

Biçimsel Diller ve Otomata Teorisi

Hafta 13: Turing Makinesi

Plan

1. Turing Makinesi (TM) Örnek
2. TM Giriş
3. TM Yapısı
4. TM Bantının Özellikleri
5. TM Formal Gösterimi
6. TM Konfigürasyonu
7. JFLAP ile TM

Turing Makinesi Ornek

Diyelim ki $L = \{ w \# w \mid w \in \{0,1\}^* \}$ dilinin kelimelerini tanımak istiyoruz ve bize test etmek için çok uzun bir kelime verildi:

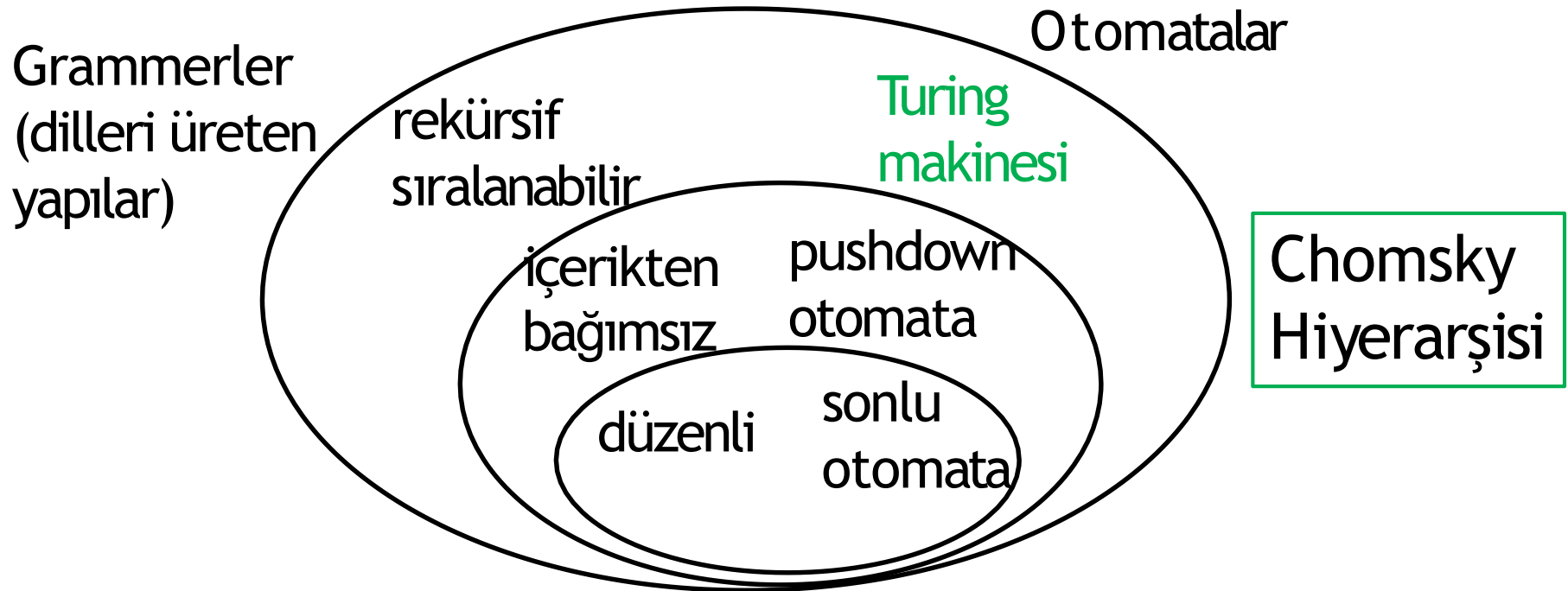
0100 ... 11#0100 ... 11

bu kelimenin L 'nin bir elemanı olup olmadığını anlamak için uygulayabileceğimiz bir yöntem $\#$ etrafında bir sağa bir sola giderek $\#$ 'nin sağında ve solunda aynı sembolün (0 yada 1) olup olmadığını test etmek ve aynı sembole denk gelirsek bunu x ile işaretlemektir.

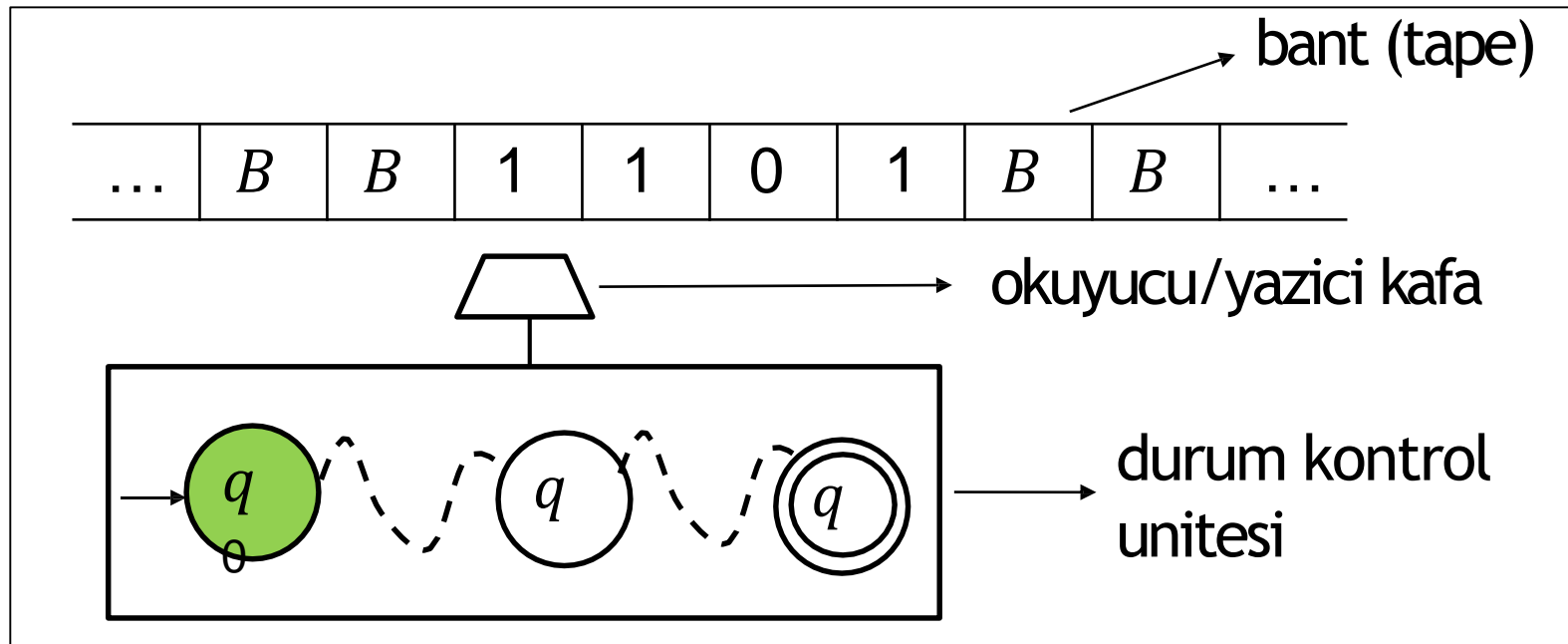
0	1	0	0	...	1	1	#	0	1	0	0	...	1	
$\xrightarrow{\quad}$	x	1	0	0	...	1	1	#	0	1	0	0	...	1
x	1	0	0	...	1	1	#	$\xleftarrow{\quad}$	x	1	0	0	...	1
x	$\xrightarrow{\quad}$	x	0	0	...	1	1	#	x	1	0	0	...	1
x	x	0	0	...	1	1	#	x	$\xleftarrow{\quad}$	x	0	0	...	1
x	x	x	x	...	x	x	#	x	x	x	x	...	x	

Turing Makinesi Giriş

Turing makinesi su ana kadar gordugumuz sonlu otomata ve ve pushdown otomatadan cok daha guclu bir makinedir. Onlari cozduklari problemlere ek olarak cok daha kompleks problemleri cozebilir, cok daha karmaşik dilleri tanıyabilir.



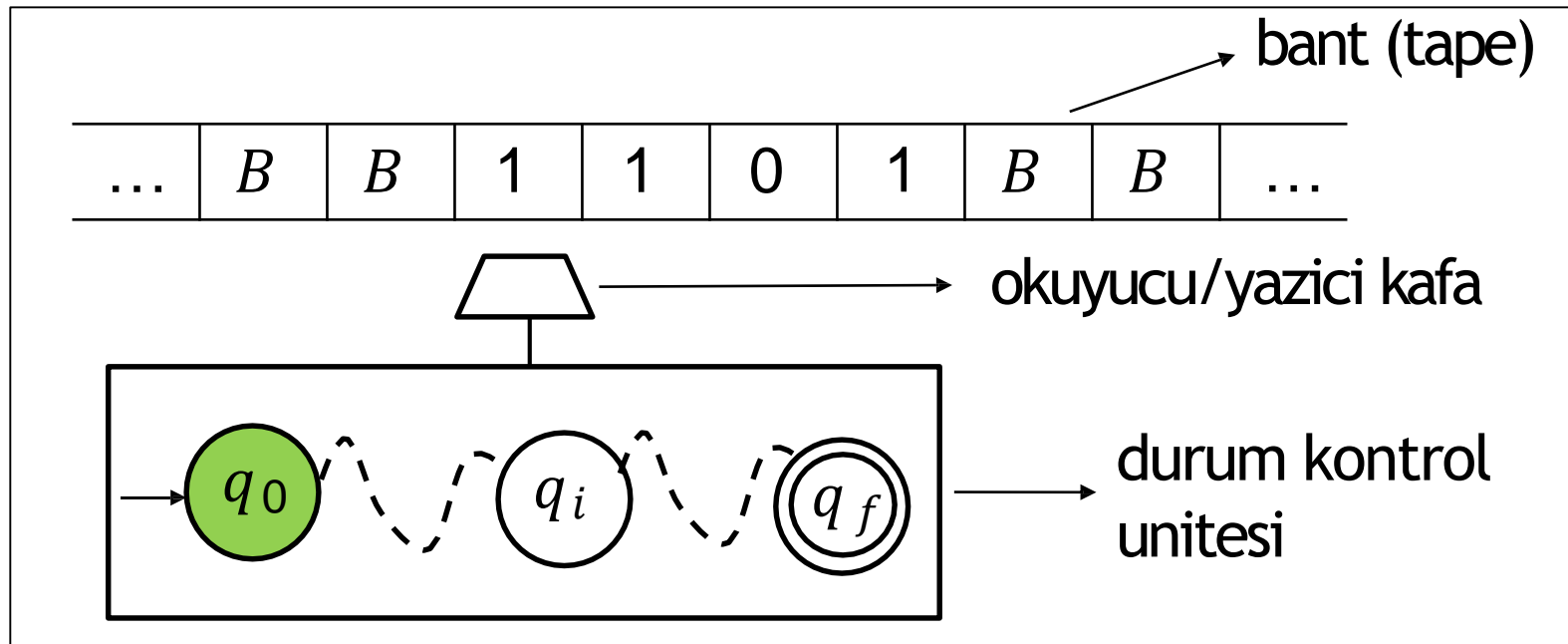
Turing Makinesi Yapısı



Bir Turing makinesi, bir bant (tape), bir okuyucu/yazici kafa (head) ve bir durum kontrol unitesinden oluşur.

Kafa sağa (ileriye) sola (geriye) hareket edebilir. Bantdan harf (sembol) okuyabilir, yada mevcut harfi silip yerine yeni bir harf yazabilir.

Turing Makinesi Yapısı



Durum kontrol unitesi daha onceden bildigimiz sonlu otomata yapisini icinde tutar. Banttan her bir harf okundugunda buradaki bir durum aktif olur. Kabul durumuna gelindiginde okunan kelime kabul edilir.

Bantin Ozellikleri

1. Bir Turing makinesinde kullanılan bantin sonsuz uzunlukta oldugu varsayilir. Boylece Turing makinesinin sonsuz bir hafizaya sahip oldugu dusunulur.
2. Bantin hucrelerden (cell) olustugu varsayilir.
3. Baslangic olarak, test edilecek kelime bantin ortasina her bir hucreye bir harf gelecek sekilde yazilir. Banttaki diger butun hucrelere 'B' ozel sembolu konur. Burada B boslugu (blank) temsil etmektedir.

(Bazi kaynaklarda B yerine, \diamond yada \square sembolleri kullaniliyor.)

4. Baslangic durumunda okuma-yazma basi test edilecek kelimenin en soldaki harfinde durur.
5. Bantta kullanılan alfabe (bantın üzerindeki semboller) kelimelerin alfabesinden (giris-input alfabesi) farklı olabilir.

Turing Makinesinin Bir Hareketi

Turing Makinesi bir defa hareket etmesiyle şu değişimler olur:

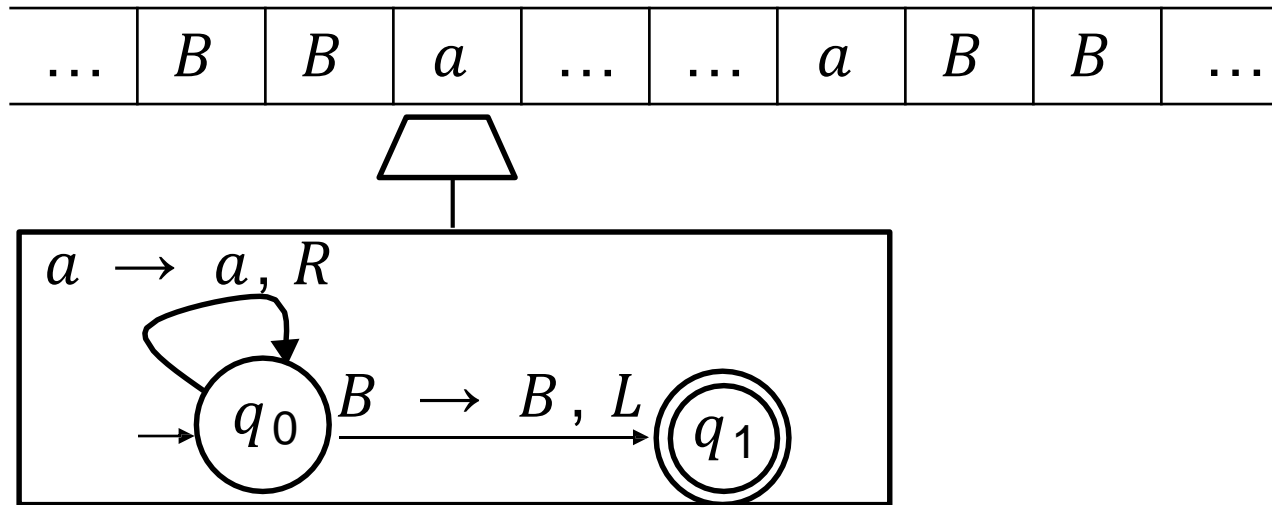
1. Durum değişebilir. (Q)
2. Banttaki okunan hücreye yeni bir harf yazılabilir. (Γ)
3. Okuma-yazma başı sağa yada sola hareket eder. (R, L)

Makinenin hareketi; durumun değişmesi, banta bir harf yazılması ve okuma-yazma başının hareket etmesinin bir ortak fonksiyonudur.

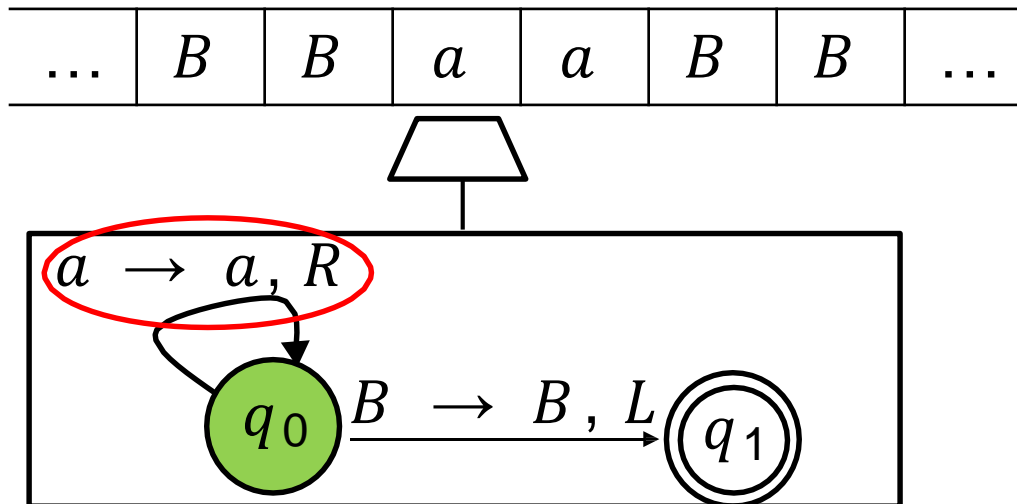
Bu üç değişim Turing makinesinin bir konfigurasyonunu oluşturur.

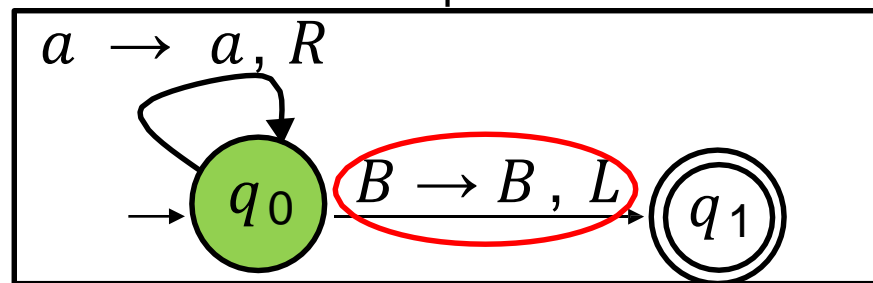
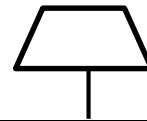
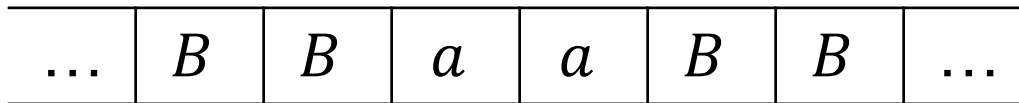
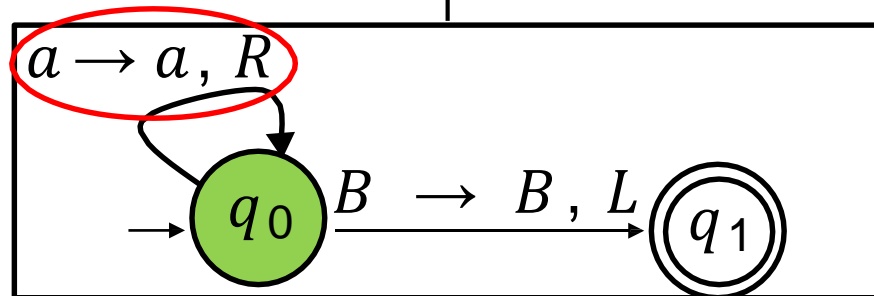
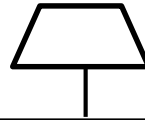
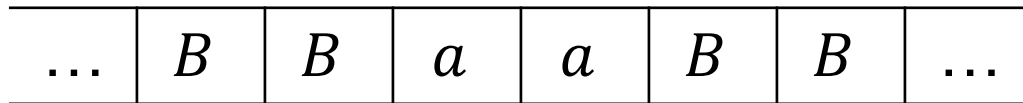
Makinenin her bir harekette bir duruma gitmesi, o ana kadar olanların neler olduğunun kaydının tutulması gibi düşünülebilir.

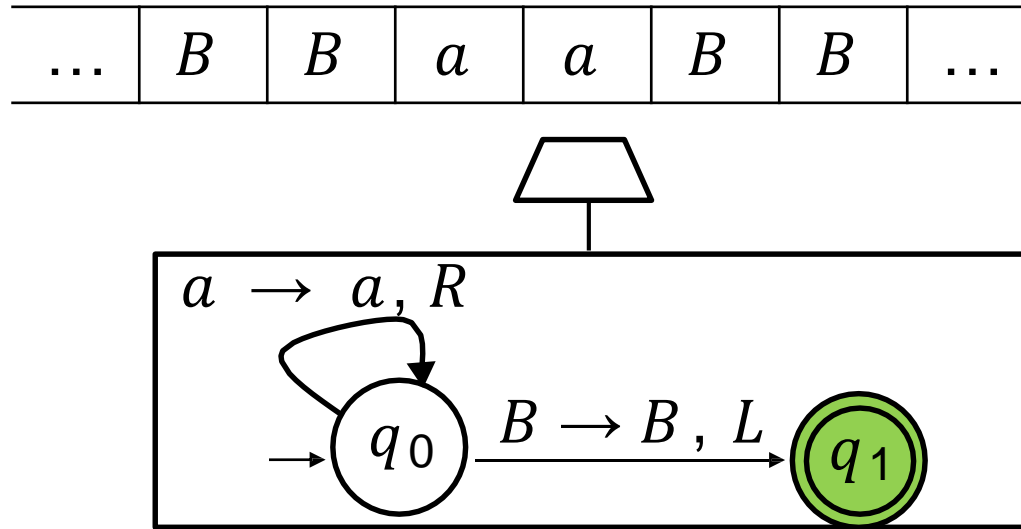
or. Asagidaki TM $L = \{ w \mid w \in a^* \}$ dilini tanir.



$w = a a$ kelimesini ele alalım.



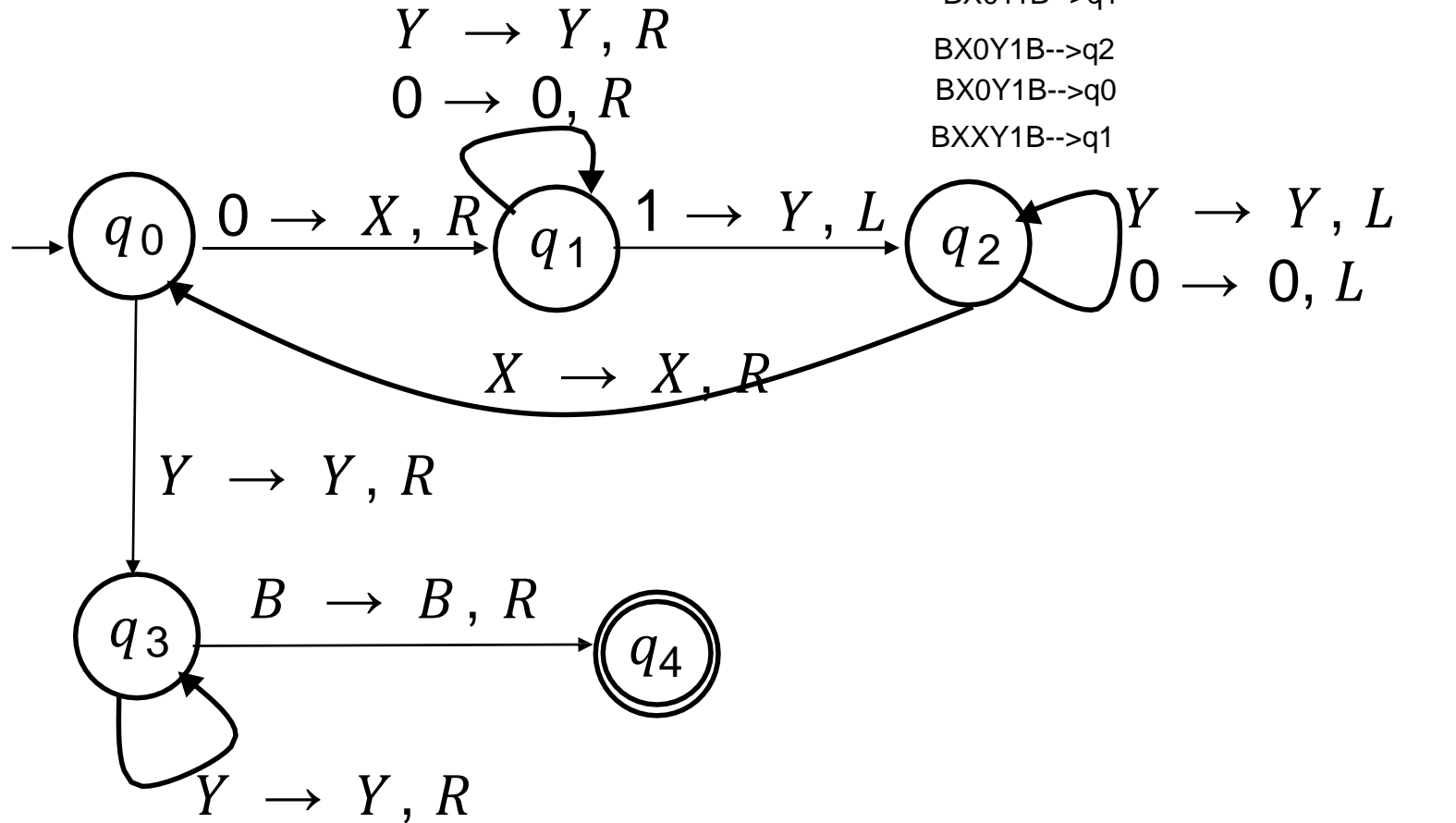




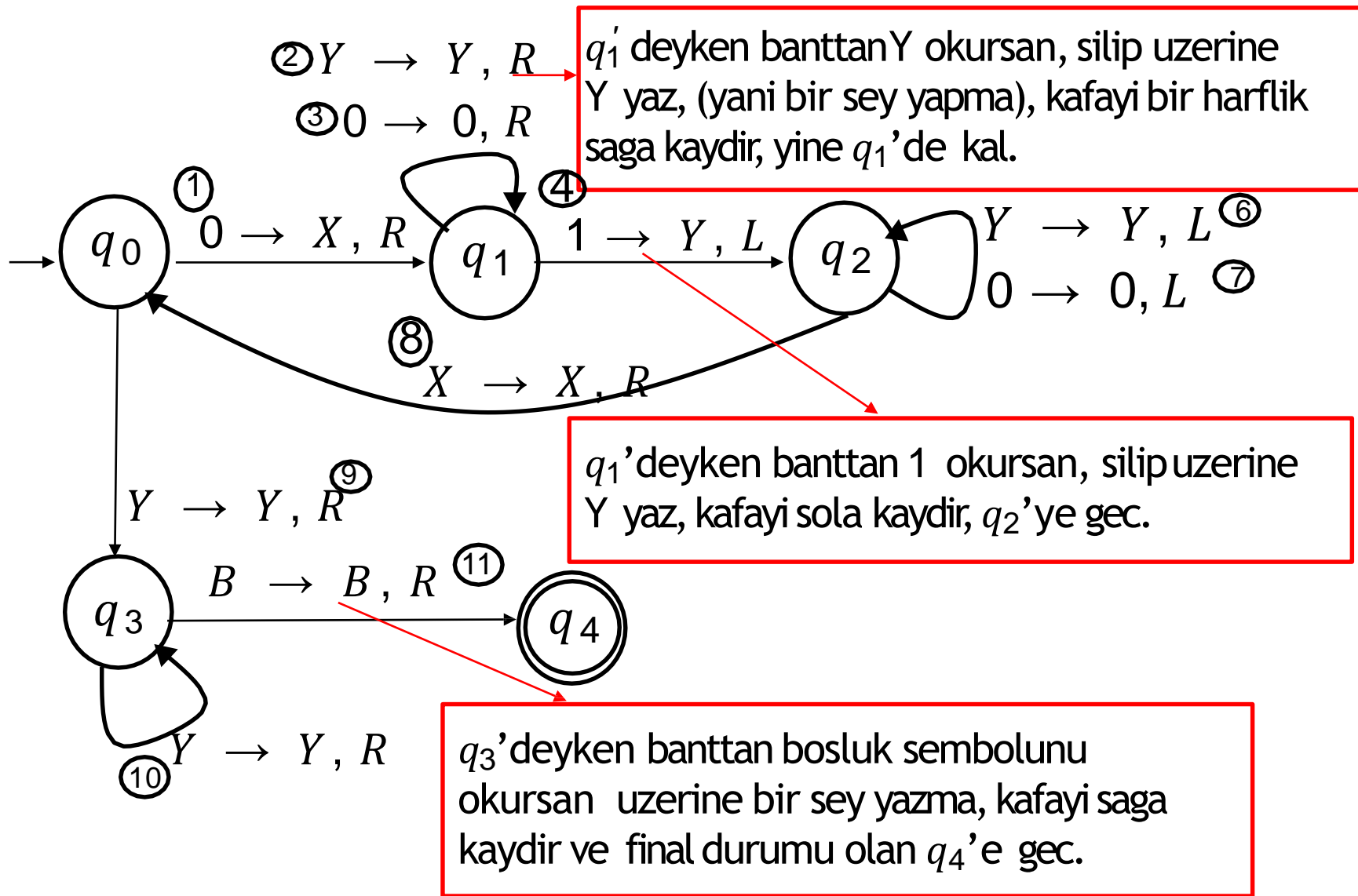
or. $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ dilini tanıyan bir TM inşa edelim.

Önceki haftalarda bu dilin düzenli olmadığını Pumping lemma yardımıyla görmüştük. Daha sonra bu dili tanıyan bir pushdown otomata inşa etmiştik. Chomsky hiyerarsinine göre bir pushdown otomata tarafından tanınan her dil, bir Turing makinesi tarafından da tanınacağından bu dil için bir TM vardır.

Bu dilinin kelimelerini tanımak için, kelimedede 0 gördüğümüz yere X, 1 gördüğümüz yere Y yazar, daha sonra bu X ve Y ler eşleşirse kelimeyi kabul ederiz.



$L = \{ 0^n 1^n \mid n \geq 1 \}$ dilini tanıyan TM



$L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ dilini taniyan TM

$w = 0^2 1^2$ kelimesini banta yazip okuyalım. Bant: ... $B 0 0 1 1 B$...

Banttan Okunan Harf	Aktif Durum	Isletilen Kural	Gosterim
	q_0		$\begin{array}{c} q_0 \\ \downarrow \\ \dots B 0 0 1 1 B \dots \end{array}$
0	q_1	1	$\begin{array}{c} q_1 \\ \downarrow \\ \dots B X 0 1 1 B \dots \end{array}$
0	q_1	3	$\begin{array}{c} q_1 \\ \downarrow \\ \dots B X 0 \bar{1} 1 B \dots \end{array}$
1	q_2	4	$\begin{array}{c} q_2 \\ \downarrow \\ \dots B X 0 Y 1 B \dots \end{array}$
0	q_2	7	$\begin{array}{c} q_2 \\ \downarrow \\ \dots B \bar{X} 0 Y 1 B \dots \end{array}$
X	q_0	8	$\begin{array}{c} q_0 \\ \downarrow \\ \dots B X 0 Y 1 B \dots \end{array}$
0	q_1	1	$\begin{array}{c} q_1 \\ \downarrow \\ \dots B X X Y 1 B \dots \end{array}$

$w = 0^2 1^2$ kelimesini banta yazip okuyalım. Bant: ... $B 0 0 1 1 B$...

Banttın Okunan Harf	Aktif Durum	Isletilen Kural	Gosterim
Y	q_1	2	$\begin{array}{c} q_1 \\ \downarrow \\ \dots B X X Y 1 B \dots \end{array}$
1	q_2	4	$\begin{array}{c} q_2 \\ \downarrow \\ \dots B X X \underline{Y} Y B \dots \end{array}$
Y	q_2	6	$\begin{array}{c} q_2 \\ \downarrow \\ \dots B X X Y \underline{Y} B \dots \end{array}$
X	q_0	8	$\begin{array}{c} q_0 \\ \downarrow \\ \dots B X X Y Y \underline{B} \dots \end{array}$
Y	q_3	9	$\begin{array}{c} q_3 \\ \downarrow \\ \dots B X X Y Y B \underline{Y} \dots \end{array}$
Y	q_3	10	$\begin{array}{c} q_3 \\ \downarrow \\ \dots B X X Y Y B \underline{Y} \dots \end{array}$
B	q_4	11	$\begin{array}{c} q_4 \\ \downarrow \\ \dots B X X Y Y B \underline{Y} \dots \end{array}$

Turing Makinesinin Formal Gosterimi

Bir TM'nin formal gosterimi bir 7-li sıradır: $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$.

- 1) Q tüm durumların kümesi
- 2) Σ dilin kelimelerinin üretildiği alfabe (giris-input) alfabetesi
- 3) Γ bantın üzerindeki harflerin (sembollerin) alfabetesi (bantın alfabetesi)

4) $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ geçiş fonksiyonu

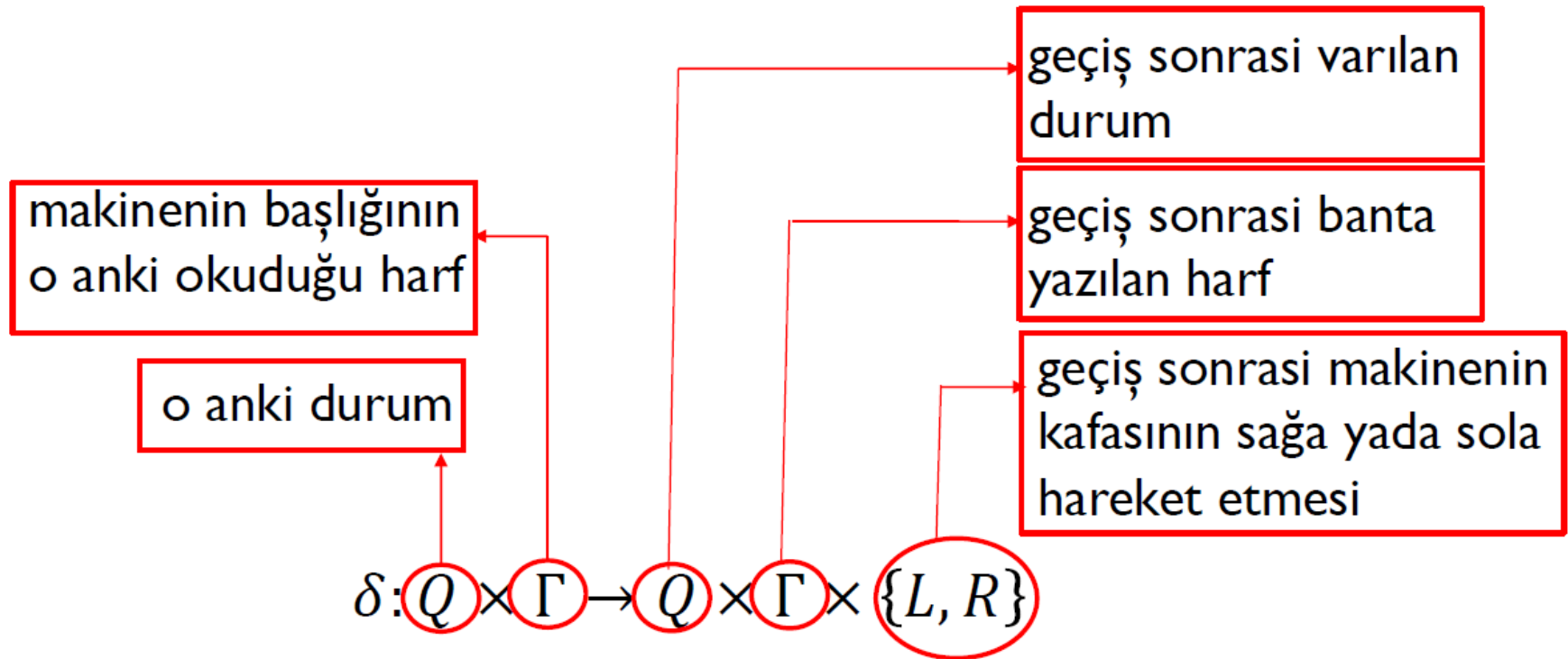
5) q_0 başlangıç durumu

6) B Bantın üzerindeki özel boşluk sembolü

7) F bitiş durumları kümesi

Not 1. Her zaman $B \in \Gamma$ ve $\Sigma \subseteq \Gamma$. Bantın alfabetesi Γ , yani bantın üzerine yazabileceklerimiz, her zaman kelimenin alfabetesini (Σ) içerir ve buna ek olarak B gibi özel semboller de içerir.

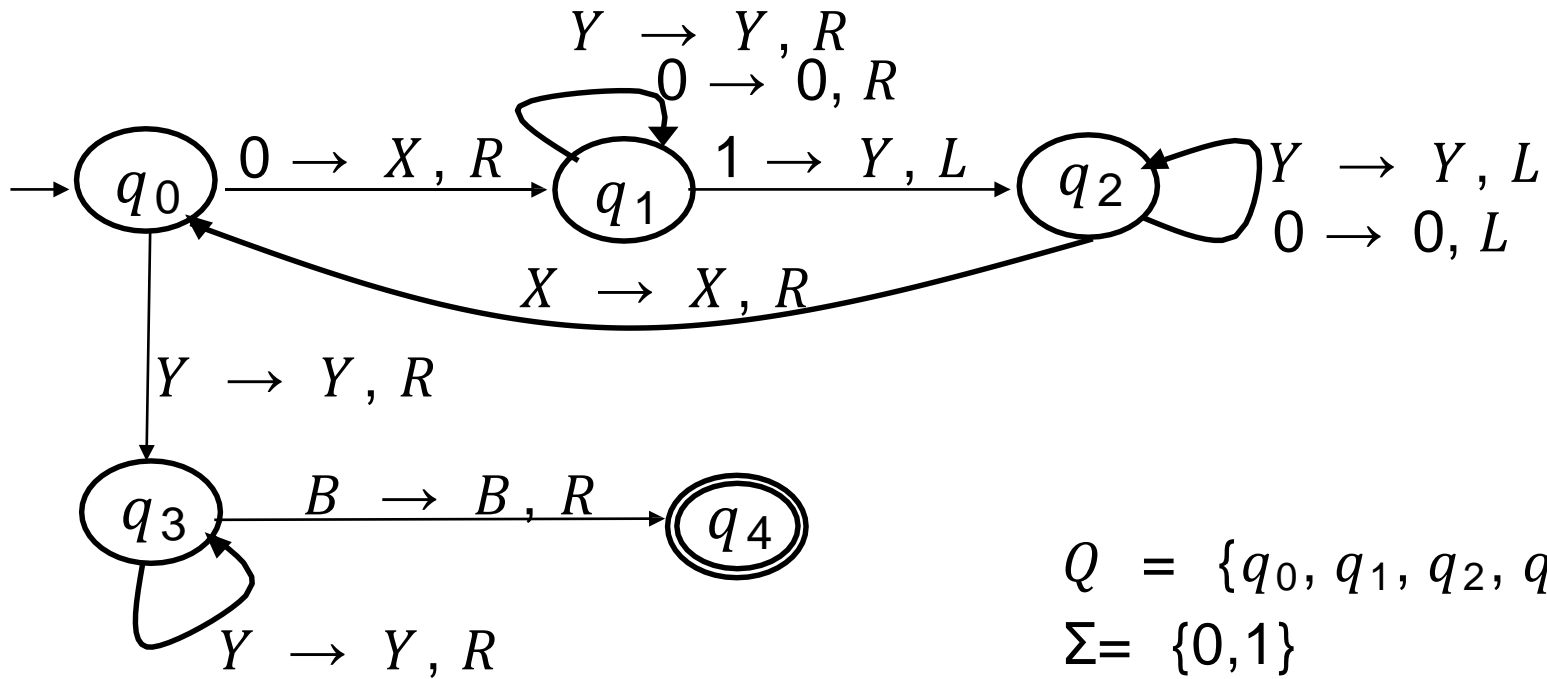
Turing Makinesinin Geçiş Fonksiyonu



ör. $\underbrace{(q_1, 1) \rightarrow (q_2, X, L)}_{\delta(q_1, 1) = (q_2, X, L)}$

ör. $\left. \begin{array}{l} \text{State } q_3 \text{ with a self-loop} \\ Y \rightarrow Y, R \end{array} \right\} \delta(q_3, Y) = (q_3, Y, R)$

ör



δ	0	1	X	Y	B
q_0	(q_1, X, R)	-	-	(q_3, Y, R)	-
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)	-	(q_1, Y, R)	-
q_2	$(q_2, 0, L)$	-	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	-
q_3	-	-	-	(q_3, Y, R)	(q_4, B, R)
q_4	-	-	-	-	-

$\Gamma = \{0, 1, X, Y, B\}$

$F = \{q_4\}$

Turing Makinesi Konfigürasyon

Konfigürasyon TM'nin anlık hareketidir. Turing makinesinin hareketini göstermenin bir diğer yolu konfigürasyondan faydalanmaktır.

- Konfigürasyonda bir hareketten diğerine geçiş \vdash ile gösterilir.
- O anki durum, makine başlığının banttan o anki okuduğu harfin hemen soluna yazılır.

ör. $\begin{array}{c} q_1 \\ \downarrow \\ \dots BXXY1B \dots \end{array}$ hareketi $\dots BXq_1XY1B \dots$ şeklinde yazılır.

ör. Bir önce gösterilen TM için $w = 0011$ kelimesini banta yazıp konfigürasyon yardımıyla okuyalım.

$Bq_00011B \vdash BXq_1011B \vdash BX0q_111B \vdash BXq_20Y1B \vdash Bq_2X0Y1B$

$\vdash BXq_00Y1B \vdash BXXq_1Y1B \vdash BXXYq_11B \vdash BXXq_2YYB \vdash BXq_2XYYB$

$\vdash BXXq_0YYB \vdash BXXYq_3YB \vdash BXXYYq_3B \vdash BXXYYBq_4$

JFLAP ile Turing Makinesi

Önceki haftalarda kullandığımız JFLAP ile bir Turing makinesi inşa edebiliriz.

JFLAP'ta bir durumdan bir duruma geçiş fonksiyonu $\square; \square \square$ formundadır. Burada ilk kutu, banttaki o anda okuduğumuz harfi, ikinci kutu okunan harfe karşılık üzerine yazılacak harfi ve son kutu okuma-yazma başının gideceği yönü gösterir.

Son kutu için R, L veya S seçeneklerinden birini seçebiliriz. Özel olarak S seçeneği stay (kal) anlamına gelir ve başın yazma sonucunda sağa yada sola hareket etmemesini, önceki pozisyonunda kalmasını temsil eder.