



Sınıflandırma ve Regresyon Ağaçları (Classification And Regression Trees- CART)

- CART (Sınıflandırma ve Regresyon Ağaçları) algoritması, makine öğrenmesinde hem sınıflandırma hem de regresyon problemleri için kullanılabilecek karar ağacı tabanlı bir algoritmadır.
- CART, hem kategorik hem de sürekli özellikleri ele alma yeteneği, yorumlanabilirliği ve nitelikler ile hedef değişken arasındaki doğrusal olmayan ilişkileri yakalama yeteneği nedeniyle güçlü ve popüler bir algoritmadır.



Sınıflandırma ve Regresyon Ağaçları (Classification And Regression Trees- CART)

- Her bir karar düğümünden itibaren ağacın iki dala ayrılması ilkesine dayanır. Yani bu tür karar ağaçlarında ikili dallanmalar söz konusudur. Bir düğümde seçme işlemi yapıldığında, düğümlerden sadece iki dal ayrılabilir.
- CART algoritmaları her zaman bir ikili ağaç oluşturur; bu, yaprak olmayan her düğümün iki alt düğüme sahip olduğu anlamına gelir.



Sınıflandırma ve Regresyon Ağaçları (Classification And Regression Trees- CART)

- Ağaç, tüm eğitim verilerini içeren kök düğümünden başlar ve bir durdurma kriteri ile karşılaşana kadar verileri yinelemeli olarak daha küçük alt kümelere böler.
- Durdurma kriteri, ağaç için maksimum derinlik, her yaprak düğümdeki minimum örnek sayısı veya başka kriterler olabilir.



Sınıflandırma ve Regresyon Ağaçları (Classification And Regression Trees- CART)

- Ağaç, kök düğümden giriş verilerine karşılık gelen yaprak düğüme geçiş sağlanarak tahminlerde bulunmak için kullanılabilir.
- Regresyon problemleri için tahmin, yaprak düğümdeki hedef değerlerin ortalamasıdır.
- Sınıflandırma problemlerinde tahmin, yaprak düğümdeki çoğunluk sınıfıdır.



Gini Algoritması

- Gini algoritması; elimizde bulundurduğumuz toplu verilerin sahip olduğu nitelikleri, ikili bölünmeler şeklinde gruplayan, her gruptaki elaman sayılarına bağlı olarak yapılan formülizasyon işlemlerinin sonucuyla karar ağacı inşasını sağlayan yinelemeli bir veri madenciliği algoritmasıdır.



Gini Algoritması

- Gini algoritması için ilk olarak elimizde ilk etapta benzer nitelikleri ilk bakışta kesin olarak keşfedilmeyen bir öğrenme setimiz olmalıdır. Öğrenme setindeki varlıklar belirli niteliklere göre tanımlanır.
- Varlıkların sahip olduğu nitelik değerlerinin her biri ikili gruplamalar olacak şekilde ayrılır. Bu gruplamalar sonucu dallara bölünmeler gerçekleşir.



Gini Algoritması

- Her bir nitelik değerinin ikili ayrılmış olduğu dallardaki grup elemanları sayılır.
- Bu daldaki nitelik değerlerinin gruplarındaki eleman sayıları formülizasyon için kullanılır.
- Gini algoritmasında kullanılan **Gini ölçütü** bir frekans dağılımındaki değerler arasındaki eşitsizliğin ölçüsüdür.



Gini Algoritması

- Gini ölçütü 0 ile 1 arasında olabilir. Sıfıra eşit ise herhangi bir eşitsizliğin olmadığı sonucuna varılır.
- Eşitsizlik analizlerinde Gini ölçütünün olabildiğince küçük olması istenir.
- Bu algoritma, nitelik değerlerinin sol ve sağ olmak üzere iki bölüme ayrılması, her bölüm için ayrı ayrı Gini ölçütünün hesaplanması ve elde edilen sonuçların karşılaştırılması esasına dayanır.



Gini Algoritması

- Her nitelikle ilgili sol ve sağ bölünmeler için $Gini_{sol}$ ve $Gini_{sağ}$ ifadeleri

- L_i : Sol daldaki i grubundaki örnek(lerin) sayısı
- R_i : Sağ daldaki i grubundaki örnek(lerin) sayısı
- k : Sınıfların sayısı
- T : Düğümdeki örnekler
- $|T_{sol}|$: Sol daldaki örnek(lerin) sayısı
- $|T_{sağ}|$: Sağ daldaki örnek(lerin) sayısı

$$Gini_{sol} = 1 - \sum_{i=1}^k \left(\frac{L_i}{|T_{sol}|} \right)^2$$

$$Gini_{sağ} = 1 - \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_i}{|T_{sağ}|} \right)^2$$



Gini Algoritması

- Her bir j niteliği için n öğrenme setindeki eleman sayısı olmak üzere aşağıdaki bağıntı hesaplanır:

$$\text{Gini}_j = (|T_{\text{sol}}| \text{Gini}_{\text{sol}} + |T_{\text{sağ}}| \text{Gini}_{\text{sağ}})$$

- Her j niteliği için hesaplanan Gini_j değerleri arasından en küçük olanı seçilir ve bölünme bu nitelik üzerinden gerçekleştirilir. Eğer o niteliğin her bir örneği aynı sonuca gidiyorsa bölünme o nitelik düğümü için sonuca ulaşmış olur.



Gini Algoritması

- Tüm öğrenme setindeki elemanlar için bir grup ve sonuç bulunduysa ağaç oluşmuş demektir.
- Amacımız niteliklerin oluşturduğu düğümlerin her birinin ikili olarak dallarına ayrılabilmesi ve her bir daldaki nitelik için sonuca ulaşılabilmiş olup açıkta elemanımız kalmadan ağacımızı inşa edebilmektir.

Gini Algoritması - Örnek

Örnek Uygulama :

Tablodaki eğitim verilerini dikkate alarak **Gini algoritması** yardımıyla sınıflandırma işlemi yapalım.

İşlem Sırası	Risk	Sağlık	Cinsiyet	Sonuç
1	2.Seviye	Kötü	Erkek	Evet
2	1.Seviye	İyi	Erkek	Hayır
3	3.Seviye	Orta	Bayan	Hayır
4	2.Seviye	Orta	Erkek	Evet
5	1.Seviye	Orta	Erkek	Evet
6	3.Seviye	Kötü	Bayan	Evet
7	1.Seviye	İyi	Bayan	Hayır

Gini Algoritması - Örnek

1. Aşama

Nitelik değerlerini ikili gruplandırma :

Eğitim verisi üzerinde Gini algoritmasını uygulayabilmek için öncelikle aşağıdaki hesaplamaları yapmak gerekir.

Tabloya göre **Evet** sınıfına ait olarak ;

Risk niteliğinin ;

1.seviyesinden 1 adet bulunmaktadır.

2. seviye ve 3. seviyeden 3 adet bulunmaktadır.

Benzer biçimde

Sağlık niteliğinin;

İyi değerinden 0 det bulunmaktadır.

Orta ve Kötü değerinden 4 adet bulunmaktadır.

İşlem Sırası	Risk	Sağlık	Cinsiyet	Sonuç
1	2.Seviye	Kötü	Erkek	Evet
2	1.Seviye	İyi	Erkek	Hayır
3	3.Seviye	Orta	Bayan	Hayır
4	2.Seviye	Orta	Erkek	Evet
5	1.Seviye	Orta	Erkek	Evet
6	3.Seviye	Kötü	Bayan	Evet
7	1.Seviye	İyi	Bayan	Hayır

Sonuç	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.seviye	2. ve 3. seviye	İyi	Orta ve Kötü	Bayan	Erkek
Evet	1	3	0	4	1	3
Hayır	2	1	2	1	2	1

Gini Algoritması - Örnek

Benzer biçimde diğer niteliklerinde **Hayır** sonucu için tekrar eden adet sayıları bulunduğunda;

Sonuç	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.seviye	2. ve 3. seviye	İyi	Orta ve Kötü	Bayan	Erkek
Evet	1	3	0	4	1	3
Hayır	2	1	2	1	2	1

Tablodaki değerlerden hareketle $Gini_{sol}$ ve $Gini_{sağ}$ değerleri hesaplanabilecektir.

Risk niteliği için ;

$$Gini_{sol} = 1 - \left[\left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right] = 0.44 \quad Gini_{sağ} = 1 - \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 + \left(\frac{1}{4} \right)^2 \right] = 0.37$$

Gini Algoritması - Örnek

Benzer biçimde hesaplamalar ,

Sağlık için ;

Sonuç	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.seviye	2. ve 3. seviye	İyi	Orta ve Kötü	Bayan	Erkek
Evet	1	3	0	4	1	3
Hayır	2	1	2	1	2	1

$$Gini_{sol} = 1 - \left[\left(\frac{0}{2} \right)^2 + \left(\frac{2}{2} \right)^2 \right] = 0$$

$$Gini_{sağ} = 1 - \left[\left(\frac{4}{5} \right)^2 + \left(\frac{1}{5} \right)^2 \right] = 0.32$$

Cinsiyet için ;

Sonuç	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.seviye	2. ve 3. seviye	İyi	Orta ve Kötü	Bayan	Erkek
Evet	1	3	0	4	1	3
Hayır	2	1	2	1	2	1

$$Gini_{sol} = 1 - \left[\left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right] = 0.44$$

$$Gini_{sağ} = 1 - \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 + \left(\frac{1}{4} \right)^2 \right] = 0.37$$

Gini Algoritması - Örnek

Gini_j değerlerinin hesaplanması:

Sonuç	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.seviye	2. ve 3. seviye	İyi	Orta ve Kötü	Bayan	Erkek
Evet	1	3	0	4	1	3
Hayır	2	1	2	1	2	1

Herbir nitelik için elde edilen sonuçlar kullanılarak Gini_j değerleri hesaplanabilir.

$$\text{Gini}_{\text{risk}} = \frac{3(0.44) + 4(0.37)}{7} = 0.40$$

$$\text{Gini}_{\text{sağlık}} = \frac{2(0) + 5(0.320)}{7} = 0.22$$

$$\text{Gini}_{\text{cinsiyet}} = \frac{3(0.44) + 4(0.37)}{7} = 0.40$$

elde edilen bu değerlerden hareketle aşağıdaki tablo oluşturulabilir.

Kabul	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.Sev.	2. ve 3.Seviye	İyi	Orta ve Kötü	Bayan	Erkek
EVET	1	3	0	4	1	3
HAYIR	2	1	2	1	2	1
Gini _{sol} , Gini _{sağ}	0.44	0.37	0.00	0.32	0.44	0.37
Gini_j	0.40		0.22		0.40	

Gini Algoritması - Örnek

Gini_j değerinin seçilmesi :

Tabloda hesaplanan değerler içersinden küçük değer arandığına göre , Gini_j değerlerinden en küçüğü

Gini_{sağlık}=022 olduğu görülür. O halde kök düğümünden başlayarak ikili bölünme ;

Sağlık=İyi ve Sağlık∈{ Orta , Kötü } değerlerini alacaktır. Bölünme işlemini tamamlamak için ilk tablo üzerinde Sağlık=İyi durumları taranır.

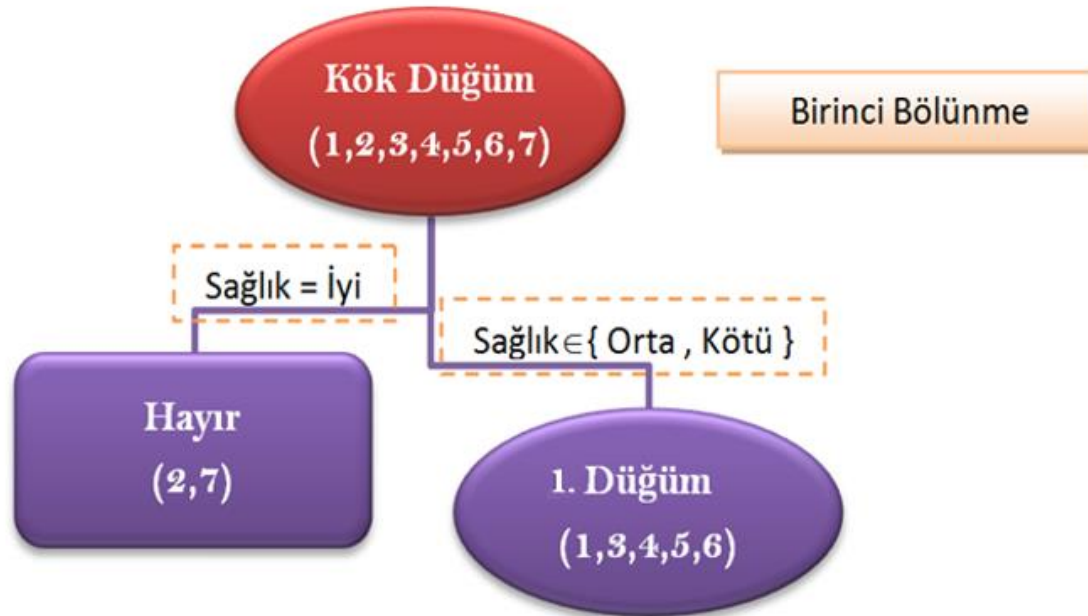
İşlem Sırası	Risk	Sağlık	Cinsiyet	Sonuç
1	2.Seviye	Kötü	Erkek	Evet
2	1.Seviye	İyi	Erkek	Hayır
3	3.Seviye	Orta	Bayan	Hayır
4	2.Seviye	Orta	Erkek	Evet
5	1.Seviye	Orta	Erkek	Evet
6	3.Seviye	Kötü	Bayan	Evet
7	1.Seviye	İyi	Bayan	Hayır

Bu değerler 2 ve 7 kayıtlar üzerindedir. Dolayısı ile bölünme işlemi ;

(2, 7) ve (1, 3, 4, 5, 6) şekliyle gerçekleşir.

Gini Algoritması - Örnek

Elde edilen (2, 7) ve (1, 3, 4, 5, 6) birinci bölünmesi aşağıdaki karar ağacı biçiminde görüntülersek;



Gini Algoritması - Örnek

2. Aşama :

İşlemleri tekrar edebilmek için ilk tablodan 2 ve 7. kayıtlar çıkarılarak tabloyu tekrar düzenlersek ;

İşlem Sırası	Risk	Sağlık	Cinsiyet	Sonuç
1	2.Seviye	Kötü	Erkek	Evet
3	3.Seviye	Orta	Bayan	Hayır
4	2.Seviye	Orta	Erkek	Evet
5	1.Seviye	Orta	Erkek	Evet
6	3.Seviye	Kötü	Bayan	Evet

İkinci bölünme için eğitim kümesini hazırlamış oluruz.

Gini Algoritması - Örnek

İşlem Sırası	Risk	Sağlık	Cinsiyet	Sonuç
1	2.Seviye	Kötü	Erkek	Evet
3	3.Seviye	Orta	Bayan	Hayır
4	2.Seviye	Orta	Erkek	Evet
5	1.Seviye	Orta	Erkek	Evet
6	3.Seviye	Kötü	Bayan	Evet

Nitelik değerlerin ikili gruplandırılması ile eğitim kümesinin gruplandırılmış hali elde edilir.

Sonuç	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.seviye	2. ve 3. seviye	Orta	Kötü	Bayan	Erkek
Evet	1	3	2	2	1	3
Hayır	0	1	1	0	1	0

Tablodaki değerlerden hareketle $Gini_{sol}$ ve $Gini_{sağ}$ değerleri hesaplanabilecektir.

Risk niteliği için ;

$$Gini_{sol} = 1 - \left[\left(\frac{1}{1} \right)^2 + \left(\frac{0}{1} \right)^2 \right] = 0$$

$$Gini_{sağ} = 1 - \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 + \left(\frac{1}{4} \right)^2 \right] = 0.37$$

Gini Algoritması - Örnek

Sağlık için ;

$$Gini_{sol} = 1 - \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right] = 0.44$$

$$Gini_{sağ} = 1 - \left[\left(\frac{2}{2} \right)^2 + \left(\frac{0}{2} \right)^2 \right] = 0$$

Cinsiyet için ;

$$Gini_{sol} = 1 - \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] = 0.50$$

$$Gini_s = 1 - \left[\left(\frac{3}{3} \right)^2 + \left(\frac{0}{3} \right)^2 \right] = 0$$

Sonuç	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.seviye	2. ve 3. seviye	Orta	Kötü	Bayan	Erkek
Evet	1	3	2	2	1	3
Hayır	0	1	1	0	1	0

Gini Algoritması - Örnek

$Gini_j$ değerlerini her bir nitelik için hesaplırsak ;

$$Gini_{risk} = \frac{1(0) + 4(0.37)}{5} = 0.30$$

$$Gini_{sağlık} = \frac{3(0.44) + 2(0)}{5} = 0.26$$

$$Gini_{cinsiyet} = \frac{2(0.50) + 3(0)}{5} = 0.20$$

elde edilen bu değerlerden hareketle aşağıdaki tablo oluşturulabilir.

Kabul	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.Sev.	2. ve 3.Seviye	İyi	Orta ve Kötü	Bayan	Erkek
EVET	1	3	2	2	1	3
HAYIR	0	1	1	0	1	0
$Gini_{sol} , Gini_{sağ}$	0.00	0.37	0.44	0.00	0.50	0.00
$Gini_j$	0.30		0.26		0.20	

Gini Algoritması - Örnek

Kabul	Risk		Sağlık		Cinsiyet	
	1.Sev.	2. ve 3.Seviye	İyi	Orta ve Kötü	Bayan	Erkek
EVET	1	3	2	2	1	3
HAYIR	0	1	1	0	1	0
$Gini_{sol}, Gini_{sağ}$	0.00	0.37	0.44	0.00	0.50	0.00
$Gini_j$	0.30		0.26		0.20	

Elde edilen yeni tabloda $Gini_j$ değerlerinin içinde en küçük değerin $Gini_{cinsiyet}$ olduğu anlaşıyor.

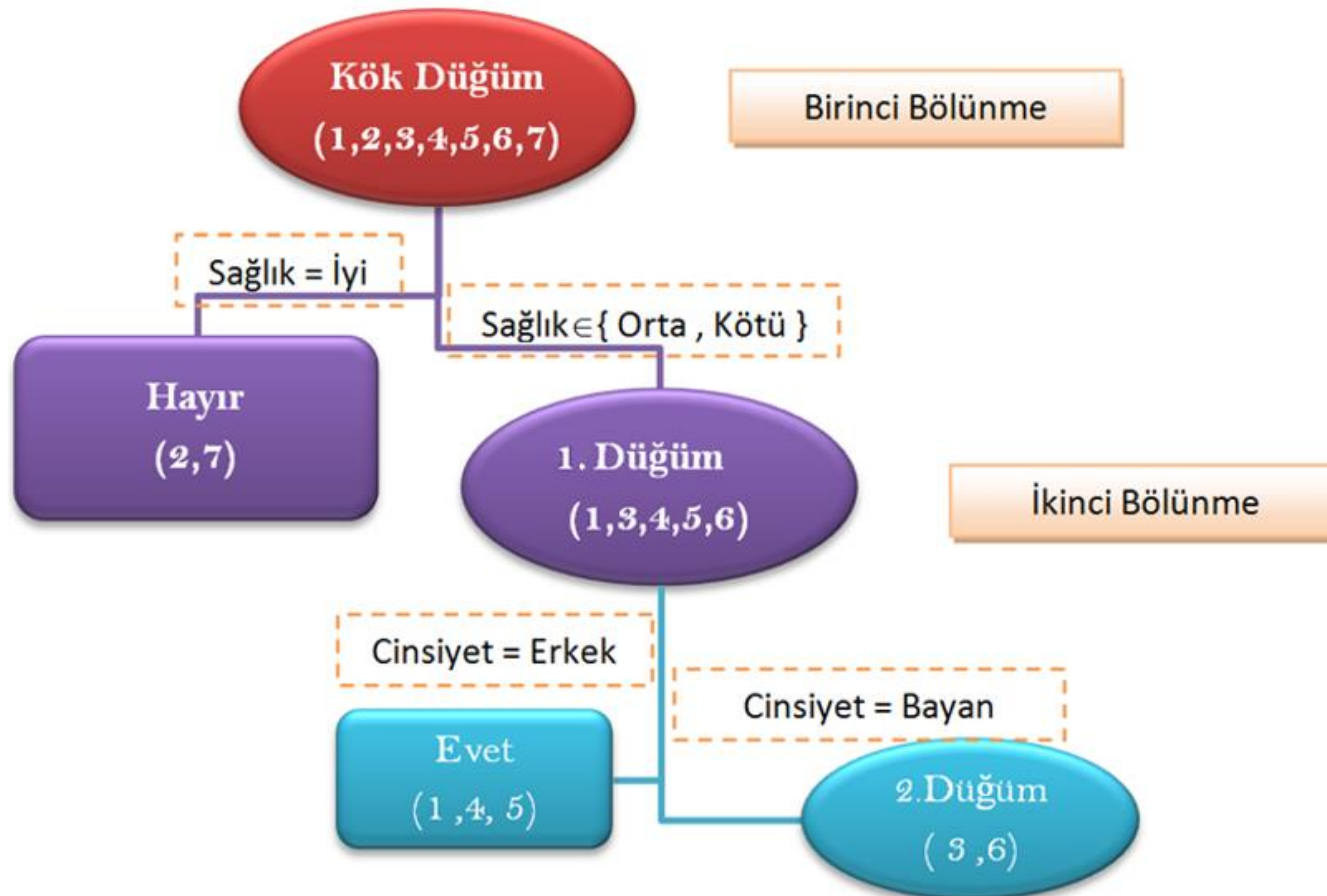
Dolayısı ile bu niteliğe göre bölünme gerçekleşecektir.

Cinsiyet niteliğinin **Bayan** değeri tablo üzerinde (3, 6) kayıtlarda olduğu gözükmemektedir. Bu durumda bölünmenin (3, 6) ve (1, 4, 5) şeklinde olacağı aşıkardır.

İşlem Sırası	Risk	Sağlık	Cinsiyet	Sonuç
1	2.Seviye	Kötü	Erkek	Evet
3	3.Seviye	Orta	Bayan	Hayır
4	2.Seviye	Orta	Erkek	Evet
5	1.Seviye	Orta	Erkek	Evet
6	3.Seviye	Kötü	Bayan	Evet

Gini Algoritması - Örnek

Elde edilen sonuçlara göre karar ağacı aşağıdaki şekillenir.



Gini Algoritması - Örnek

3. Aşama

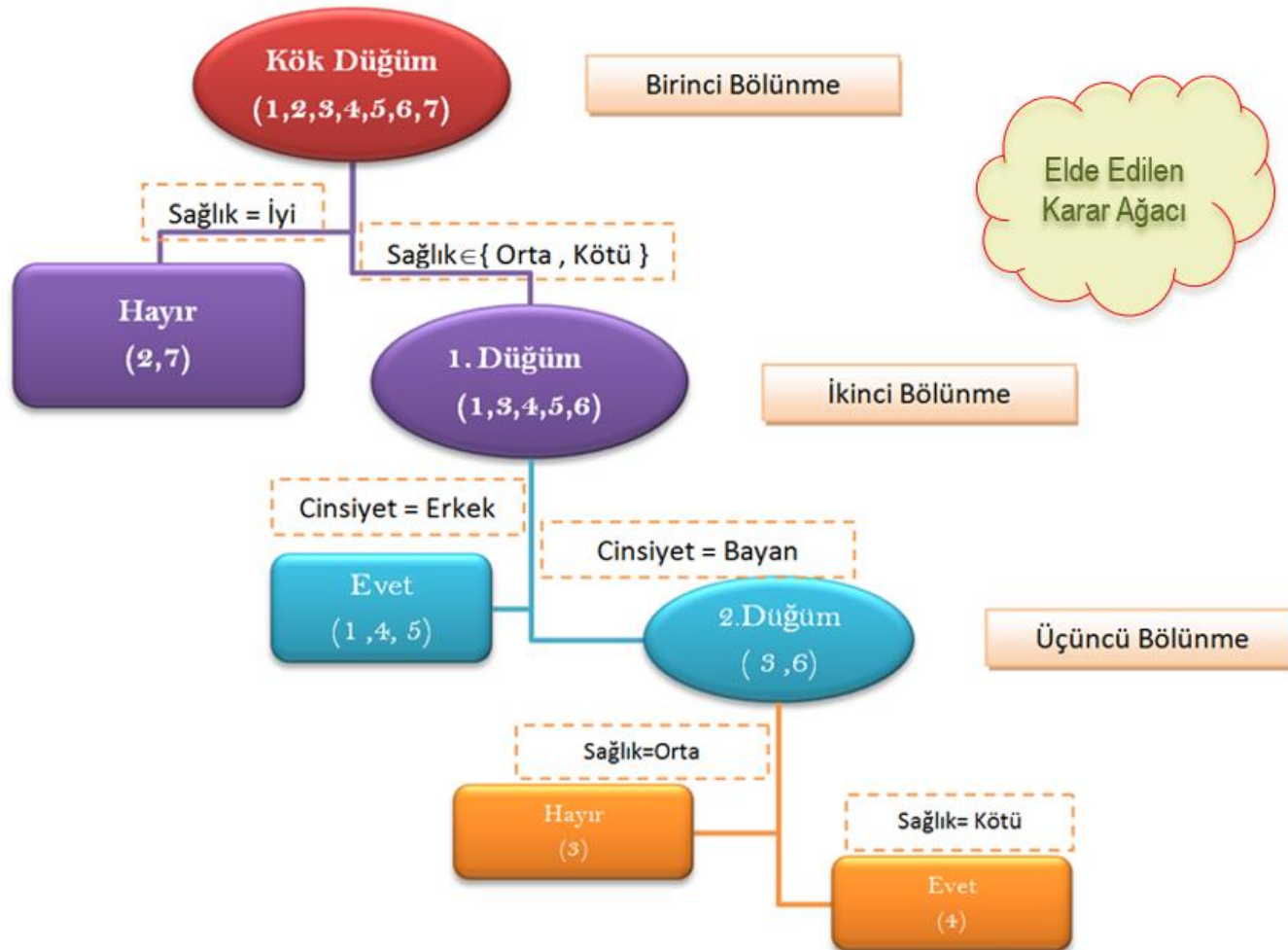
İşlemler tekrarlanır tablo üzerinden (1, 4, 5) kayıtlar çıkarılırsa yeni eğitim kümesi aşağıdaki gibi elde edilmiş olur.

İşlem Sırası	Risk	Sağlık	Cinsiyet	Sonuç
3	3.Seviye	Orta	Bayan	Hayır
6	3.Seviye	Kötü	Bayan	Evet

Tablo son iki kayıt ile iki farklı sınıfı ifade etmektedir ,

dolayısı ile tablodan 3. düğümde çıkarılmış olur.

Gini Algoritması - Örnek



Gini Algoritması - Örnek

Karar Ağacına bağlı olarak kural tablosu oluşturulursa ;

1.Kural

Eğer Sağlık=İyi ise Sonuç=Hayır;

2.Kural

Eğer Sağlık=Orta veya Sağlık=Kötü ise ve

Eğer Cinsiyet=Erkek ise Sonuç=Evet ;

3.Kural

Eğer Sağlık=Orta veya Sağlık=Kötü ise ve

Eğer Cinsiyet=Bayan ise ve

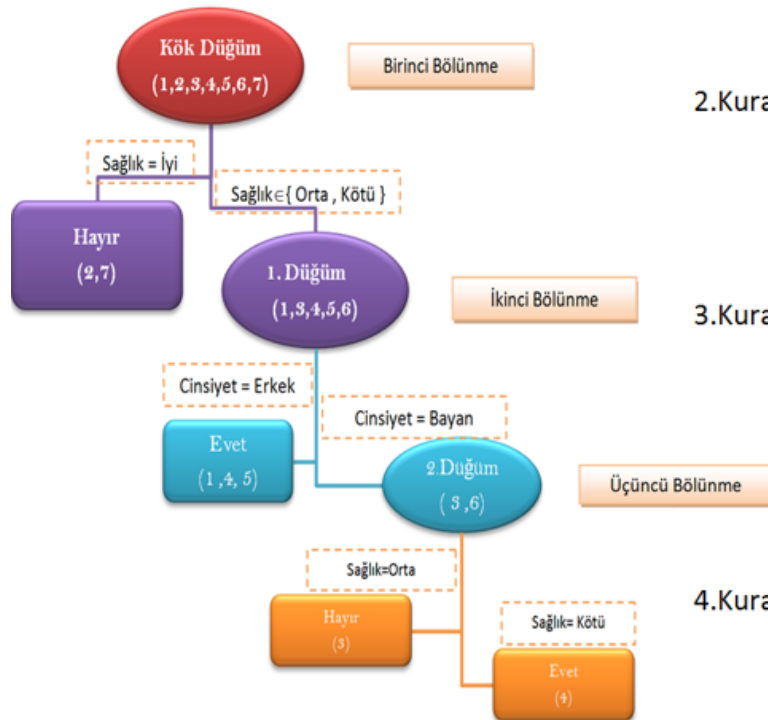
Eğer Sağlık=Orta ise Sonuç=Hayır;

4.Kural

Eğer Sağlık=Orta veya Sağlık=Kötü ise ve

Eğer Cinsiyet=Bayan ise ve

Eğer Sağlık=Kötü ise Sonuç=Evet;





Twoing Algoritması

- Twoing algoritmasında eğitim kümesi her adımda iki parçaya ayrılarak bölümlene yapılır.
- Aday bölünmelerin sağ ve sol kısımlarının her birisi için tekrar oranı alınır.
- Aday bölünmelerin sağ ve sol kısımlarındaki her bir nitelik değeri için sınıf değerlerinin her birisinin olma olasılığı hesaplanır.



Twoing Algoritması

- Her bölünme için uygunluk değeri en yüksek olan alınır.

$$\Phi(B \mid d) = 2 \frac{|B_{sol}|}{|T|} \frac{|B_{sag}|}{|T|} \sum_{j=1}^n abs \left(\frac{|Tsinif_j|}{|B_{sol}|} - \frac{|Tsinif_j|}{|B_{sag}|} \right)$$

- Burada, T eğitim kümesindeki kayıt sayısını, B aday bölünmeyi, d düğümü, $Tsinif_j$ ise j .sınıf değerini gösterir.



Twoing Algoritması - Örnek

PERSONEL	MAAŞ	DENEYİM	GÖREV	MEMNUN
1	NORMAL	ORTA	UZMAN	EVET
2	YÜKSEK	YOK	UZMAN	EVET
3	DÜŞÜK	YOK	YÖNETİCİ	EVET
4	YÜKSEK	ORTA	YÖNETİCİ	EVET
5	DÜŞÜK	ORTA	YÖNETİCİ	EVET
6	YÜKSEK	İYİ	YÖNETİCİ	EVET
7	DÜŞÜK	İYİ	YÖNETİCİ	EVET
8	YÜKSEK	ORTA	UZMAN	HAYIR
9	DÜŞÜK	ORTA	UZMAN	HAYIR
10	YÜKSEK	İYİ	UZMAN	HAYIR
11	DÜŞÜK	İYİ	UZMAN	HAYIR



Twoing Algoritması - Örnek

- Aday bölünmeler aşağıdaki gibi elde edilir.

BÖLÜNME	SOL	SAĞ
1	MAAŞ = NORMAL	MAAŞ = {DÜŞÜK, YÜKSEK}
2	MAAŞ = YÜKSEK	MAAŞ = {DÜŞÜK, NORMAL}
3	MAAŞ = DÜŞÜK	MAAŞ = {NORMAL, YÜKSEK}
4	DENEYİM = YOK	DENEYİM = {ORTA, İYİ}
5	DENEYİM = ORTA	DENEYİM = {YOK, İYİ}
6	DENEYİM = İYİ	DENEYİM = {YOK, ORTA}
7	GÖREV = UZMAN	GÖREV = YÖNETİCİ
8	GÖREV = YÖNETİCİ	GÖRE = UZMAN

Twoing Algoritması - Örnek

- $MAA\mathbb{S} = \{NORMAL\}$

PERSONEL	MAAŞ	DENEYİM	GÖREV	MEMNUN
1	NORMAL	ORTA	UZMAN	EVET
2	YÜKSEK	YOK	UZMAN	EVET
3	DÜŞÜK	YOK	YÖNETİCİ	EVET
4	YÜKSEK	ORTA	YÖNETİCİ	EVET
5	DÜŞÜK	ORTA	YÖNETİCİ	EVET
6	YÜKSEK	İYİ	YÖNETİCİ	EVET
7	DÜŞÜK	İYİ	YÖNETİCİ	EVET
8	YÜKSEK	ORTA	UZMAN	HAYIR
9	DÜŞÜK	ORTA	UZMAN	HAYIR
10	YÜKSEK	İYİ	UZMAN	HAYIR
11	DÜŞÜK	İYİ	UZMAN	HAYIR

$$P_{sol} = \frac{|B_{sol}|}{|T|} = \frac{1}{11} = 0,09$$

$$P_{(EVET/t_{sol})} = \frac{|Tsinif_{EVET}|}{|B_{sol}|} = \frac{1}{1} = 1$$

$$P_{(HAYIR/t_{sol})} = \frac{|Tsinif_{HAYIR}|}{|B_{sol}|} = \frac{0}{1} = 0$$

BÖLÜNME	B _{sol}	P _{Sol}	sinif _{EVET}	sinif _{HAYIR}	P(EVET t _{Sol})	P(HAYIR t _{Sol})
1	1	0,09	1	0	1	0
2	5	0,45	3	2	0,6	0,4
3	5	0,45	3	2	0,6	0,4
4	2	0,18	2	0	1	0
5	5	0,45	3	2	0,6	0,4
6	4	0,36	2	2	0,5	0,5
7	6	0,55	2	4	0,33	0,67
8	5	0,45	5	0	1	0

Twoing Algoritması - Örnek

- MAAŞ = {DÜŞÜK,YÜKSEK}

PERSONEL	MAAŞ	DENEYİM	GÖREV	MEMNUN
1	NORMAL	ORTA	UZMAN	EVET
2	YÜKSEK	YOK	UZMAN	EVET
3	DÜŞÜK	YOK	YÖNETİCİ	EVET
4	YÜKSEK	ORTA	YÖNETİCİ	EVET
5	DÜŞÜK	ORTA	YÖNETİCİ	EVET
6	YÜKSEK	İYİ	YÖNETİCİ	EVET
7	DÜŞÜK	İYİ	YÖNETİCİ	EVET
8	YÜKSEK	ORTA	UZMAN	HAYIR
9	DÜŞÜK	ORTA	UZMAN	HAYIR
10	YÜKSEK	İYİ	UZMAN	HAYIR
11	DÜŞÜK	İYİ	UZMAN	HAYIR

$$P_{sag} = \frac{|B_{sag}|}{|T|} = \frac{10}{11} = 0,91$$

$$P_{(EVET/t_{sag})} = \frac{|Tsinif_{EVET}|}{|B_{sag}|} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$P_{(HAYIR/t_{sag})} = \frac{|Tsinif_{HAYIR}|}{|B_{sag}|} = \frac{4}{10} = 0,4$$

BÖLÜNME	B _{sag}	P _{sag}	sinif _{EVET}	sinif _{HAYIR}	P(EVET t _{sag})	P(HAYIR t _{sag})
1	10	0,91	6	4	0,6	0,4
2	6	0,55	4	2	0,67	0,33
3	6	0,55	4	2	0,67	0,33
4	9	0,82	5	4	0,56	0,44
5	6	0,55	4	2	0,67	0,33
6	7	0,64	5	2	0,71	0,29
7	5	0,45	5	0	1	0
8	6	0,55	2	4	0,33	0,67

Twoing Algoritması - Örnek

- Uygunluk değeri (1. aday bölünme için)

BÖLÜNME	SOL	SAĞ
1	MAAŞ = NORMAL	MAAŞ = {DÜŞÜK, YÜKSEK}
2	MAAŞ = YÜKSEK	MAAŞ = {DÜŞÜK, NORMAL}
3	MAAŞ = DÜŞÜK	MAAŞ = {NORMAL, YÜKSEK}
4	DENEYİM = YOK	DENEYİM = {ORTA, İYİ}
5	DENEYİM = ORTA	DENEYİM = {YOK, İYİ}
6	DENEYİM = İYİ	DENEYİM = {YOK, ORTA}
7	GÖREV = UZMAN	GÖREV = YÖNETİCİ
8	GÖREV = YÖNETİCİ	GÖRE = UZMAN

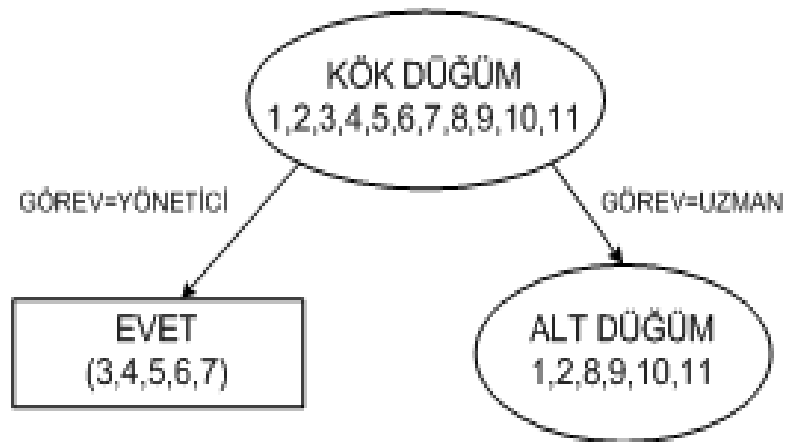
$$\Phi(1|d) = 2 \frac{|B_{sol}|}{|T|} \frac{|B_{sag}|}{|T|} \sum_{j=1}^n abs \left(\frac{|Tsinif_j|}{|B_{sol}|} - \frac{|Tsinif_j|}{|B_{sag}|} \right)$$

$$= 2(0,09)(0,91)[|1 - 0,6| + |0 - 0,4|] = 0,13$$

BÖLÜNME	P _{Sol}	P _{Sağ}	2P _{Sol} P _{Sağ}	Φ(B d)
1	0,09	0,91	0,17	0,13
2	0,45	0,55	0,5	0,07
3	0,45	0,55	0,5	0,07
4	0,18	0,82	0,3	0,26
5	0,45	0,55	0,5	0,07
6	0,36	0,64	0,46	0,2
7	0,55	0,45	0,5	0,66
8	0,45	0,55	0,5	0,66

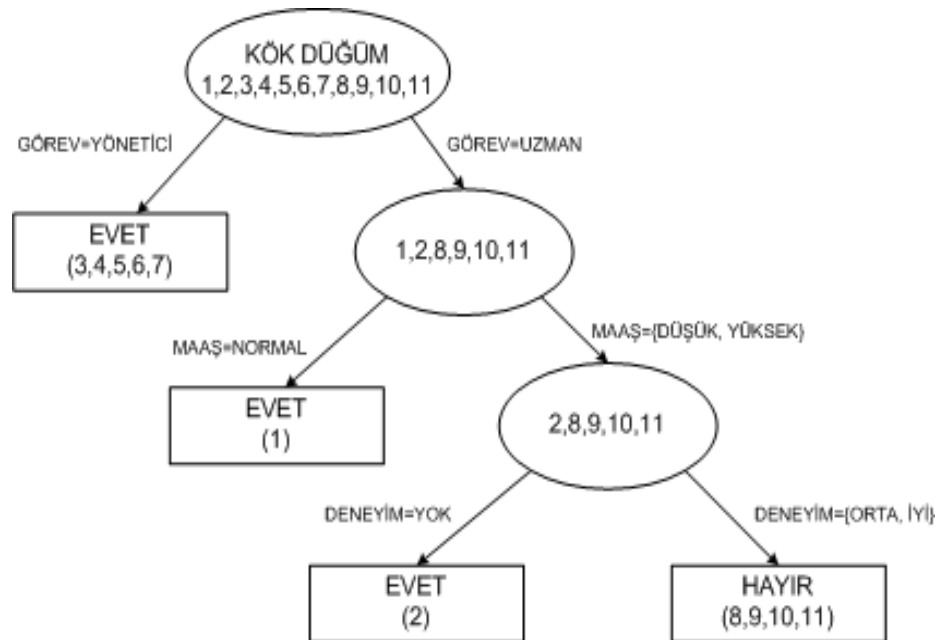
Twoing Algoritması - Örnek

- Aynı işlemler ALT DÜĞÜM için tekrarlanır.



Twoing Algoritması - Örnek

- Son karar ağacı





Twoing Algoritması - Örnek

- Karar ağacından elde edilen kurallar
- 1. **EĞER** (GÖREV = YÖNETİCİ) **İSE** (MEMNUN = EVET)
- 2. **EĞER** (GÖREV = UZMAN) **VE** (MAAŞ = NORMAL) **İSE** (MEMNUN = EVET)
- 3. **EĞER** (GÖREV = UZMAN) **VE** (MAAŞ = DÜŞÜK **VEYA** MAAŞ = YÜKSEK) **VE** (DENEYİM=YOK) **İSE** (MEMNUN = EVET)
- 4. **EĞER** (GÖREV = UZMAN) **VE** (MAAŞ = DÜŞÜK **VEYA** MAAŞ = YÜKSEK) **VE** (DENEYİM = ORTA **VEYA** DENEYİM = İYİ) **İSE** (MEMNUN = HAYIR)