

محاضرات في الفيزياء لطلاب الجامعات التركية

FİZİK 1

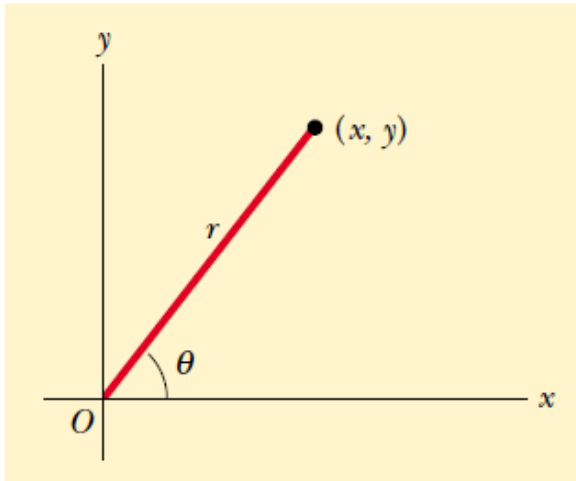
BÖLÜM (3) : VEKTÖRLER

المحاضرة ④ متجهات

ÖĞR: ABDULHAMİD HUSSEİN

منظومة الإحداثيات koordinal sistemleri

الإحداثيات القطبية r, θ



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

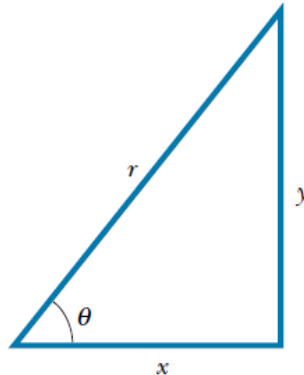
$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

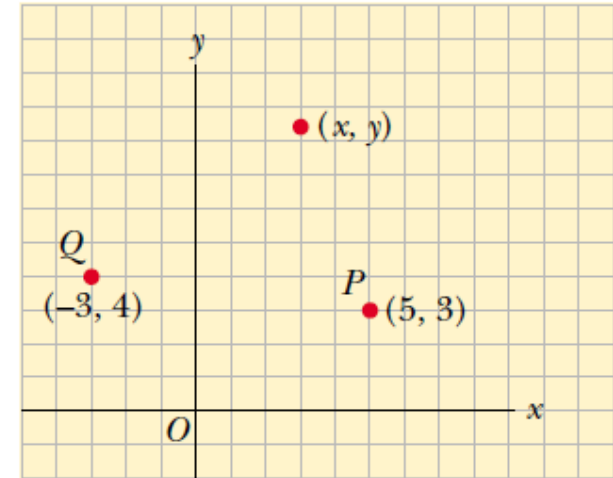
$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$



الإحداثيات الديكارتية x, y

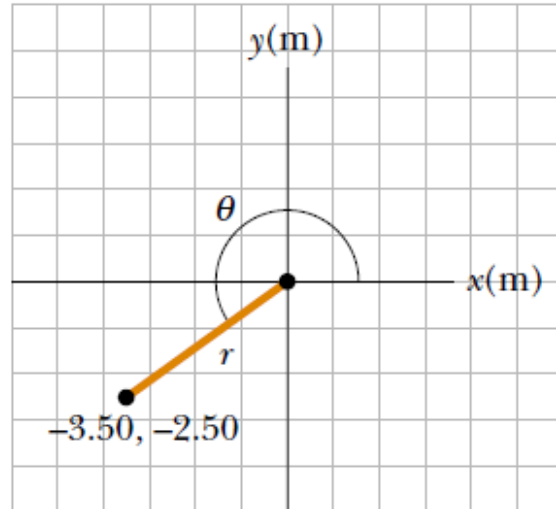


مثال محلولة 1

الإحداثيات الكرتيزية لنقطة في المستوى xy هي:

$(x, y) = (-3.5, -2.5) \text{ m}$ كما هو مبين في الشكل 3.3. اوجد الاحداثيات القطبية لهذه النقطة.

Bir noktanın xy düzlemindeki kartezyen koorinatları Şekil 3.3 deki gibi $(x, y) = (-3,50; -2,50) \text{ m}$ dir. Bu noktanın kutupsal koordinatlarını bulunuz.



$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50 \text{ m})^2 + (-2.50 \text{ m})^2} = 4.30 \text{ m}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.50 \text{ m}}{-3.50 \text{ m}} = 0.714$$

$$\theta = 216^\circ$$

الكميات القياسية والمتجهة vektör ve skaler nicelikler

الكميات في الفيزيا نوعين

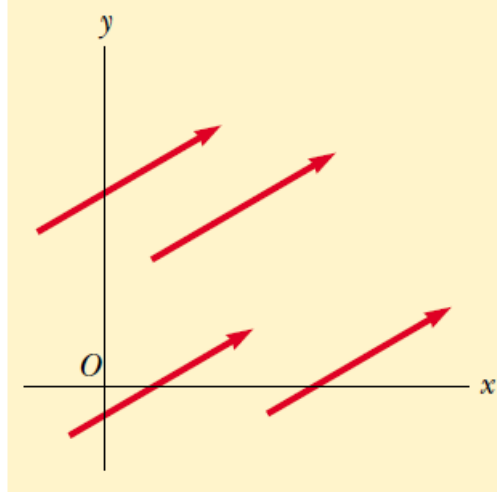
1) كميات قياسية جبرية (عددية) skaler وتعريف بقيمة واحدة مع وحدة مناسبة وليس لها اتجاه
مثل الكتلة والحجم والزمن والمسافة ودرجة الحرارة

2) الكميات المتجهة vektör لها قيمة واتجاه مثل الازاحة والسرعة والعجلة والقوة

لذلك يجب علينا دراسة خواص المتجهات لكثرة الكميات المتجهة في الفيزيا

تساوي متجهين iki vektörün eşitliği

نقول أن المتجهان متساويان إذا كان لهما نفس المقدار ويشيران لنفس الاتجاه

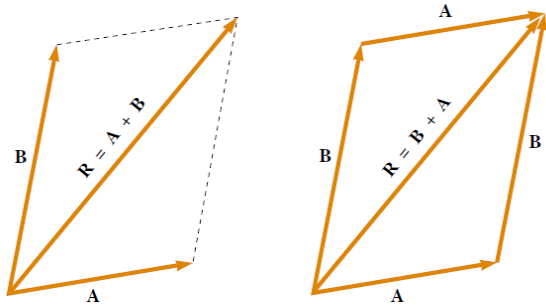


جمع المتجهات vektörlerin toplanması

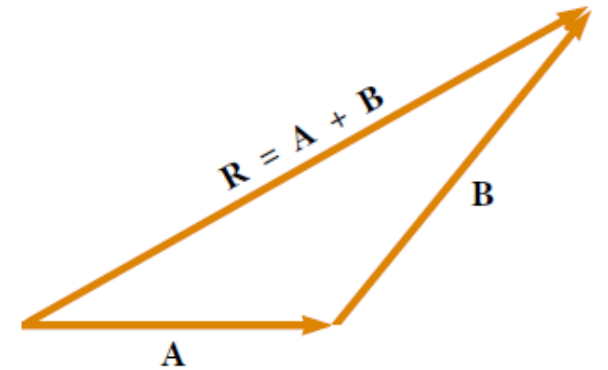
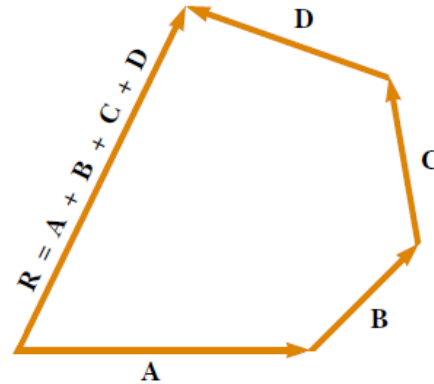
إذا اردنا أن نجمع متجهين \vec{A} و \vec{B} فحاصل الجمع هو متجه بدايته بداية المتجه الأول ونهايته نهاية المتجه

الثاني

إذا كان أكثر من متجه فحاصل الجمع متجه بدايته بداية المتجه الأول ونهايته نهاية المتجه الأخير

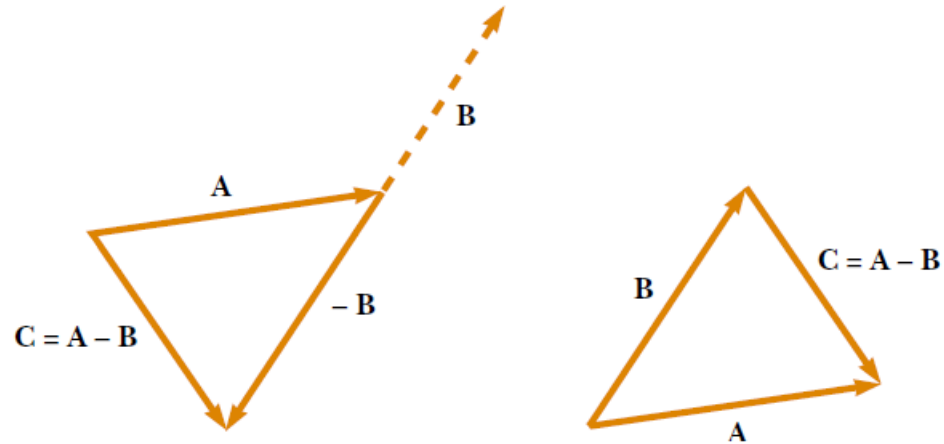


$$\mathbf{A + B = B + A}$$



طرح المتجهات
vektörlerin çıkarılması

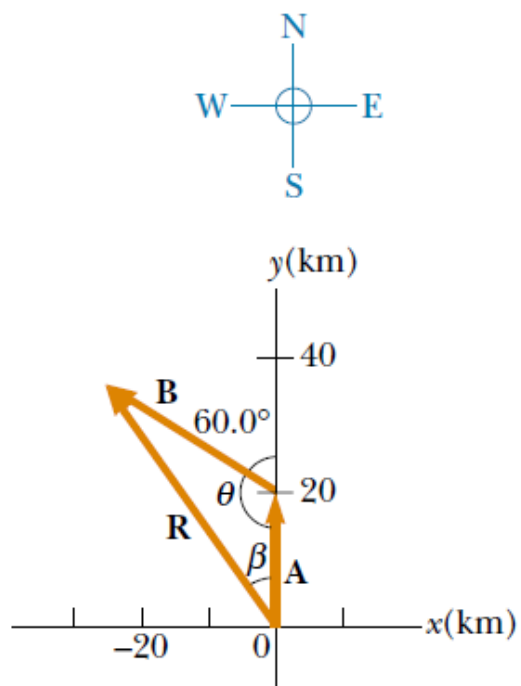
إذا اردنا أن نطرح متجهين \vec{A} و \vec{B} فحاصل الطرح هو متجه من رأس المتجه الثاني إلى رأس المتجه الأول



مثال محلول 2

تقطع سيارة مسافة 20.0 Km تجاه الشمال ثم بعد ذلك 35.0 Km في اتجاه 60° ناحية الشمال الغربي، كما هو موضح في الشكل 12.3 . أوجد مقدار واتجاه محصلة إزاحة السيارة.

Bir otomobil, Şekil 3.12'deki gibi kuzeye doğru 20,0 km ve sonra 60.0° kuzey-batı yönünde 35,0 km yol almaktadır. Otomobilin bileşke yer değiştirmesinin büyüklük ve yönünü bulunuz.



$$120^\circ \quad R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta,$$

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta} \\ &= \sqrt{(20.0 \text{ km})^2 + (35.0 \text{ km})^2 - 2(20.0 \text{ km})(35.0 \text{ km}) \cos 120^\circ} \\ &= 48.2 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\frac{\sin \beta}{B} = \frac{\sin \theta}{R}$$

$$\sin \beta = \frac{B}{R} \sin \theta = \frac{35.0 \text{ km}}{48.2 \text{ km}} \sin 120^\circ = 0.629$$

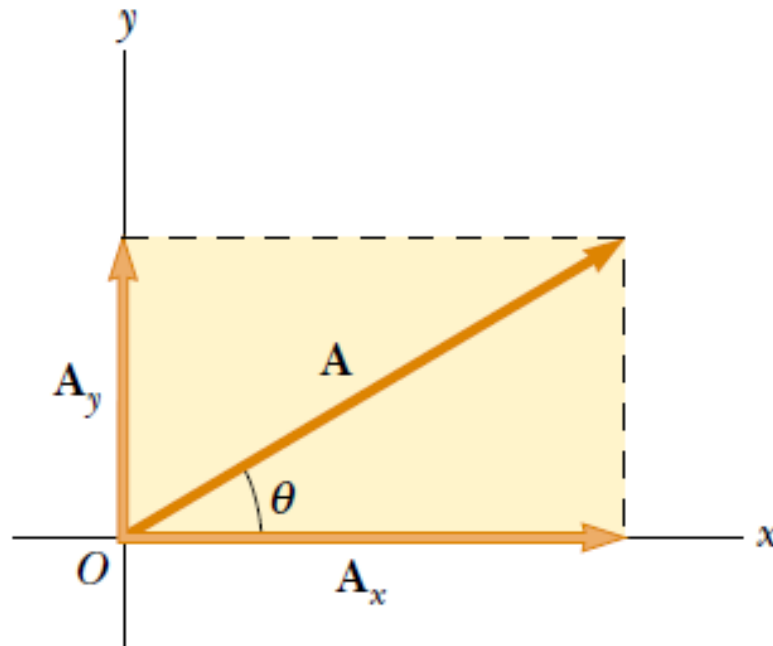
$$\beta = 38.9^\circ$$

مركبات المتجه

مركبات المتجه هي مساقط المتجه على المحاور الاحداثية

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$



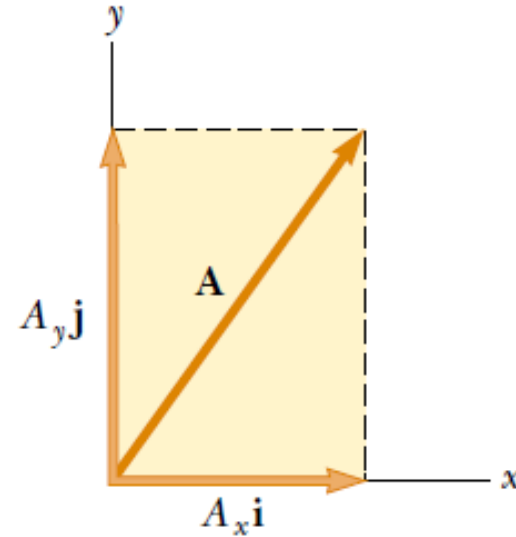
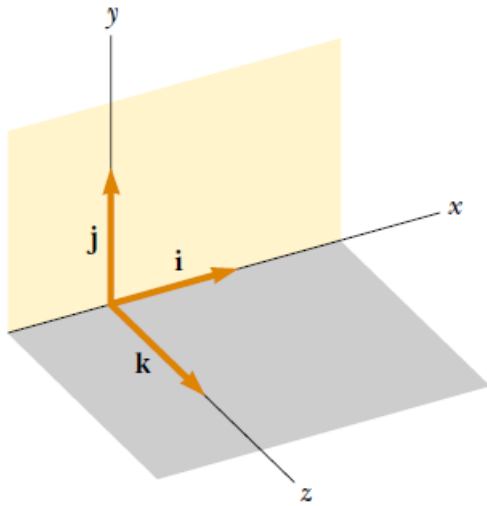
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{A_y}{A_x} \right)$$

متجهات الوحدة

هي متجهات نعبر عن الكميات المتجهة بدالاتها ليس لها مقدار (طولها) واحد تستخدم في

وصف اتجاه معين ومميزها i, j, k



$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j}$$

جمع المتجهات باستخدام المركبات

إذا كان لدينا متجه \vec{A} إحداثياته (مركباته) A_x, A_y ومتجه \vec{B} إحداثياته (مركباته) B_x, B_y

إذا أردنا جمعهما باستخدام المركبات يكون حاصل الجمع R

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j}$$

$$R_x = A_x + B_x$$

$$R_y = A_y + B_y$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

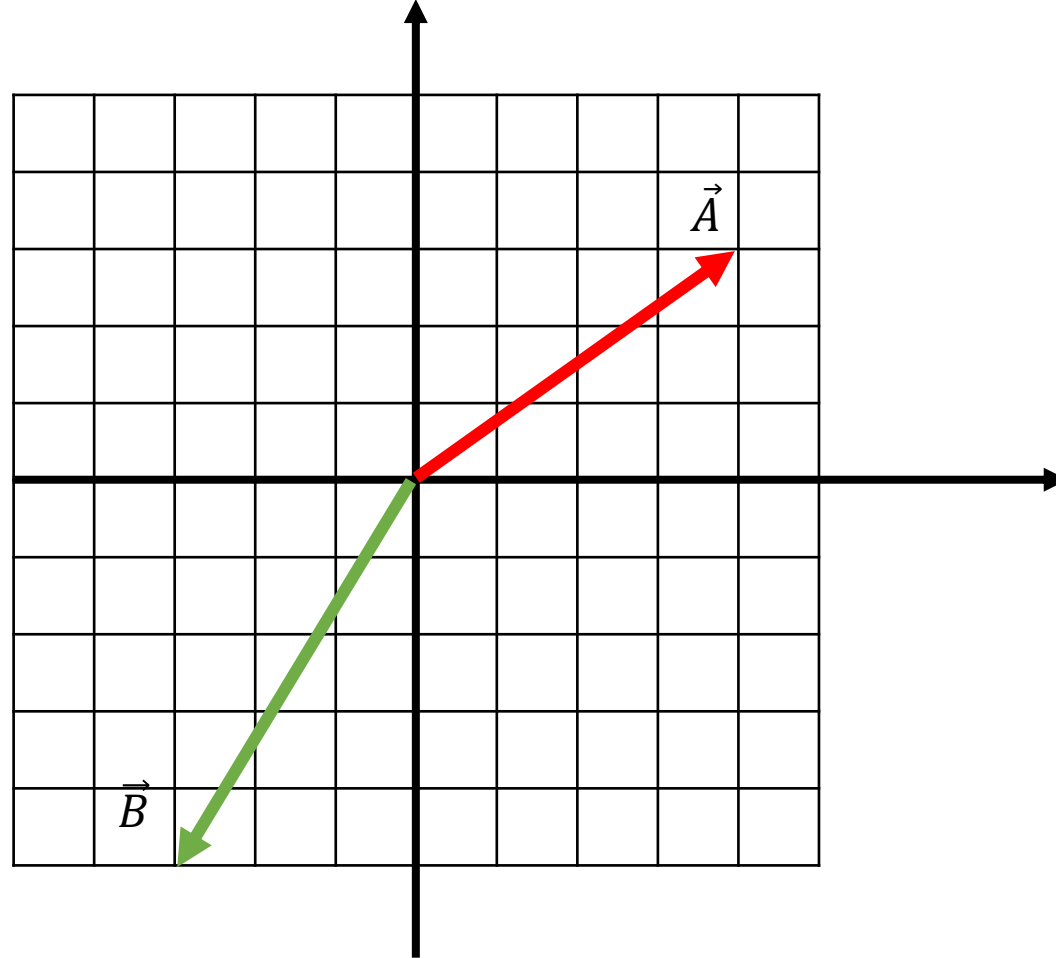
$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}$$

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k}$$

مثال



مثال محلول 3

اوجد مجموع المتجهين \mathbf{A} , \mathbf{B} اللذين يقعان في المستوى xy . ويعطيان بـ:

xy düzleminde yeralan ve

$$\mathbf{A} = (2.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j}) \text{ m} \quad \text{and} \quad \mathbf{B} = (2.0\mathbf{i} - 4.0\mathbf{j}) \text{ m}$$

$$\mathbf{A} = (2.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j}) \text{ m} \quad \text{ve} \quad \mathbf{B} = (2.0\mathbf{i} - 4.0\mathbf{j}) \text{ m}$$

ile verilen, \mathbf{A} ve \mathbf{B} vektörlerinin toplamını bulunuz.

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \mathbf{A} + \mathbf{B} = (2.0 + 2.0)\mathbf{i} \text{ m} + (2.0 - 4.0)\mathbf{j} \text{ m} \\ &= (4.0\mathbf{i} - 2.0\mathbf{j}) \text{ m}\end{aligned}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2.0 \text{ m}}{4.0 \text{ m}} = -0.50$$

$$R_x = 4.0 \text{ m} \quad R_y = -2.0 \text{ m}$$

$$\theta = -27^\circ$$

$$\theta = 333^\circ.$$

$$\begin{aligned}R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(4.0 \text{ m})^2 + (-2.0 \text{ m})^2} = \sqrt{20} \text{ m} \\ &= 4.5 \text{ m}\end{aligned}$$

مثال محلول 4

جسيم تحت تأثير ثلاث إزاحات متتالية:

Bir parçacık, $\mathbf{d}_1 = (15\mathbf{i} + 30\mathbf{j} + 12\mathbf{k})\text{cm}$, $\mathbf{d}_2 = (23\mathbf{i} - 14\mathbf{j} - 5,0\mathbf{k})\text{cm}$ ve $\mathbf{d}_3 = (-13\mathbf{i} + 15\mathbf{j})\text{cm}$ ile verilen ardışık üç yerdeğiştirmeye uğramaktadır. Parçacığın bileşke yerdeğiştirmesinin bileşenlerini ve büyüklüğünü bulunuz.

$$\mathbf{d}_1 = (15\mathbf{i} + 30\mathbf{j} + 12\mathbf{K})\text{ cm}$$

$$\mathbf{d}_2 = (23\mathbf{i} + 14\mathbf{j} + 5.0\mathbf{K})\text{ cm}$$

$$\mathbf{d}_3 = (-13\mathbf{i} + 15\mathbf{j})\text{ cm}$$

أوجد مركبات محصلة الإزاحة ومقدارها.

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3 \\ &= (15 + 23 - 13)\mathbf{i}\text{ cm} + (30 - 14 + 15)\mathbf{j}\text{ cm} \\ &\quad + (12 - 5.0 + 0)\mathbf{k}\text{ cm} \\ &= (25\mathbf{i} + 31\mathbf{j} + 7.0\mathbf{k})\text{ cm}\end{aligned}$$

The resultant displacement has components $R_x = 25\text{ cm}$, $R_y = 31\text{ cm}$, and $R_z = 7.0\text{ cm}$. Its magnitude is

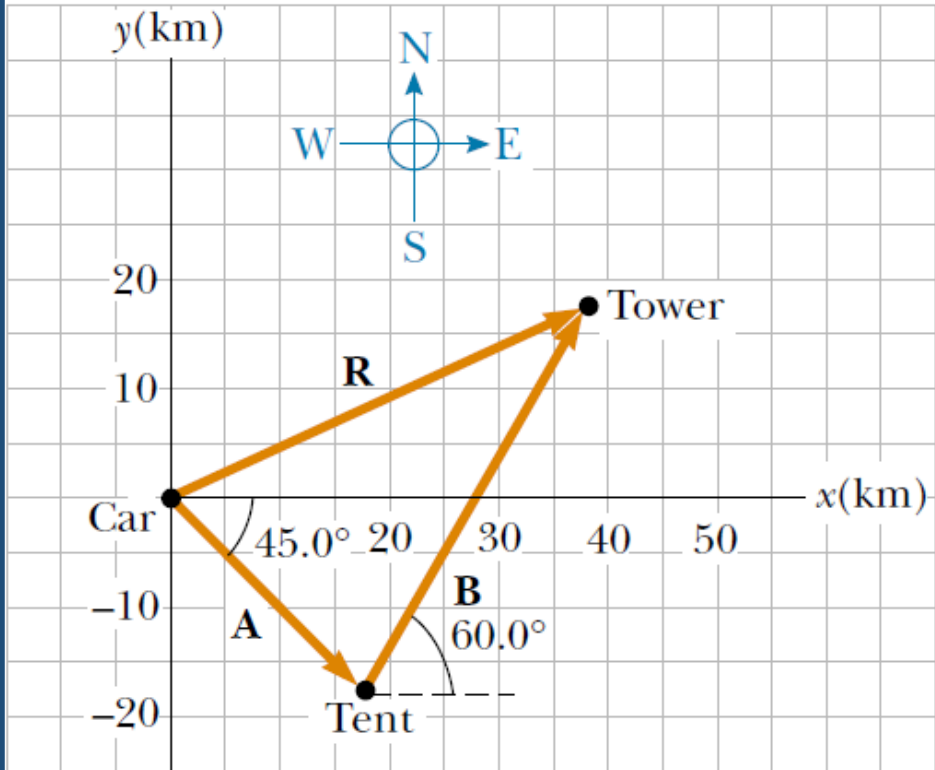
$$\begin{aligned}R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\ &= \sqrt{(25\text{ cm})^2 + (31\text{ cm})^2 + (7.0\text{ cm})^2} = 40\text{ cm}\end{aligned}$$

مثال محلولة 5

Bir yürüyüşçü, yolculuğuna önce arabasından güney-doğuya doğru 25,0 km yürüyerek başlar. Durur ve gece için çadır kurar. İkinci günde, bir orman memurunun kulcsinin bulunduğu noktaya, 60° kuzey-doğu yönünde 40,0 km yürür. (a) Birinci ve ikinci günler için yürüyüşçünün yerdeğiştirmelerinin bileşenlerini bulunuz.

بدأت رحالة رحلتها بالمشي 25.0km جهة الجنوب الشرقي من سيارتها.

ثم وقفت وذهبت إلى خيمتها للمبيت. وفي اليوم التالي مشى 40.0 km في اتجاه يصنع 60.0° شمال شرق عند نقطة اكتشفت فيها برج (Tower) حارس الغابة (a) عين مركبات المتنزهة في كل يوم.



$$A_x = A \cos(-45.0^\circ) = (25.0 \text{ km})(0.707) = 17.7 \text{ km}$$

$$A_y = A \sin(-45.0^\circ) = -(25.0 \text{ km})(0.707) = -17.7 \text{ km}$$

$$B_x = B \cos 60.0^\circ = (40.0 \text{ km})(0.500) = 20.0 \text{ km}$$

$$B_y = B \sin 60.0^\circ = (40.0 \text{ km})(0.866) = 34.6 \text{ km}$$

$$R_x = A_x + B_x = 17.7 \text{ km} + 20.0 \text{ km} = 37.7 \text{ km}$$

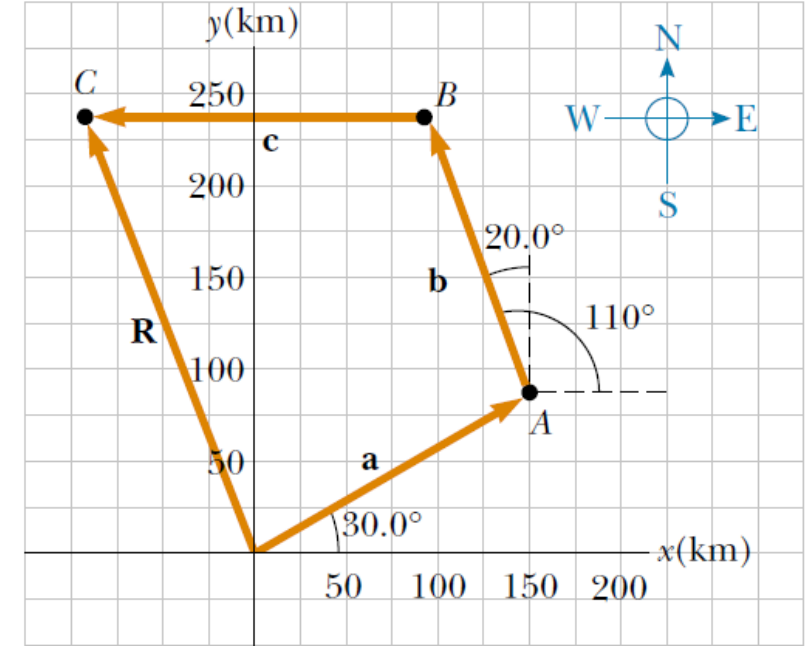
$$R_y = A_y + B_y = -17.7 \text{ km} + 34.6 \text{ km} = 16.9 \text{ km}$$

$$\mathbf{R} = (37.7\mathbf{i} + 16.9\mathbf{j}) \text{ km}$$

Bir uçak, hava limanından kalkarak Şekil 3.20 de gösterilen yolu almaktadır. Önce, $30,0^\circ$ kuzey doğu yönünde 175 km uzakta bulunan A şehrine uçar. Sonra $20,0^\circ$ kuzey-batı yönünde 153 km uzaktaki B şehrine, son olarak, batıya doğru 195 km uzakdaki C şehrine uçar. Başlangıç noktasına göre C şehrinin yerini bulunuz.

تأخذ الطائرة المسار الموضح في الشكل 3.20. أولاً، تطير الطائرة من نقطة أصل نظام الإحداثيات بالمدينة A، والتي تبعد مسافة 175 km في اتجاه 30.0° الشمال الشرقي، وبعد ذلك تطير مسافة 153 km بزاوية 20.0° شمال غربي حتى تصل إلى المدينة B. وأخيراً تطير 125 km تجاه الغرب لتصل إلى المدينة C. أوجد موقع المدينة C بالنسبة لنقطة الأصل.

مثال محلولة



$$a_x = a \cos(30.0^\circ) = (175 \text{ km})(0.866) = 152 \text{ km}$$

$$a_y = a \sin(30.0^\circ) = (175 \text{ km})(0.500) = 87.5 \text{ km}$$

$$b_x = b \cos(110^\circ) = (153 \text{ km})(-0.342) = -52.3 \text{ km}$$

$$b_y = b \sin(110^\circ) = (153 \text{ km})(0.940) = 144 \text{ km}$$

$$c_x = c \cos(180^\circ) = (195 \text{ km})(-1) = -195 \text{ km}$$

$$c_y = c \sin(180^\circ) = 0$$

$$R_x = a_x + b_x + c_x = 152 \text{ km} - 52.3 \text{ km} - 195 \text{ km}$$

$$= -95.3 \text{ km}$$

$$R_y = a_y + b_y + c_y = 87.5 \text{ km} + 144 \text{ km} + 0$$

$$= 232 \text{ km}$$

$$\mathbf{R} = (-95.3\mathbf{i} + 232\mathbf{j}) \text{ km.}$$

Skaler Çarpım

الجداء السلمي

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A B \cos \theta \quad (\text{Skaler çarpım})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$



- Sıra değiştirme: $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$
- Dağılma: $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
- $\theta = 90^\circ$ ise, yani **iki vektör birbirine dik ise, skaler çarpımın sonucu sıfır olur.** ($\cos 90^\circ = 0$). Bu özellik hesaplarda **diklik koşulu** olarak çok kullanılır.
- $\vec{A} \cdot \vec{A} = A A \cos 0^\circ = A^2$ veya, bir vektörün kendisiyle skaler çarpımı şiddetinin karesini verir.

Skaler Çarpım :

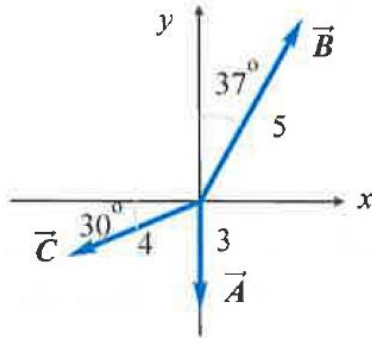
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \begin{cases} A B \cos \theta \\ A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \end{cases}$$

$$\cos \theta = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{A B} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}}$$

Skaler Çarpım

الجداء السلمي

Şekilde gösterilmiş olan \vec{A} , \vec{B} ve \vec{C} vektörlerinin birbirleriyle skaler çarpımlarını tayin edin.



Çözüm

$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$ formülünü kullanırken, vektörler arasındaki açılar şekilden hesaplanır:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(180^\circ - 37^\circ) = 3 \times 5 \times (-\cos 37^\circ)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 15 \times (-0.8) = -12$$

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = AC \cos(90^\circ - 30^\circ) = 3 \times 4 \times \cos 60^\circ$$

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = 12 \times (0.5) = 6$$

$$\vec{B} \cdot \vec{C} = BC \cos(90^\circ + 67^\circ) = 5 \times 4 \times \cos 157^\circ$$

$$\vec{B} \cdot \vec{C} = 20 \times (-\cos 23^\circ) = 20 \times (-0.92) = -18$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + 12 \hat{j}, \quad \vec{B} = 4 \hat{i} + 5 \hat{j}$$

Bu iki vektörün birbirine dik olması için, bilinmeyen A_x koordinatı ne olmalıdır?

Çözüm

İki vektör dik ise skaler çarpımları sıfır olmalıdır. Bu koşulu bileşenler cinsinden yazarsak,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y = 0$$

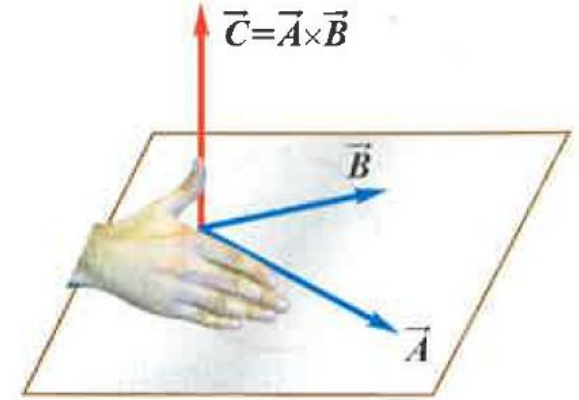
$$A_x \times 4 + 12 \times 5 = 0 \rightarrow A_x = -60/4 = -15$$

Vektörel Çarpım

الجداء المتجهي

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

- **Şiddeti:** $C = A B \sin \theta$ olur.
- **Yönü:** \vec{A} ve \vec{B} nin oluşturduğu düzleme dik doğrultuda ve **sağ-el kuralı** ile verilir.
- **Vektörel çarpımda sıra önemlidir:** $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$
- **Dağılma özelliği:** $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$
- İki vektör paralel ($\theta = 0$) veya anti-paralel ($\theta = 180^\circ$) ise, sinüsler sıfır olacağından, vektörel çarpımın sonucu sıfır olur.
Özel olarak, bir vektörün kendisiyle vektörel çarpımı sıfırdır: $\vec{A} \times \vec{A} = 0$



$$\vec{A} \times \vec{B} = \det \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

1

WEB 1. Bir noktanın kutupsal koordinatları $r = 5,50 \text{ m}$ ve $\theta = 240^\circ$ dir. Bu noktanın kartezyen koordinatları nedir?

WEB 1 الاحداثيات القطبية لنقطة هي $r = 5.5 \text{ m}$ و $\theta = 240^\circ$ ما هي الاحداثيات الكرتيزية لهذه النقطة؟

$$x = r \cos \theta = (5.50 \text{ m}) \cos 240^\circ = (5.50 \text{ m})(-0.5) = \boxed{-2.75 \text{ m}}$$

$$y = r \sin \theta = (5.50 \text{ m}) \sin 240^\circ = (5.50 \text{ m})(-0.866) = \boxed{-4.76 \text{ m}}$$

2

2. xy düzlemindeki iki noktanın kartezyen koordinatları $(2; -4)$ 'm ve $(-3; 3)$ 'm 'dir. Burada birimler m cinsindendir. (a) bu noktalar arasındaki uzaklığı, (b) kutupsal koordinatlarını bulunuz.

2- نقطتان في المستوى xy لهما إحداثيات كرتيزية $(2.0, -4.0)$ m و $(-3.0, 3.0)$ m. عين (a) المسافة بين هاتين النقطتين و (b) إحداثيتهما القطبية.

$$2 \quad (a) \quad d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2.00 - [-3.00])^2 + (-4.00 - 3.00)^2}$$

$$d = \sqrt{25.0 + 49.0} = \boxed{8.60 \text{ m}}$$

$$(b) \quad r_1 = \sqrt{(2.00)^2 + (-4.00)^2} = \sqrt{20.0} = \boxed{4.47 \text{ m}}$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(-\frac{4.00}{2.00} \right) = \boxed{-63.4^\circ}$$

$$r_2 = \sqrt{(-3.00)^2 + (3.00)^2} = \sqrt{18.0} = \boxed{4.24 \text{ m}}$$

$$\theta_2 = \boxed{135^\circ} \text{ measured from } +x \text{ axis.}$$

3

Bir noktanın kartezyen koordinatları $(2, y)$ ve kutupsal koordinatları $(r, 30^\circ)$ olarak veriliyor. y ve r yi bulunuz.

3- إذا كانت الاحداثيات الكرتيزية لنقطة هي $(2, y)$ والاحداثيات القطبية لها هي $(r, 30^\circ)$ عين r, y .

$$2.00 = r \cos 30.0^\circ$$

$$r = \frac{2.00}{\cos 30.0^\circ} = \boxed{2.31}$$

$$y = r \sin 30.0^\circ = 2.31 \sin 30.0^\circ = \boxed{1.15}$$

4

4. Bir düzlemdeki iki noktanın kutupsal koordinatları $(2,50 \text{ m}, 30^\circ)$ ve $(3,80 \text{ m}, 120^\circ)$ dir. (a) Bu noktaların kartezyen koordinatlarını, (b) aralarındaki uzaklığı bulunuz.

4- نقطتان في مستوى لهما إحداثيات قطبية $(2.5\text{m}, 30^\circ)$ و $(3.8\text{m}, 120^\circ)$. عين (a) الإحداثيات الكرتيزية لهاتين النقطتين. (b) المسافة بينهما؟

4 (a) $x = r \cos \theta$ and $y = r \sin \theta$, therefore

$$x_1 = (2.50 \text{ m}) \cos 30.0^\circ, \quad y_1 = (2.50 \text{ m}) \sin 30.0^\circ,$$

$$(x_1, y_1) = \boxed{(2.17, 1.25) \text{ m}}$$

$$x_2 = (3.80 \text{ m}) \cos 120^\circ, \quad y_2 = (3.80 \text{ m}) \sin 120^\circ,$$

$$(x_2, y_2) = \boxed{(-1.90, 3.29) \text{ m}}$$

5

5. Bir sinek odanın bir duvarında duruyor. Duvarın sol alt köşesi, iki boyutlu kartezyen koordinat sisteminin orijini olarak seçilmiştir. Sinek, koordinatları (2; 1) m olan bir noktada duruyorsa, (a) odanın köşesinden ne kadar uzaktadır? (b) Sineğin bulunduğu yerin kutupsal koordinatları nedir?

ذبابة تهبط على أحد جدران الغرفة. يتم تحديد الزاوية اليسرى السفلية من الجدار على أنها أصل نظام إحداثيات ديكارت ثنائي الأبعاد. إذا تم تحديد الذبابة عند النقطة ذات الإحداثيات (2.00، 1.00 م)، أ (كم تبعد المسافة من زاوية الغرفة؟) ب (ما هو موقعه في الإحداثيات القطبية؟)

(a)

$$\text{distance} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2.00 \text{ m})^2 + (1.00 \text{ m})^2} = \sqrt{5.00 \text{ m}^2} = \boxed{2.24 \text{ m}}$$

$$(b) \quad \theta = \text{Arctan}\left(\frac{1}{2}\right) = 26.6^\circ; \quad r = \boxed{2.24 \text{ m}, 26.6^\circ}$$

6

(x, y) noktasının kutupsal koordinatları (r, θ) ise, aşağıdaki noktaların kutupsal koordinatları ne olur? (a) $(-x, y)$ (b) $(-2x, -2y)$ ve (c) $(3x, -3y)$

5- إذا كانت الإحداثيات القطبية (x, y) هما (r, θ) عين الإحداثيات القطبية للنقط (a) $(-x, y)$ (b) $(-2x, -2y)$ و (c) $(3x, -3y)$.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ and } \theta = \text{Arctan}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$(a) \quad \sqrt{(-x)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = \boxed{r}$$

$$\text{Arctan}\left(\frac{y}{(-x)}\right) = \boxed{180^\circ - \theta}$$

$$(b) \quad \sqrt{(-2x)^2 + (-2y)^2} = \boxed{2r}$$

$$\boxed{180^\circ + \theta}$$

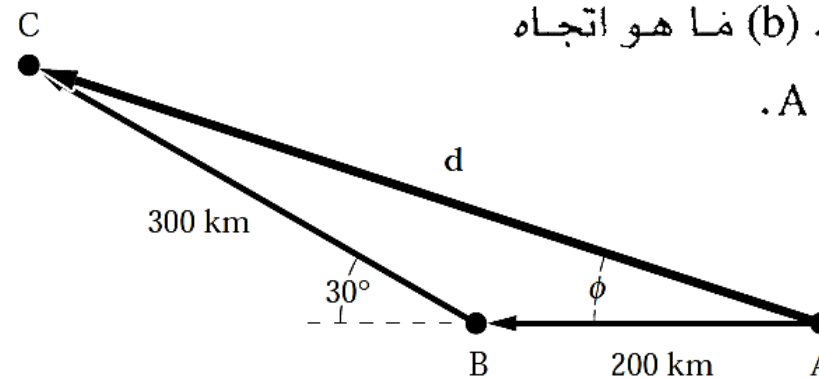
$$(c) \quad \sqrt{(3x)^2 + (-3y)^2} = \boxed{3r}$$

$$\boxed{-\theta} \quad c$$

7

Bir uçak A kentinden B kentine doğru 200 km uçuyor. Sonra B kentinden 30° kuzey-batı yönünde C kentine 300 km uçuyor. (a) A kentinden C kentine kuşuçuşu uzaklık ne kadardır? (b) A kentine göre C kentinin yönü nedir?

6- تطير طائرة 200km تجاه الغرب من المدينة A إلى المدينة B ثم تطير 300km في اتجاه 30° الشمال الغربي من المدينة B إلى المدينة C (a) كم تبعد المدينة C من المدينة A (في خط مستقيم). (b) ما هو اتجاه المدينة C بالنسبة للمدينة A.



(a)

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x = (200) + (300 \cos 30.0^\circ) = 460 \text{ km}$$

$$y = 0 + (300 \sin 30.0^\circ) = 150 \text{ km}$$

$$\therefore d = \sqrt{(460)^2 + (150)^2} = \boxed{484 \text{ km}}$$

$$(b) \quad \tan \phi = \frac{y}{x} = \frac{150}{460} = 0.326$$

$$\phi = \tan^{-1}(0.326) = \boxed{18.1^\circ \text{ N of W}}$$

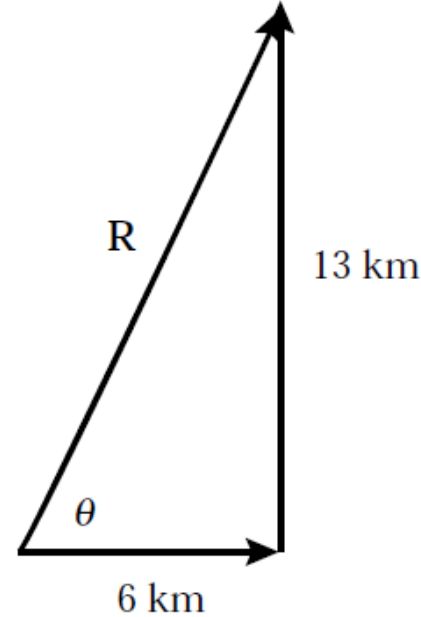
8

8. Bir yaya, 6 km doğuya ve 13 km kuzeye hareket ediyor. Grafik yöntem kullanarak bileşke yerdeğiştirme vektörünün büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

7- يتحرك رجل على قدميه مسافة 6.0km
جهة الشرق ثم 13.0km جهة الشمال.
باستخدام الطريقة البيانية اوجد مقدار
واتجاه متجه الإزاحة الناتج.

$$R \equiv \boxed{14 \text{ km}}$$

$$\theta = \boxed{65^\circ \text{ N of E}}$$

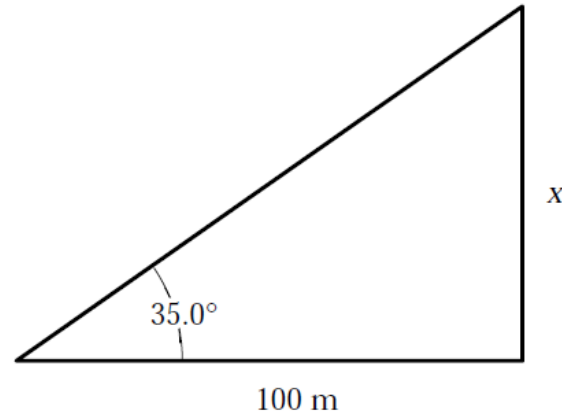


9

9. Bir arazi mühendisi, bir nehrin genişliğini aşağıdaki yöntem ile tahmin eder: Karşı kıyıdaki bir ağacın tam karşısında durarak, nehir kenarı boyunca 100 m yürür, sonra ağaca bakar. Esas aldığı çizgiden ağaca olan açı 35° dir. Nehrin genişliği nedir?

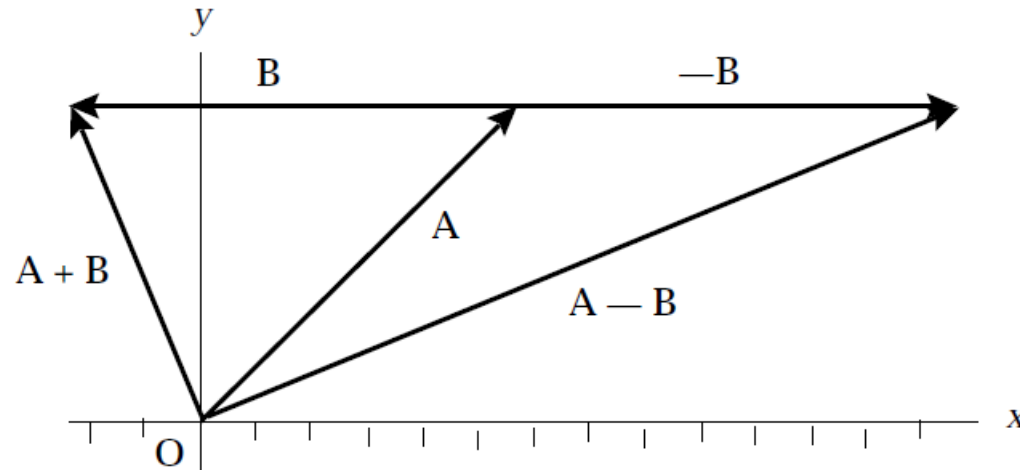
$$\tan 35.0^\circ = \frac{x}{100 \text{ m}}$$

$$x = (100 \text{ m})(\tan 35.0^\circ) = \boxed{70.0 \text{ m}}$$



11

11. \mathbf{A} vektörünün büyüklüğü 8 birim olup x -ekseninin pozitif yönüyle 45° lik bir açı yapmaktadır. \mathbf{B} vektörü de 8 birim uzunluğundadır. Fakat $-x$ yönündedir. Grafik yöntem kullanarak, (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ toplam vektörünü ve (b) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ vektör farkını bulunuz.



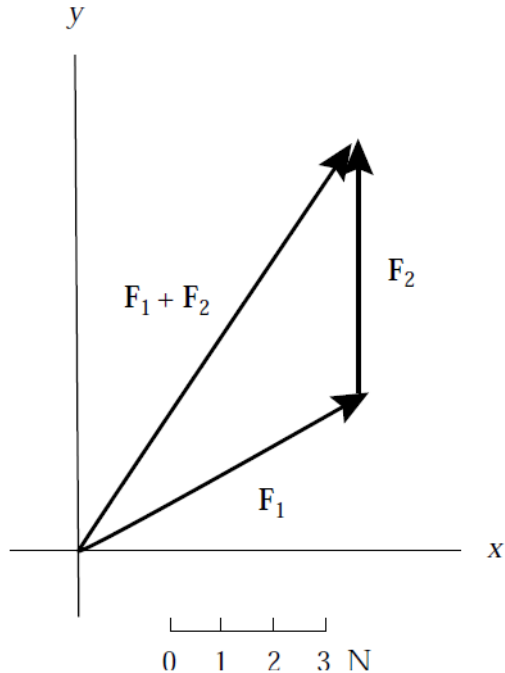
المتجه \mathbf{A} له المقدار 8.0 وحدات ويصنع زاوية 45.0° مع الاحداثي x الموجب. والمتجه \mathbf{B} أيضاً له مقدار 8.0 وحدات ومتجه على طول الإتجاه السالب للمحور x . باستخدام الطريقة البيانية أوجد:

(a) المجموع الاتجاهي $\mathbf{A} + \mathbf{B}$. (b) الفرق الاتجاهي $\mathbf{A} - \mathbf{B}$.

12

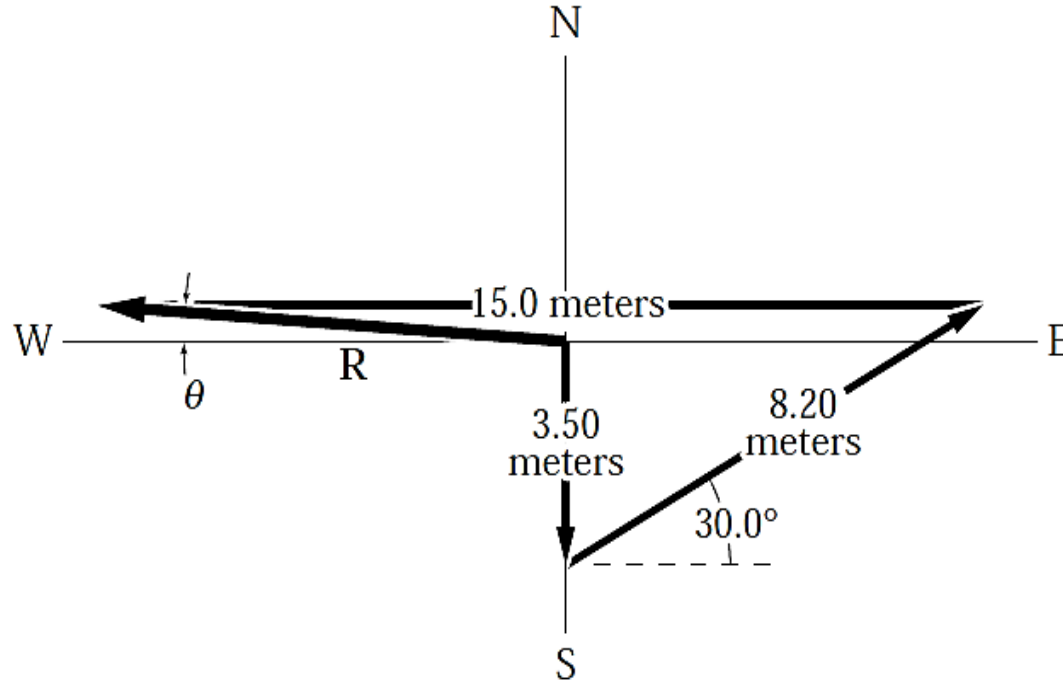
12. Büyüklüğü 6 birim olan bir \mathbf{F}_1 kuvvet vektörü orijinde pozitif x -ekseninin üstünde 30° açı yapan bir yönde etki etmektedir. 5 birim büyüklüğünde ikinci bir \mathbf{F}_2 kuvvet vektörü orijinde pozitif y eksenini yönde etki etmektedir. Bileşke $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ vektörünün büyüklük ve yönünü grafik olarak bulunuz.

vector $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ is of magnitude **9.5 N** and at an angle of **57° above the x -axis**



14

14. Kemik arayan bir köpek 3,50 m güneye, sonra doğu ile 30° bir açı altında kuzey doğuya 8,20 m ve son olarak 15 m batıya yürür. Grafik tekniği kullanarak köpeğin bileşke yerdeğiştirmesini bulunuz.



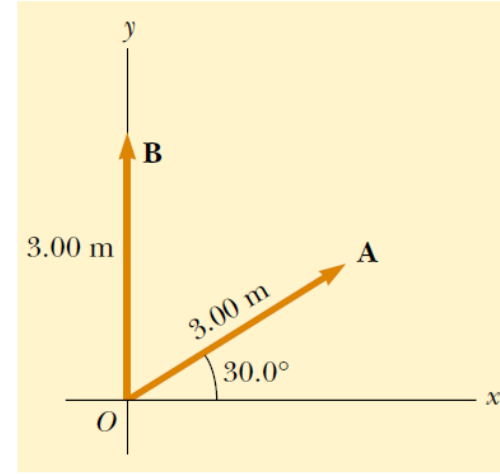
- كلب يبحث عن عظمة، يمشي مسافة 3.5 m جنوبياً ثم 8.2 m بزاوية 30.0° الشمال الشرقي ثم 15.0 m تجاه الغرب. باستخدام الطريقة البيانية إوجد متجه الإزاحة الكلية للكلب.

4° N of W

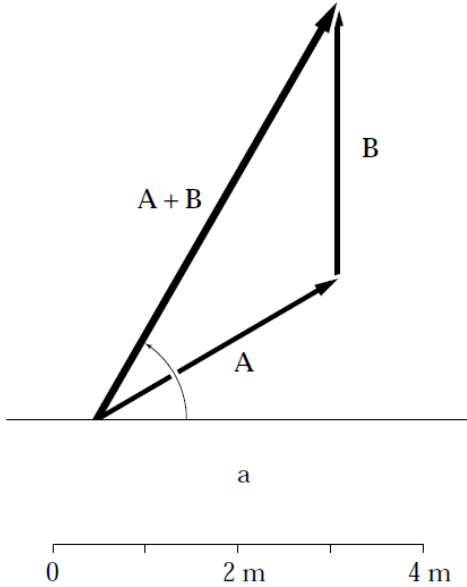
7.9 m

15

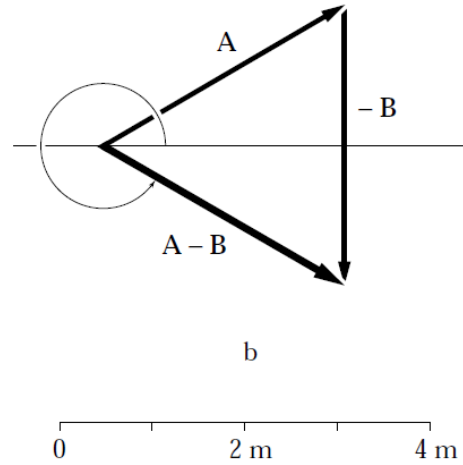
- 15.** Şekil P3.15 'de görülen **A** ve **B** yerdeğiştirme vektörlerinin herbiri 3 m büyüklüğündedir. (a) **A** + **B** 'yi, (b) **A** - **B** 'yi, (c) **B** - **A** 'yı, (d) **A** - 2**B** 'yi grafik olarak bulunuz. Bütün açılar, pozitif x ekseninden saat yönünün tersinde alınacaktır.



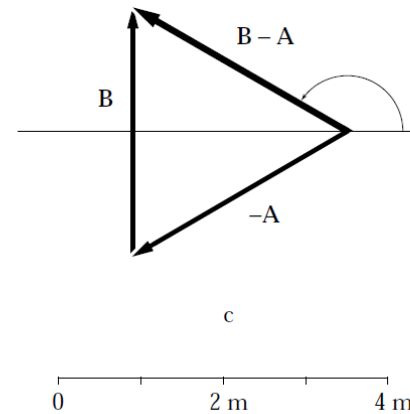
(a) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = 5.2 \text{ m at } 60^\circ$



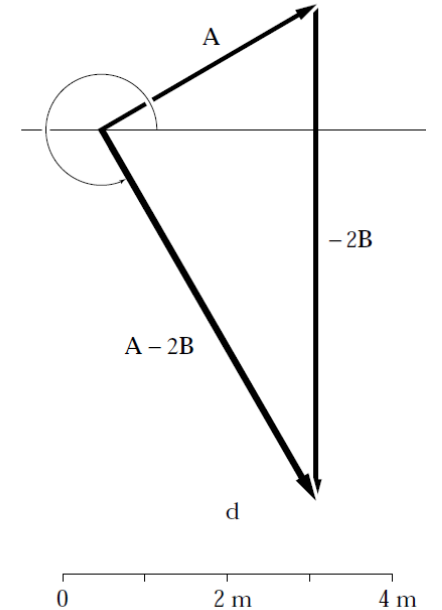
(b) $\mathbf{A} - \mathbf{B} = 3.0 \text{ m at } 330^\circ$



(c) $\mathbf{B} - \mathbf{A} = 3.0 \text{ m at } 150^\circ$



(d) $\mathbf{A} - 2\mathbf{B} = 5.2 \text{ m at } 300^\circ$

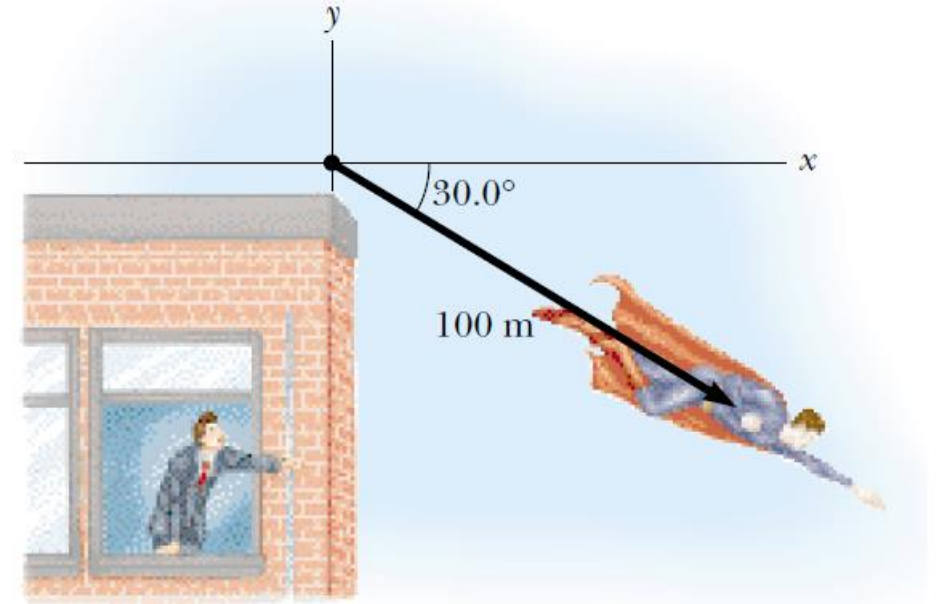


20

Şekil P3.20 de görülen yolu takip ederek yüksek bir binanın tepesinden uçan süpermenin 100 m yer değiştirmesinin yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.

$$x = (100 \text{ m}) \cos (-30.0^\circ) = \boxed{86.6 \text{ m}}$$

$$y = (100 \text{ m}) \sin (-30.0^\circ) = \boxed{-50.0 \text{ m}}$$



21

21. Bir kişi 25° kuzey-doğuya 3,10 km yürüyor. Aynı noktaya varması için kuzeye ve doğuya doğru ne kadar yürümesi gerekir?

- يمشي شخص بزاوية 25.0° جهة الشمال لمسافة 3.10km .

كم يجب أن يمشي تجاه الشمال واتجاه الشرق ليصل إلى نفس الموضع .

$$3.10 \sin(25.0^\circ) = \boxed{1.31 \text{ km north}}$$

$$3.10 \cos(25.0^\circ) = \boxed{2.81 \text{ km east}} .$$

22

22. Bir mağarayı incelemek isteyen birisi, girişten başlayarak, şu uzaklıkları gitmektedir: 75 m kuzeye, 250 m doğuya, kuzey-doğu ile 30° 'lik bir açı yaparak 125 m ve güneye 150 m gidiyoruz. Mağara girişinden itibaren bileşke yerdeğiştirmeyi bulunuz.

+ x East, + y North

$$\Sigma x = 250 + 125 \cos 30^\circ = 358 \text{ m}$$

$$\Sigma y = 75 + 125 \sin 30^\circ - 150 = -12.5 \text{ m}$$

$$d = \sqrt{(\Sigma x)^2 + (\Sigma y)^2} = \sqrt{(358)^2 + (-12.5)^2} = 358 \text{ m}$$

$$\tan \theta = \frac{(\Sigma y)}{(\Sigma x)} = -\frac{12.5}{358} = -0.0349 \quad \theta = -2.00^\circ$$

$$\boxed{d = 358 \text{ m at } 2.00^\circ \text{ S of E}}$$

24

- 24 \mathbf{B} vektörünün x , y ve z bileşenleri sırasıyla 4; 6 ve 3 birimdir. \mathbf{B} nin büyüklüğünü ve \mathbf{B} nin koordinat eksenleriyle yaptığı açıları hesaplayınız.

متجه \mathbf{B} له المركبات x , y , z مقدارها 3.0, 6.0, 4.0 وحدة على التوالي. احسب مقدار \mathbf{B} والزوايا التي يصنعها \mathbf{B} مع محاور الإحداثيات.

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = 4.00\mathbf{i} + 6.00\mathbf{j} + 3.00\mathbf{k}$$

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{(4.00)^2 + (6.00)^2 + (3.00)^2} = \boxed{7.81}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{4.00}{7.81}\right) = \boxed{59.2^\circ}$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{6.00}{7.81}\right) = \boxed{39.8^\circ}$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{3.00}{7.81}\right) = \boxed{67.4^\circ}$$

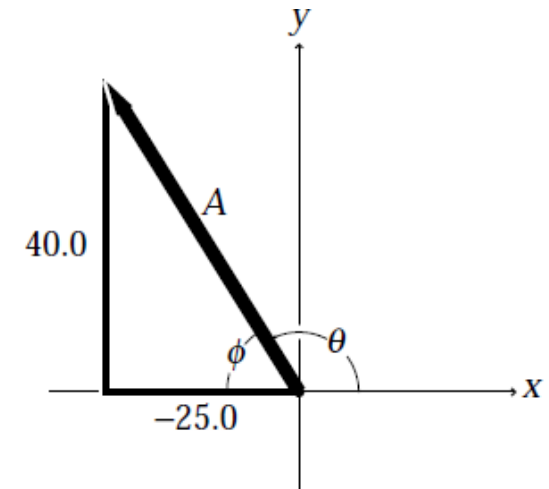
25

25. Bir vektörün x bileşeni -25 birim ve y bileşeni 40 birimdir. Bu vektörün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

$$A_x = -25.0 \quad A_y = 40.0$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(-25.0)^2 + (40.0)^2} = 47.2 \text{ units}$$

From the triangle, we find that $|\phi| = 58.0^\circ$, so that $\theta = 122^\circ$



27

27. xy düzleminde yeralan bir yerdeğiştirme vektörünün büyüklüğü 50 m 'dir ve x ekseninin pozitif yönüyle 120° lik bir açı yapmaktadır. Bu vektörün x ve y bileşenlerini bulunuz ve birim vektör gösterimi ile ifade ediniz.

يقع متجه إزاحة في المستوى xy مقداره 5.0m ويتجه بزاوية 120° من الاحداثي x الموجب. أوجد المركبتان y, x لهذا المتجه وعبر عن المتجه بدلالة الوحدة.

$$x = d \cos \theta = (50.0 \text{ m})\cos(120) = -25.0 \text{ m}$$

$$y = d \sin \theta = (50.0 \text{ m})\sin(120) = 43.3 \text{ m}$$

$$\mathbf{d} = (-25.0 \text{ m})\mathbf{i} + (43.3 \text{ m})\mathbf{j}$$

28

28. $A = 2\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ ve $B = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ ise, (a) $C = A + B$ vektör toplamı ve $D = A - B$ vektör farkını çizin. (b) C ve D için çözümleri önce birim vektörler cinsinden, daha sonra da açılarının $+x$ eksenine göre ölçüldüğü kutupsal koordinatlar cinsinden bulunuz.

$$(b) \quad C = A + B = 2.00\mathbf{i} + 6.00\mathbf{j} + 3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j} = \boxed{5.00\mathbf{i} + 4.00\mathbf{j}}$$

$$C = \sqrt{25.0 + 16.0} \text{ at } \text{Arctan}\left(\frac{4}{5}\right)$$

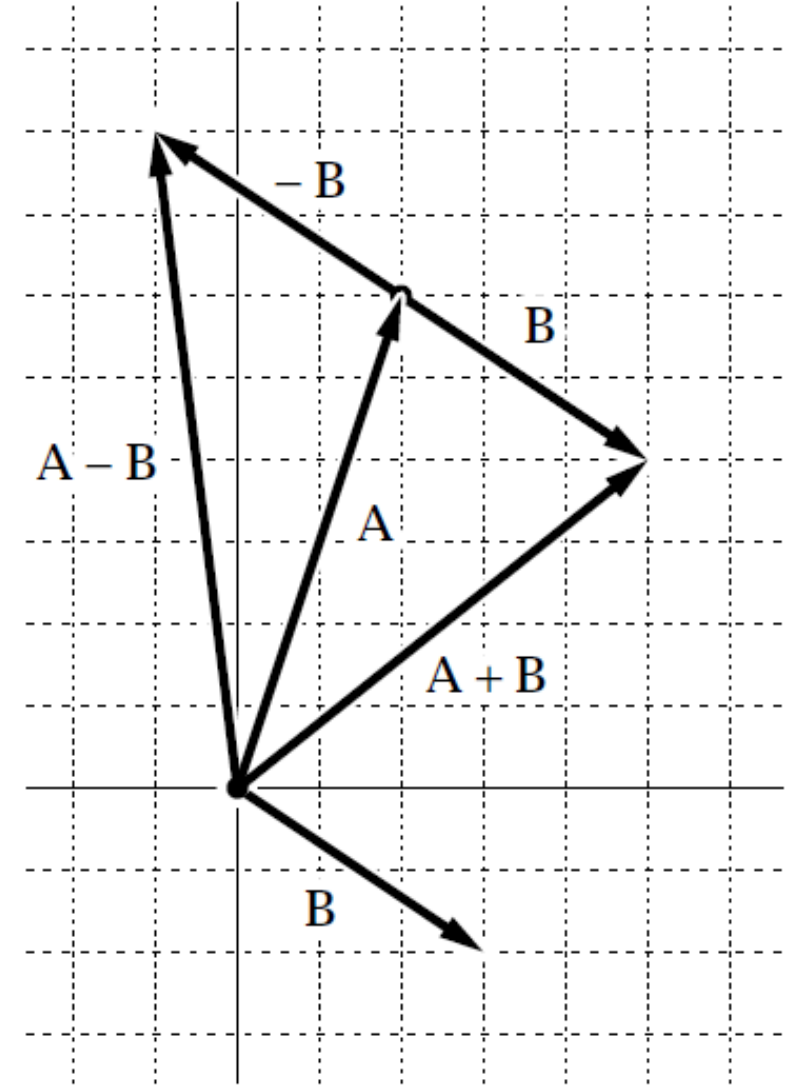
$$C = \boxed{6.40 \text{ at } 38.7^\circ}$$

$$D = A - B = 2.00\mathbf{i} + 6.00\mathbf{j} - 3.00\mathbf{i} + 2.00\mathbf{j} = \boxed{-1.00\mathbf{i} + 8.00\mathbf{j}}$$

$$D = \sqrt{(-1.00)^2 + (8.00)^2} \text{ at } \text{Arctan}\left(\frac{8.00}{(-1.00)}\right)$$

$$D = 8.06 \text{ at } (180^\circ - 82.9^\circ) = \boxed{8.06 \text{ at } 97.2^\circ}$$

(a)



29

29. Bileşenleri (3; 2) m, (-5; 3) m ve (6; 1) m olan üç yerdeğiştirmenin bileşkesinin büyüklüğü ve yönünü bulunuz.
- اوجد مقدار واتجاه محصلة ثلاث إزاحات مركباتها في x و y هي $(3.0, 2.0)$ m، $(-5.0, 3.0)$ m و $(6.0, 1.0)$ m.

$$d = \sqrt{(x_1 + x_2 + x_3)^2 + (y_1 + y_2 + y_3)^2}$$

$$= \sqrt{(3.00 - 5.00 + 6.00)^2 + (2.00 + 3.00 + 1.00)^2} = \sqrt{52.0} = \boxed{7.21 \text{ m}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{6.00}{4.00} \right) = \boxed{56.3^\circ}$$

30

30. **A** vektörünün x ve y bileşenleri sırasıyla, $-8,70$ cm ve 15 cm; **B** vektörünün x ve y bileşenleri, sırasıyla $13,2$ cm ve $-6,6$ cm dir. $\mathbf{A} - \mathbf{B} + 3\mathbf{C} = 0$ ise, **C** nin _____ bileşenleri nedir?

$$\mathbf{A} = -8.70\mathbf{i} + 15.0\mathbf{j} \quad \mathbf{B} = 13.2\mathbf{i} - 6.60\mathbf{j}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} + 3\mathbf{C} = 0$$

$$3\mathbf{C} = \mathbf{B} - \mathbf{A} = 21.9\mathbf{i} - 21.6\mathbf{j}$$

$$\mathbf{C} = 7.30\mathbf{i} - 7.20\mathbf{j} \quad \text{or}$$

$$C_x = \boxed{7.30 \text{ cm}}$$

$$C_y = \boxed{-7.20 \text{ cm}}$$

31

31. İki vektör $A = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ ve $B = -\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ ile verilmektedir.

(a) $A + B$ yi, (b) $A - B$ yi, (c) $|A + B|$ yi, (d) $|A - B|$ yi, (e) $A + B$ ve $A - B$ nin yönünü bulunuz.

إذا كان المتجه $A=3\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ والمتجه $B=-\mathbf{i}-4\mathbf{j}$

احسب (a) $A+B$ ، (b) $A-B$ ، (c) $|A+B|$

(d) $|A-B|$

(e) إتجاه $A+B$ واتجاه $A-B$.

$$(a) \quad (A + B) = (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}) + (-\mathbf{i} - 4\mathbf{j}) = \boxed{2\mathbf{i} - 6\mathbf{j}}$$

$$(b) \quad (A - B) = (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}) - (-\mathbf{i} - 4\mathbf{j}) = \boxed{4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}}$$

$$(c) \quad |A + B| = \sqrt{2^2 + 6^2} = \boxed{6.32}$$

$$(d) \quad |A - B| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \boxed{4.47}$$

$$(e) \quad \theta |A + B| = \tan^{-1} \left(-\frac{6}{2} \right) = -71.6^\circ = \boxed{288^\circ}$$

$$\theta |A - B| = \tan^{-1} \left(\frac{2}{4} \right) = \boxed{26.6^\circ}$$

32

32. Bir çocuk, 3 m kuzeye, 4 m kuzey-doğuya ve 5 m batıya doğru koşuyor. Çocuğun başlangıç noktasından son durumuna kadar olan yerdeğiştirme vektörünün uzunluğunu ve yönünü bulunuz.

Let \mathbf{i} = east and \mathbf{j} = north.

$$\mathbf{R} = 3.00b \mathbf{j} + 4.00b \cos 45^\circ \mathbf{i} + 4.00b \sin 45^\circ \mathbf{j} - 5.00b \mathbf{i}$$

$$\mathbf{R} = -2.17b \mathbf{i} + 5.83b \mathbf{j}$$

$$R = \sqrt{2.17^2 + 5.83^2} b \text{ at } \text{Arctan} \left(\frac{5.83}{2.17} \right) \text{ N of W}$$

$$= \boxed{6.22 \text{ blocks at } 110^\circ \text{ counterclockwise from east}}$$

33

33. (a) 12,8 m, 150° ; (b) 3,3° cm, 60° ; (c) 22 in., 215°
kutupsal koordinatlarına sahip konum vektörleri
için bileşenler cinsinden ifadeler elde ediniz.

اوجد تعبيراً بدلالة المركبات لمتجهات
الموضع التي لها الاحداثيات القطبية
22 (c) 60° ، 3.3cm (b) 150° ، 12.8 m
 215° ، in

$x = r \cos \theta$ and $y = r \sin \theta$, therefore:

- (a) $x = 12.8 \cos 150^\circ$, $y = 12.8 \sin 150^\circ$, and $(x, y) = (-11.1\mathbf{i} + 6.40\mathbf{j})$ m
(b) $x = 3.30 \cos 60.0^\circ$, $y = 3.30 \sin 60.0^\circ$, and $(x, y) = (1.65\mathbf{i} + 2.86\mathbf{j})$ cm
(c) $x = 22.0 \cos 215^\circ$, $y = 22.0 \sin 215^\circ$, and $(x, y) = (-18.0\mathbf{i} - 12.6\mathbf{j})$ in

34

34. $\vec{A} = (3\vec{i} + 3\vec{j})\text{m}$, $\vec{B} = (\vec{i} - 4\vec{j})\text{m}$ ve $\vec{C} = (-2\vec{i} + 5\vec{j})\text{m}$ yerdeğiştirme vektörlerini gözönüne alınız. (a) Analitik olarak, $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz. (b) $\vec{E} = -\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$ vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

$$(a) \quad \vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$|\vec{D}| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \boxed{4.47 \text{ m at } \theta = 63.4^\circ}$$

$$(b) \quad \vec{E} = -\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = -6\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{6^2 + 6^2} = \boxed{8.49 \text{ m at } \theta = 135^\circ}$$

- افرض متجهات الإزاحة $\vec{A}=(3\vec{i}+3\vec{j})\text{m}$ ، $\vec{B}=(\vec{i}-4\vec{j})\text{m}$ و $\vec{C}=(-2\vec{i}+5\vec{j})\text{m}$. باستخدام طريقة المركبات عين (a) مقدار واتجاه المتجه $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$ و (b) مقدار واتجاه $\vec{E}=-\vec{A}-\vec{B}+\vec{C}$.

35

37. İki kişi, Şekil P3.37 'deki helikopterden bakıldığında görüldüğü gibi, inatçı bir katırı çekmektedirler.
 (a) Görülen iki kuvvete eşdeğer olan tek kuvveti,
 (b) Üçüncü bir kişinin net kuvveti sıfıra eşit kılmak için katır üzerinde uygulaması gereken kuvveti bulunuz. Kuvvetler newton cinsinden ölçülüyor.

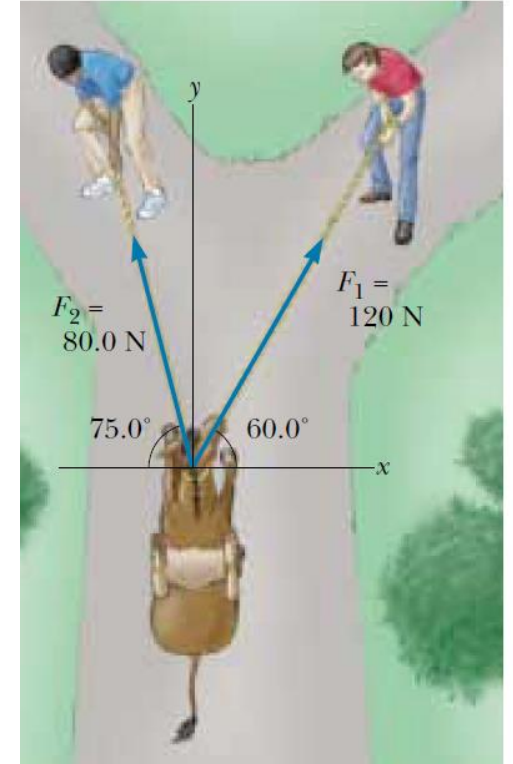
(a) $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$

$$\mathbf{F} = 120 \cos (60.0^\circ) \mathbf{i} + 120 \sin (60.0^\circ) \mathbf{j} - 80.0 \cos (75.0^\circ) \mathbf{i} + 80.0 \sin (75.0^\circ) \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} = 60.0 \mathbf{i} + 104 \mathbf{j} - 20.7 \mathbf{i} + 77.3 \mathbf{j} = (39.3 \mathbf{i} + 181 \mathbf{j}) \text{ N}$$

$$|\mathbf{F}| = \sqrt{(39.3)^2 + (181)^2} = \boxed{185 \text{ N}} ; \theta = \tan^{-1} \left(\frac{181}{39.3} \right) = \boxed{77.8^\circ}$$

(b) $\mathbf{F}_3 = -\mathbf{F} = \boxed{(-39.3 \mathbf{i} - 181 \mathbf{j}) \text{ N}}$



36

A ve B vektörünün büyüklükleri eşit olup 5 birimdir. A ve B nin toplamı olan vektör $6\mathbf{j}$ ise, A ve B arasındaki açıyı bulunuz.

المتجهان A، B لهما مقداران متساويان 5.0
فإذا كان مجموع A و B هو المتجه $6.0\mathbf{j}$ ، عين
الزاوية بين A و B.

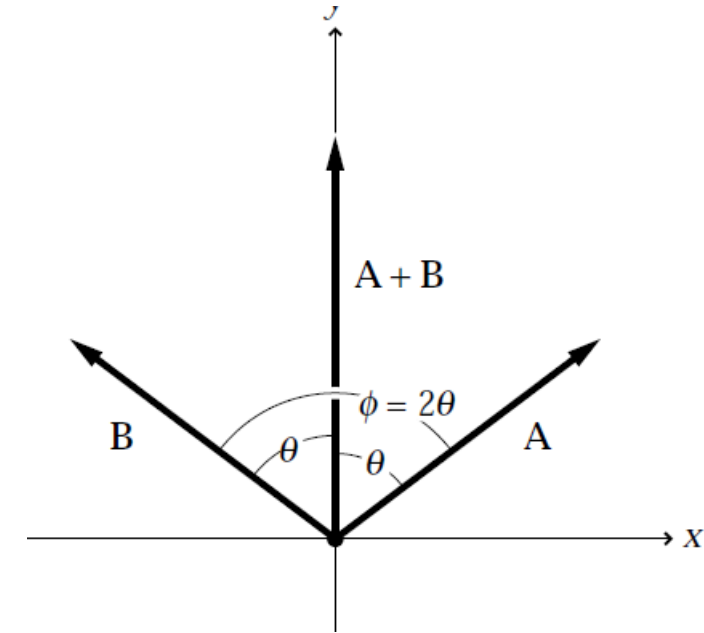
$\mathbf{A} + \mathbf{B} = 6.00\mathbf{j}$, we have $(A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} = 0\mathbf{i} + 6.00\mathbf{j}$ giving

$$A_x + B_x = 0, \text{ or } A_x = -B_x \quad (1)$$

$$A_y + B_y = 6.00 \quad (2)$$

$$A_x^2 + A_y^2 = B_x^2 + B_y^2 = (5.00)^2$$

From $A_x = -B_x$, it is seen that $A_x^2 = B_x^2$. Therefore $A_x^2 + A_y^2 = B_x^2 + B_y^2$ gives $A_y^2 = B_y^2$. Then $A_y = B_y$, and Equation (2) gives $A_y = B_y = 3.00$.



$$\cos \theta = \frac{A_y}{A} = \frac{B_y}{B} = \frac{3.00}{5.00} = 0.600$$

$$\theta = 53.1^\circ$$

$$\boxed{\phi = 2\theta = 106^\circ}$$

45

$\vec{A} = (3\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k})\text{ m}$ ve $\vec{B} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k})\text{ m}$ yerdeğiştirme vektörleri verildiğine göre, herbirini dik bileşenleri cinsinden de ifade ederek, (a) $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ ve (b) $\vec{D} = 2\vec{A} - \vec{B}$ vektörlerinin büyüklüklerini bulunuz. Ayrıca, \vec{C} ve \vec{D} yi kartezyen bileşenler cinsinden ifade edip büyüklüklerini hesaplayınız.

بإعطاء متجهات الإزاحة $\vec{A}=(3\hat{i}-4\hat{j}+4\hat{k})\text{ m}$ و $\vec{B}=(2\hat{i}+3\hat{j}-7\hat{k})\text{ m}$ ، أوجد مقدار المتجهات $\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}$ و $\vec{D}=2\vec{A}-\vec{B}$ (a) وعبر أيضاً عن كل منهما بدلالة المركبات في x, y, z .

$$(a) \quad \vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = \boxed{(5.00\hat{i} - 1.00\hat{j} - 3.00\hat{k}) \text{ m}}$$

$$|\vec{C}| = \sqrt{(5.00)^2 + (1.00)^2 + (3.00)^2} \text{ m} = \boxed{5.92 \text{ m}}$$

$$(b) \quad \vec{D} = 2\vec{A} - \vec{B} = \boxed{(4.00\hat{i} - 11.0\hat{j} + 15.0\hat{k}) \text{ m}}$$

$$|\vec{D}| = \sqrt{(4.00)^2 + (11.0)^2 + (15.0)^2} \text{ m} = \boxed{19.0 \text{ m}}$$

