

La résistance des ponts aux vibrations

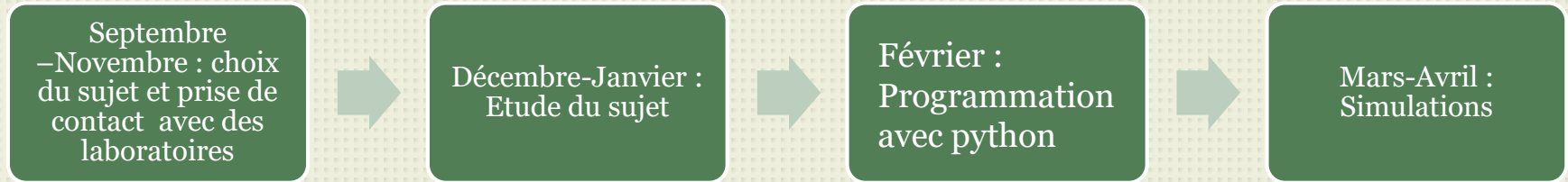


Effondrement du pont Tacoma en 1940

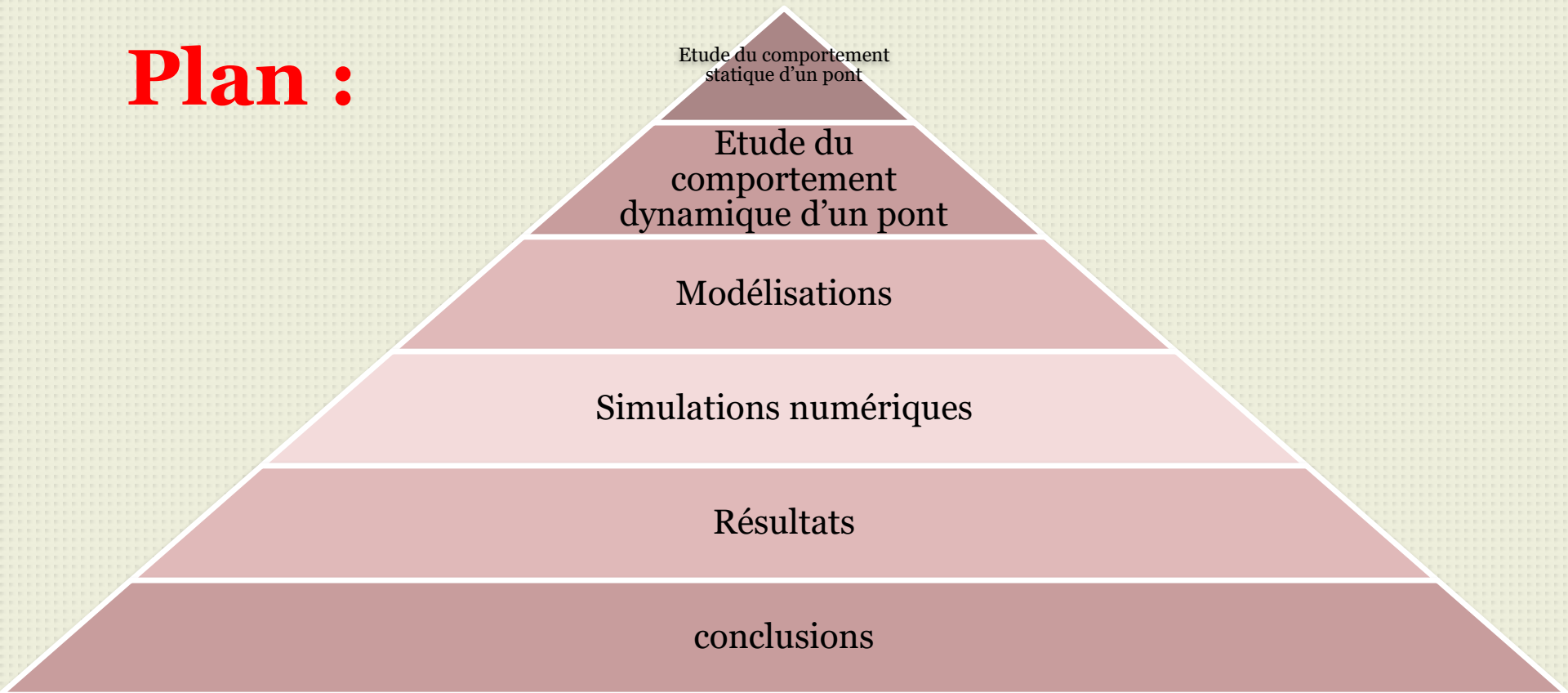
Objectif : Etude du comportement statique et dynamique d'un pont pour déterminer le seuil de l'effondrement

TIPE 2017/2018 Milieux : interactions, interfaces, homogénéité, ruptures

Progression du TIPE



Plan :



1-Etude statique d'un pont :

En une approche statique :

On peut assimiler un pont à un ensemble de poutres encastrées

➔ Calcul des fermes

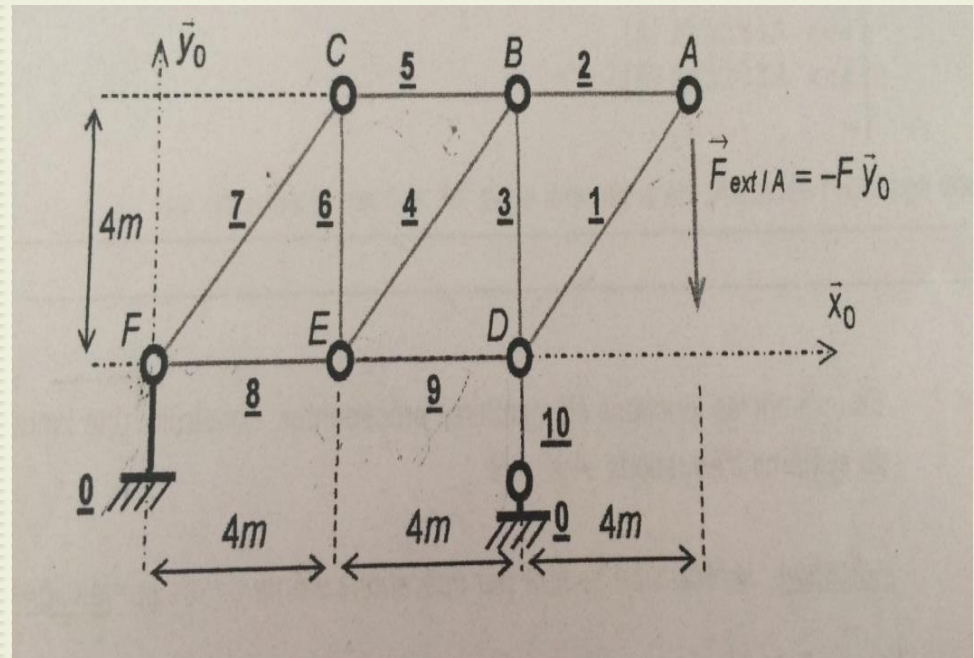


Modèle simplifié

Soient les T_i : l'action de la poutre i sur le nœuds N

Si $T_i \geq 0$: poutre en **compression**

Si $T_i \leq 0$: poutre en **traction**

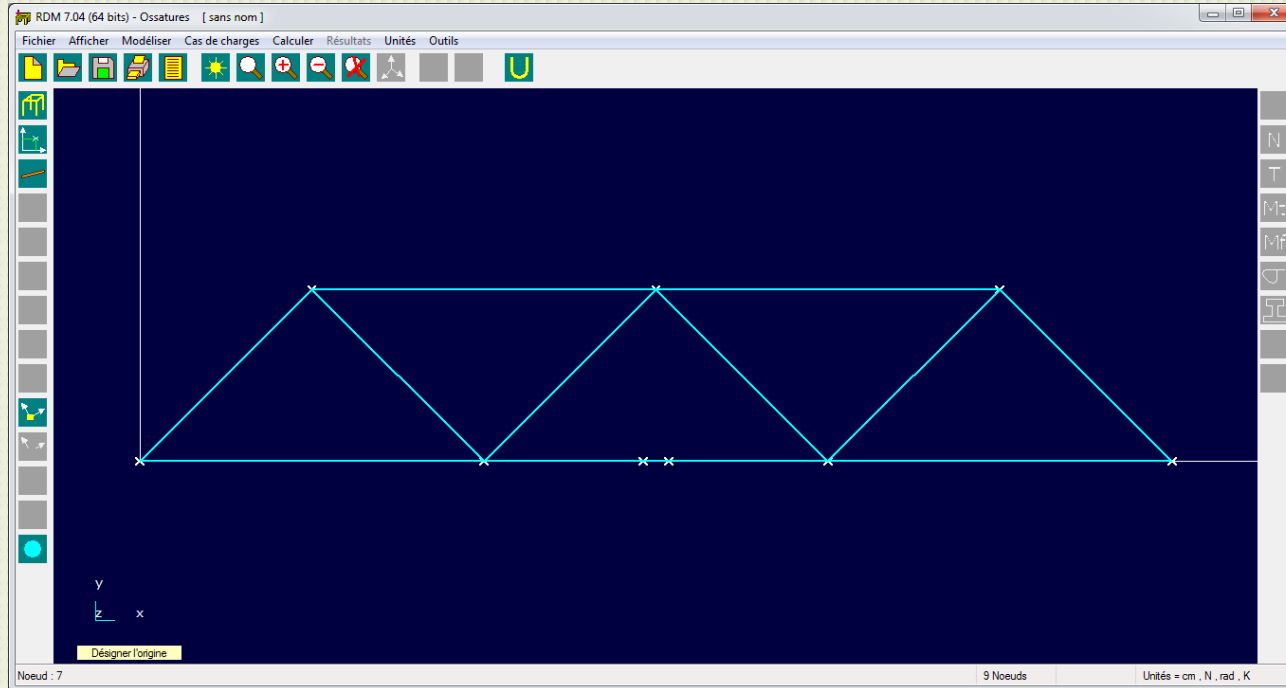


I – Première étape :

Modélisation d'un pont par un logiciel de simulation :



RDM 7



X	Y
0	0
6.66	6.66
13.33	0
20	6.66
26.66	0
33.33	6.66
40	0
19.5	0
20.5	0

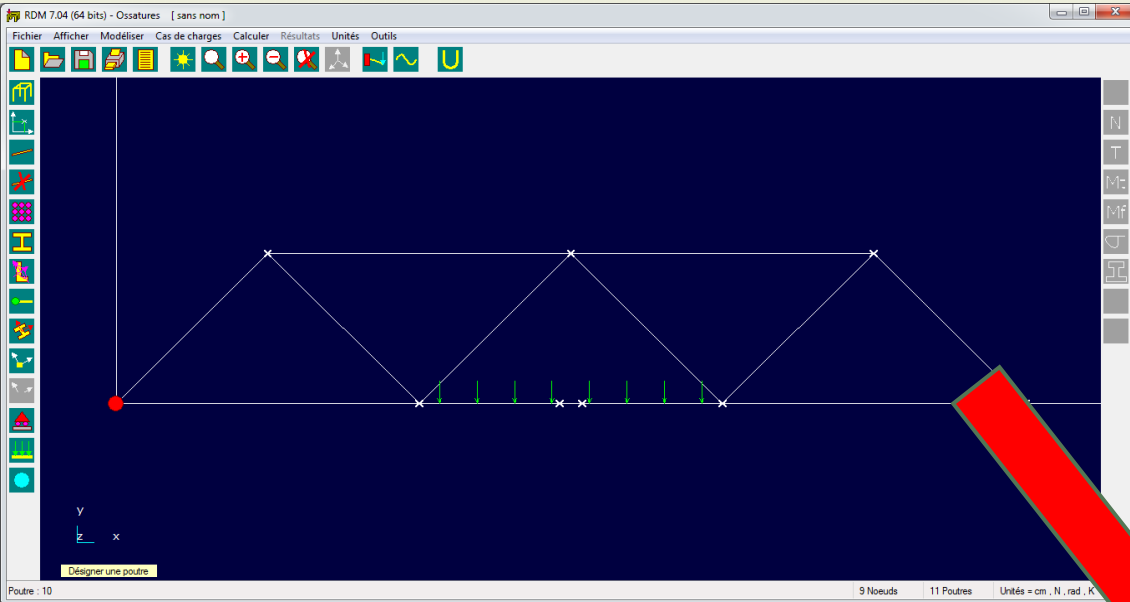


Construction à 2D

Position des nœuds

II- Deuxième Etape :

Effet de la force du séisme sur le pont :



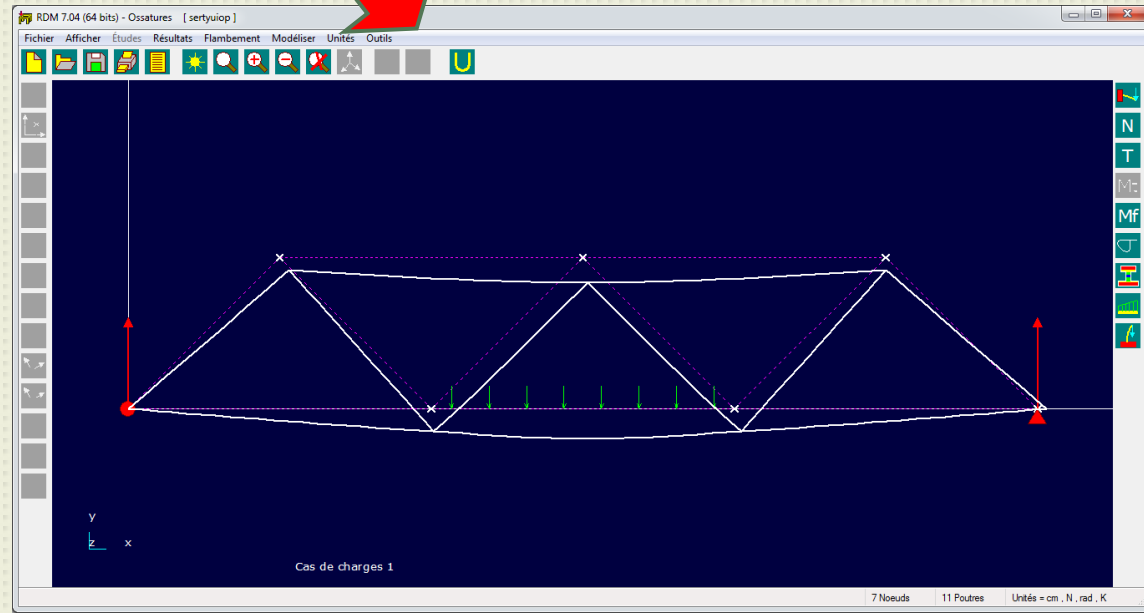
$$\vec{F} = \text{Masse du pont} * \text{Accélération}$$

$$3 * 10^7 \text{ KG}$$

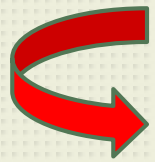
$$5 \text{ ms}^{-1}$$

Effet observé sur RDM7

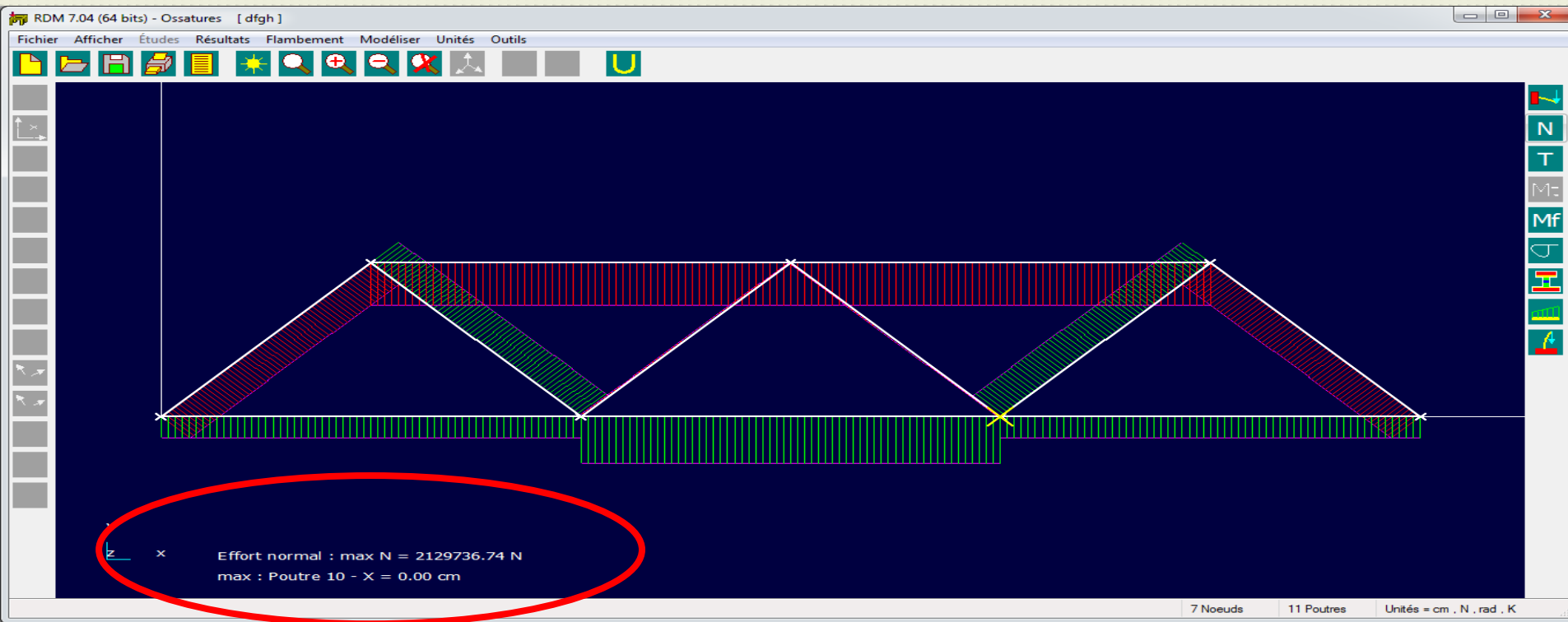
Type de matériau utilisé :
acier



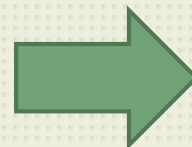
III- Troisième étape : Détermination de l'effort maximal



Quel est le seuil de la rupture ?



Si l'effort maximal < Force du séisme
Si l'effort maximal > Force du séisme



Rupture
Pas de rupture

Effet du vent sur la structure



PFS

Le problème : détermination des T_i en fonction de F en guise de déduire s'il y'a rupture ou pas

Les efforts intérieurs peuvent être classés en 5 catégories :

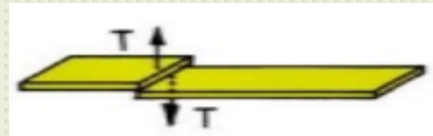
***Traction**



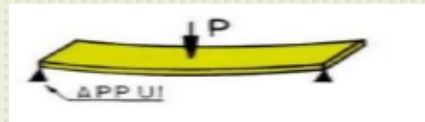
***Compression**



***Cisaillement**



***Flexion**



***Torsion**



Application du PFS :

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\sum_{i=0}^N \vec{M} = \vec{0}$$

Le théorème de la résultante en projection sur (Xo,Yo) le système suivant

$$\begin{cases} \sqrt{2}/2 T1 + T2 = 0 \\ \sqrt{2}/2 T1 = 0 \\ -T1 + \sqrt{2}/2 T4 + T5 = 0 \\ T3 + \sqrt{2}/2 T4 = 0 \\ -T5 = 0 \\ T6 + \sqrt{2}/2 T7 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \\ T4 \\ T5 \\ T6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Méthode de résolution : **Inversion de la Matrice A** pour calculer $T = A^{-1} B$
On propose une résolution numérique **Pivot de gauss** avec **un programme python**

Dans notre cas : Matrice choisie 6*6

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$$

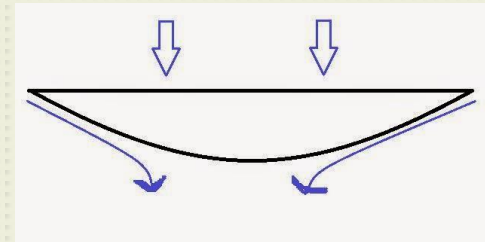
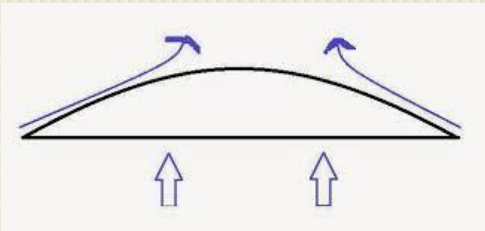
$$\begin{pmatrix} F * \sqrt{2} \\ -F \\ F \\ -F * \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Pour une force engendrée par le vent

Ordre de grandeur : 10^5 N

Résultats :

Les résultats numériques mettent en évidence que les $T_i \leq$ La force maximales supportée : $20 \cdot 10^5 \text{ N}$



➡ L' impossibilité d'avoir un effondrement causé par les forces aérodynamiques dans le modèle statique

Absurdité

La preuve : l'effondrement du pont Tacoma en 1940 à cause d'un vent d'une vitesse 65km/h



Problème de modélisation

La nécessité d'un modèle plus précis...

2-Etude dynamique d'un pont

Effet d'une force de perturbation sur le système :

On peut assimiler un pont à un milieu élastique : **Masse-Ressort**

➔ Application du PFD à ce système en considérant

F : La force Extérieure de perturbation

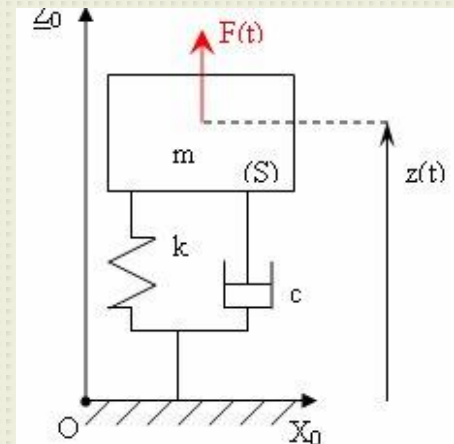
$$m\ddot{X} + \alpha\dot{X} + kX = F$$

Masse

Coefficient
de
frottement

Raideur
du ressort

Force de
perturbation
extérieure



Pour étudier la stabilité du système on simplifie l'étude en choisissant
F : force excitatrice sinusoïdale

Etude de stabilité du système

*Si α : facteur d'amortissement ≥ 0



Oscillateur harmonique amorti

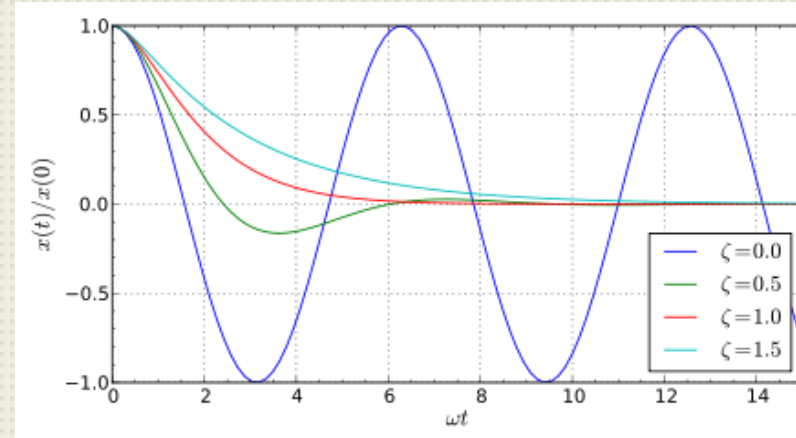
On distingue trois types de système amorti



Pseudo périodique

Critique

Apériodique



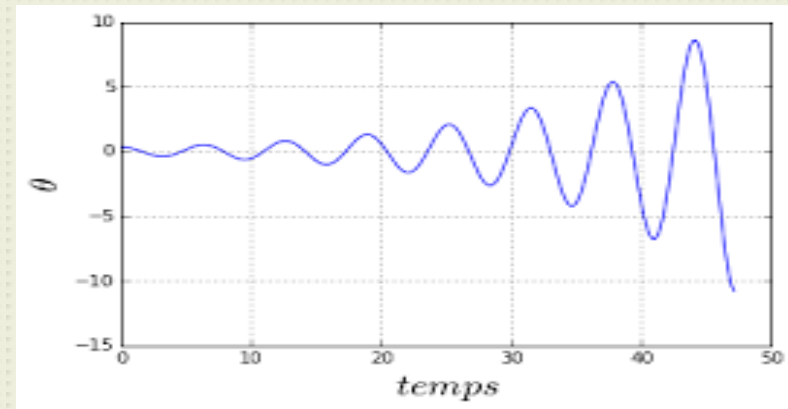
Code 1 dans le document fourni

*Si $\alpha < 0$

Le facteur d'amortissement étant **négatif**



Système divergeant : Instable





Si F est une force de forme non usuelle

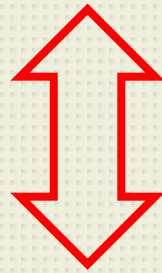
On peut résoudre cette équation de deux manières



***Analytiquement**
Transformée de
Fourier



***Numériquement** : Algorithmes de
python



Euler explicite

Runge Kutta 4

Runge kutta 2

Méthode d'Euler explicite

Résolution numérique de l'équation :

$$m\ddot{X} + \alpha\dot{X} + kX = F$$

L'idée : changement de variable \longrightarrow Equation différentielle de premier ordre

Soit

$$V = \dot{X}$$

Considérons cette échelle de temps



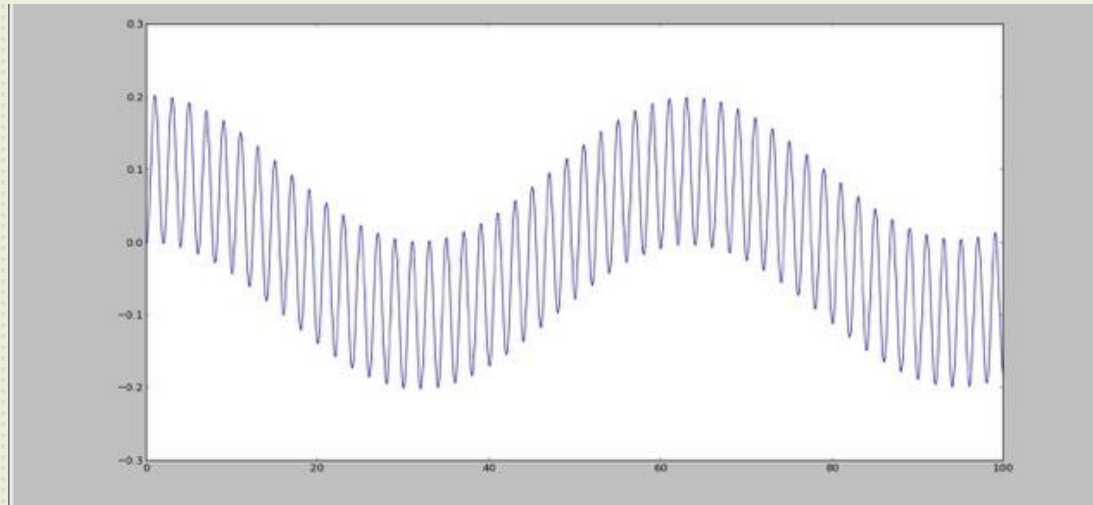
Application de la formule de Taylor

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + dt \frac{dX}{dt} + O(dt^2)$$

Obtention du système d'équation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{V}_{i+1} = \mathbf{V}_i + (\mathbf{dt}/m) (\mathbf{F}_i - \alpha \mathbf{V}_i - k \mathbf{X}_i) \\ \mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \mathbf{dt} \mathbf{V}_i \end{array} \right.$$

Voyons le schéma numérique de cette méthode créée à l'aide d'un code python adéquat



↓
Code 2 dans
le document
fourni

Interprétation :

➡ **Instabilité numérique**

C'est pour cela on a recourt à des méthodes numériques plus précises comme Range kutta 2 et Range kutta4

3-Phénomène de résonance :

Le phénomène de résonance peut –t-il être la cause de la rupture des pont ?



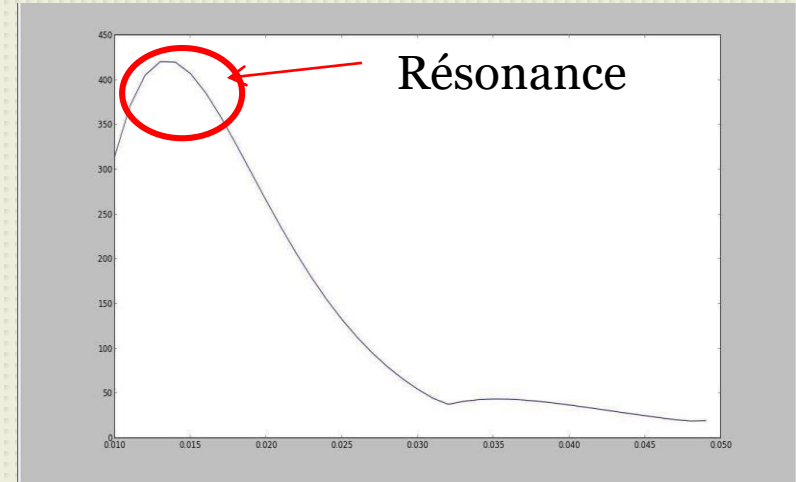
Exemple pertinent : effondrement du pont Tacoma sous l'effet de résonance

Caractéristiques du pont

Longueur : 1822 m

Matériaux : acier

Hauteur : 59.4 m



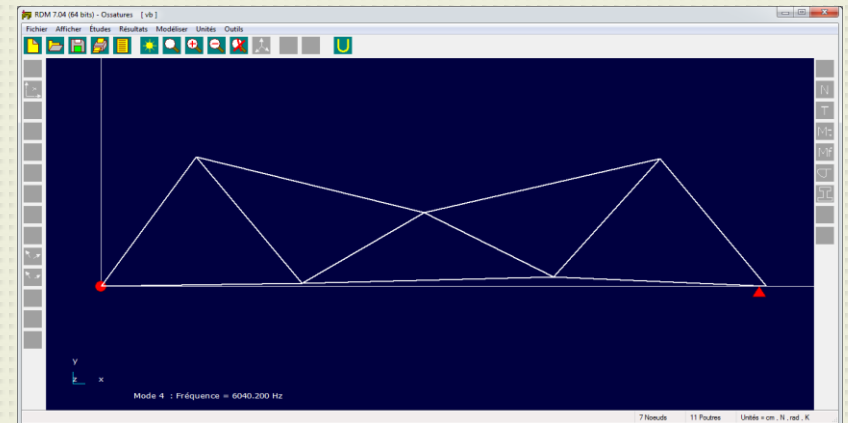
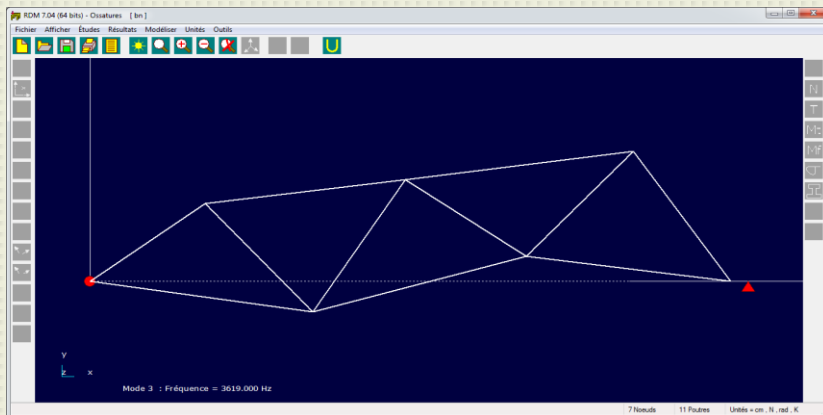
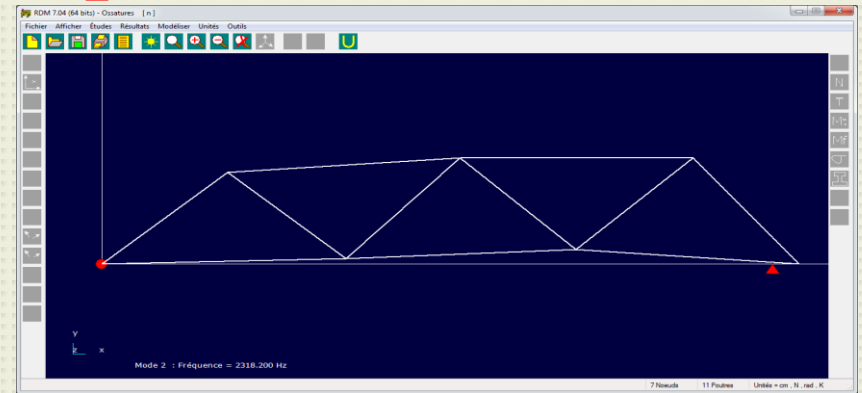
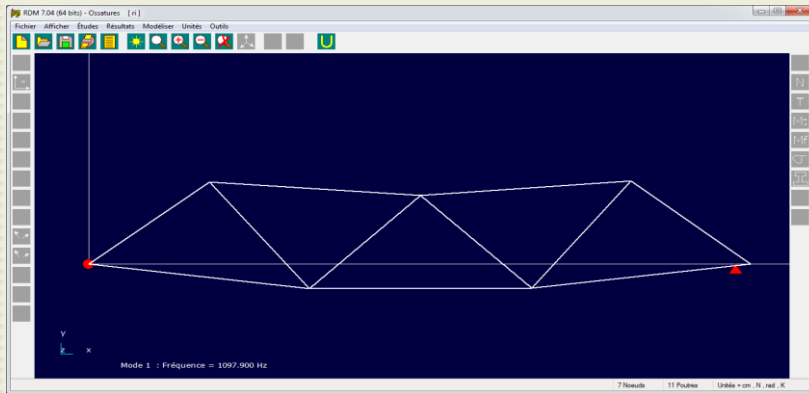
➡ Code 3 dans le document fourni



Malgré la rigidité de ce pont il s'est effondré en 1940 à cause de l'effet d'un vent de vitesse 65 km/h

Ceci est du au **phénomène de résonance**

Visualisation des modes propres avec le RDM 7



Figure

Fréquence

1 : mode 1

1097.9 Hrzs

2 : mode 2

2318.200 Hrzs

3 : mode 3

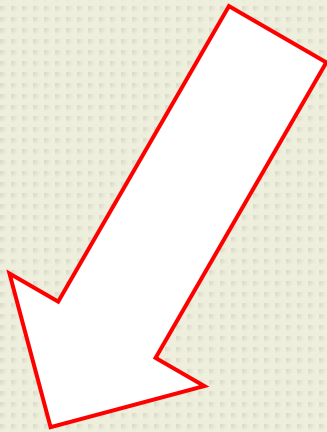
3619 Hrzs

4 : mode 4

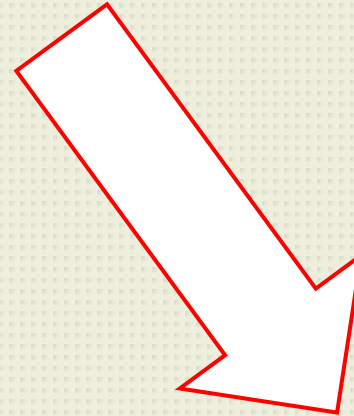
6040.200 Hrzs

Conclusion :

 **Comment peut-on éviter la rupture des ponts ?**



*On doit s'écarter
le maximum des
fréquences propres
de la structure
* l'effort maximal
supporté > la
perturbation



*On doit placer les ponts
dans des zones
antisismique

ANNEXE : Visite Chantier

