = (\rho_{atmos}.V - m - m_E - m_G).g - \frac{1}{2}\rho_{atmos}.S_{CE}.C_T.\left|\frac{dz}{dt}\right|.\frac{dz}{dt} \qquad (30)$$

2. Simulation et résultat

On pose $v = \frac{dz}{dt}$

Le système obtenu est:

$$\frac{dT_G}{dt} = \frac{h_{int}.S_{demispher}.(T_E - T_G)}{m_G.(C_{pG} + \frac{R}{M_a})}$$

$$\frac{dT_E}{dt} = \frac{Q_{solaire} + Q_{infra} - Q_{emis} - Q_{conv,int} - Q_{conv,ext}}{C_{PE}.m_E}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(\rho_{atmos}.V - m - m_E - m_G).g - \frac{1}{2}\rho_{atmos}.S_{CE}.C_T.|v|.v}{m_G + m + m_E}$$

$$\frac{dz}{dt} = v$$

On pose

$$Y' = f(t, T_G, T_E, v, z)$$

avec $Y = \begin{pmatrix} T_G \\ T_E \\ v \\ z \end{pmatrix}$

En discrétisant l'axe des temps

$$Y_{k+1} = Y_k + \Delta t.f(t_k, T_{gk}, T_{Ek}, v_k, z_k)$$

$$t_k = t_0 + \Delta t.k$$

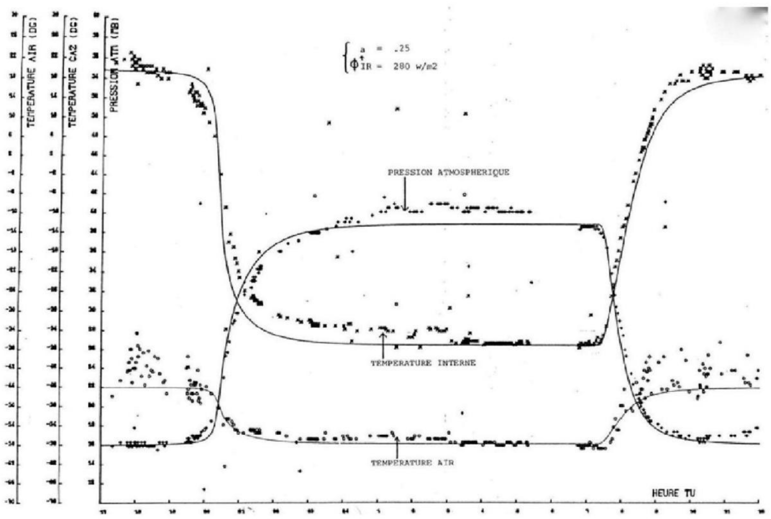


Fig: Profil de température attendu [1](phase 2)

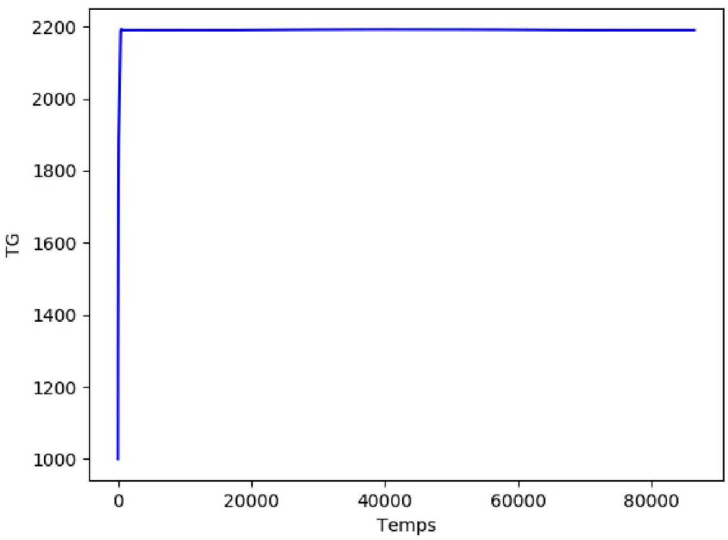


Fig: Profil de température obtenu

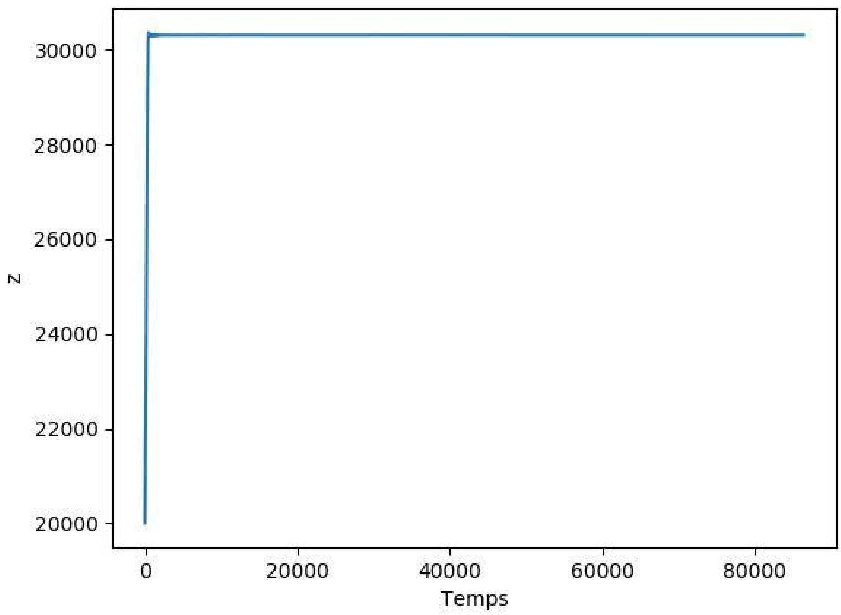


Fig: Variation d’altitude de la MIR obtenu

Conclusion

Erreur de consistance de la méthode d’Euler