# YMÜ 215 Mantık Devreleri

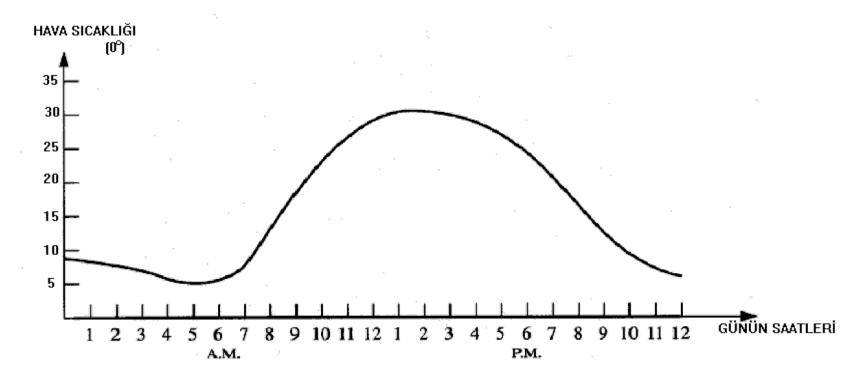
Dr. Feyza Altunbey Özbay

# İçerik

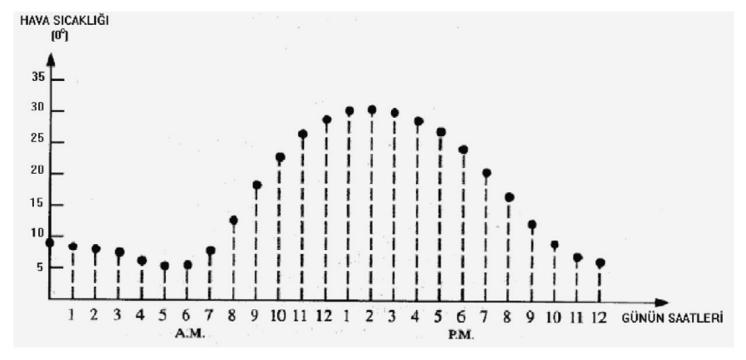
- Analog ve Sayısal Kavramlar
- Sayı Sistemleri
  - Onluk (Decimal)
  - İkili (Binary)
  - Sekizlik (Octal)
  - Onaltılık (Hexadecimal)
- Sayı Sistemlerinin Dönüşümleri

#### Analog Büyüklük ve Analog Sinyal

- Belirli aralıklarda sürekli değer alan büyüklükler analog büyüklük olarak ifade edilir.
- Analog büyüklüğü ifade etmek için kullanılan sinyal analog sinyal olarak ifade edilir.



- Sayısal Büyüklük ve Sayısal Sinyal
- Kesikli değer alan büyüklükler sayısal büyüklük olarak ifade edilir.
- Sayısal büyüklüğü ifade etmek için kullanılan sinyallere sayısal sinyal denir.



- Görme, işitme, tat alma, dokunma, koklama duyularımızın tümü analog algılama biçimlerine birer örnektir.
- Bir amfiden çıkıp hoparlöre giden elektriksel ses sinyali ve hoparlörden çıkıp kulaklarımıza ulaşan akustik ses sinyali analog sinyal formundadır.
- Analog büyüklüklere diğer örnekler, zaman, basınç, uzaklık ve sestir.

- Sayısal Analog Bilgi Karşılaştırma
- Sayısal bilgi, analog bilgiden daha etkin, daha güvenilir işlenebilir ve iletilebilir.
- Sayısal bilgi daha kolay kayıt altına alınır.
- Sayısal bilginin yorumlanması ve saklanması daha kolaydır.

# Sayı Sistemlerinin İncelenmesi

- Sayı sistemlerini incelerken göz önünde bulundurmamız gereken ilk kavram; sayı sistemlerinde kullanılan rakam, işaret, karakter veya harfleri ve bunların temsil ettikleri anlamları açıklamaktır.
- Sayı sistemlerinde kullanılan rakamın/harfin/karakterin, sayı içerisinde bulunduğu yere (basamağa) bağlı olarak temsil ettiği anlamı değişir. Anlam değişikliğini belirleyen unsur, bulunan basamağın sayı sistemine bağlı olarak taşıdığı kök/taban değeridir. Bu durumda sayı sistemine bağlı olarak değişen ikinci kavram; sayı sistemlerinde kullanılan taban değeridir.

# Sayı Sistemlerinin İncelenmesi

 Bir sayı sistemini 'S', sayı sisteminde kullanılan rakam/karakterleri 'd' ve kökü de 'R' ile gösterir ve genel olarak 'S' ile gösterilen sayı sistemini formülle ifade edersek;

$$S = d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + \dots + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0$$

eşitliği elde edilir. Formülde d<sub>n</sub>-d<sub>0</sub>; sayı değerlerini, R<sup>n</sup>-R<sup>0</sup> ise; köke bağlı olarak oluşan basamak değerlerini temsil eder.

• Kesirli kısmı bulunan sayıları ifade etmek için;

$$S = d_n R^n + d_{n\text{-}1} R^{n\text{-}1} + \dots + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0 \; , \; \; d_1 R^{\text{-}1} + d_2^{\text{-}2} + d_3 R^{\text{-}3} + \dots$$

# Sayı Sistemleri – Onluk (Decimal) Sayı Sistemleri

- Günlük hayatta kullandığımız sayı sistemi olup, sayıların yazımında on değişik rakam vardır ve bunlar sırasıyla 0-9'dur.
- Bu durumda  $d_n$ - $d_0$  sayı değerleri; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sayıları ile ifade edilir ve R; taban değeri olan 10 ile gösterilir. Bu durumda daha önce ifade edilen denklem;

$$D = d_n 10^n + d_{n-1} 10^{n-1} + \dots + d_2 10^2 + d_1 10^1 + d_0 10^0$$

# Sayı Sistemleri – Onluk (Decimal) Sayı Sistemleri

• 2013 sayısını inceleyelim:

$$2013 = 2 \times 10^{3} + 0 \times 10^{2} + 1 \times 10^{1} + 3 \times 10^{0}$$
$$2013 = 2 \times 1000 + 0 \times 100 + 1 \times 10 + 3 \times 1$$
$$2013 = 2000 + 0 + 10 + 3$$

• Görüldüğü üzere sayının her bir rakamı farklı bir değeri temsil etmektedir. Her bir rakam o basamağın ağırlığını gösterir.

# Sayı Sistemleri – Onluk (Decimal) Sayı Sistemleri

 Ondalıklı sayılar yazılırken, virgülün sağında kalan basamaklar 10 negatif katlarından oluşur.

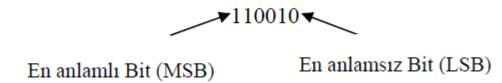
$$123,45 = 1 \times 10^{2} + 2 \times 10^{1} + 3 \times 10^{0} + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$
  
 $123,45 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1 + 4 \times 0,1 + 5 \times 0,01$   
 $123,45 = 100 + 20 + 3 + 0,4 + 0,05$ 

# Sayı Sistemleri – İkili (Binary) Sayı Sistemleri

- İkili sayı sistemleri bilgisayar gibi sayısal bilgi işleyen makinalarda kullanılmaktadır.
- Dijital sistemlerde kod dediğimiz ve bu iki durumun kombinasyonlarından oluşan diziler, sayıları, simgeleri, alfabetik karakterleri ve diğer bilgi türlerini göstermekte kullanılırlar.
- Bu iki durumlu sayı sistemine İKİLİK (BINARY) denir ve bu sistem 0 ve 1'den başka sayı içermez.

# Sayı Sistemleri – İkili (Binary) Sayı Sistemleri

- İkili sayı sisteminde sayılar (1010), biçiminde ifade edilir.
- İkili sayı sisteminde her bir basamak BİT(Bİnary DigiT), en sağdaki basamak en düşük değerli bit (Least Significant Bit LSB), en soldaki basamak ise en yüksek değerli bit (Most Significant Bit MSB) olarak ifade edilir.



• n bit içeren bir ikili sayı ile 0 ile 2<sup>n-1</sup> arasındaki sayılar gösterilebilir.



# Sayı Sistemleri – İkili (Binary) Sayı Sistemleri

ONLUK SAYI		İKİLİK	(SAY	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

• 4 bit ikilik sayıların onluk karşılıkları

### Sayı Sistemleri Dvm.

- Dijital elektronik ikili sayı sistemi üzerine kuruludur. İkili sayı sisteminde basamak değerleri küçük olduğundan büyük sayıları yazarken çok fazla basamağa ihtiyaç duyulur. Bununla beraber, ikili sayı sistemi bilgisayarlarda aşağıdaki amaçlar için kullanılmaktadır:
  - Gerçek sayısal değeri ifade etmek için,
  - Veri ile ilgili bellekteki adresi belirtmek için,
  - Komut kodu olarak,
  - Alfabetik ve sayısal olmayan karakterleri temsil etmek için bir kod olarak,
  - Bilgisayarda dahili ve harici olarak bulunan devrelerin durumlarını belirlemesi için bir sayı grubu olarak.
- Basamak sayısını azaltmak adına dijital elektronikte 8'li ve 16'lı sayı sistemleri de kullanılmaktadır.

# Sayı Sistemleri

### Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

- Sekizli sayı sisteminde 8 adet rakam kullanılır. Bunlar 0-7'dir.
- Sekizli sayı sistemindeki sayılar (125)<sub>8</sub> gibi ifade edilir.

83	8 <sup>2</sup>	8 <sup>1</sup>	80
1	5	4	7

• Örnek: 
$$X = (47.2)_8$$
  
 $X = 4x8^1 + 7x8^0 + 2x8^{-1} = 39.25$ 

# Sayı Sistemleri

### Onaltılık (Hexadecimal) Sayı Sistemi

- Taban değeri 15 olan ve 0-15 (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F) değerler alan sayı sistemidir. A rakamı 10, B rakamı 11, C rakamı 12, D rakamı 13, E rakamı 14, F rakamı 15'i temsil eder.
- Örnek:
- $H = (2A.C)_{16}$  $H = 2x16^{1} + 10x16^{0} + 12x16^{-1} = 42.75$

Onluk Sistemden İkili-Sekizli-Onaltılık Sisteme Dönüşüm

Onluk sayı hangi sayı sistemine dönüştürülecekse o sayıya sürekli bölme kuralı uygulanır.

Örnek: 155 onluk sayısını diğer sayı sistemlerine dönüştürelim.



### Onluk Sistemden İkili Sayı Sistemine;

Bölme işlemine bölüm 1 oluncaya kadar devam edilir.

Bölümden itibaren sonuç yazılır.

$$(155)_{10} = (10011011)_2$$

adar devam edilir. 
$$2\frac{1}{6} \frac{1}{2} = 123$$

$$12312 = 61$$

$$61/2 = 30$$

$$3012 = 15$$

$$15/2 = 7$$

$$312 = 10$$













0.20

(0.65)<sub>10</sub> sayısını ikilik sayı sistemine dönüştürelim.

#### Tam Kısım

$$(0.65)_{10} \cong (0.101)_2$$



• (41.6875)<sub>10</sub> sayısını ikilik sayı sistemine dönüştürelim.

Tam sayı ve kesirli kısmı bulunan bir sayıyı ikili sayıya çevirmek için, tam sayı ve kesir kısımları ayrı-ayrı dönüştürülür ve bulunan sayılar birleştirilir.

• Önce tam sayı kısmını çevirelim:

<u>İşlem</u>	<u>Bölüm</u>	Kala	<u>an</u>
41 / 2	20	1	<b></b>
20 / 2	10	0	
10 / 2	5	1	
5 / 2	2	0	
2/2	1	0	
1 —		- 1	

$$(41)_{10} = (100101)_2$$

• Daha sonra kesirli sayı kısmının çevirimini yapalım;

$$0.6875 * 2 = 1.3750$$
 1  
 $0.3750 * 2 = 0.7500$  0  
 $0.7500 * 2 = 1.5000$  1  
 $0.5000 * 2 = 1.0000$  1 (0.6875)<sub>10</sub> = (1011)<sub>2</sub>

• Sonuçta, iki sayıyı birleştirirsek;

$$(41.6875)_{10} = (100101.1011)_2$$

eşitliği bulunur.

#### Onluk Sistemden Sekizli Sayı Sistemine;

Bölüm 8'den küçük bir rakam oluncaya kadar bölme işlemi yapılır.



Bölümden itibaren sonuç yazılır.

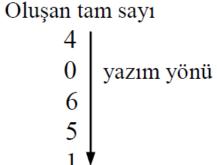
$$(155)_{10} = (233)_8$$

• (0.513)<sub>10</sub> sayısını sekizli sayı sistemine çevirelim.

Verilen sayı devamlı 8 ile çarpılarak oluşan tam sayılar yazılır.



```
0.513 	ext{ } 	ext{x } 8 = 4.104
0.104 	ext{ } 	ext{x } 8 = 0.832
0.832 	ext{ } 	ext{x } 8 = 6.656
0.656 	ext{ } 	ext{x } 8 = 5.248
0.248 	ext{ } 	ext{x } 8 = 1.984
```



### Sonuç olarak;

$$(0.513)_{10} \cong (0.40651)_8$$

eşitliği bulunur.

### Onluk Sistemden Onaltılık Sayı Sistemine;

Bölüm 16'dan küçük bir rakam oluncaya kadar bölme işlemi yapılır.

Bölümden itibaren sonuç yazılır. Kalan ifadesinde 11 yerine B rakamı yazılır

$$(155)_{10} = (9B)_{16}$$

• (0.975)<sub>10</sub> sayısını onaltılık sayı sistemine çevirelim.

Verilen sayı devamlı 16 ile çarpılıp, oluşan tam sayılar yazılır:

Kalan
$$0.975x16 = 15.600$$
 $0.600x16 = 9.600$ 
 $0.600x16 = 9.600$ 
 $0.600x16 = 9.600$ 

Skalan

15 → F

yazım
yönü

### Sonuç olarak;

$$(0.975)_{10} = (0.F99)_{16}$$

eşitliği bulunur.

• 
$$(214.375)_{10} = (?)_{16}$$

Tamsayı ve kesir kısmını ayrı yapacağımızı biliyoruz. Tam sayı kısmı;

$$(214)_{10} = (D6)_{16}$$

Kesir kısmı;

$$(0.375)_{10} = (?)_{16}$$

$$0.375 \times 16 = 6.0$$

olarak elde edilir. Bu durumda kesirli kısım için;

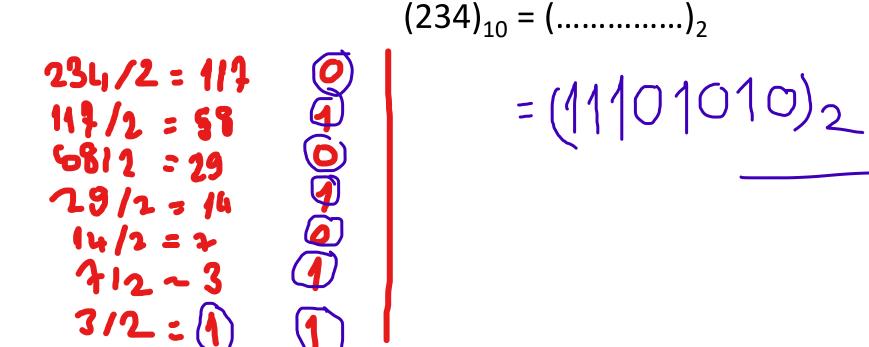
$$(0.375)_{10} = (0.6)_{16}$$

Sonuç olarak

$$(214.375)10 = (D6.6)_{16}$$

elde edilir.

Örnek: 234 onluk sayıyı binary sayı sistemine çeviriniz.



```
Örnek: (234)_{10} = (.....)_2
```

### Çözüm:

$$(234)_{10} = (11101010)_2$$

### • ÖRNEK:

234 onluk sayıyı sekizlik ve onaltılık sayı sistemine çeviriniz.

$$(234)_{10} = (\dots)_8$$

$$(234)_{10} = (\dots)_{16}$$

- Örnek:  $(234)_{10} = (....)_8$
- Çözüm:

- Örnek:  $(234)_{10} = (....)_{16}$
- Çözüm:

$$\frac{155}{16} / 16 = 14$$
 Kalan = 10  
 $(234)_{10} = (EA)_{16}$ 

### İkili Sayı Sisteminden Onluk Sayı Sistemine Dönüşüm

• Bir ikilik sayının onluk eşdeğeri, her basamaktaki bitin, o basamağın ağırlığıyla çarpılıp, sonra bütün çarpımların toplanmasıyla bulunur. En sağdaki bit en az önemli bit (*least significant bit - LSB*), en soldaki bit ise en önemli bit (*most significant bit - MSB*) olarak adlandırılır.

• (10111101)<sub>2</sub> sayısının onluk sistemdeki karşılığı

```
MSB LSB 2<sup>7</sup> 2<sup>6</sup> 2<sup>5</sup> 2<sup>4</sup> 2<sup>3</sup> 2<sup>2</sup> 2<sup>1</sup> 2<sup>0</sup> 1 1 1 1 0 1
```

```
(10111101)_2 = 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0

(10111101)_2 = 1 \times 128 + 0 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1

(10111101)_2 = 128 + 32 + 16 + 8 + 4 + 1

(10111101)_2 = (189)_{10}
```

• (100.01)<sub>2</sub> sayısını onluk sayı sistemine dönüştürelim.

$$100.01 = 1.2^{2} + 0.2^{1} + 0.2^{2}, 0.2^{-1} + 1.2^{-2}$$

$$= 1.4 + 0.2 + 0.1, 0.1/2 + 1.1/4$$

$$= 4 + 0 + 0, 0 + 1/4$$

$$= (4.25)_{10}$$

Bu durumda

$$(100.01)_2 = (4.25)_{10}$$

elde edilir.

### Sekizli Sayı Sisteminden Onluk Sayı Sistemine Dönüşüm

Sayı çözümleme kuralı uygulanır.

ÖRNEK: (1547)<sub>8</sub> sayısını onlu sayı sistemine dönüştürelim.

$$(1547)_8 = 1 \times 8^3 + 5 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0$$
  
 $(1547)_8 = 1 \times 512 + 5 \times 64 + 4 \times 8 + 7 \times 1$   
 $(1547)_8 = 512 + 320 + 32 + 7$   
 $(1547)_8 = (871)_{10}$ 

• 
$$(24.6)_8 = (?)_{10}$$
  
 $(24.6)_8 = 2x8^1 + 4x8^0 \cdot 6x8^{-1}$   
 $(24.6)_8 = 16 + 4.75 = 20.75$   
 $(24.6)_8 = (20.75)_{10}$ 

### Onaltılık Sayı Sisteminden Onluk Sayı Sistemine Dönüşüm

Sayı çözümleme kuralı uygulanır.

Örnek: (1A3)<sub>16</sub> sayısını onlu sayı sistemine dönüştürelim.

16 <sup>3</sup>	16 <sup>2</sup>	16¹	<b>16</b> <sup>0</sup>
	1	Α	3

$$(1A3)_{16} = 1 \times 16^{2} + 10 \times 16^{1} + 3 \times 16^{0}$$
  
 $(1A3)_{16} = 1 \times 256 + 10 \times 16 + 3 \times 1$   
 $(1A3)_{16} = 256 + 160 + 3$   
 $(1A3)_{16} = (419)_{10}$ 

ONLU	ONALTILI
10	Α
11	В
12	С
13	D
14	E
15	F

•  $(5D1.D9)_{16} = (?)_{10}$ 

5D1.D9 = 
$$5x16^2 + 13x16^1 + 1x16^0$$
.  $13x1/16 + 9x1/256$   
=  $1280 + 208 + 16$ .  $13/16 + 9/256$   
=  $(1504.8476)_{10}$ 

Sonuç olarak;

$$(5D1.D9)_{16} = (1504.8476)_{10}$$

• (11001100)<sub>2</sub> sayısını onlu sayı sistemine dönüştürelim.

$$(11001100)_2 = 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$
  
 $(11001100)_2 = 128 + 64 + 8 + 4$   
 $(11001100)_2 = (204)_{10}$ 

• (4327)<sub>8</sub> sayısını onlu sayı sistemine dönüştürelim.

$$(4327)_8 = 4 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 7 \times 8^0$$
  
 $(4327)_8 = 4 \times 512 + 3 \times 64 + 2 \times 8 + 7 \times 1$   
 $(4327)_8 = 2048 + 192 + 16 + 7$   
•  $(4327)_8 = (2263)_{10}$ 

• (25B)<sub>16</sub> sayısını onlu sayı sistemine dönüştürelim.

$$(25B)_{16} = 2 \times 16^{2} + 5 \times 16^{1} + 11 \times 16^{0}$$
  
 $(25B)_{16} = 512 + 80 + 11$   
 $(25B)_{16} = (603)_{10}$ 

#### İkili Sayı Sisteminden Onaltılık Sayı Sistemine Dönüşüm

2<sup>4</sup> = 16 olduğundan, ikili sayı en düşük değerlikli basamaktan itibaren X 4'lü gruplara ayrılır. Her 4'lü grup on altılı sayı sisteminde bir rakamı temsil eder.

(10011101), sayısını onaltılık sayı sistemine dönüştürelim.



	<b>2</b> <sup>3</sup>	<b>2</b> <sup>2</sup>	<b>2</b> <sup>1</sup>	<b>2</b> <sup>0</sup>	<b>2</b> <sup>3</sup>	<b>2</b> <sup>2</sup>	21	<b>2</b> <sup>0</sup>
	1	0	0	1	1	1	0	1
1								
9				D				

$$(10011101)_2 = (9D)_{16}$$

10 S.S.	2 S.S.	8 S.S.	16 S.S.
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	Α
11	1011	13	В
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

•  $(10110001101011.11110010)_2 = (?)_{16}$ 

```
0010 1100 0110 1011 . 1111 0010
2 C 6 B F 2
```

• Sonuç olarak

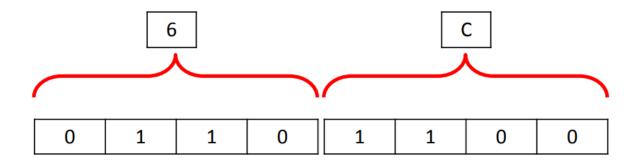
```
(10110001101011.111110010)_2 = (2C6B.F2)_{16}
```

#### Onaltılık Sayı Sisteminden İkili Sayı Sistemine Dönüşüm

Onaltılık sayının her bir rakamı 4 basamaklı olarak ikili sayı sisteminde

yazılır.

 $(6C)_{16}$  sayısını ikili sayı sistemine dönüştürelim.



10 S.S.	2 S.S.	8 S.S.	16 S.S.
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	Α
11	1011	13	В
12	1100	14	С
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

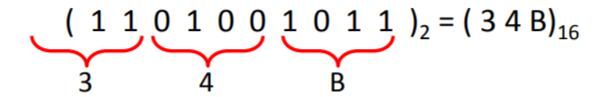
- $(E70F.CA)_{16} = (?)_2$
- Her bir basamaktaki sayının karşılığı olan ikili sayı 4 basamaklı olarak yazılırsa;

```
1110 0111 0000 1111 . 1100 1010
```

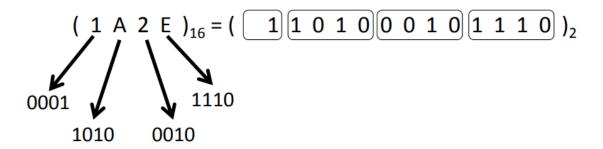
• Bu durumda

$$(E70F.CA)_{16} = (1110011100001111.11001010)_2$$

• (110100101)<sub>2</sub> sayısını onaltılık sayı sistemine dönüştürelim.



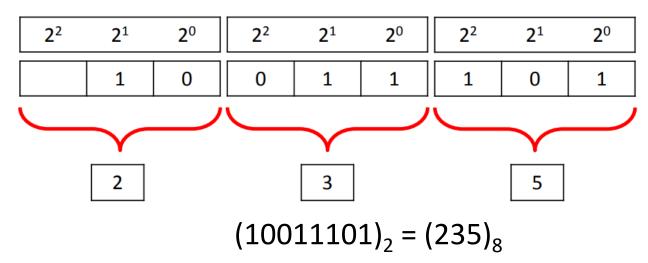
• (1A2E)<sub>16</sub> sayısını ikili sayı sistemine dönüştürelim.



#### İkili Sayı Sisteminden Sekizli Sayı Sistemine Dönüşüm

2<sup>3</sup> = 8 olduğu ikili sayı en düşük değerlikli basamaktan itibaren 3'lü gruplara ayrılır. Her 3'lü grup sekizli sayı sisteminde bir rakamı temsil eder.

(10011101)<sub>2</sub> sayısını sekizli sayı sistemine dönüştürelim.



10 S.S.			16 S.S.
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	Α
11	1011	13	В
12	1100	14	С
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

- $(1101101101.111100000110)_2 = (?)_8$
- Sayı (001 101 101 101.111 100 000 110) $_2$  seklinde gruplandırılıp, her grubun karşılığı olan ikili sayı yazılırsa;

```
1555.7406 = (1555.7406)_8
```

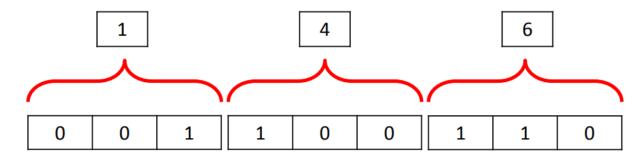
Sonuç olarak

 $(1101101101.111100000110)_2 = (1555.7406)_8$  elde edilir.

#### Sekizli Sayı Sisteminden İkili Sayı Sistemine Dönüşüm

Sekizli sayının her bir rakamı 3 basamaklı olarak ikili sayı sisteminde yazılır.

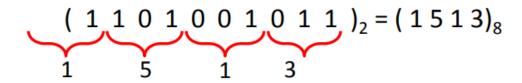
(146)<sub>8</sub> sayısını ikili sayı sistemine dönüştürelim.



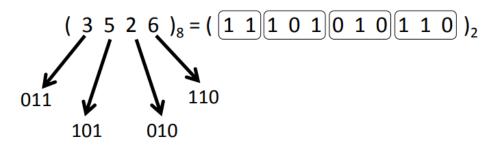
$$(146)_8 = (001100110)_2$$
  
 $(146)_8 = (1100110)_2$ 

10 S.S.	2 S.S.	8 S.S.	16 S.S.
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	Α
11	1011	13	В
12	1100	14	С
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

• (1101001011)<sub>2</sub> sayısını sekizli sayı sistemine dönüştürelim.



• (3526)<sub>8</sub> sayısını ikili sayı sistemine dönüştürelim.



- (673.124)<sub>8</sub>= (?)<sub>2</sub>
- Önce her bir sayının karşılığı olan ikili sayı 3 bit olarak yazılır:

Yazılan sayılar bir araya getirilirse;

$$(673.124)_8 = (1101111011.001010100)_2$$