

مسائل اضافية محلولة

السقوط الحر

Örnek 2.10

Bir top 15 m/s hızla yerden yukarı doğru fırlatılıyor.

- (a) Bir koordinat sistemi seçerek topun hız ve konumunu veren hareket denklemlerini yazın.
 (b) $t = 1$ s sonraki konumu ve hızı ne kadardır?
 (c) Maksimum yüksekliğe kaç saniyede çıkar?
 (d) Maksimum yükseklik ne kadardır?
 (e) Yerden 10 m yükseklikten hangi zamanlarda geçer?
 (f) Atıldığından itibaren kaç saniye sonra yere düşer?

Çözüm

(a) $+y$ yönünü yukarı seçersek ivme $-g$ olacaktır. Topun atıldığı yeri orijin alırsak ($y_0 = 0$), $v_0 = 15$ m/s hızla pozitif yönde atılan topun hareket denklemleri şöyle olur:

$$v = v_0 - gt = 15 - 10t$$

$$y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 15t - 5t^2$$

(b) $t = 1$ s değerindeki hız ve konum doğrudan hesaplanabilir:

$$v = 15 - 10 \times 1 = 5 \text{ m/s}$$

$$y = 15 \times 1 - 5 \times 1^2 = 10 \text{ m}$$

(c) Maksimum yüksekliğin özelliği, orada hızın sıfır olmasıdır: $v = 0$. Bu koşulu kullanıp zamanı buluruz:

$$0 = 15 - 10t \rightarrow t = 1.5 \text{ s}$$

(d) y denkleminde $t = 1.5$ s zamanını kullanırsak maksimum yüksekliği buluruz:

$$y = 15 \times 1.5 - 5 \times 1.5^2 = 11.3 \text{ m}$$

(e) Topun çıkış zamanı iniş zamanına eşit olacağından, (c) şıkında bulduğumuz zamanın iki katını alırız. Fakat, bu özelliği bilmiyor olsaydık, yukardaki hareket denkleminin doğrudan bulabilirdik. Top ister yukarı yönelik, ister aşağı yönelik olsun, $y = 15t - 5t^2$ denkleminin hareketin her anında geçerlidir. Çünkü, eksenleri değiştirmedik için ivme her iki yönde de $-g$ dir. Özel olarak, top yer hizasında $y = 0$ olmalıdır. Bu koşulu kullanırsak,

$$0 = 15t - 5t^2 = t(15 - 5t) \rightarrow t = 0 \text{ ve } t = 3 \text{ s.}$$

Bulunan iki çözüm de geçerlidir. Bunlardan $t = 0$ olanı başlangıç anı ve $t = 3$ s olanı düşüş anıdır. Yani, her iki zamanda da top $y = 0$ yüksekliğindedir.

Örnek 2.11

Yerden 35 m yükseklikteki bir binanın çatısından bir taş yukarı yönde 30 m/s hızla fırlatılıyor.

- (a) Bir koordinat sistemi seçerek taşın hız ve konum denklemlerini yazın.
 (b) Maksimum yüksekliği ve çıkış zamanını hesaplayın.
 (c) Yere düşüncüye kadar kaç saniye geçer?
 (d) Yere hangi hızla çarpar?

Çözüm

(a) Yer hizasını orijin ve yukarı yönü pozitif alırsak, $y_0 = 35$ m ve $a = -g$ olur. Buna göre, hareket denklemleri şöyle ifade edilir:

$$v = v_0 + at = 30 - 10t$$

$$y = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 35 + 30t - 5t^2$$

Bu iki denklemle her soruya cevap verebiliriz.

(b) Maksimum yükseklikte $v = 0$ olur:

$$0 = 30 - 10t \rightarrow t = 3 \text{ m/s}$$

Bu t değeri y nin hesabında kullanılırsa,

$$y = 35 + 30 \times 3 - 5 \times 3^2 = 80 \text{ m}$$

Bu, orijinden yani yerden itibaren maksimum yüksekliktir. Atıldığı yerden yüksekliği bulmak istersek $y - y_0 = 80 - 35 = 45$ m olur.

(c) Taşın yere düşmesi $y = 0$ konumuna gelmesi demektir:

$$0 = 35 + 30t - 5t^2 = 0 \rightarrow t = -1 \text{ ve } 7 \text{ s}$$

Negatif çözüm alınmaz, aranan çözüm $t = 7$ s olur. Burada, taşın atıldığı andan itibaren aynı denklemin kullandığımıza dikkat edin. Aynı koordinat sisteminde kaldığımız için, hareketi yukarı-aşağı diye iki kısma ayırmadan, bir defada çözebilemekteyiz.

(d) Taşın yere değme hızı v denkleminde $t = 7$ alınarak bulunur:

$$v = 30 - 10t = 30 - 10 \times 7 = -40 \text{ m/s.}$$

Burada eksi işareti, hızın seçtiğimiz pozitif yöne ters, yani aşağıya yönelik olduğunu bildirir.

Örnek 2.12

Farklı zamanlar tekniği. Yerden 45 m yükseklikteki bir binanın çatısından 1 saniye aralıklarla su damlıyor.

Bir damla yere çarptığı anda, ikinci damlanın yerden yüksekliği ne kadardır?

Çözüm

Bu problemi bildiğimiz yoldan çözmeye kalkarsak, gereksiz yere uzun ve karmaşık olur. Oysa, her bir damlayı kendi kronometresiyle ayrı bir t zamanı cinsinden yazarsak çözüm basitleşir.

demektir. Bu değeri kullanıp t_1 zamanını buluruz:

$$45 = 5t_1^2 \rightarrow t_1 = 3 \text{ s}$$

Bu t_1 zamanı sonunda 2. damlanın aldığı yol:

$$y_2 = \frac{1}{2}g(t_1 - 1)^2 = 5 \times 2^2 = 20 \text{ m}$$

Orijini çatıda ve y yönünü aşağı doğru alalım. 1. damla yola çıktığında kronometreyi başlatıp ölçtüğümüz zamanı t_1 ile gösterelim. Buna göre, hareket denklemi şöyle olur:

$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

2. damla 1 saniye sonra yola çıktığında onun için de ayrı bir kronometrede t_2 zamanı başlatalım. Onun da hareketi $y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$ olacaktır.

Damlalar birer saniye aralıklarla yola çıktıkları için, her aşamada 2. kronometre birinciden 1 saniye daha eksik gösterecektir. Yani, iki zaman arasındaki bağıntı şöyle olur:

$$t_2 = t_1 - 1$$

O halde, y_2 koordinatının ifadesi $y_2 = \frac{1}{2}g(t_1 - 1)^2$ olur.

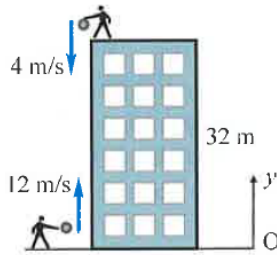
Şimdi, 1. damla yere vardığında $y_1 = 45 \text{ m}$ yol almış

İki yol arasındaki fark 2. damlanın ne kadar geride olduğunu verir:

$$y_1 - y_2 = 45 - 20 = 25 \text{ m.}$$

2. damla yerden 25 m yukardadır.

Örnek 2.13



Yerden bir top 12 m/s hızla yukarı doğru atıldığı anda, 32 m yükseklikteki bir binanın çatısından ikinci bir top 4 m/s hızla aşağı yönde fırlatılıyor.

- Aynı bir koordinat sistemi içinde kalarak, her iki topun hareket denklemlerini yazın.
- İki top ne zaman çarpışırlar?
- Hangi yükseklikte çarpışırlar?
- Çarpıştıkları anda herbirinin hızı ne kadardır?

Çözüm

Bu problemde yine iki cismin hareketini aynı bir koordinat sisteminde inceleyeceğiz.

- Orijini yerde ve pozitif yönü yukarı doğru seçersek, yerden atılan 1. topun ilk konumu $y_{10} = 0$ ve ilk hızı $v_{10} =$

12 m/s olur. Binaın tepesinden ve aşağı yönde atılan 2. top için bu değerler $y_{20} = 32 \text{ m}$ ve $v_{20} = -4 \text{ m/s}$ olur. Buna göre, her iki topun hareket denklemlerini yan yana yazalım:

| 1. top | 2. top |
|------------------------|------------------------|
| $v_1 = 12 - 10t$ | $v_2 = -4 - 10t$ |
| $y_1 = 0 + 12t - 5t^2$ | $y_2 = 32 - 4t - 5t^2$ |

- İki top çarpıştıkları anda, y konumları aynı olur:

$$y_1 = y_2$$

$$12t - 5t^2 = 32 - 4t - 5t^2$$

Bu denklemin çözümü, iki topun $t = 2 \text{ s}$ anında çarpıştıklarını bildirir.

- Bu t zamanını y_1 veya y_2 den birinde kullanırsak, çarpışma yüksekliğini buluruz:

$$y_1 = 12 \times 2 - 5 \times 2^2 = 4 \text{ m} = y_2$$

- Yine bu t zamanını hız formüllerinde kullanarak hızları buluruz:

$$v_1 = 12 - 10 \times 2 = -8 \text{ m/s}$$

$$v_2 = -4 - 10 \times 2 = -24 \text{ m/s}$$

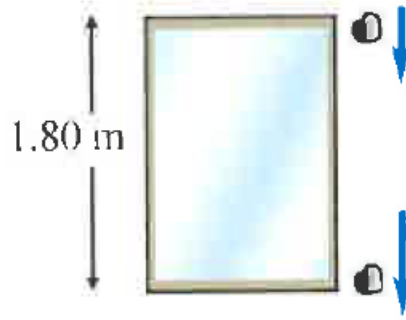
Çarpışma anında v_1 hızının negatif olduğuna dikkat edin. Yani, 1. top maksimum yüksekliğe çıkıp geri dönmüş ve aşağı yönde giderken çarpışma olmuştur.

مسائل اضافية غير محلولة

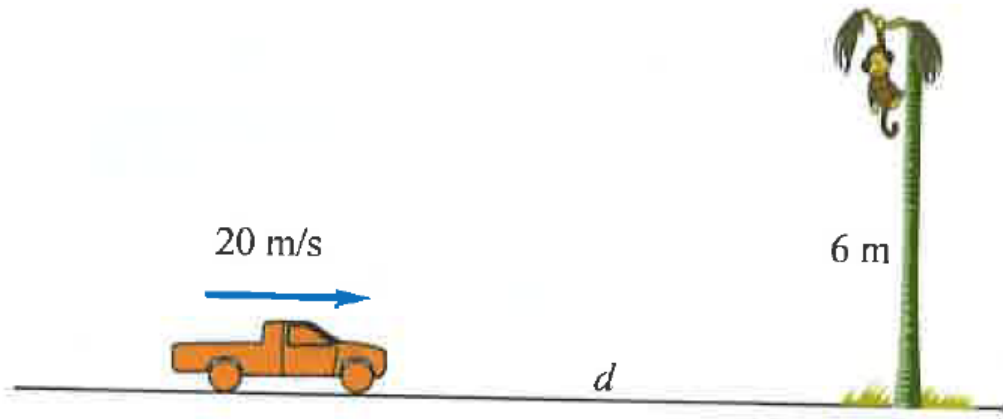
2.3 Serbest Düşme

2.15 Bir taş 105 m yükseklikteki bir binanın çatısından aşağı yönde 20 m/s hızla fırlatılıyor. (a) Yere kaç saniyede düşer? (b) Yere hangi hızla çarpar? [C: (a) 3 s, (b) 50 m/s.]

2.16 Bir kuyunun ağzından bırakılan taşın dipteki suya çarpma sesi 4.5 s sonra yukarda işitiliyor. Sesin havada yayılma hızı sabit 340 m/s olduğuna göre, kuyudaki suyun derinliğini hesaplayın. [C: 90 m.]

**Problem 2.17**

2.17 Bir binanın çatısından bir top bırakılıyor. Aşağı katlardan birinde, pencere önünde oturan bir adam topun kendi penceresinden 0.2 saniyede geçtiğini görüyor. Pencere yüksekliği 1.80 m dir. Taşın bırakıldığı çatı, adamın penceresinin üst kenarından ne kadar yüksektedir? (Yol gösterme: Veriler taşın pencerenin üst kenarındaki hızını bulmaya yeterlidir.) [C: 3.2 m.]

**Problem 2.18**

2.18 Yol kenarındaki bir ağaçta, yerden 6 m yüksekteki bir dalda oturan bir maymun, 20 m/s hızla gelmekte olan bir kamyonetin kasasına atlamak istiyor. Kamyonet hangi d uzaklığındayken, maymun kendini bırakmalıdır ki kasanın içine düşebilsin? [C: 22 m.]