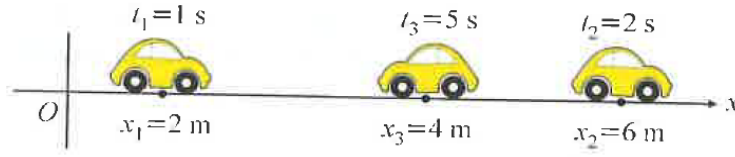


مسائل اضافية غير محلولة**Problem 2.1**

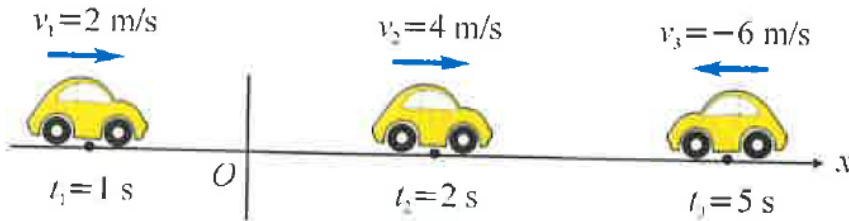
2.1 Bir cismin değişik zamanlardaki konumları üstteki şekilde gösterilmiştir. (a) $[t_1, t_2]$ ve $[t_2, t_3]$ aralığında yerdeğiş-tirmeleri bulun. (b) Aynı aralıklarda ortalama hızları hesap-layın.

[C: (a) $\Delta x = 4$ m ve $\Delta x = -2$ m,
(b) $v_{\text{ort}} = 4$ m/s ve $v_{\text{ort}} = -0.67$ m/s]

2.2 Bir hareketlinin konumu zamanla $x = 5t^2$ (metre) ola-rak değişiyor. (a) $t = 1$ s ve $t = 3$ s anlarındaki konum-

ları nedir? (b) $t : [1, 3]$ aralığında ortalama hızı ne olur? (c) $t = 1$ s ve $t = 3$ s anlarındaki ani hızı ne olur?

[C: 1 ve 45m, (b) 20 m/s, (c) 10, 30 m/s.]

**Problem 2.3**

2.3 Bir cismin değişik zamanlardaki hızları üstteki şekilde gösterilmiştir. (a) $[t_1, t_2]$ ve $[t_2, t_3]$ aralıklarında ortalama iv-meleri hesaplayın. [C: $a_{\text{ort}} = 2$ m/s² ve $a_{\text{ort}} = -3.3$ m/s².]

2.4 Bir cismin hızı $v(t) = 20 - 3t^2$ olarak değişiyor. (a) $t = [1, 2]$ s aralığında ortalama ivmesini hesaplayın. (b) $t = 1$ ve $t = 2$ s anlarındaki ani ivmeleri bulun.
[C: (a) $a_{\text{ort}} = -9 \text{ m/s}^2$, (b) $a = -6, -12 \text{ m/s}^2$.]

2.5 Bir top 24 m/s hızla bir duvara dik olarak çarpıyor ve aynı hızla geri yansıyor. Topun duvarla teması 0.03 s sürmüştür. (a) Hızdaki değişme ne kadardır? (b) Çarpışmadaki ortalama ivme ne olur? [C: (a) 48 m/s , (b) 1600 m/s^2 .]

2.6 Bir uçağın güvenle piste iniş yapabilmesi için yere 100 m/s hızla değmesi ve 5 m/s^2 ivmeyle yavaşlaması gerekiyor. (a) Uçak pistte kaç sanide durur? (b) Pistin uzunluğu en az ne kadar olmalıdır? [C: (a) 24 s , (b) 1440 m .]

2.7 Sabit ivmeli hareket eden bir cisim, aralarında 25 m mesafe bulunan iki noktanın birinden 10 m/s hızla girip, ikinciden 15 m/s hızla çıkıyor. (a) Cismin ivmesi ne kadardır? (b) İki nokta arasını kaç saniyede geçer?

[C: $a = 2.5 \text{ m/s}^2$, $t = 2 \text{ s.}$]

2.8 Sabit ivmeli hareket eden bir cisim, aralarında 10 m mesafe bulunan iki nokta arasını 2 s de geçiyor. İkinci noktadan geçerken hızı 8 m/s dir. Cismin ivmesini ve birinci noktadaki hızını bulun.

[C: $a = 3 \text{ m/s}^2$, $v_0 = 2 \text{ m/s.}$]

2.9 Bir tren birinci istasyondan kalkışta 12 s boyunca 2 m/s^2 ivmeyle hızlanıyor. Daha sonra hızını sabit tutup 50 s boyunca yol alıyor. En sonunda 4 m/s^2 ivmeyle yavaşlayıp ikinci istasyonda duruyor. İki istasyon arası kaç metredir?

[C: 1416 m.]

2.10 Bir jet uçağı kalkış sırasında 4 m/s^2 ivmeyle hızlanabilmekte ve 80 m/s hıza eriştiğinde havalanabilmektedir. Fakat, pilot havalanmaktan vazgeçmek isterse 5 m/s^2 ivmeyle yavaşlayarak durabilmektedir. Bir pilot kalkış hızına ulaştığı anda uçuştan vazgeçiyor. Güven içinde durabilmesi için, uçak pistinin uzunluğu en az ne kadar olmalıdır?

[C: 1440 m.]

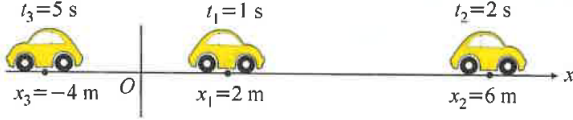
2.11 Bir trenin maksimum ivmesi 8 m/s^2 dir. Bu tren, aralarında 1800 m mesafe bulunan iki istasyon arasını en kısa sürede katetmek istiyor. Bu amaçla, yolun ilk yarısında hızlanıyor, ikinci yarısında yavaşlayıp istasyonda duruyor. Trenin ulaşabileceği en yüksek hızı ve yolu kaç saniyede aldığını hesaplayın.

[C: $v = 60 \text{ m/s}$ ve $t = 15 \text{ s.}$]

مسائل اضافية محلولة

Örnek 2.1

Hareketli bir cismin değişik t zamanlarındaki konumları şekilde x -ekseni üzerinde gösterilmiştir: (a) $\Delta x = x_2 - x_1$ ve $\Delta x = x_3 - x_2$ yerdeğiştirmelerini tayin edin, (b) $\Delta t = t_2 - t_1$ ve $\Delta t = t_3 - t_2$ zaman aralıklarındaki ortalama hızları bulun.



Çözüm

(a) Cismin değişik zamanlardaki konumları şekilden oku-

nursa,

$$[t_1, t_2] \text{ arası: } \Delta x = x_2 - x_1 = 6 - 2 = 4 \text{ m}$$

Cisim pozitif yönde 4 m yerdeğiştirmiştir.

$$[t_2, t_3] \text{ arası: } \Delta x = x_3 - x_2 = -4 - 6 = -10 \text{ m}$$

Cisim negatif yönde 10 m yerdeğiştirmiştir.

(b) Ortalama hız bu yerdeğiştirmelerin geçen zamana oranıdır:

$$[t_1, t_2] \text{ arası: } v_{\text{ort}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{2-1} = 4 \text{ m/s}$$

$$[t_2, t_3] \text{ arası: } v_{\text{ort}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-10}{5-2} = -3.3 \text{ m/s}$$

Örnek 2.2

Bir cismin konumu zaman içinde,

$$x = t^3 - 5t^2 + 8 \quad (\text{metre})$$

fonksiyonu olarak verilmiştir.

(a) Cismin $t = 1 \text{ s}$ ve $t = 5 \text{ s}$ anlarındaki konumlarını bulun,

(b) Cismin bu zaman aralığındaki ortalama hızını hesaplayın,

(c) Cismin $t = 1 \text{ s}$ ve $t = 5 \text{ s}$ anlarındaki hızlarını bulun,

(d) Cismin hızının sıfır olduğu konumları bulun.

Çözüm

(a) Verilen fonksiyonun $t = 1 \text{ s}$ ve $t = 5 \text{ s}$ anlarında aldığı x değerleri konumları verir:

$$t = 1 \text{ s için: } x(1) = 1^3 - 5 \times 1^2 + 8 = 4 \text{ m}$$

$$t = 5 \text{ s için: } x(5) = 5^3 - 5 \times 5^2 + 8 = 8 \text{ m}$$

$$(b) v_{\text{ort}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8 - 4}{5 - 1} = 1 \text{ m/s}$$

(c) Hızın genel ifadesi dx/dt türevidir:

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 10t$$

Bu ifadenin istenilen t anlarında aldığı değerler ani hız olur:

$$t = 1 \text{ anındaki hız: } v(1) = 3 \times 1^2 - 10 \times 1 = -7 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \text{ anındaki hız: } v(5) = 3 \times 5^2 - 10 \times 5 = 25 \text{ m/s}$$

(d) Hızın sıfır olduğu yerlerde $v(t) = 0$ olur:

$$v = 3t^2 - 10t = 0$$

Bu ifadenin kökleri olan $t = 0$ ve $t = 10/3$ anlarında hız sıfır olur. Bu t değerlerine karşılık gelen x konumları hesaplanır:

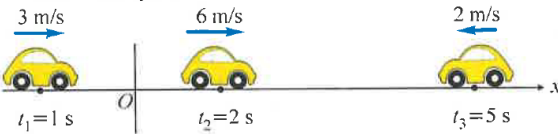
$$x(0) = 8 \text{ m ve } x(10/3) = -11 \text{ m}$$

Örnek 2.3

Hareketli bir cismin değişik t zamanlarındaki hızları şekilde x -ekseni üzerinde gösterilmiştir.

(a) $\Delta v = v_2 - v_1$ ve $\Delta v = v_3 - v_2$ hız farklarını tayin edin,

(b) $\Delta t = t_2 - t_1$ ve $\Delta t = t_3 - t_2$ zaman aralıklarındaki ortalama ivmeyi bulun.



Çözüm

(a) Cismin değişik zamanlardaki hızları şekilden okunursa,

$$[t_1, t_2] \text{ arası: } \Delta v = v_2 - v_1 = 6 - 3 = 3 \text{ m/s}$$

$$[t_2, t_3] \text{ arası: } \Delta v = v_3 - v_2 = -2 - 6 = -8 \text{ m/s}$$

(b) Ortalama ivme bu hız farklarının geçen zamana oranıdır:

$$[t_1, t_2] \text{ arası: } a_{\text{ort}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3}{2-1} = 3 \text{ m/s}^2$$

$$[t_2, t_3] \text{ arası: } a_{\text{ort}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8}{5-2} = -2.7 \text{ m/s}^2$$

Örnek 2.4

Bir cismin konumu zaman içinde,

$$x = t^3 - 5t^2 + 4 \quad (\text{metre})$$

fonksiyonu olarak verilmiştir.

(a) Hız ve ivme fonksiyonlarını türev yoluyla tayin edin,

(b) Cismin $t = 1 \text{ s}$ ve $t = 5 \text{ s}$ anlarındaki hızlarını bulun,

(c) Cismin bu zaman aralığındaki ortalama ivmesini hesaplayın,

(d) Cismin $t = 1 \text{ s}$ ve $t = 5 \text{ s}$ anlarındaki ivmelerini bulun,

(e) İvmenin sıfır olduğu anı bulun.

Çözüm

(a) x in 1. türevi v hızı, 2. türevi a ivmesi olur:

$$v = x' = 3t^2 - 10t$$

$$a = v' = 6t - 10$$

$$(b) t = 1 \text{ için } v = 3 \times 1^2 - 10 \times 1 = -7 \text{ m/s.}$$

$$t = 5 \text{ için } v = 3 \times 5^2 - 10 \times 5 = 25 \text{ m/s.}$$

(c) Bu hızlar ortalama ivme tanımında kullanılır:

$$a_{\text{ort}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25 - (-7)}{5 - 1} = 8 \text{ m/s}^2$$

(d) $t = 1$ ve 5 değerlerini ivme ifadesinde kullanırız:

$$a(1) = 6 \times 1 - 10 = -4 \text{ m/s}^2$$

$$a(5) = 6 \times 5 - 10 = 20 \text{ m/s}^2$$

(e) İvme ifadesini sıfır yapan zaman hesaplanır:

$$0 = 6t - 10 \rightarrow t = 1.7 \text{ s.}$$

Örnek 2.5

Durmakta olan bir araba sabit 2 m/s^2 ivme ile hızlanıyor.

- 3 s sonra hızı ve aldığı yol ne kadar olur?
- 10 m/s hıza kaç saniyede ulaşır?
- 64 m uzaklığa kaç saniyede ulaşır?

Çözüm

Cismin harekete başladığı yeri orijin seçersek $x_0 = 0$ olur. Durduğu yerden harekete başladığı için $v_0 = 0$ dir. İvme de $a = 2 \text{ m/s}^2$ verildiğine göre, (2.7) formülleri kullanılırsa,

$$v = v_0 + at = 0 + 2t = 2t$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}2t^2 = t^2$$

Bu denklemlerle her şıkla çözebiliriz:

(a) $t = 3 \text{ s}$ anındaki hız ve konum, bulduğumuz v ve x ifadelerinde $t = 3$ alınarak elde edilir:

$$v = 2 \times 3 = 6 \text{ m/s} \quad \text{ve} \quad x = (3)^2 = 9 \text{ m.}$$

(b) Hız ifademizde $v = 10 \text{ m/s}$ alınarak t zamanı bulunur:

$$10 = 2t \rightarrow t = 5 \text{ s.}$$

(c) Konum ifadesinde $x = 64 \text{ m}$ veren t değeri hesaplanır:

$$64 = t^2 \rightarrow t = 8 \text{ s.}$$

Örnek 2.6

72 km/saat hızla gitmekte olan bir otomobil frene basılarak yavaşlıyor ve 5 s içinde hızı 36 km/s ye düşürülüyor.

- Arabanın sabit ivmesi ne kadardır?
- Bu süre içinde ne kadar yol alır?
- Başlangıçtan itibaren, arabanın tamamen durması için geçen süre ne kadardır?

Çözüm

Önce km/saat olarak verilen ilk ve son hızları m/s birimine çevirmek gerekir:

$$v_0 = 72 \text{ km/saat} = 7200/3600 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

$$v = 36 \text{ km/saat} = 10 \text{ m/s}$$

(a) Bu iki hız arasında geçen $t = 5 \text{ s}$ zamanını kullanıp ivmeyi buluruz:

$$v = v_0 + at \rightarrow 10 = 20 + a \times 5 \rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

Araba pozitif yönde yavaşladığı için ivmesi negatif çıkar.

(b) Arabanın başlangıç konumunu orijin alırsak $x_0 = 0$ olur. Buna göre,

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 20 \times 5 + \frac{1}{2}(-2) \times 5^2 = 75 \text{ m.}$$

(c) Arabanın tamamen durması, son hızının $v = 0$ olması demektir. Bu değer kullanılırsa,

$$v = v_0 + at \rightarrow 0 = 20 - 2t \rightarrow t = 10 \text{ s}$$

Örnek 2.7

4 m/s hızla koşmakta olan bir yarışçı aniden hızlanmaya başlıyor ve 11 m yol sonunda 7 m/s hıza ulaşıyor.

- Yarışçının sabit ivmesi ne kadardır?
- Yarışçının hızlanması ne kadar sürmüştür?

Çözüm

(a) Yarışçının ivmelenmeye başladığı noktayı orijin alırsak

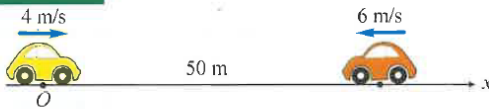
$x_0 = 0$ olur. İlk ve son hızlar verildiği için, zamansız hız formülünü kullanmak uygun olur. $x = 11 \text{ m}$ konumu ve hızlar yerine konursa,

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \rightarrow 7^2 - 4^2 = 2a \times 11 \rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

(b) t zamanı için hem v hem de x formülü kullanılabilir. Hız formülü daha çabuk sonuç verir:

$$v = v_0 + at \rightarrow 7 = 4 + 1.5t \rightarrow t = 2 \text{ s}$$

Örnek 2.9



Aralarındaki uzaklık 50 m olan iki noktadan 2 araba aynı anda birbirlerine doğru yola çıkıyorlar. 1. araba harekete 4 m/s hızla başlıyor ve 1 m/s^2 ivmeyle hızlanıyor. 2. araba karşı yönden 6 m/s hızıyla çıkıyor ve 3 m/s^2 ivmesiyle hızlanıyor.

- Bir koordinat sistemi seçerek, 1. ve 2. arabanın konumlarını ve hızlarını veren denklemleri yazın.
- Arabalar ne zaman karşılaşırlar?
- Karşılaştıkları yerin orijinden uzaklığı ne olur?
- Karşılaştıkları anda herbirinin hızı nedir?

Çözüm

Bu problem, her bir hareketli için ayrı bir koordinat sistemi seçilerek çözülebilir. O takdirde iki orijin ve iki pozitif yön gerekecektir. Oysa, bir önceki problemde izlediğimiz yolda, sadece bir koordinat sistemi seçip iki hareketi de aynı sistemde yazmak daha tutarlıdır.

(a) Orijini 1. arabanın başladığı yerde ve pozitif yönü 2. arabaya doğru seçelim. Buna göre, 1. arabanın hareket denklemlerini verilerden hemen yazabiliriz:

$$v_1 = v_{10} + a_1 t = 4 + 1 \times t$$

$$x_1 = x_{10} + v_{10} t + \frac{1}{2}a_1 t^2 = 0 + 4t + \frac{1}{2}t^2$$

2. araba 100 m öteden başlar ve hızı eksi yöndedir. Ayrıca, eksi yönde hızlandığı için ivmesi de negatiftir. O halde, 2. arabanın hareket denklemleri şöyle olur:

$$v_2 = v_{20} + a_2 t = -6 - 3t$$

$$x_2 = x_{20} + v_{20} t + \frac{1}{2}a_2 t^2 = 100 - 6t + \frac{1}{2}(-3)t^2$$

Bu denklemleri yazdıktan sonra problemin çözümü kolaylaşmış olur.

(b) Arabalar karşılaştıkları anda aynı konumda olurlar:

$$x_1 = x_2$$

Bu eşitlik, aynı mesafeyi katettikleri anlamına gelmez. İkisinin de orijinden aynı uzaklıkta olmaları koşuludur. O halde, bulduğumuz x_1, x_2 ifadelerini yerlerine koyarsak,

$$4t + \frac{1}{2}t^2 = 100 - 6t - \frac{3}{2}t^2$$

Buradan t için 2. derece bir denklem çıkar:

$$t^2 + 5t - 50 = 0$$

Bu denklemin kökleri -10 ve 5 olur. Negatif zaman anlamsız olduğundan, çözüm $t = 5 \text{ s}$ dir.

(c) Karşılaştıkları yerin konumu, x_1 veya x_2 ifadelerinden birinde $t = 5$ alınarak bulunur, çünkü ikisi de aynı konumdadırlar. x_1 kullanılırsa,

$$x_1 = 4 \times 5 + \frac{1}{2}(5)^2 = 32.5 \text{ m} = x_2.$$

(d) Yukarıda bulduğumuz v_1, v_2 ifadelerinde $t = 5$ değerini kullanırız:

$$v_1 = 4 + 5 = 9 \text{ m/s}$$

$$v_2 = -6 - 3 \times 5 = -21 \text{ m/s}$$