Konular

- 1 Önermeler
 - Giriş
 - Birleşik Önermeler
 - Sağlıklı Formüller
 - Ustdil
- 2 Önerme Hesapları
 - Giriş
 - Mantık Yasaları
 - Akıl Yürütme

Mantiksal Gerektirme

Tanım

 $P \to Q$ bir totoloji ise P formülü Q formülünü mantıksal gerektirir:

 $P \Rightarrow Q$

Mantıksal Gerektirme Örneği

Tablo:
$$p \land (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

р	q	$p \rightarrow q$		$B \rightarrow q$
		(A)	(B)	
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

Akıl Yürütme

 doğruluğu varsayılan ya da tanıtlanmış bir önermeler kümesinden yola çıkarak bir önermenin doğruluğuna varma

gösterilim $\begin{array}{ccc} p_1 & & & & \\ p_2 & & & & \\ & \dots & & & p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q \\ & & & \underline{p_n} & & \\ & & & & \ddots q & & \end{array}$

Akıl Yürütme

 doğruluğu varsayılan ya da tanıtlanmış bir önermeler kümesinden yola çıkarak bir önermenin doğruluğuna varma

Özdeşlik (Identity - ID)

$$\frac{p}{\therefore p}$$

Çelişki (Contradiction - CTR)

Özdeşlik (Identity - ID)

$$\frac{\rho}{\therefore p}$$

Çelişki (Contradiction - CTR)



Koşul Ekleme (Implication Introduction - Impl)

$$\frac{p \vdash q}{\therefore \vdash p \to q}$$

- p doğru varsayıldığında q doğru olduğu gösterilebiliyorsa, p doğru varsayılmadan $p \rightarrow q$ doğrudur
- p bir geçici varsayım (PA provisional assumption)
- geçici varsayımlar sonradan kaldırılabilmeli

Koşul Ekleme (Implication Introduction - Impl)

$$\frac{p \vdash q}{\therefore \vdash p \to q}$$

- p doğru varsayıldığında q doğru olduğu gösterilebiliyorsa, p doğru varsayılmadan $p \rightarrow q$ doğrudur
- p bir geçici varsayım (PA provisional assumption)
- geçici varsayımlar sonradan kaldırılabilmeli

VE Ekleme (AND Introduction - AndI)

$$\frac{p}{q}$$

$$\therefore p \land q$$

VE Eleme (AND Elimination - AndE)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

VE Ekleme (AND Introduction - AndI)

$$\frac{p}{q}$$

$$\therefore p \land q$$

VE Eleme (AND Elimination - AndE)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

VEYA Ekleme (OR Introduction - Orl)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

VEYA Eleme (OR Elimination - OrE)

$$p \lor q$$

$$p \vdash r$$

$$q \vdash r$$

$$\vdots \vdash r$$

VEYA Ekleme (OR Introduction - Orl)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

VEYA Eleme (OR Elimination - OrE)

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
p \vdash r \\
q \vdash r \\
\hline
\vdots \vdash r
\end{array}$$

Modus Ponens (Implication Elimination - ImpE)

$$\frac{p}{\therefore q}$$

Modus Tollens (MT)

$$p \to q$$

$$\neg q$$

$$\vdots \neg p$$

Modus Ponens (Implication Elimination - ImpE)

$$\frac{p}{\therefore q}$$

Modus Tollens (MT)

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
\neg q \\
\hline
\vdots \neg p
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
\neg q \\
\hline
\vdots \neg p
\end{array}$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- 3 79 1
- $3. \quad \neg q \quad A$

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
\neg q \\
\hline
\vdots \neg p
\end{array}$$

1.
$$p \rightarrow q$$
 A

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{1}$$

3.
$$\neg q$$
 A

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
\neg q \\
\hline
\vdots \neg p
\end{array}$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- 3 7 /
- $3. \neg q A$

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
\neg q \\
\hline
\vdots \neg p
\end{array}$$

1.
$$p \rightarrow q$$

3.
$$\neg q$$
 A

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
 \neg q \\
\hline
 \therefore \neg p
\end{array}$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- 3. ¬a A
- 4. $\neg p$ ImpE : 2, 3

Modus Ponens Örneği

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazandı.
- O halde, Ali araba alacak.

Modus Ponens Örneği

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazandı.
- O halde, Ali araba alacak.

Modus Tollens Örneği

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba almadı.
- O halde, Ali piyangoyu kazanmadı.

Modus Tollens Örneği

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba almadı.
- O halde, Ali piyangoyu kazanmadı.

Yanılgılar

sonucu onaylama yanılgısı

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
\hline
q \\
\hline
\vdots p
\end{array}$$

$$(p \to q) \land q \to p \text{ bir totoloji değil:}$$

$$p = Y, q = D \text{ ise: } (Y \to D) \land D \to Y$$

Yanılgılar

sonucu onaylama yanılgısı

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
\hline
q \\
\hline
\vdots p
\end{array}$$

• $(p \rightarrow q) \land q \rightarrow p$ bir totoloji değil: p = Y, q = D ise: $(Y \rightarrow D) \land D \rightarrow Y$

Sonucu Onaylama Yanılgısı Örneği

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba aldı.
- O halde, Ali piyangoyu kazandı.

Sonucu Onaylama Yanılgısı Örneği

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba aldı.
- O halde, Ali piyangoyu kazandı.

Yanılgılar

öncülü yadsıma yanılgısı

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
\neg p \\
\hline
\vdots \neg q
\end{array}$$

$$(p \to q) \land \neg p \to \neg q \text{ bir totoloji değil:}$$

$$p = Y, q = D \text{ ise: } (Y \to D) \land D \to Y$$

Yanılgılar

öncülü yadsıma yanılgısı

$$\begin{array}{c}
p \to q \\
 \hline
 \neg p \\
\hline
 \vdots \neg q
\end{array}$$

• $(p \rightarrow q) \land \neg p \rightarrow \neg q$ bir totoloji değil: p = Y, q = D ise: $(Y \rightarrow D) \land D \rightarrow Y$

Öncülü Yadsıma Yanılgısı Örneği

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazanmadı.
- O halde, Ali araba almayacak.

Öncülü Yadsıma Yanılgısı Örneği

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazanmadı.
- O halde, Ali araba almayacak.

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p \\
\hline
\vdots q
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p \\
\hline
\vdots q
\end{array}$$

```
1. p \lor q A
```

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p \\
\hline
\vdots q
\end{array}$$

```
p \vee q
2. ¬p
```

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p
\end{array}$$

$$\therefore q$$

```
p \vee q
2.
        \neg p
3. p \rightarrow Y
```

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p
\end{array}$$

$$\therefore q$$

```
p \vee q
  2.
         \neg p
  3. p \rightarrow Y
4a1.
                 PA
          p
```

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p \\
\hline
\vdots q
\end{array}$$

```
p \lor q
  2.
       \neg p
 3. p \rightarrow Y
4a1.
              PA
        p
4a2.
       Y
             ImpE: 3,4a1
```

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p
\end{array}$$

$$\therefore q$$

```
p \vee q
  2.
       \neg p
 3. p \rightarrow Y
4a1.
             PA
       p
4a2.
       Y
             ImpE: 3,4a1
4a.
             CTR: 4a2
        q
```

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p
\end{array}$$

$$\therefore q$$

```
1. p \lor q A
 2. ¬p
 3. p \rightarrow Y
4a1.
           PA
      p
4a2.
      Y
           ImpE: 3,4a1
           CTR: 4a2
4a.
      q
4b1.
           PA
      q
```

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p
\end{array}$$

$$\therefore q$$

```
1. p \lor q A
 2. ¬p
 3. p \rightarrow Y
4a1. p
          PA
4a2. Y
           ImpE: 3,4a1
           CTR: 4a2
4a.
      q
4b1.
      q
           PA
4b.
      q
           ID : 4b1
```

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p
\end{array}$$

$$\therefore q$$

```
1. p \lor q A
 2. ¬p
 3. p \rightarrow Y
4a1.
            PA
       p
4a2.
       Y
            ImpE: 3,4a1
 4a.
            CTR: 4a2
       q
4b1.
       q
            PA
4b.
            ID: 4b1
       q
            OrE: 1, 4a, 4b
 5.
       q
```

Ayırıcı Kıyas Örneği

- Ali'nin cüzdanı cebinde veya masasında.
- Ali'nin cüzdanı cebinde değil.
- O halde, Ali'nin cüzdanı masasında.

Ayırıcı Kıyas Örneği

- Ali'nin cüzdanı cebinde veya masasında.
- Ali'nin cüzdanı cebinde değil.
- O halde, Ali'nin cüzdanı masasında.

$$\frac{p \to q}{q \to r}$$
$$\therefore p \to r$$

- 1. p PA
- 2. $p \rightarrow q$ A
- 3. q ImpE: 2,1
- 4. $q \rightarrow r$ A
- 5. r | ImpE : 4,3
- 6. $p \rightarrow r$ Impl: 1, 5

$$\frac{p \to q}{q \to r}$$
$$\therefore p \to r$$

- .. p PA
- 2. $p \rightarrow q$ A
- 3. q | ImpE : 2, 1
- 4. $q \rightarrow r$
- 5. r ImpE: 4,3
- 6. $p \rightarrow r$ Impl: 1, 5

$$\frac{p \to q}{q \to r}$$
$$\therefore p \to r$$

- 1. p PA
- 2. $p \rightarrow q$ A
- 3. q | ImpE : 2, 1
- 4. $q \rightarrow r$ A
- 5. r | ImpE : 4,3
- 6. $p \rightarrow r$ Impl: 1, 5

$$\frac{p \to q}{q \to r}$$
$$\therefore p \to r$$

- 1. p PA
- 2. $p \rightarrow q$ A
- 3. *q ImpE* : 2,1
- 4. $q \rightarrow r$
- 5. r *ImpE*: 4,3
- 6. $p \rightarrow r$ Impl: 1, 5

$$\frac{p \to q}{q \to r}$$
$$\therefore p \to r$$

- 1. p PA
- 2. $p \rightarrow q$ A
- 3. q | ImpE : 2, 1
- 4. $q \rightarrow r$ A
- 5. r *ImpE*: 4,3
- 6. $p \rightarrow r$ Impl: 1, 5

$$\frac{p \to q}{q \to r}$$
$$\therefore p \to r$$

- 1. p PA
- 2. $p \rightarrow q$ A
- 3. q | ImpE : 2, 1
- 4. $q \rightarrow r$ A
- 5. r ImpE : 4,3
- 6. $p \rightarrow r$ Impl: 1, 5

$$\frac{p \to q}{q \to r}$$
$$\therefore p \to r$$

- 1. p PA
- 2. $p \rightarrow q$ A
- 3. q | ImpE : 2, 1
- 4. $q \rightarrow r$ A
- 5. r ImpE : 4,3
- $6. \quad \textit{p} \rightarrow \textit{r} \quad \textit{Impl} : 1,5$

Örnek (Uzay Yolu)

Spock - Yarbay Decker:

Şu anda düşman gemisine saldırmak intihar olur. İntihara teşebbüs eden biri Atılgan'ın komutanlığını yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir. O halde, sizi görevden almak zorundayım.

Örnek (Uzay Yolu)

- p: Decker düşman gemisine saldırır.
- q: Decker intihara teşebbüs eder.
- r: Decker Atılgan'ın komutanlığını yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir.
- s: Spock Decker'ı görevden alır.

$$\begin{array}{c}
p \\
p \to q \\
q \to r \\
r \to s
\end{array}$$

$$\therefore s$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- $2. \quad q \to r \quad A$
- 3. $p \rightarrow r$ HS: 1, 2
- 4. $r \rightarrow s$ A
- 5. $p \rightarrow s$ HS: 3, 4
- 6. *p* A
- 7. s ImpE: 5, 0

$$\begin{array}{c}
p \\
p \to q \\
q \to r \\
r \to s
\end{array}$$

$$\therefore s$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- 2. $q \rightarrow r$ A
- 3. $p \rightarrow r$ HS: 1, 2
- $4. \quad r \to s \quad A$
- 5. $p \rightarrow s$ HS: 3, 4
- 6. p A
- 7. *s ImpE* : 5, 6

$$\begin{array}{c}
p \\
p \to q \\
q \to r \\
r \to s
\end{array}$$

$$\therefore s$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- $2. \quad q \to r \quad A$
- 3. $p \to r + HS : 1, 2$
- $4. \quad r \to s \quad A$
- 5. $p \rightarrow s$ *HS* : 3, 4
- 6. p A
- 7. s ImpE: 5,

$$egin{array}{c} p \ p
ightarrow q \ q
ightarrow r \ r
ightarrow s \ \hline dots
ightarrow s \ \end{array}$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- 2. $q \rightarrow r A$
- 3. $p \rightarrow r$ HS: 1, 2
- 4. $r \rightarrow s$ A
- 5. $p \rightarrow s$ HS: 3, 4
- 6. *p* A
- 7. s | ImpE : 5, 6

$$\begin{array}{c}
p \\
p \to q \\
q \to r \\
r \to s
\end{array}$$

$$\therefore s$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- 2. $q \rightarrow r$ A
- 3. $p \rightarrow r$ HS: 1, 2
- 4. $r \rightarrow s$ A
- 5. $p \rightarrow s$ *HS*: 3, 4
- 6. p A
- 7. s ImpE: 5, 6

$$\begin{array}{c}
p \\
p \to q \\
q \to r \\
r \to s
\end{array}$$

$$\therefore s$$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- 2. $q \rightarrow r$ A
- 3. $p \rightarrow r$ HS: 1, 2
- 4. $r \rightarrow s$ A
- 5. $p \rightarrow s$ HS: 3, 4
- 6. *p* A
- 7. s ImpE: 5, 6

$$\begin{array}{c}
p \\
p \to q \\
q \to r \\
r \to s
\end{array}$$

$$\therefore s$$

- 1. $p \rightarrow q$ A 2. $q \rightarrow r$ A 3. $p \rightarrow r$ HS: 1, 2 4. $r \rightarrow s$ A
- 5. $p \rightarrow s$ HS: 3, 4
- 6. *p* A

$$p$$
 $p o q$
 $q o r$
 $r o s$
 $\therefore s$

- 1. $p \rightarrow q$ A
- 2. $q \rightarrow r$ A
- 3. $p \rightarrow r$ HS: 1, 2
- 4. $r \rightarrow s$ A
- 5. $p \rightarrow s$ *HS* : 3, 4
- 6. *p A*
- 7. *s ImpE* : 5, 6

Örnek

$$p \rightarrow r$$

$$r \rightarrow s$$

$$x \lor \neg s$$

$$u \lor \neg x$$

$$\neg u$$

∴ ¬*p*

- 1. $u \lor \neg x A$
- $2. \quad \neg u \quad A$
- $3. \quad \neg x \quad DS: 1, 2$
- $1. \quad x \vee \neg s \quad A$
- 5. $\neg s$ DS:4

- 6. $r \rightarrow s$ A
- 7. $\neg r MT : 6,5$
- 8. $p \rightarrow r$ A
- 9. $\neg p$ MT:8,

Örnek

$$p \rightarrow r$$
 $r \rightarrow s$

$$x \lor \neg s$$

 $u \lor \neg x$

$$\neg u$$

∴. ¬*p*

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u A*
- 3. $\neg x$ *DS*: 1, 2
- $4. \quad x \vee \neg s \quad A$
- 5. ¬*s DS*

- 6. $r \rightarrow s$ A
- 7. $\neg r MT : 6, 5$
- 8. $p \rightarrow r$ A
- 9. $\neg p$ MT:8,

$$p \rightarrow r$$
$$r \rightarrow s$$
$$x \lor \neg s$$

$$u \lor \neg x$$

 $\neg u$

$$\frac{\neg u}{\therefore \neg p} \qquad \qquad 4$$

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u A*

$$p \rightarrow r$$

$$r \rightarrow s$$

$$x \lor \neg s$$

$$x \vee \neg s$$

 $u \vee \neg x$

$$\neg u$$
 $\therefore \neg p$

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u A*
- 3. $\neg x$ *DS*: 1,2 8. $p \rightarrow r$ *A*

$$p \rightarrow r$$
 $r \rightarrow s$
 $x \lor \neg s$

$$u \vee \neg x$$

 $\neg u$

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u A*
- 3. $\neg x$ *DS*: 1,2 8. $p \rightarrow r$ *A*
- 4. $x \lor \neg s$ A

$$p \rightarrow r$$

$$r \rightarrow s$$

$$x \lor \neg s$$

$$u \lor \neg x$$

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u A*
- 3. $\neg x$ *DS*: 1,2 8. $p \rightarrow r$ *A*
- 4. $x \lor \neg s$ A
- 5. $\neg s$ *DS*: 4, 3

$$p \rightarrow r$$
 $r \rightarrow s$

$$x \vee \neg s$$
$$u \vee \neg x$$

$$\frac{\neg u}{\therefore \neg p}$$

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u A*
- 3. $\neg x$ *DS*: 1,2 8. $p \rightarrow r$ *A*
- 4. $x \lor \neg s$ A
- 5. $\neg s$ *DS*: 4, 3

- 6. $r \rightarrow s$ A

$$p \to r$$
$$r \to s$$
$$x \lor \neg s$$

$$u \vee \neg x$$
 $\neg u$

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u A*
- 4. $x \lor \neg s A$
- 5. $\neg s$ *DS*: 4,3

- 6. $r \rightarrow s$ A
- 7. $\neg r$ MT: 6, 5
- 3. $\neg x$ *DS*: 1,2 8. $p \rightarrow r$ *A*
 - 9. $\neg p$ MT:

$$p \to r$$
$$r \to s$$
$$x \lor \neg s$$

$$u \vee \neg x$$

$$\frac{\neg u}{\therefore \neg p}$$

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u A*
- 4. $x \lor \neg s$ A
- 5. $\neg s$ *DS*: 4,3

- 6. $r \rightarrow s$ A
- 7. $\neg r$ MT: 6, 5
- 3. $\neg x$ DS: 1, 2 8. $p \rightarrow r$ A
 - 9. $\neg p$ MT:8

$$p \rightarrow r$$
 $r \rightarrow s$
 $x \lor \neg s$

$$x \vee \neg s$$

 $u \vee \neg x$

$$\frac{\neg u}{\therefore \neg p}$$

- 1. $u \lor \neg x A$
- 2. ¬*u* A
- 4. $x \lor \neg s$ A
- T. X V 13 A
- 5. $\neg s$ *DS*: 4, 3

- 6. $r \rightarrow s$ A
- 7. $\neg r MT : 6,5$
- 3. $\neg x$ DS: 1, 2 8. $p \rightarrow r$ A
 - 9. $\neg p = MT : 8,7$

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

5.
$$\neg (r \land s)$$
 DM: 4

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

1.
$$r \rightarrow x$$
 A 6. $(\neg p \lor \neg q) \rightarrow (r \land s)$ A
2. $\neg x$ A 7. $\neg (\neg p \lor \neg q)$ MT: 6, 5
3. $\neg r$ MT: 1, 2 8. $p \land q$ DM: 7
4. $\neg r \lor \neg s$ Orl: 3 9. p And E: 8
5. $\neg (r \land s)$ DM: 4

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

1.
$$r \to x$$
 A 6. $(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$ A
2. $\neg x$ A 7. $\neg (\neg p \lor \neg q)$ MT: 6,5
3. $\neg r$ MT: 1,2 8. $p \land q$ DM: 7
4. $\neg r \lor \neg s$ Orl: 3 9. p AndE: 8

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

1.
$$r \to x$$
 A 6. $(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$ A
2. $\neg x$ A 7. $\neg (\neg p \lor \neg q)$ MT: 6,5
3. $\neg r$ MT: 1,2 8. $p \land q$ DM: 7
4. $\neg r \lor \neg s$ Orl: 3 9. $p \land AndE$: 8

5.
$$\neg (r \land s)$$
 DM:

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

1.
$$r \to x$$
 A 6. $(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$ A
2. $\neg x$ A 7. $\neg (\neg p \lor \neg q)$ MT: 6, 9
3. $\neg r$ MT: 1, 2 8. $p \land q$ DM: 7

4.
$$\neg r \lor \neg s$$
 Orl: 3 9. p AndE: 8

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

1.
$$r \rightarrow x \quad A$$

1.
$$r \to x$$
 A 6. $(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$ A

3.
$$\neg r$$
 $MT: 1,2$ 8. $p \land q$ $DM: 7$

4.
$$\neg r \lor \neg s$$
 Orl : 3

5.
$$\neg (r \land s)$$
 DM: 4

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

1.
$$r \rightarrow x$$
 A 6. $(\neg p \lor \neg q) \rightarrow (r \land s)$ A
2. $\neg x$ A 7. $\neg (\neg p \lor \neg q)$ MT: 6, 5
3. $\neg r$ MT: 1, 2 8. $p \land q$ DM: 7

4.
$$\neg r \lor \neg s$$
 Orl : 3 9. p And 5. $\neg (r \land s)$ DM : 4

Örnek

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

6. $(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$ A

1.
$$r \rightarrow x$$
 A
2. $\neg x$ A

3.
$$\neg r$$
 $MT: 1,2$ 8. $p \land q$ $DM: 7$

4.
$$\neg r \lor \neg s$$
 Orl: 3
5. $\neg (r \land s)$ *DM*: 4

7.
$$\neg(\neg p \lor \neg q)$$
 $MT: 6, 5$
1, 2 8. $p \land q$ $DM: 7$

$$p \wedge q$$

$$\wedge q$$

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

1.
$$r \rightarrow x$$
 A
2. $\neg x$ A

$$\neg r$$
 MT :

4.
$$\neg r \lor \neg s$$
 Orl: 3
5. $\neg (r \land s)$ *DM*: 4

6.
$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s) A$$

2.
$$\neg x$$
 A 7. $\neg (\neg p \lor \neg q)$ *MT*: 6, 5
3. $\neg r$ *MT*: 1, 2 8. $p \land q$ *DM*: 7

$$(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$$

$$r \to x$$

$$\neg x$$

$$\therefore p$$

1.
$$r \to x$$
 A 6. $(\neg p \lor \neg q) \to (r \land s)$ A
2. $\neg x$ A 7. $\neg (\neg p \lor \neg q)$ $MT : 6, 5$
3. $\neg r$ $MT : 1, 2$ 8. $p \land q$ $DM : 7$
4. $\neg r \lor \neg s$ $Orl : 3$ 9. p $AndE : 8$

5.
$$\neg (r \land s)$$
 DM: 4

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
1. q \rightarrow \neg p A
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
1. q \rightarrow \neg p A
2. p A
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
q \rightarrow \neg p A
2. p A
3. \neg q MT : 1, 2
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
q \rightarrow \neg p A
2.
  p A
3. \neg q MT : 1, 2
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
1. q \rightarrow \neg p A
2.
  p A
3.
      \neg q MT:1,2
4. s A
5. s \rightarrow \neg r A
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
1. q \rightarrow \neg p A
2.
3.
      \neg q MT:1,2
4. s A
5. s \rightarrow \neg r A
6. \neg r ImpE: 5, 4
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\vdots Y
\end{array}$$

```
1. q \rightarrow \neg p A
2. p A
3. \neg q MT : 1, 2
4. s A
5. s \rightarrow \neg r A
6. \neg r ImpE : 5, 4
7. p \rightarrow (q \lor r) A
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
1. q \rightarrow \neg p A
2. p A
3. \neg q MT : 1, 2
4. s A
5. s \rightarrow \neg r A
6. \neg r ImpE : 5, 4
7. p \rightarrow (q \lor r) A
8. q \lor r ImpE: 7, 2
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
1. q \rightarrow \neg p A
2. p A
3. \neg q MT : 1, 2
5. s \rightarrow \neg r A
6. \neg r ImpE : 5, 4
7. p \rightarrow (q \lor r) A
8. q \lor r ImpE : 7, 2
9. q DS: 8, 6
```

$$\begin{array}{c}
p \to (q \lor r) \\
s \to \neg r \\
q \to \neg p \\
p \\
s \\
\hline
\therefore Y
\end{array}$$

```
1. q \rightarrow \neg p A
 2. p A
3. \neg q MT : 1, 2
5. s \rightarrow \neg r A
 6. \neg r ImpE : 5, 4
7. p \rightarrow (q \lor r) A
8. q \lor r ImpE: 7, 2
 9. q DS: 8, 6
10. q \land \neg q : Y \quad AndI : 9,3
```

Örnek

Eğer yağmur yağması olasılığı varsa veya saç bandını bulamazsa, Filiz çimleri biçmez. Hava sıcaklığı 20 dereceden fazlaysa yağmur yağma olasılığı yoktur. Bugün hava sıcaklığı 22 derece ve Filiz saç bandını takmış. O halde, Filiz çimleri biçecek.

- p: Yağmur yağabilir.
- q: Filiz'in saç bandı kayıp.
- r: Filiz çimleri biçer.
- s: Hava sıcaklığı 20 dereceden fazla.

$$\begin{array}{c}
(p \lor q) \to \neg r \\
s \to \neg p \\
s \land \neg q
\end{array}$$

$$\therefore r$$

$$\begin{array}{c}
(p \lor q) \to \neg r \\
s \to \neg p \\
s \land \neg q
\end{array}$$

$$\therefore r$$

```
1. s \wedge \neg q A
```

$$\begin{array}{c}
(p \lor q) \to \neg r \\
s \to \neg p \\
s \land \neg q
\end{array}$$

$$\therefore r$$

```
1.
  s \wedge \neg q \qquad A
2. s AndE:1
```

$$(p \lor q) \to \neg r$$

$$s \to \neg p$$

$$s \land \neg q$$

$$\therefore r$$

```
1.
    s \wedge \neg q \qquad A
2. s AndE:1
3. s \rightarrow \neg p A
```

$$(p \lor q) \to \neg r$$

$$s \to \neg p$$

$$s \land \neg q$$

$$\therefore r$$

```
s \wedge \neg q \qquad A
2. s AndE:1
3. s \rightarrow \neg p A
4. \neg p ImpE : 3, 2
```

$$\begin{array}{c}
(p \lor q) \to \neg r \\
s \to \neg p \\
s \land \neg q
\end{array}$$

$$\therefore r$$

$$\begin{array}{c}
(p \lor q) \to \neg r \\
s \to \neg p \\
s \land \neg q
\end{array}$$

$$\therefore r$$

```
s \wedge \neg q \qquad A
2. s And E:1
3. s \rightarrow \neg p A
4. \neg p ImpE : 3, 2
5. \neg q And E: 1
6. \neg p \land \neg q AndI: 4, 5
```

$$\begin{array}{c}
(p \lor q) \to \neg r \\
s \to \neg p \\
s \land \neg q
\end{array}$$

$$\therefore r$$

```
1. s \wedge \neg q A
2. s And E:1
3. s \rightarrow \neg p A
4. \neg p ImpE : 3, 2
5. \neg q And E: 1
6. \neg p \land \neg q AndI: 4, 5
7. \neg (p \lor q) DM: 6
```

$$(p \lor q) \to \neg r$$

$$s \to \neg p$$

$$s \land \neg q$$

$$\therefore r$$

```
1. s \wedge \neg q A
2. s AndE : 1
3. s \rightarrow \neg p A
4. \neg p ImpE : 3, 2
5. \neg q And E: 1
6. \neg p \land \neg q Andl : 4, 5
7. \neg (p \lor q) DM: 6
8. (p \lor q) \rightarrow \neg r A
```

$$\begin{array}{c}
(p \lor q) \to \neg r \\
s \to \neg p \\
s \land \neg q
\end{array}$$

$$\therefore r$$

```
1. s \wedge \neg q A
2. s AndE : 1
3. s \rightarrow \neg p A
4. \neg p ImpE : 3, 2
5. \neg q And E: 1
6. \neg p \land \neg q Andl : 4, 5
7. \neg (p \lor q) DM: 6
8. (p \lor q) \rightarrow \neg r A
    ? 7,8
9.
```