البلاطي
عصر جديد للتعليم
New Era of Education
ALBALATY

شرح الدرس ١

الكميات العددية و
الكميات المتجهة

الفيزياء

الفصل الدراسي الأول

2022 - 2023

11

الدرس الأول : الكميات العددية والكميات المتجهة

الكميات العددية

الكميات المتجهة

الكميات العددية

الكميات العددية

مفهوم الكميات العددية

أمثلة على الكميات العددية

مفهوم الكميات العددية

هي الكميات التي يكفي لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز هذا المقدار وتسمى بالكميات القياسية .

أمثلة على الكميات العددية

ـ مثل المسافة (d) والسرعة العددية (v) والسرعة المتوسطة (v) والسرعة اللحظية ($v\Delta$) والزمن (t) وغيرها .

الكميات المتجهة

- مفهوم الكميات المتجهة
- أمثلة على الكميات المتجهة
- خصائص المتجهات

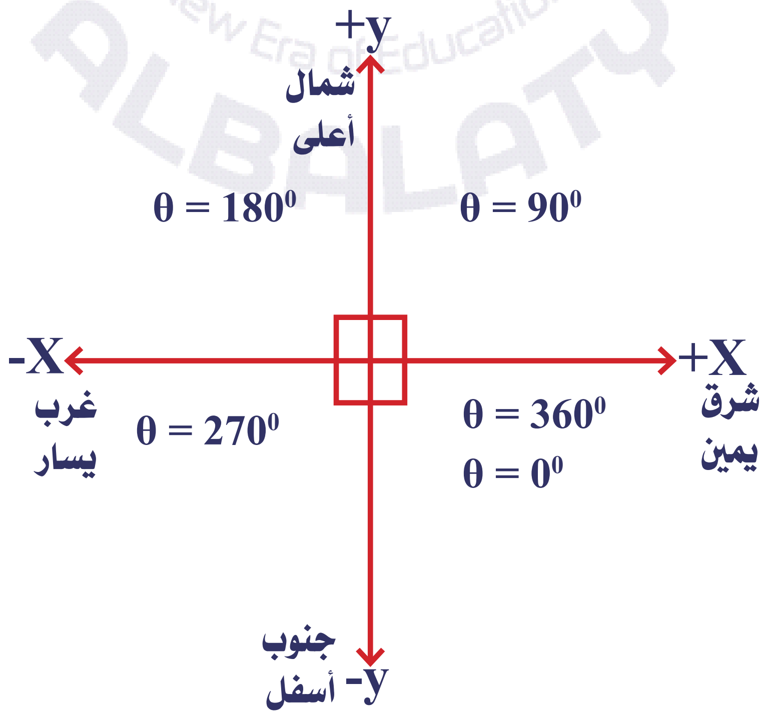
مفهوم الكميات المتجهة

هي الكميات التي تحتاج في تحديدها إلى الاتجاه الذي تأخذه بالإضافة إلى العدد الذي يحدد مقدارها ووحدة القياس التي تميزها ويعبر عنها رياضياً كالآتي :

$$\vec{R} \text{ Or } R = (R \text{ or } |\vec{R}|\,,\ \theta)$$

الكمية المتجهة   مقدار الكمية المتجهة   اتجاه الكمية المتجهة

ويعبر عنها بيانياً كالآتي:



مثال

قوة تؤثر على صندوق خشبي مقدارها 5N تدفعه إلى الغرب مثل هذه القوة رياضياً .

الحل

$F=5N$

$\theta=180^0$

$\vec{F}=?$

$\vec{F}=(F,\theta)=(5N,180^0)$

مثال

ورد في نشرة الأرصاد الجوية أن سرعة الرياح الشمالية المتوقعة لنهار غد قد تصل إلى 60km/hr مثل هذه السرعة رياضياً .

الحل

$V=60\ km/hr$

$\theta=90^0$

$\vec{V}=?$

$\vec{V}=(V,\theta)=(60\ km/hr,90^0)$

مثال

استخدم القانون الثاني لنيوتن لإيجاد متجه العجلة لجسم كتلته 2.5kg أثرت فيه قوة مع التمثيل رياضياً في اتجاه شمال شرق. $(\vec{F} = 10\ N, 45^0)$

الحــل

$F = 10\ N$

$\theta = 450$

$m = 2.5\ kg$

$\vec{a} = ?$

$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2.5} = 4\ m/s2$

$\vec{a} = (a, \theta) = (4\ m/s2, 450)$

$\vec{a} = (a, \theta) = (4\ m/s2, 450)$

أمثلة على الكميات المتجهة

- السرعة المتجهة
- الإزاحة

الإزاحة

الإزاحة

↓

مفهوم الإزاحة

مفهوم الإزاحة

هي المسافة الأقصر بين نقطتين بداية الحركة ونقطة نهايتها وباتجاه من نقطة البداية إلى نقطة النهاية ويرمز لها بالرمز (d) وتقاس بوحدة المتر (m) .

مثال

مثل الإزاحة من النقطة A إلى النقطة B والتي مقدارها 20km باتجاه 45^0 إلى شرق الشمال رياضياً .

الحل

$AB = 20$ km

$\theta = 45^0$

$\vec{AB} = ?$

$\vec{AB} = (AB , \theta) = (20 \text{ km} , 45^0)$

السرعة المتجهة

السرعة المتجهة

↓

مفهوم السرعة المتجهة

مفهوم السرعة المتجهة

هي السرعة العددية ولكن في اتجاه محدد ويرمز لها بالرمز (v) وتقاس بوحدة المتر/الثانية (mls).

مثال

مثل سرعة 60km/hr باتجاه اليمين رياضياً .

الحل

$V = 60$ km/hr

$\theta = 0^0$

$\vec{V} = ?$

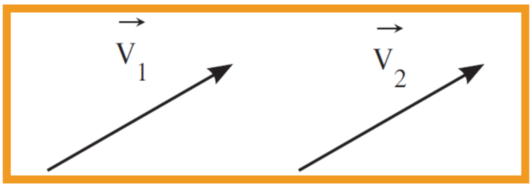
$\vec{V} = (V , \theta) = (60 \text{ km} , 0^0)$

خصائص المتجهات

- تساوي المتجهات
- نقل المتجهات
- جمع المتجهات
- ضرب المتجهات

تساوي المتجهات

تساوي المتجهات ← مفهوم تساوي المتجهات



مفهوم تساوي المتجهات

ـ يقال إن المتجهين متساويان إذا كان لهما المقدار والاتجاه نفسهما كالآتي :ـ

نقــل المتجهات

نقل المتجهات

- المتجهات الحرة
- المتجهات المقيدة

المتجهات الحرة

المتجهات الحرة

- مفهوم المتجهات الحرة
- أمثلة على المتجهات الحرة

مفهوم المتجهات الحرة

هي المتجهات التي يمكن نقلها من مكان إلى آخر بدون أن تتغير قيمتها واتجاهها لأنها غير مقيدة أو غير مرتبطة بنقطة تأثير .

أمثلة على المتجهات الحرة

مثل متجه الإزاحة والسرعة المتجهة .

المتجهات المقيدة

المتجهات المقيدة

مفهوم المتجهات المقيدة — أمثلة على المتجهات المقيدة

مفهوم المتجهات المقيدة

هي المتجهات التي لا يمكن نقلها من مكان إلى آخر لأنها مقيدة أو مرتبطة بنقطة تأثير .

أمثلة على المتجهات المقيدة

- مثل متجه القوة .

ـ الفرق بين المتجهات الحرة والمتجهات المقيدة هو أن المتجهات الحرة يمكن نقلها من مكان إلى آخر بدون أن تتغير قيمتها واتجاهها لأنها غير مقيدة أو غير مرتبطة بنقطة تأثير بينما المتجهات المقيدة لا يمكن نقلها من مكان إلى آخر لأنها مقيدة أو مرتبطة بنقطة تأثير .

ـ يمكن نقل متجه الإزاحة ولا يمكن نقل متجه القوة لأن متجه الإزاحة من المتجهات الحرة التي يمكن نقلها من مكان إلى آخر بدون أن تتغير قيمتها واتجاهها لأنها غير مقيدة أو غير مرتبطة بنقطة تأثير أما متجه القوة من المتجهات المقيدة التي لا يمكن نقلها من مكان إلى آخر لأنها مقيدة أو مرتبطة بنقطة تأثير .

ـ المتجهان A و B متساويان لأنهما لهما المقدار والاتجاه نفسهما .

ـ المتجه A يمكن نقله لأنه يحافظ على المقدار والاتجاه وغير مقيد أو غير مرتبط بنقطة تأثير أي من المتجهات الحرة .

جمع المتجهات

جمع المتجهات

مفهوم جمع المتجهات — أنواع جمع المتجهات

مفهوم جمع المتجهات

ـ تسمى عملية تركيب حيث تتم الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد .

ـ بما أن المتجهات هي كميات لها مقدار واتجاه فهي تحتاج إلى عملية جبر المتجهات وهي ما نطلق عليها جمع المتجهات فهناك جمع جبري (حسابي) وجمع متجهات ولجمع المتجهات قواعد كالآتي :ـ

1- تحديد نوع المتجهات .

2- تحديد مقدار المتجهات .

3- تحديد اتجاه أو زاوية المتجهات .

4- تحديد الطريقة الحسابية والبيانية المناسبة لجمع المتجهات .

انـــواع جمع المتجهات

أنواع جمع المتجهات

- جمع المتجهات المتوازية
- جمع المتجهات المتعامدة
- جمع المتجهات عير المتوازية وغير المتعامدة

جمع المتجهات المتوازية

جمع المتجهات المتوازية

- جمع المتجهات المتوازية لها نفس الاتجاه
- جمع المتجهات المتوازية متعاكسة الاتجاه

جمع المتجهات المتوازية لها نفس الاتجاه

لزاوية بين المتجهين تساوي صفر ($\theta=0^0$) ويستخدم الجبر البسيط في حساب المحصلة ويعبر عنها رياضياً كالآتي :

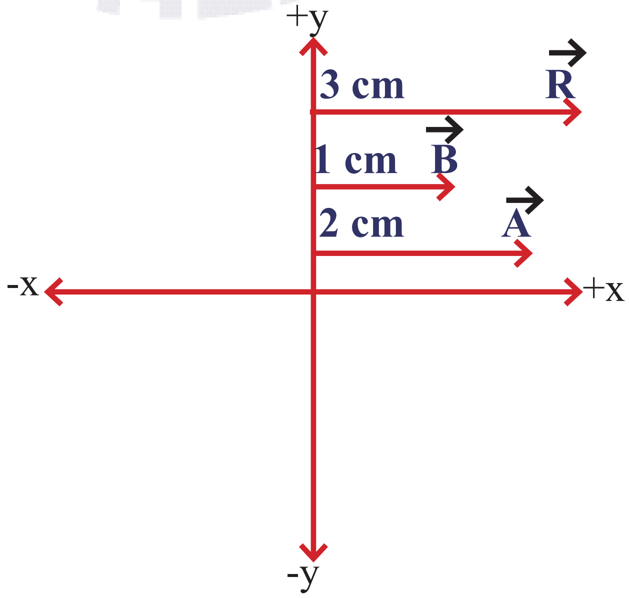
$$R = A + B$$

$$\alpha = \theta = 0^0$$

$\vec{R} = A + B$

$\alpha =$ نفس اتجاه المتجهين

$R = (R , \alpha) = (A + B , \alpha)$



مثال

طائرة تطير بالنسبة إلى الهواء المحيط بها بسرعة 100km/hr شمالاً ورياح تهب بسرعة 20km/hr من جهة الذيل احسب محصلة السرعة بالنسبة إلى الأرض رياضياً :

الحل

$\vec{Vp} = 100$ km/hr

$\vec{Va} = 20$ km/hr

$\alpha = 90^0$ (اتجاه الشمال)

$\vec{Vr} = ?$

$Vr = Vp + Va = 100 + 20 = 120$ km/hr

$\vec{Vr} = (Vr, \alpha) = (120$ km $, 90^0)$

جمع المتجهات المتوازية متعاكسة الاتجاه

الزاوية بين المتجهين تساوي 180^0 ($\theta=180^0$) ويستخدم الجبر البسيط في حساب المحصلة ويعبر عنها رياضياً كالآتي :

$R = A - B$

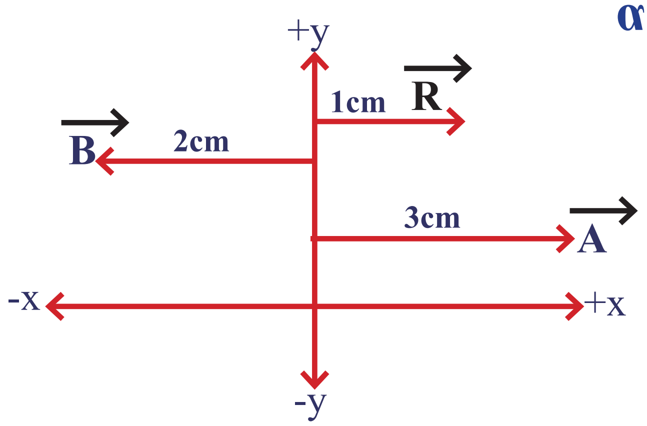
$\alpha =$ اتجاه المتجه الأكبر

$\vec{R} = (R, \alpha) = (A - B, \alpha)$

ويعبر عنها بيانياً كالآتي

$R = A - B$

$\alpha = 0^0$ (اتجاه الشرق)



مثال

طائرة تطير بالنسبة إلى الهواء المحيط بها بسرعة 100km/hr شمالاً ورياح تهب بسرعة 20km/hr من جهة الأمام احسب محصلة السرعة بالنسبة إلى الأرض رياضياً :

الحـــل

$\vec{Vp} = 100$ km/hr

$\vec{Va} = 20$ km/hr

$\alpha = 90^0$ (اتجاه الشمال)

$\vec{Vr} = ?$

$Vr = Vp - Va = 100 - 20 = 80$ km/hr

$\vec{Vr} = (Vr, \alpha) = (80 \text{ km}, 90^0)$

جمع المتجهات المتعامدة

الزاوية بين المتجهين متعامدة أي تساوي 90^0 ($\theta = 90^0$) ويستخدم جبر المتجهات في حساب المحصلة ويعبر عنها رياضياً كالآتي :

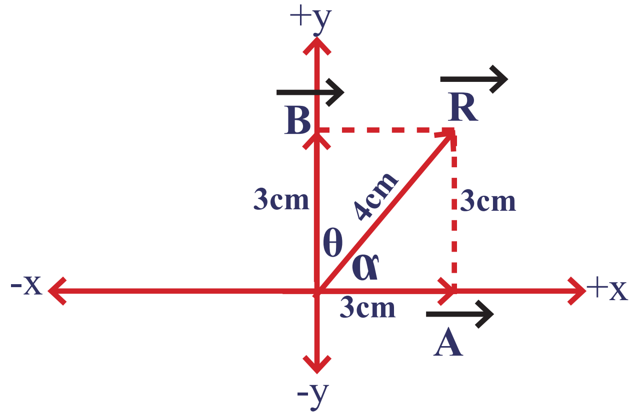
$R = \sqrt{A^2 + B^2}$

$\alpha = \text{shift sin } (\sin^{-1}) \dfrac{B \sin 90^0}{R} = \text{shift sin } (\sin^{-1}) \dfrac{B}{R}$

or $\text{shift cos } (\cos^{-1}) \dfrac{A}{R}$

or $\text{shift tan } (\tan^{-1}) \dfrac{B}{A}$

$R = (R, \alpha) = \left(\sqrt{A^2 + B^2}\ , \tan^{-1} \dfrac{B}{A}\right)$



ويعبر عنها بيانياً كالآتي

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{B}{A}$$

مثال

طائرة تطير بالنسبة إلى الهواء المحيط بها بسرعة 80km/hr شمالاً ورياح تهب بسرعة 60km/hr شرقاً بشكل متعامد على سرعة الطائرة احسب محصلة السرعة بالنسبة إلى الأرض رياضياً.

الحل

Vp = 80 km/hr

Va = 60 km/hr

$\vec{\theta} = 90^0$

$\vec{Vr} = ?$

$\vec{Vr} = \sqrt{Vp^2 + Va^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{6400 + 3600} = \sqrt{10000} = 100km/hr$

$\alpha = \tan^{-1}\frac{V_p}{V_a} = \tan^{-1}\frac{80}{60} = 53.13^o$

$\vec{Vr} = (Vr, \alpha) = (100\ km, 53.13^0)$

مثال

$F1, F2$ قوتان متعامدتان تؤثران على النقطة O احسب مقدار واتجاه محصلة القوتين رياضياً علماً بأن $F1=30N$, $F2=40N$.

الحل

$\vec{F1} = 30\ N$

$\vec{F2} = 40\ N$

$\theta = 90^0$

$\vec{Fr} = ?$

$$Fr = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900+1600} = \sqrt{2500} = 50N$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{F_2}{F_1} = \tan^{-1}\frac{40}{30} = 53.13^0$$

$$\vec{Fr} = (Fr, \alpha) = (50\ N, 53.13^0)$$

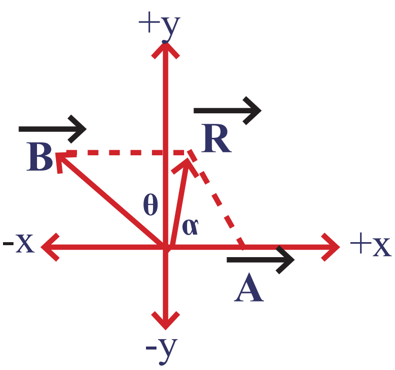
جمع المتجهات غير المتوازية وغير المتعامدة

ـ الزاوية بين المتجهين تكون حادة$(0^0 < \theta < 90^0)$ أو منفرجة $(90^0 < \theta < 180^0)$ ويستخدم جبر المتجهات في حساب المحصلة ويعبر عنها رياضياً كالآتي :

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

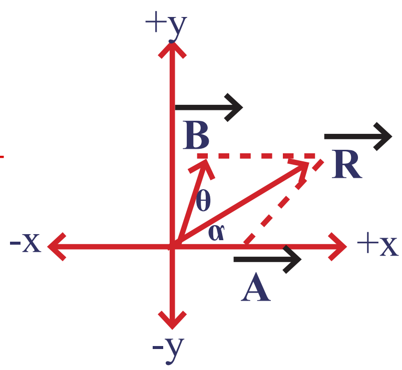
$$\alpha = \text{shiftsin}(Sin^{-1})\frac{B\sin\theta}{R}$$

$$\vec{R} = (R, \alpha) = (\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}, Sin^{-1}\frac{B\sin\theta}{R})$$



$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$\alpha = \text{shiftsin}(Sin^{-1})\frac{B\sin\theta}{R}$$

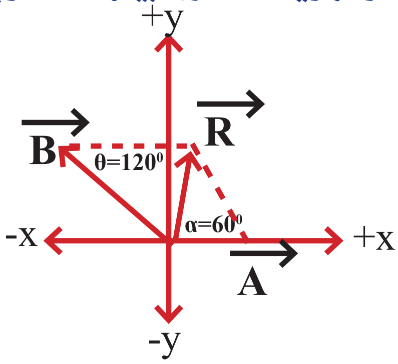


إذا كان المتجهان متساويين ($A=B$) والزاوية المحصورة بينهما تساوي 120^0 ($\theta=120^0$) فإن المحصلة يعبر عنها رياضياً كالآتي :

ويعبر عنها بيانياً كالآتي

$R = A = B$

$\alpha = 60^0$



$R = A = B$

$\alpha = 60^0$

$R = (R, \alpha) = (A \text{ or } B, 60^0)$

مثال

$F1, F2$ قوتان مقدراهما $15N, 10N$ على التوالي تحصران بينهما زاوية $60N$ وتؤثران على جسم نقطي احسب مقدار محصلة القوتين واتجاههما رياضياً .

الحل

$\vec{F1} = 10\ N$

$\vec{F2} = 15\ N$

$\theta = 60^0$

$Fr = ?$

$\vec{Fr} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} = \sqrt{10^2 + 15^2 + 2\times10\times15\times\cos\times60^0} = 21.79N$

$\alpha = \sin-1\dfrac{F2\sin\theta}{Fr} = \sin-1\dfrac{15\times\sin\times60^o}{21.79} = 36.58^o$

$\vec{Fr} = (Fr, \alpha) = (21.79\ N, 36.58^0)$

مثال

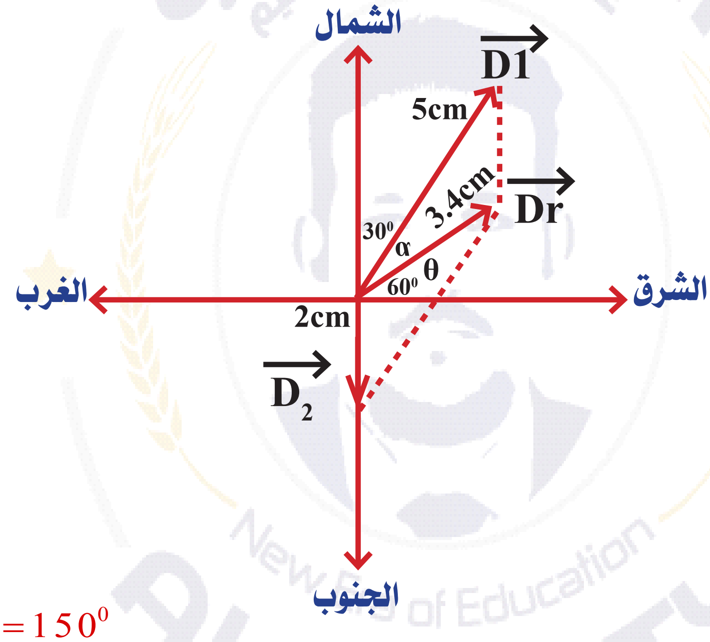
تحرك قارب الصيد من المرفأ ليقطع مسافة 10km باتجاه 30^0 شرق الشمال ثم 4km إلى الجنوب أجب عن الآتي :

استخدم الطريقة الحسابية لجبر المتجهات لإيجاد مقدار الإزاحة المحصلة واتجاهه

الحل

$$Dr = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{D_2\sin\theta}{D_r}$$



$\overrightarrow{D_1} = 10Km$

$\overrightarrow{D_2} = 4Km$

$\theta = 60^0 + 90^0 = 150^0$

$\overrightarrow{D_r} = ?$

$\overrightarrow{D_r} = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta} = \sqrt{10^2 + 4^2 + 2\times10\times4\times\cos150^0} = 6.8Km$

Or

$\overrightarrow{D_r} = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta} = \sqrt{5^2 + 2^2 + 2\times5\times2\times\cos150^0} = 3.4\times2 = 6.8Km$

$\alpha = \tan^{-1}\frac{D_2\sin\theta}{D_r} = \tan^{-1}\frac{4\sin150^0}{6.8} = 16.85^0 = 60^0 - 16.85^0 = 43.14^0$

Or

$\alpha = \tan^{-1}\frac{D_2\sin\theta}{D_r} = \tan^{-1}\frac{2\sin150^0}{6.8} = 16.85^0 = 60^0 - 16.85^0 = 43.14^0$

$\overrightarrow{D_r} = (Dr, \alpha) = (6.8Km, 43.14^0)$

مثال

$F1, F2$ متجهان متلاقيان في نقطة O وواقعان في مستوى واحد مقدار $F1=20N$ ومقدار $F2=20N$ والزاوية المحصورة بينهما تساوي 120^0 أجب عن الآتي :

[1]	احسب مقدار واتجاه المحصلة رياضياً وبيانياً
[2]	عدّد عناصر محصلة المتجهين

الحل

1

$F1= F2 = 20N$

$\theta = 120^0$

$Fr = ?$

$Fr = F1 = F2 = 20\ N$

$\alpha = 60^0$

$Fr = (Fr, \alpha) = (20\ N, 60^0)$

2

عناصر محصلة المتجهين الآتي:

المقدار يساوي $20\ N$ $(Fr=20N)$

الاتجاه يساوي 60^0 $(\alpha=60^0)$

نقطة التأثير هي نقطة الأصل (0)

مثال

متجهان $F1=12N$ و $F2=8N$ والزاوية بينهما 30^0 أجب عن الآتي :

[1]	مقدار محصلة المتجهين
[2]	اتجاه محصلة المتجهين
[3]	عبر عن متجه المحصلة رياضياً

الحل

1

$F1 = 12\ N$

$F2 = 8\ N$

$\theta = 30^0 Fr = ?$

$$Fr = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} = \sqrt{12^2 + 8^2 + 2\times12\times8\times\cos30^0} = 20.02N$$

2

$\alpha = ?$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{F_2\sin\theta}{F_r} = \frac{8\sin30^o}{20.02} = 11.52^o$$

3

$Fr = ?$

$Fr = (Fr , \alpha) = (20.02N , 11.52^0)$

مثال

احسب محصلة المتجهين $A=6unit$ و $B=8unit$ إذا كانت الزاوية بينهما تساوي الآتي :

[1]	0^0	[2]	60^0	[3]	90^0	[4]	180^0

الحل

1

$A = 6$ unit
$B = 8$ unit
$\theta = 0^0$
$R = ?$
$R = A + B = 6 + 8 = 14$ unit
$\alpha = 0^0$
$R = (R , \alpha) = (14 \text{ unit} , 0^0)$

المحصلة في نفس اتجاه المتجهين

2

$A = 6$ unit
$B = 8$ unit
$\theta = 60^0$
$R = ?$
$R = \sqrt{A^2+B^2+ 2AB\cos\theta} = \sqrt{6^2+ 8^2 + 2\times6\times8\times\cos\times60^0} = 12.16$ unit
$\alpha = \sin^{-1} \frac{B \sin\theta}{R} = \frac{\sin\text{-}1\ 8 \sin 60^0}{12 - 6} = 34.7^0$
$R = (R , \alpha) = (12.16 \text{ unit} , 34.7^0)$

3

$A = 6$ unit
$B = 8$ unit
$\theta = 90^0$
$R = ?$
$R = \sqrt{A^2+B^2} = \sqrt{6^2+ 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ unit
$\alpha = \tan^{-1} \frac{B}{A} = \tan^{-1} \frac{8}{6} = 35.13^0$
$R = (R , \alpha) = (10 \text{ unit} , 35.13^0)$

4

$A = 6$ unit
$B = 8$ unit
$\theta = 180^0$
$R = ?$
$R = B - A = 8 - 6 = 2$ unit
$\alpha = 180^0$
$R = (R , \alpha) = (2 \text{ unit} , 180^0)$

المحصلة في اتجاه المتجه الأكبر

ـ أكبر قيمة لمحصلة متجهين عندما يكون المتجهان في نفس الاتجاه ($\theta=0^0$) فتكون المحصلة مجموع المتجهين ($\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$) .

ـ أصغر قيمة لمحصلة متجهين عندما يكون المتجهان متعاكسين في الاتجاه ($\theta=180^0$) فتكون المحصلة الفرق بين المتجهين (($\vec{R}=\vec{A}-\vec{B}$)) .

ـ تنعدم محصلة متجهين إذا كان لهما نفس المقدار ومتعاكسان في الاتجاه فتكون المحصلة بصفر ($\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}=0:A=B$) .

ـ يمكن الحصول على قيم متعددة لمحصلة أي متجهين رغم ثبات مقداريهما بسبب اختلاف الزاوية بين المتجهين .

ـ تختلف قيمة المحصلة باختلاف الزاوية بين المتجهين بحيث تقل قيمة المحصلة بزيادة الزاوية بين المتجهين والعكس صحيح .

ـ عملية جمع المتجهات عملية إبدالية ($\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$) .

ـ لحساب مدى المحصلة لمتجهين نجمع المتجهين مرة فتعطي أكبر قيمة للمحصلة ونطرح المتجهين مرة أخرى فتعطي أقل قيمة للمحصلة .

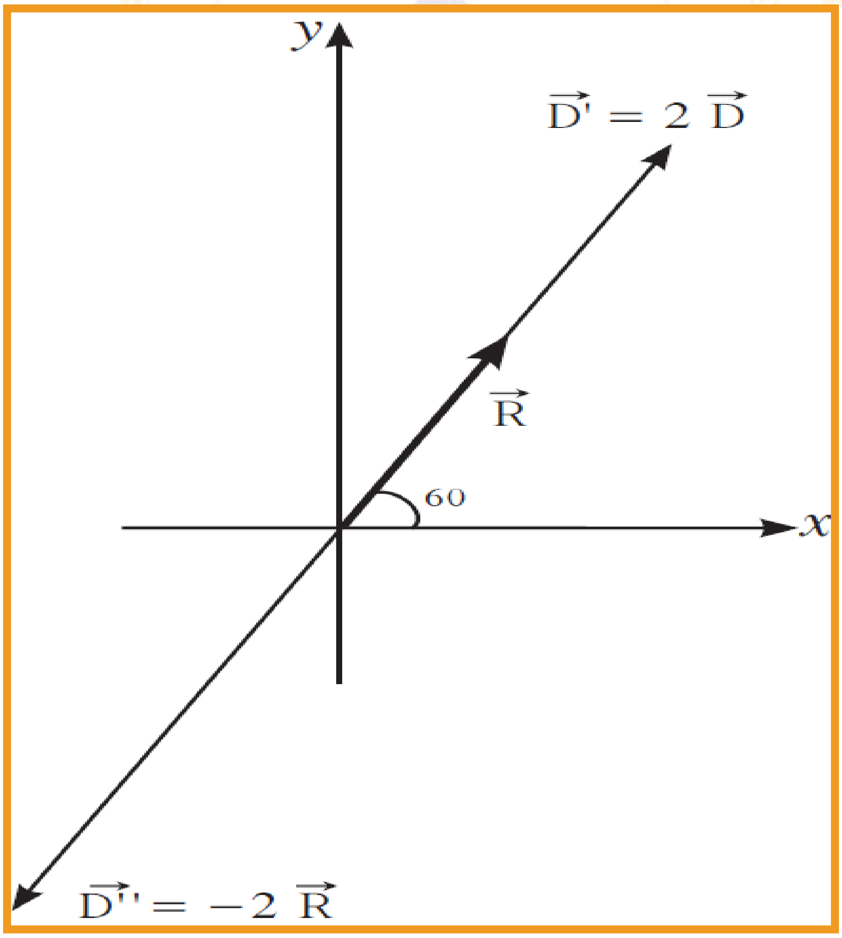
ضرب المتجهات

ضرب كمية عددية بكمية متجهة

ضرب كمية متجهه بكمية متجهه

ضرب كمية عددية بكمية متجهة

ينتج عنه كمية متجهة ومقدارها يساوي حاصل ضرب الكمية العددية في الكمية المتجهة واتجاهها يكون نفس اتجاه الكمية المتجهة إذا كانت الكمية العددية موجبة وعكس اتجاه الكمية المتجهة إذا كانت الكمية العددية سالبة كالآتي :



ضرب كمية متجهة بكمية متجهة

ضرب كمية متجهة بكمية متجهة

الضرب العددي | الضرب الاتجاهي

الضرب العددي

يسمى الضرب العددي بالضرب القياسي أو بالضرب النقطي وينتج عنه كمية عددية ويعبر عنه رياضياً كالآتي :

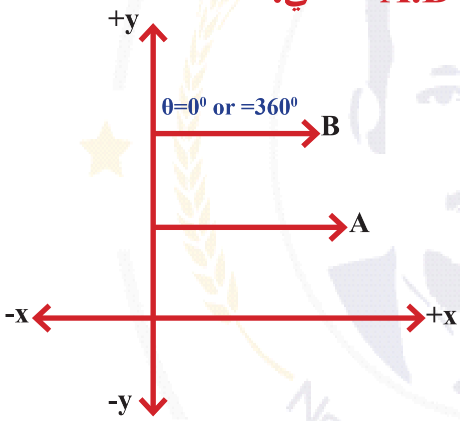
$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = AB\cos\theta$$

Or

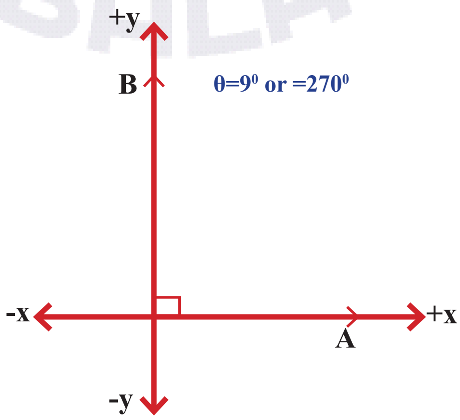
$$\vec{B}\,.\,\vec{A} = AB\cos\theta$$

ينتج عن الضرب العددي كمية عددية وليست كمية متجهة .

ـ أكبر قيمة لحاصل الضرب العددي لمتجهين عندما يكون المتجهان متوازيين وفي نفس الاتجاه ($\theta=0^0$ or $\theta=360^0$) فتكون $\cos\theta=1$ وينتج $\vec{A}.\vec{B}=AB$ كالآتي:



ـ تنعدم قيمة حاصل الضرب العددي لمتجهين أي تساوي صفر عندما يكون المتجهان متعامدين ($\theta=90^0$ or $\theta=270^0$) فتكون $\cos\theta=0$ وينتج $\vec{A}.\vec{B}=0$ كالآتي:



ـ من أمثلة الكميات الناتجة عن الضرب العددي لمتجهين الشغل حيث يعتبر كمية عددية لأنه ناتج عن الضرب العددي لمتجهي القوة ($\vec{F}$) والإزاحة ($\vec{d}$)($W=\vec{F}.\vec{d}$)

ـ الضرب العددي عملية إبداليه ($\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{A}$).

مثال

من المعلوم أن الشغل هو كمية فيزيائية تسببها قوة مؤثرة على جسم عند إزاحته مسافة على مساره ويعبر عنها بالضرب القياسي لكل من متجه القوة ($\vec{F}$) ومتجه الإزاحة ($\vec{X}$) استخدم الضرب القياسي لحساب الشغل الناتج عن قوة مقدارها 50N تصنع زاوية 60^0 مع متجه الإزاحة أدت عند تطبيقها إلى إزاحة الجسم مسافة 10m

الحل

$\vec{F} = 50$ N

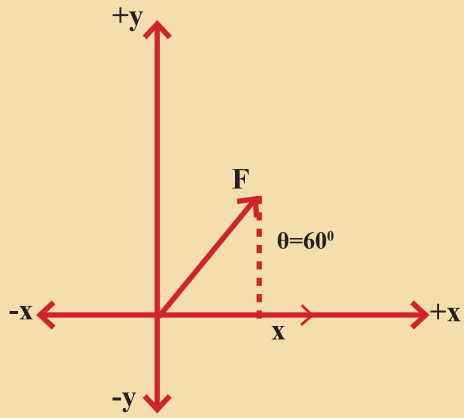
$\vec{X} = 10$ m

$\theta = 60^0$

W =

$\vec{F} . \vec{X} = W$

$W = F \times \cos\theta = 50 \times 10 \times \cos \times 60^0 = 250$ j



مثال

إذا كان (A=10unit) و (B=20unit) وكان حاصل الضرب القياسي لهم $100unit^2$

أحسب قيمة الزاوية المحصورة بين المتجهين.

الحل

A= 10 unit

B = 20 unit

$A . B = 100\ unit^2$

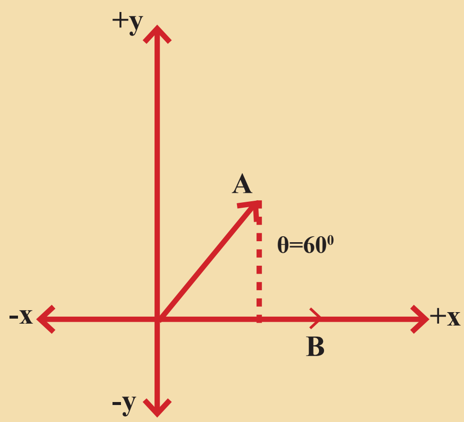
$\theta = ?$

$\vec{A} . \vec{B} = AB \cos\theta$

$100 = 10 \times 20 \times \cos\theta$

$\cos\theta = 0.5$

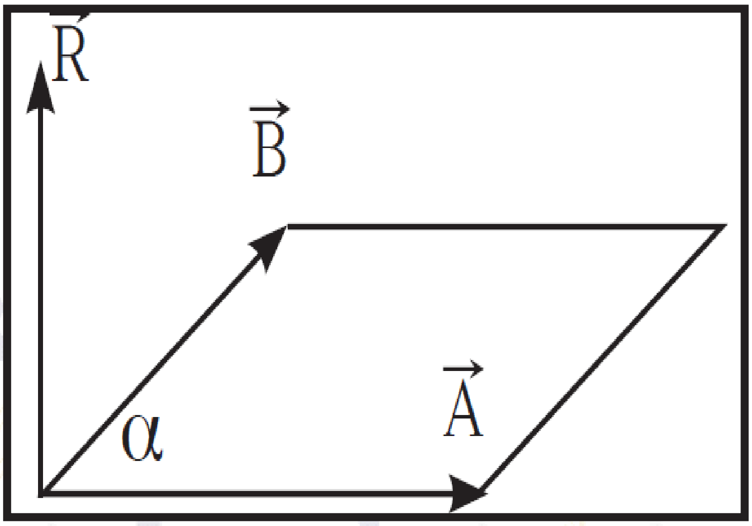
$\theta = \text{shift} \cos (\cos^{-1}) 0.5 = 60^0$



الضرب الاتجاهي

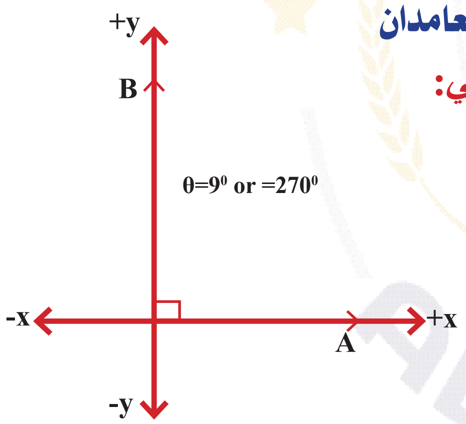
يسمى الضرب الاتجاهي بالضرب التقاطعي وينتج عنه كمية متجهة ومقداره يمثل مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين واتجاهه فهو رأسي على المستوى المكون من المتجهين ويحدد بتطبيق قاعدة اليد اليمنى (R.H.R) وذلك بتدوير أصابع اليد اليمنى من المتجه الأول إلى الثاني عبر الزاوية الأصغر بين المتجهين ليشير الإبهام إلى اتجاه المتجه ويعبر عنه رياضياً كالآتي :

$$\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta$$

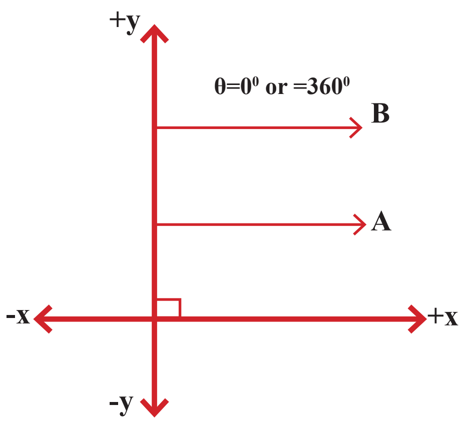


ـ ينتج عن الضرب الاتجاهي كمية متجهة وليست كمية عددية .

ـ أكبر قيمة لحاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين عندما يكون المتجهان متعامدان ($\theta=90^0 or\ \theta=270^0$) فتكون $Sin\ \theta=0$ وينتج $\vec{A}\times\vec{B}=AB$ كالآتي:



ـ تنعدم قيمة حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين أي تساوي صفر عندما يكون المتجهان متوازيين وفي نفس الاتجاه ($\theta=0^0 or\ \theta=360^0$) فتكون $Sin\ \theta=0$ وينتج $\vec{A}\times\vec{B}=0$ كالآتي:



ـ الضرب الاتجاهي عملية ليست ابدالية

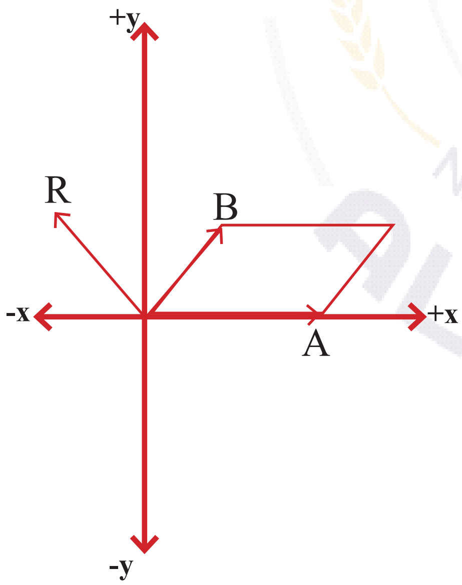
$(\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A})$ $(\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A})$

ـ يكون المتجه الناتج عن حاصل الضرب الاتجاهي في اتجاه عمودي على مستوى المتجهين داخل أو خارج من الورقة

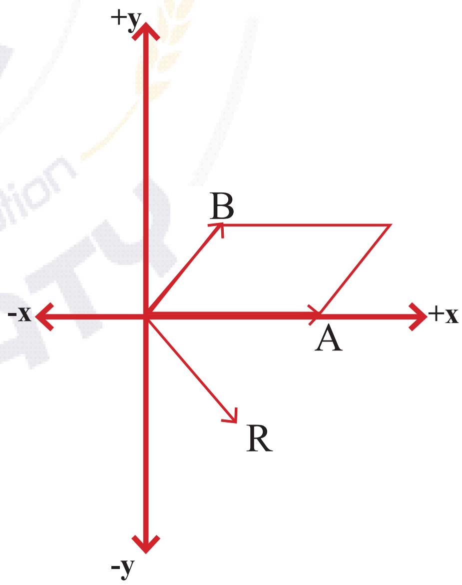
ـ يتساوى مقدار الضرب العددي مع مقدار الضرب الاتجاهي عندما تكون الزاوية المحصورة بين المتجهين تساوي 45^0 فتكون وينتج

ـ يكون ناتج الضرب العددي ضعف ناتج الضرب الاتجاهي إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين تساوي 26.5^0 $(\theta=26.5^0)$ وينتج $\vec{A}.\vec{B} = 2A \times B$

ـ قاعدة اليد اليمنى (R.H.R) تستخدم في معرفة اتجاه ناتج الضرب الاتجاهي حيث عند دوران الأصابع الأربعة في اتجاه الضرب فإن الابهام يشير لاتجاه المحصلة ودائماً اتجاه متجه محصلة الضرب الاتجاهي عمودي على المستوى الذي يجمع المتجهين كالآتي :



$\vec{A} \times \vec{B} = R$

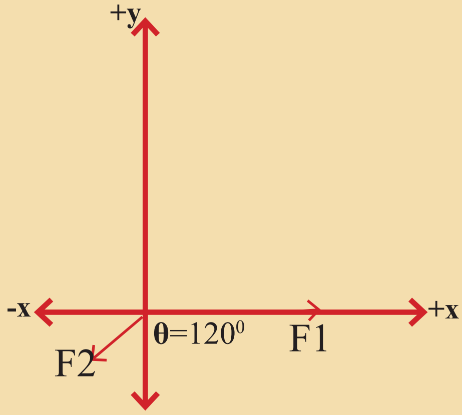


$\vec{B} \times \vec{A} = -R$

$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

مثال

المتجهان F1 مقداره 5N و F2 مقداره 4N يحصران بينهما زاوية مقدارها 120^0 كما بالشكل احسب حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين



الحل

$F1 = 5\ N$

$F2 = 4\ N$

$\theta = 120^0$

$F1 \times F2 = ?$

$F2 \times F1 =$

$F1 \times F2 = F1F2 \sin\theta = 5 \times 4 \times \sin 120^0 = 17.32\ N^2$

$F2 \times F1 = -F1 \times F2 = -17.32\ N^2$

Or $F2 \times F1 = -F1 \times F2 = -5 \times 4 \times \sin 120^0 = -17.32\ N^2$

مثال

أحسب مساحة متوازي الأضلاع الناشيء عن المتجهين D1=4m و D2=6m علماً بإن الزاوية المحصورة بينهما تساوي 150^0

الحل

$D1 = 4\ m$

$D2 = 6\ m$

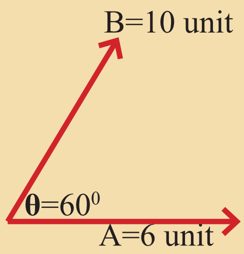
$\theta = 150^0$

$D1 \times D2 = ?$

$D1 \times D2 = D1D2 \sin\theta = 4 \times 6 \times \sin 150^0 = 12\ m^2$

مثال

في الشكل التالي يمثل متجهان A,B ويحصران بينهما زاوية 60^0 أحسب الآتي :



[1] $A + B$ مقداراً واتجاهاً

[2] $\vec{A} . \vec{B}$

[3] $\vec{A} \times \vec{B}$ مقداراً وبين كيف يمكن تحديد اتجاه المتجه الناتج أو احسب مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين .

الحل

1

$A = 6$ unit

$B = 10$ unit

$\theta = 60^0$

$A + B = R = ?$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} = \sqrt{6^2 + 10^2 + 2\times6\times10\times\cos60^0} = 14\text{Unit}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{B\sin\theta}{R} = \frac{10\sin60^0}{14} = 11.55^\circ$$

$A+B=R=(R, \alpha) = (14$ unit, $11.55^0)$

2

$A . B = ?$

$A . B = Ab\cos\theta = 6 \times 10 \times \cos 60^0 = 30$ unit2

3

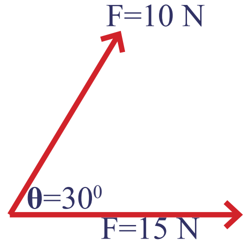
$A \times B = ?$

$A \times B = AB\sin\theta = 6 \times 10 \times \sin 60^0 = 51.96$ unit2

ويحدد اتجاه المتجه الناشيء بقاعدة اليد اليمنى (R.H.R)

مثال في الشكل التالي القوتان F, F' ويحصران بينهما زاوية 30^0 أحسب باستخدام الطريقة الحسابية لجبر المتجهات الآتي :

$\vec{F} \times \vec{F'}$	[3]	$\vec{F} \cdot \vec{F'}$	[2]	$\vec{F} + \vec{F'}$	[1]



الحـــل

1

$\vec{F} = 10\ N$

$\vec{F'} = 15\ N$

$\theta = 30^0$

$\vec{F} + \vec{F'} = Fr = ?$

$Fr = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} = \sqrt{10^2 + 15^2 + 2\times10\times15\times\cos30^0} = 24.18N$

$\alpha = \sin^{-1}\frac{F\sin\theta}{F_r} = \frac{15\sin30^0}{24-18} = 11.55^0$

$\vec{F} + \vec{F'} = Fr = (Fr\ ,\ \alpha\ ) = (24.18\ N,\ 11.55^0)$

2

$\vec{F} \cdot \vec{F'} = ?$

$\vec{F} \cdot \vec{F'} = F\,F'\cos\theta = 10 \times 15 \times \cos 30^0 = 129.9\ N^2$

3

$\vec{F} \times \vec{F'} = ?$

$\vec{F} \times \vec{F'} = F\,F'\sin\theta = 10 \times 15 \times \sin 30^0 = 75\ N^2$

والمتجه الناتج عمودي على المتجهين وداخل إلى الصفحة

قوانين الدرس الأول

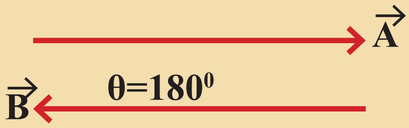
1 لحساب محصلة متجهين متوازيين وفي نفس الاتجاه كالآتي

$R = A + B$

$\alpha =$ نفس اتجاه المتجهين

(أكبر قيمة لمحصلة أي متجهين)

2 لحساب محصلة متجهين متوازيين ومتعاكسيم في الاتجاه كالآتي

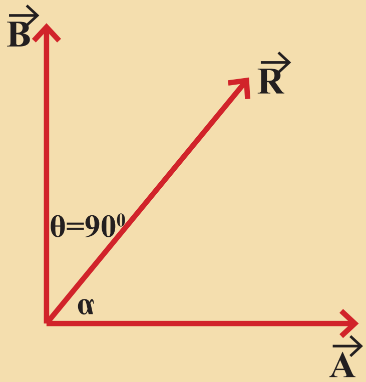


$R = A - B$

$\alpha =$ في اتجاه المتجه الأكبر

(أصغر قيمة لمحصلة أي متجهين)

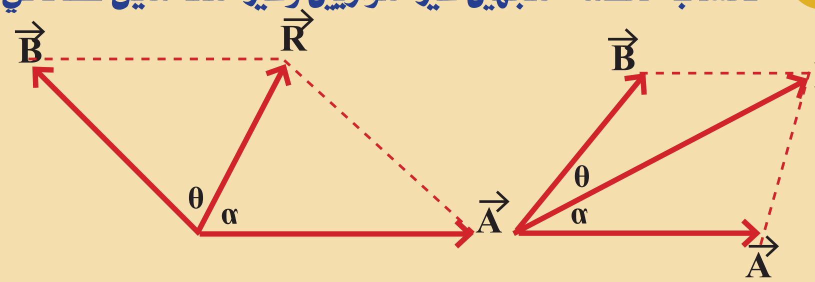
3 لحساب محصلة متجهين متعامدين كالآتي



$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

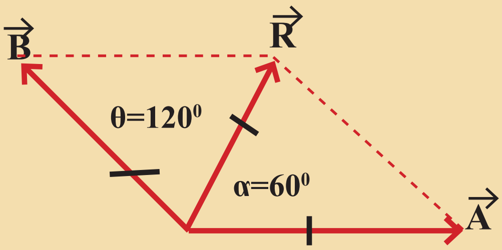
$$\alpha = \tan^{-1}\frac{B}{A}$$

4 لحساب محصلة متجهين غير متوازيين وغير متعامدين كالآتي



$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{B\sin\theta}{A}$$



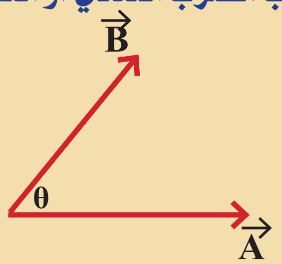
$A = B$

$\theta = 120^{o}$

$R = A = B$

$\alpha = 60^{o}$

5 لحساب الضرب العددي أو النقطي أو القياسي أو الداخلي كالآتي



ينتج عنه كمية عددية $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$

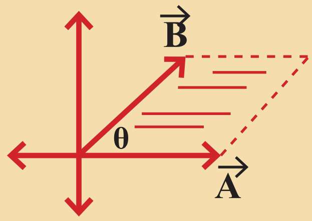
عملية إبدالية $\vec{B}\cdot\vec{A} = AB\cos\theta$

يكون الضرب العددي أكبر ما يمكن عندما يكون المتجهان متوازيان وفي نفس الاتجاه $\theta = 0^0$

يكون الضرب العددي منعدم عندما يكون المتجهان متعامدان $\theta = 90^0$

يكون الضرب العددي أصغر ما يمكن عندما يكون المتجهان متوازيان ومتعاكسان في الاتجاه $\theta = 120^0$

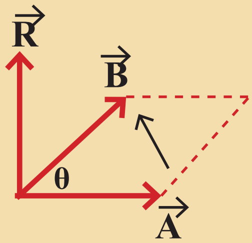
6 لحساب الضرب الاتجاهي أو التقاطعي أو الخارجي كالآتي



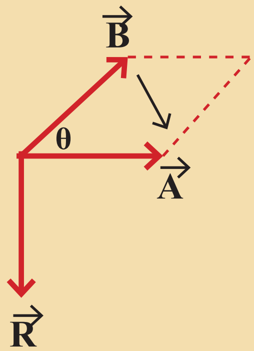
ينتج عنه كمية متجهة $\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta$

عملية غير إبدالية $\vec{B}\times\vec{A} = -AB\sin\theta\ (-\vec{A}\times\vec{B})$

نحدد الاتجاه بتطبيق قاعدة اليد اليمنى (R . H . R)



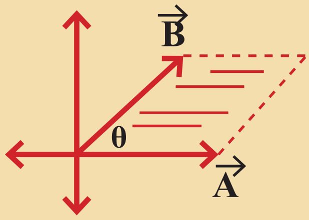
عمــودي على المســتويين للخــارج $\vec{R} = \vec{A}\times\vec{B}$



عمــودي على المســتويين للداخل $\vec{R} = \vec{B}\times\vec{A}$

يكون الضرب الاتجاهي أكبر ما يمكن عندما يكون المتجهان متعامدان	($\theta = 90^0$)
يكون الضرب الاتجاهي منعدم عندما يكون المتجهان متوازيان وفي نفس الاتجاه	($\theta = 0^0$)
يكون الضرب الاتجاهي أصغر ما يمكن عندما تكون	($\theta = 270^0$)
يساوي الضرب العددي الضرب الاتجاهي عندما تكون	($\theta = 45^0$)
يساوي الضرب العددي ضعف الضرب الاتجاهي عندما تكون	($\theta = 26.5^0$)

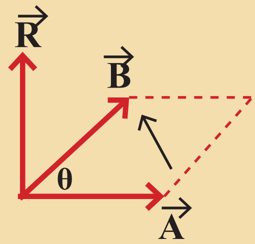
7 لحساب الضرب الاتجاهي أو التقاطعي أو الخارجي كالآتي



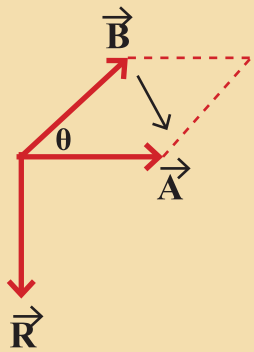
ينتج عنه كمية متجهة $\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta$

عملية غير إبدالية $\vec{B} \times \vec{A} = -AB \sin\theta \; (-\vec{A} \times \vec{B})$

نحدد الاتجاه بتطبيق قاعدة اليد اليمنى (R . H . R)



عمــودي على المســتويين للخــارج $\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B}$



عمــودي على المســتويين للداخل $\vec{R} = \vec{B} \times \vec{A}$

يكون الضرب الاتجاهي أكبر ما يمكن عندما يكون المتجهان متعامدان	$(\theta = 90^0)$
يكون الضرب الاتجاهي منعدم عندما يكون المتجهان متوازيان وفي نفس الاتجاه	$(\theta = 0^0)$
يكون الضرب الاتجاهي أصغر ما يمكن عندما تكون	$(\theta = 270^0)$
يساوي الضرب العددي الضرب الاتجاهي عندما تكون	$(\theta = 45^0)$
يساوي الضرب العددي ضعف الضرب الاتجاهي عندما تكون	$(\theta = 26.5^0)$

البلاطي
عصر جديد للتعليم
New Era of Education
ALBALATY

أحرص على اقتناء مذكرات منصة البلاطي

- مذكرة شرح لكل درس.
- مذكرة أسئلة لكل درس.
- مذكرة إجابة أسئلة لكل درس.
- مذكرة امتحان لكل درس.
- مذكرة إجابة امتحان لكل درس.

منصة البلاطي

الفيزياء 11

الفصل الدراسي الأول

2022 - 2023

استمتع بتجربة التعلم
مع منصة البلاطي