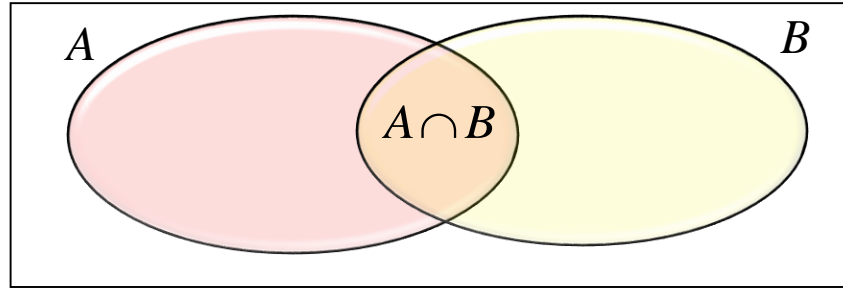




İstatistiğe Dayalı Yöntemler

- Verilerin önceden belirlenen sınıflara göre ayrılması, aslında gelecekte elde edilecek sonuçların tahmini yani sınıfların tahminidir.
- Regresyon, zaman serileri analizi ve Bayes sınıflandırma yaklaşımı gibi istatistiksel yöntemler kullanılarak bu sınıflandırma işlemleri gerçekleştirilebilir.

- Olasılık ifadesinin birçok kullanım şekli vardır. Rasgele bir A olayının herhangi bir olaydan bağımsız olarak gerçekleşme ihtimalini ifade etmek için $P(A)$ notasyonu kullanılır. A olayının olasılığı olarak bilinen bu ifade “önsel” (prior), “koşulsuz” (unconditional) veya “marjinal” (marginal) olasılık isimleriyle kullanılabilir.



- Rasgele bir A olayının, farklı bir rasgele B olayına bağlı gerçekleşmesi ihtimalini ifade etmek için önsel olasılıklar yeterli olmaz. Bu yüzden “koşullu” (conditional) veya “sonsal” (posterior) olasılık kullanılır.



Koşullu Olasılık

- Bir olayın gerçekleşmesi bazı koşulların var olmasına bağlı ise “koşullu olasılık” dan söz edilir. A ve B gibi iki bağdaşan olayı göz önüne alalım. Yani A ve B olaylarının ortak noktaları vardır. Bu durum $A \cap B \neq \emptyset$ biçiminde ifade edilebilir. A olayı B olayının bilinmesi durumunda gerçekleşecektir. Bilinen bir B olayına göre A olayının koşullu olasılığı $P(A|B)$ biçiminde gösterilir ve şu şekilde ifade edilir:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Birbirinden bağımsız ve rasgele iki olayın (A ve B) birbiri ardı sıra gerçekleştiği durumlarda bu iki olaydan birinin gerçekleşmesi durumunda ikinci olayın gerçekleşme olasılığı $P(A,B)$ veya $P(B,A)$ ya da ifadesi ile gösterilebilir. Değişme özelliği sayesinde aşağıdaki çarpım kuralı iki farklı ifade ile yazılabilir.

$$P(A \cap B) = P(A | B)P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(B | A)P(A)$$

$$P(C_j | \mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x} | C_j)P(C_j)}{p(\mathbf{x})}$$

- $p(\mathbf{x}|C_j)$: Sınıf j'den bir örneğin x olma olasılığı
- $P(C_j)$: Sınıf j'nin ilk olasılığı
- $p(\mathbf{x})$: Herhangi bir örneğin x olma olasılığı
- $P(C_j|\mathbf{x})$: x olan bir örneğin sınıf j'den olma olasılığı (son olasılık)



Bayes Sınıflandırıcı

$$P(X,C) = P(C|X)*P(X) = P(X|C)*P(C)$$

Sınıf İlk Olasılık

Açıklayıcı Son Olasılık

$$P(C|X) = \frac{P(C)P(X|C)}{P(X)}$$

Sınıf Son Olasılık

Açıklayıcı İlk Olasılık



Bayes Sınıflandırıcı

$$P(C | X) = \frac{P(C)P(X | C)}{P(X)}$$

$$P(C_1 | \mathbf{X}) = P(x_1 | C_1)P(x_2 | C_1)P(x_3 | C_1) \dots P(x_n | C_1) \frac{P(C_1)}{P(\mathbf{X})}$$

$$P(C_2 | \mathbf{X}) = P(x_1 | C_2)P(x_2 | C_2)P(x_3 | C_2) \dots P(x_n | C_2) \frac{P(C_2)}{P(\mathbf{X})}$$

$$P(C_m | \mathbf{X}) = P(x_1 | C_m)P(x_2 | C_m)P(x_3 | C_m) \dots P(x_n | C_m) \frac{P(C_m)}{P(\mathbf{X})}$$

Açıklayıcılar hakkında bağımsız varsayım



Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

- İki sınıflı (kanser ve kanser değil) bir tıbbi teşhis problemini ele alalım. Tüm popülasyonun %0.8'nin kanser olduğunu varsayalım. Ayrıca kişilere + (pozitif) ve - (negatif) olmak üzere iki sonucu olan bir laboratuvar testi uygulanmış olsun. Test, hastalığın var olduğu durumların %98'inde +, olmadığı durumların ise %97'sinde - sonuçlar üretiyorsa;

$$P(kanser) = 0.008 \quad P(\neg kanser) = 0.992$$

$$P(+ | kanser) = 0.98 \quad P(+ | \neg kanser) = 0.03$$

$$P(- | kanser) = 0.02 \quad P(- | \neg kanser) = 0.97$$



Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

- Bu olasılıklara göre laboratuvar sonucu + olan ve kanser şüphesiyle gelen bir kişinin kanser olup olmadığı Bayes Teoremine göre hesaplanırsa aşağıdaki sonuçlar elde edilir;

$$P(kanser | +) = \frac{0.98 \times 0.008}{P(+)=0.0376} = 0.2085$$

$$P(\neg kanser | +) = \frac{0.03 \times 0.992}{P(+)=0.0376} = 0.7915$$

$P(kanser | +) < P(\neg kanser | +)$ olduğu için kanser değildir.

Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

Gün	Hava	Sıcaklık	Nem	Rüzgar	Tenis Oyna
G1	Güneşli	Sıcak	Yüksek	Zayıf	Hayır
G2	Güneşli	Sıcak	Yüksek	Güçlü	Hayır
G3	Bulutlu	Sıcak	Yüksek	Zayıf	Evet
G4	Yağmurlu	Ilık	Yüksek	Zayıf	Evet
G5	Yağmurlu	Serin	Normal	Zayıf	Evet
G6	Yağmurlu	Serin	Normal	Güçlü	Hayır
G7	Bulutlu	Serin	Normal	Zayıf	Evet
G8	Güneşli	Ilık	Yüksek	Zayıf	Hayır
G9	Güneşli	Serin	Normal	Zayıf	Evet
G10	Yağmurlu	Ilık	Normal	Güçlü	Evet
G11	Güneşli	Ilık	Normal	Güçlü	Evet
G12	Bulutlu	Ilık	Yüksek	Güçlü	Evet
G13	Bulutlu	Sıcak	Normal	Zayıf	Evet
G14	Yağmurlu	Ilık	Yüksek	Güçlü	Hayır

$$P(\text{Evet}) = 9/14$$

$$P(\text{Hayır}) = 5/14$$

Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

Frekans Tabloları

<i>Hava</i> Hayır Evet	<i>Sıcaklık</i> Hayır Evet	<i>Nem</i> Hayır Evet	<i>Rüzgar</i> Hayır Evet
Güneşli 3 2	Sıcak 2 2	Yüksek 4 3	Zayıf 2 6
Bulutlu 0 4	Ilık 2 4	Normal 1 6	Güçlü 3 3
Yağmurlu 2 3	Serin 1 3		

<i>Hava</i> Hayır Evet	<i>Sıcaklık</i> Hayır Evet	<i>Nem</i> Hayır Evet	<i>Rüzgar</i> Hayır Evet
Güneşli 3/5 2/9	Sıcak 2/5 2/9	Yüksek 4/5 3/9	Zayıf 2/5 6/9
Bulutlu 0/5 4/9	Ilık 2/5 4/9	Normal 1/5 6/9	Güçlü 3/5 3/9
Yağmurlu 2/5 3/9	Serin 1/5 3/9		

Olasılık Tabloları

Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

X →

Hava	Sıcaklık	Nem	Rüzgar	Oyna
Güneşli	Serin	Yüksek	Güçlü	Hayır

Sınıf?

$$P(\text{Evet}|X) = p(\text{Güneşli}|\text{Evet}) \times p(\text{Serin}|\text{Evet}) \times p(\text{Yüksek}|\text{Evet}) \times p(\text{Güçlü}|\text{Evet}) \times p(\text{Evet})$$

$$= 2/9 \times 3/9 \times 3/9 \times 3/9 \times 9/14 = 0.0053 \Rightarrow 0.0053/(0.0053+0.0206) = 0.205$$

$$P(\text{Hayır}|X) = p(\text{Güneşli}|\text{Hayır}) \times p(\text{Serin}|\text{Hayır}) \times p(\text{Yüksek}|\text{Hayır}) \times p(\text{Güçlü}|\text{Hayır}) \times p(\text{Hayır})$$

$$= 3/5 \times 1/5 \times 4/5 \times 3/5 \times 5/14 = 0.0206 \Rightarrow 0.0206/(0.0053+0.0206) = 0.795$$

Hava	Hayır	Evet
Güneşli	3/5	2/9
Bulutlu	0/5	4/9
Yağmurlu	2/5	3/9

Sıcaklık	Hayır	Evet
Sıcak	2/5	2/9
Ilık	2/5	4/9
Serin	1/5	3/9

Nem	Hayır	Evet
Yüksek	4/5	3/9
Normal	1/5	6/9

Rüzgar	Hayır	Evet
Zayıf	2/5	6/9
Güçlü	3/5	3/9



Sıfır Olasılık Sorunu

- Bayes formülü, özelliklere ait koşullu olasılıkların çarpımı şeklinde düzenlenirken bir özellik vektöründe çözümü aranan değere rastlanmaması durumunda genel sonucu etkileyecek bir sıfır olasılık üretilir. Diğer özellik olasılıklarının büyük olduğu durumlarda sıfır olasılıklı özellik genel sonucu etkiler. Bunu engellemek için olasılıklar sıfır olamayacak şekilde tekrar organize edilir.

Sıfır Olasılık Sorunu

- Eğer bir açıklayıcı değeri her sınıf değerinde bulunmuyorsa ne olur?

$$P(\text{Hava}=\text{Bulutlu}|\text{No})=0$$

- Çözüm: Her açıklayıcı sınıf kombinasyonu için sayıya 1 (bir) ekle (Laplace Estimator)

<i>Hava</i>		Hayır	Evet
Güneşli		3+1	2+1
Bulutlu		0+1	4+1
Yağmurlu		2+1	3+1

<i>Sıcaklık</i>		Hayır	Evet
Sıcak		2+1	2+1
Ilık		2+1	4+1
Serin		1+1	3+1

<i>Nem</i>		Hayır	Evet
Yüksek		4+1	3+1
Normal		1+1	6+1

<i>Rüzgar</i>		Hayır	Evet
Zayıf		2+1	6+1
Güçlü		3+1	3+1

Nümerik Değerler

- Bayes Teoremi yalnızca kategorik veri özelliklerinde kullanılabilmektedir. Nümerik değerlere sahip özelliklere uygulayabilmek için ilgili özellik uzayında örneklerin Gauss (normal) Dağılımına sahip olduğu varsayılır. Aranılan olasılık değeri, özellik vektörünün ortalaması μ ve standart sapması σ değerine bağlı aşağıdaki dağılım formülü ile hesaplanır.

$$P(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{v-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

e = exponential fonksiyon

μ = verilen nümerik nitelik için sınıf ortalaması

σ = nitelik için sınıf standart sapması

v = nitelik değeri

n = örnek sayısı

Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

V_1	V_2	V_3	V_4	Yaş	Cinsiyet
Evet	Hayır	Evet	Hayır	38	k
Evet	Evet	Evet	Hayır	40	k
Evet	Evet	Evet	Hayır	41	k
Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	55	k
Hayır	Evet	Hayır	Hayır	27	e
Evet	Evet	Evet	Evet	30	e
Evet	Hayır	Evet	Evet	35	e
Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	42	e
Evet	Hayır	Hayır	Hayır	43	e
Evet	Hayır	Hayır	Hayır	45	e

$V_1 = \text{Evet}$, $V_2 = \text{Evet}$,
 $V_3 = \text{Hayır}$, $V_4 = \text{Hayır}$, Yaş = 45
için Cinsiyet = ?

Yaş özelliği nümeriktir. Normal dağılıma sahip olduğu varsayılarak olasılıkları hesaplanır.



Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

Yaş	Cinsiyet
38	k
40	k
41	k
55	k
27	e
30	e
35	e
42	e
43	e
45	e

$P(\text{Yaş} \mid \text{Cinsiyet}=k)$ için $\mu=43.5$ ve $\sigma=7.77$

$P(\text{Yaş} \mid \text{Cinsiyet}=e)$ için $\mu=37$ ve $\sigma=7.46$

Normal dağılıma göre;

$P(\text{Yaş}=45 \mid \text{Cinsiyet}=k) = 0.0504 \sim 5/100$

$P(\text{Yaş}=45 \mid \text{Cinsiyet}=e) = 0.0301 \sim 3/100$

bulunur.

Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

V_1	V_2	V_3	V_4	Yaş	Cinsiyet
Evet	Hayır	Evet	Hayır	38	k
Evet	Evet	Evet	Hayır	40	k
Evet	Evet	Evet	Hayır	41	k
Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	55	k
Hayır	Evet	Hayır	Hayır	27	e
Evet	Evet	Evet	Evet	30	e
Evet	Hayır	Evet	Evet	35	e
Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	42	e
Evet	Hayır	Hayır	Hayır	43	e
Evet	Hayır	Hayır	Hayır	45	e

$$P(C \mid \text{Evet,Evet,Hayır,Hayır,45}) = ?$$

$$P(C = e \mid v_1, v_2, v_3, v_4, Yaş) = \frac{3}{5} \left(\frac{2}{3} \frac{1}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{3}{100} \right) \cong 0.0018$$

$$P(C = k \mid v_1, v_2, v_3, v_4, Yaş) = \frac{2}{5} \left(\frac{3}{4} \frac{1}{2} \frac{1}{4} 1 \frac{5}{100} \right) \cong 0.0019$$

Sonuçlara göre hedef sınıf "**k**" bulunur.

Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

age	income	student	credit_rating	buys_computer
<=30	high	no	fair	no
<=30	high	no	excellent	no
31...40	high	no	fair	yes
>40	medium	no	fair	yes
>40	low	yes	fair	yes
>40	low	yes	excellent	no
31...40	low	yes	excellent	yes
<=30	medium	no	fair	no
<=30	low	yes	fair	yes
>40	medium	yes	fair	yes
<=30	medium	yes	excellent	yes
31...40	medium	no	excellent	yes
31...40	high	yes	fair	yes
>40	medium	no	excellent	no

Sınıf:

C1:buys_computer = 'yes'

C2:buys_computer = 'no'

Sınıflandırılacak veri:

X = (age <=30,

Income = medium,

Student = yes

Credit_rating = Fair)

Bayes Sınıflandırıcı - Örnek

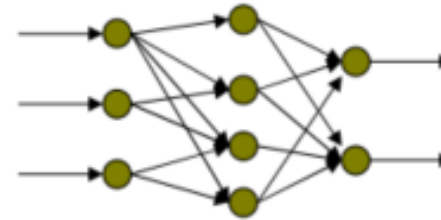
- $P(C_i) : P(\text{buys_computer} = \text{"yes"}) = 9/14 = 0.643$
 $P(\text{buys_computer} = \text{"no"}) = 5/14 = 0.357$
- Her sınıf için $P(X|C_i)$ hesapla
 $P(\text{age} = \text{"<=30"} | \text{buys_computer} = \text{"yes"}) = 2/9 = 0.222$
 $P(\text{age} = \text{"<= 30"} | \text{buys_computer} = \text{"no"}) = 3/5 = 0.6$
 $P(\text{income} = \text{"medium"} | \text{buys_computer} = \text{"yes"}) = 4/9 = 0.444$
 $P(\text{income} = \text{"medium"} | \text{buys_computer} = \text{"no"}) = 2/5 = 0.4$
 $P(\text{student} = \text{"yes"} | \text{buys_computer} = \text{"yes"}) = 6/9 = 0.667$
 $P(\text{student} = \text{"yes"} | \text{buys_computer} = \text{"no"}) = 1/5 = 0.2$
 $P(\text{credit_rating} = \text{"fair"} | \text{buys_computer} = \text{"yes"}) = 6/9 = 0.667$
 $P(\text{credit_rating} = \text{"fair"} | \text{buys_computer} = \text{"no"}) = 2/5 = 0.4$
- **$X = (\text{age} \leq 30, \text{income} = \text{medium}, \text{student} = \text{yes}, \text{credit_rating} = \text{fair})$**
 $P(X | C_i) : P(X|\text{buys_computer} = \text{"yes"}) = 0.222 \times 0.444 \times 0.667 \times 0.667 = 0.044$
 $P(X|\text{buys_computer} = \text{"no"}) = 0.6 \times 0.4 \times 0.2 \times 0.4 = 0.019$
 $P(X | C_i) * P(C_i) : P(X|\text{buys_computer} = \text{"yes"}) * P(\text{buys_computer} = \text{"yes"}) = 0.028$
 $P(X|\text{buys_computer} = \text{"no"}) * P(\text{buys_computer} = \text{"no"}) = 0.007$

age	income	student	credit_rating	buys_computer
<=30	high	no	fair	no
<=30	high	no	excellent	no
31...40	high	no	fair	yes
>40	medium	no	fair	yes
>40	low	yes	fair	yes
>40	low	yes	excellent	no
31...40	low	yes	excellent	yes
<=30	medium	no	fair	no
<=30	low	yes	fair	yes
>40	medium	yes	fair	yes
<=30	medium	yes	excellent	yes
31...40	medium	no	excellent	yes
31...40	high	yes	fair	yes
>40	medium	no	excellent	no

Böylece, X ("buys_computer = yes") sınıfına aittir.

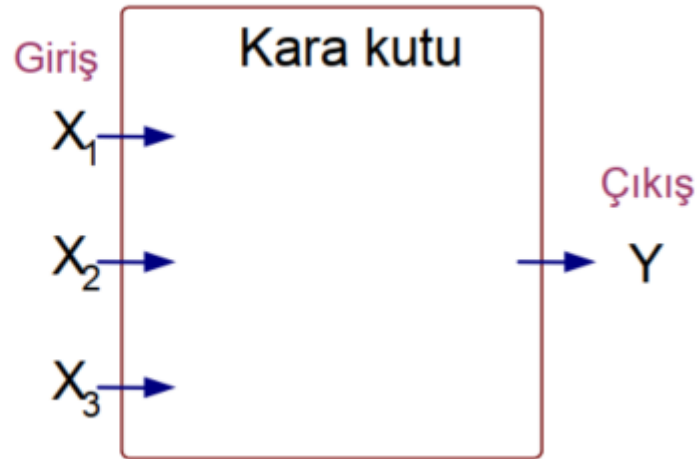
Yapay Sinir Ağları

- Yapay sinir ağları biyolojik sinir ağlarından esinlenilerek geliştirilmiş bir bilgi işleme sistemidir.
- Birbiriyle bağlantılı katmanlardan oluşur.
- Katmanlar arasındaki iletim nöronlar arasındaki bağlantıların ağırlığına ve her hücrenin değerine bağlı olarak değişebilir.



Yapay Sinir Ağları

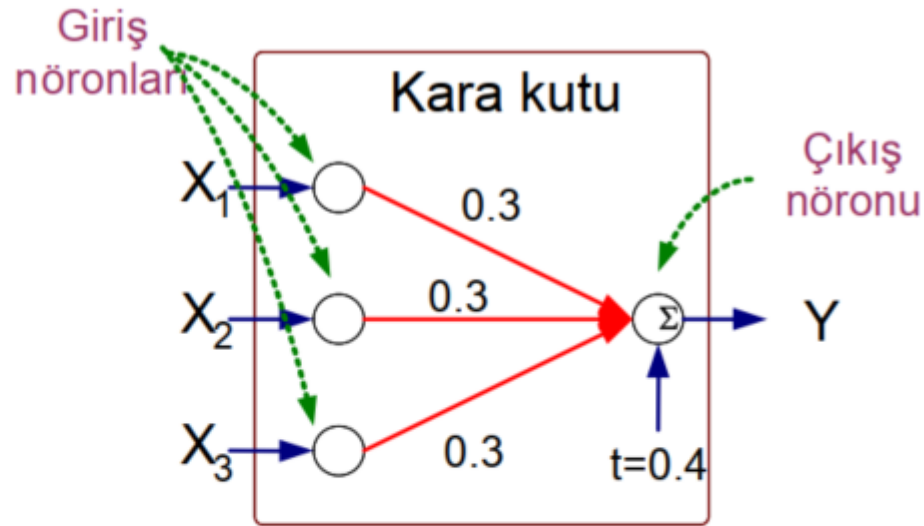
X_1	X_2	X_3	Y
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
0	0	0	0



- En az iki giriş 1 ise çıkış 1, diğer durumlarda çıkış 0

Yapay Sinir Ağları

X_1	X_2	X_3	Y
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
0	0	0	0

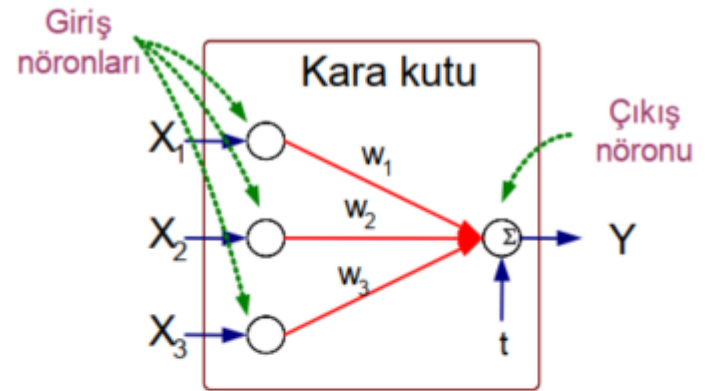


$$Y = I(0.3X_1 + 0.3X_2 + 0.3X_3 - 0.4 > 0)$$

$$I(z) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } z > 0 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

Yapay Sinir Ağları

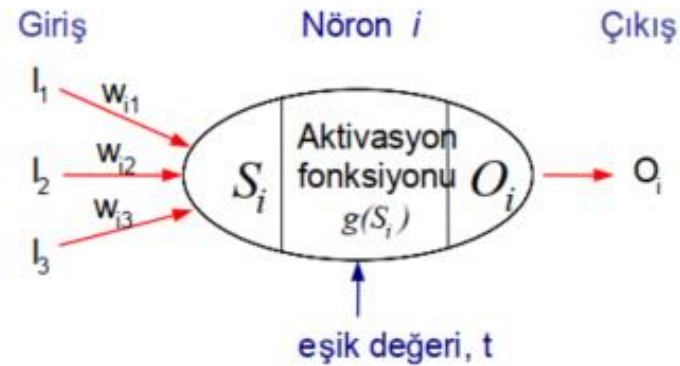
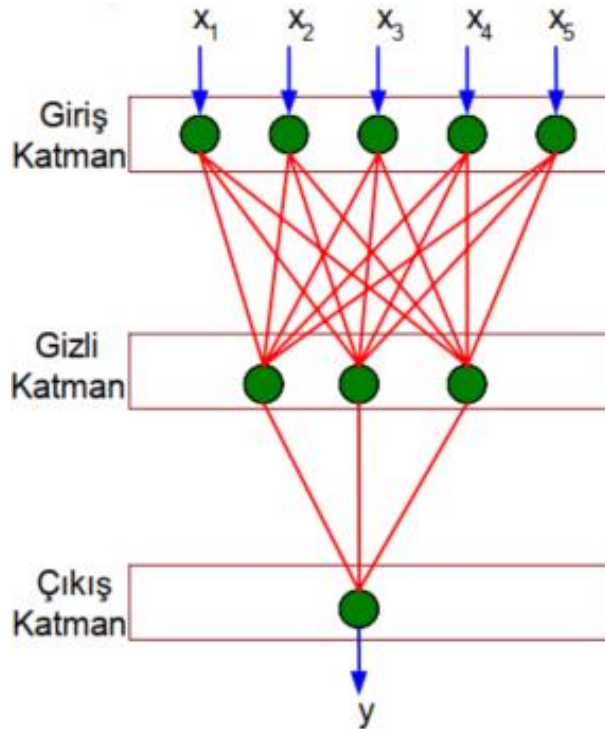
- Birbiri ile bağlantılı nöronlar ve ağırlıklar
- Çıkış nöronu kendisine gelen girişleri ağırlıklı olarak topluyor
- Çıkış nöronu bir eşik değeri ile karşılaştırılıyor



$$Y = I(\sum_i w_i X_i - t)$$

$$Y = \text{sign}(\sum_i w_i X_i - t)$$

Yapay Sinir Ağları



- Yapay sinir ağını öğrenme: ağırlıkları öğrenme



Yapay Sinir Ağı ile Öğrenme

- Yapay sinir ağı oluşturma
 - giriş verisini modelleme
 - gizli katman sayısını, gizli katmanlardaki nöron sayısını belirleme
- Yapay sinir ağını eğitme
- Sinir ağını küçültme
- Sonucu yorumlama



Yapay Sinir Ağını Oluşturma

- Giriş nöron sayısı
 - Öğrenme kümesindeki verilerin nitelik sayısı
- Gizli nöron sayısı
 - öğrenme sırasında ayarlanır
- Çıkış nöron sayısı
 - sınıf sayısı



Yapay Sinir Ağını Eğitme

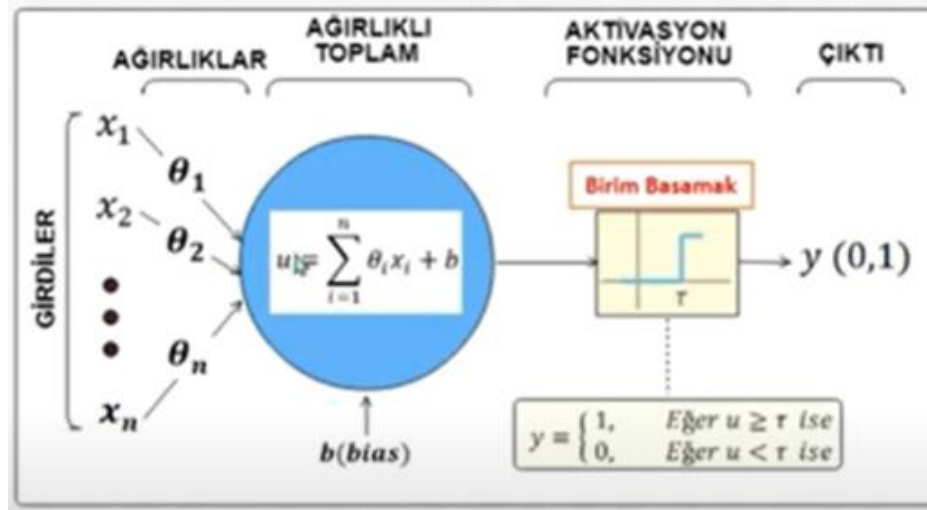
- Amaç: Veri kümesindeki örneklerin hepsini doğru sınıflandıracak ağırlıkları belirlemek
 - ağırlıklara rasgele değerler ata
 - öğrenme kümesindeki giriş değerlerini teker teker sinir ağına uygula
 - çıkışı hesapla
 - hata değerini hesapla $E = \sum_i [Y_i - f(w_i, X_i)]^2$
 - ağırlıkları hata fonksiyonunu en küçültecek şekilde düzelt



Yapay Sinir Ağını Küçültme

- Tam bağlı ağın anlaşılması çok güç
- n giriş nöron, h gizli nöron, m çıkış nöronu $h(m+n)$ ağırlık
- Küçültme: ağırlıklardan bazıları sınıflandırma sonucunu etkilemeyecek şekilde silinir

Yapay Sinir Ağı - Perceptron



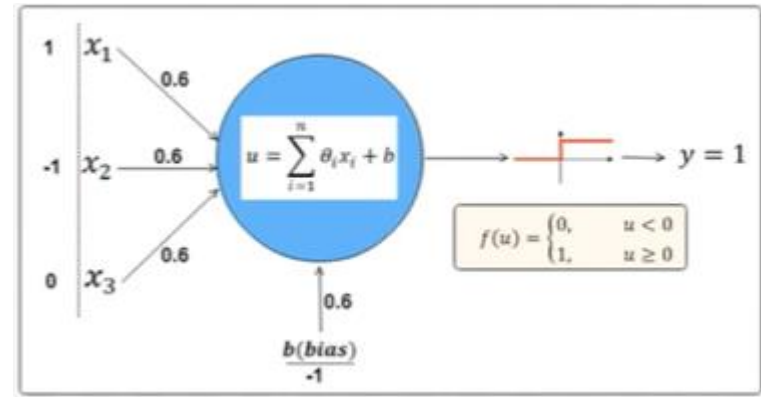
- θ_i değerleri x girdilerine bağlı olarak toplam üzerinde sınırlı bir etkiye sahiptir. x girdileri değiştirilemeyeceği için bias değerinin değişimi toplamın değişimini sağlayacaktır.

Yapay Sinir Ağı - Perceptron

- 1 Her bir girdi değerine karşılık gelen ağırlık değerlerinin (θ) rastgele belirlenmesi.
- 2 Girdi değerlerine ait i 'inci eğitim örneği $x_j^{(i)}$ seçilmesi.
- 3 Ağın çıktısının hesaplanması.
- 4 Ağın ürettiği hatanın hesaplanması.
 $y^{(i)}$, gerçek çıktı değeri ve $h_{\theta}(x^{(i)})$, ağın tahmin ettiği değer olmak üzere;
 $Hata(E) = y^{(i)} - h_{\theta}(x^{(i)})$
- 5 Ağırlıkların aşağıdaki kurala göre güncellenmesi; (γ , öğrenme oranı)
$$\theta = \begin{cases} \theta, & \text{Eğer } E = 0 \\ \theta + \gamma \cdot E \cdot x_j^{(i)}, & \text{Eğer } E = 1 \\ \theta - \gamma \cdot E \cdot x_j^{(i)}, & \text{Eğer } E = -1 \end{cases}$$
- 6 Adım 2'ye dönülür. (Adım 2 ve adım 6 arasındaki döngü, algoritmanın tüm girdileri için doğru çıktının sağlandığı iterasyona ulaşılan dek devam eder.)

Yapay Sinir Ağı - Örnek

b	x_1	x_2	x_3	y
-1	1	-1	0	1
-1	-1	0	2	0
-1	0	-2	3	1



- Eğitim gerçekleştirilirken $\gamma = 0.5$ ve başlangıç ağırlıkları ise $\theta = [0.6 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.6]$ olarak rastgele belirlenmiştir.

Yapay Sinir Ağı - Örnek

İterasyon 1: 1. Eğitim Örneği

b	x_1	x_2	x_3	y
-1	1	-1	0	1
-1	-1	0	2	0
-1	0	-2	3	1

Adım 1. Başlangıç ağırlıklarının belirlenmesi $\theta = [0.6 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.6]$

Adım 2. Girdi setindeki örneğin alınması $x_j^{(1)} = [-1 \ 1 \ -1 \ 0]$

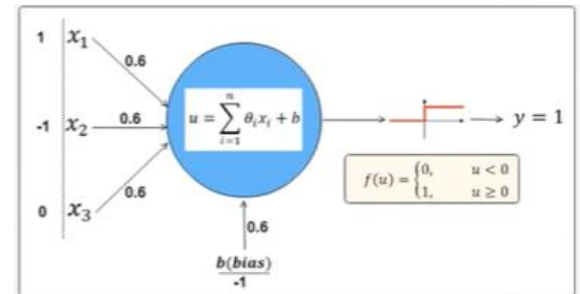
Adım 3. Ağın çıktısının hesaplanması

$$u = (0.6)(-1) + (0.6)(1) + (0.6)(-1) + (0.6)(0) = -0.6$$

$$h_{\theta}(x^{(i)}) = f(-0.6) = 0$$

Adım 4. Ağın ürettiği hatanın hesaplanması

$$Hata(E) = y^{(i)} - h_{\theta}(x^{(i)}) = 1 - 0 = 1$$



Adım 5. Ağırlıkların güncellenmesi

Hata=1 olduğu için;

$$\theta_b = \theta_b + \gamma E b$$

$$\theta_b = 0.6 + (0.5)(1)(-1) = 0.1$$

$$\theta_2 = \theta_2 + \gamma E x_2^{(1)}$$

$$\theta_2 = 0.6 + (0.5)(1)(-1) = 0.1$$

$$\theta_1 = \theta_1 + \gamma E x_1^{(1)}$$

$$\theta_1 = 0.6 + (0.5)(1)(1) = 1.1$$

$$\theta_3 = \theta_3 + \gamma E x_3^{(1)}$$

$$\theta_3 = 0.6 + (0.5)(1)(0) = 0.6$$

Birinci eğitim örneğinin ağırlıklarının güncellenmiş hali $\theta = [0.1 \ 1.1 \ 0.1 \ 0.6]$

Yapay Sinir Ağı - Örnek

İterasyon 1: 2. Eğitim Örneği

b	x_1	x_2	x_3	y
-1	1	-1	0	1
-1	-1	0	2	0
-1	0	-2	3	1

Adım 1. Başlangıç ağırlıklarının belirlenmesi $\theta = [0.1 \ 1.1 \ 0.1 \ 0.6]$

Adım 2. Girdi setindeki örneğin alınması $x_j^{(2)} = [-1 \ -1 \ 0 \ 2]$

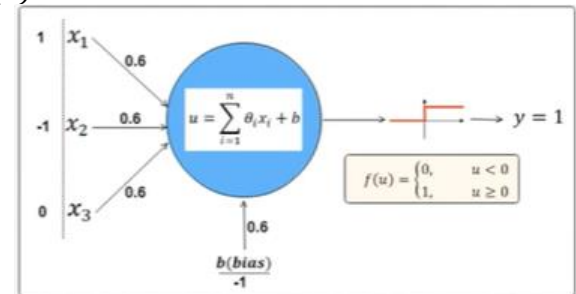
Adım 3. Ağın çıktısının hesaplanması

$$u = (0.1)(-1) + (1.1)(-1) + (0.1)(0) + (0.6)(2) = 0$$

$$h_{\theta}(x^{(i)}) = f(0) = 1$$

Adım 4. Ağın ürettiği hatanın hesaplanması

$$Hata(E) = y^{(i)} - h_{\theta}(x^{(i)}) = 0 - 1 = -1$$



Adım 5. Ağırlıkların güncellenmesi

Hata=-1 olduğu için;

$$\theta_b = \theta_b - \gamma E b$$

$$\theta_b = 0.1 - (0.5)(-1)(-1) = -0.4$$

$$\theta_2 = \theta_2 - \gamma E x_2^{(1)}$$

$$\theta_2 = 0.1 - (0.5)(-1)(0) = 0.1$$

$$\theta_1 = \theta_1 - \gamma E x_1^{(1)}$$

$$\theta_1 = 1.1 - (0.5)(-1)(-1) = 0.6$$

$$\theta_3 = \theta_3 - \gamma E x_3^{(1)}$$

$$\theta_3 = 0.6 - (0.5)(-1)(2) = 1.6$$

İkinci eğitim örneğinin ağırlıklarının güncellenmiş hali $\theta = [-0.4 \ 0.6 \ 0.1 \ 1.6]$

Yapay Sinir Ağı - Örnek

İterasyon 1: 3. Eğitim Örneği

b	x_1	x_2	x_3	y
-1	1	-1	0	1
-1	-1	0	2	0
-1	0	-2	3	1

Adım 1. Başlangıç ağırlıklarının belirlenmesi $\theta = [-0.4 \ 0.6 \ 0.1 \ 1.6]$

Adım 2. Girdi setindeki örneğin alınması $x_j^{(2)} = [-1 \ 0 \ -2 \ 3]$

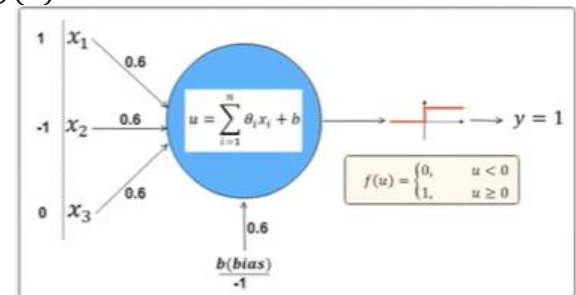
Adım 3. Ağın çıktısının hesaplanması

$$u = (-0.4)(-1) + (0.6)(0) + (0.1)(-2) + (1.6)(3) = 5.0$$

$$h_{\theta}(x^{(i)}) = f(5) = 1$$

Adım 4. Ağın ürettiği hatanın hesaplanması

$$Hata(E) = y^{(i)} - h_{\theta}(x^{(i)}) = 1 - 1 = 0$$



Adım 5. Ağırlıkların güncellenmesi

Hata=0 olduğu için güncelleme yapılmaz.

$$\theta = [-0.4 \ 0.6 \ 0.1 \ 1.6]$$

Adım 6. Adım 2'ye dönülür.

Bu ağırlıklar artık ikinci iterasyonun ilk eğitim örneği için kullanılacaktır.

Yapay Sinir Ağı - Örnek

İlk iterasyona ait sonuçlar

İter.	Girdiler				Çıktı	Ağırlıklar				Toplam	Akt F.	Hata	Ağırlık Güncelleme	Durum
	b	X_1	X_2	X_3	y	θ_b	θ_1	θ_2	θ_3	$u = \sum$	$f(S)$	$y - f(u)$		
1	-1	1	-1	0	1	0.6	0.6	0.6	0.6	-0.6	0	1	$\theta = \theta + \gamma E x_j^{(i)}$	-
	-1	-1	0	2	0	0.1	1.1	0.1	0.6	0	1	-1	$\theta = \theta - \gamma E x_j^{(i)}$	-
	-1	0	-2	3	1	-0.4	0.6	0.1	1.6	5	1	0	θ	+

Hepsinin + olmasını istiyoruz.

Onuncu iterasyonda tüm örneklerin doğru tahmin edildiği varsayılın. Bu aşamadan sonra ne yapılmalı?

En son elde edilen ağırlık değerleri kullanılarak doğrusal modelin denkleminin oluşturulması

$$y = h_{\theta}(x) = b + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3$$



Yapay Sinir Ağları

- Avantajları

- doğru sınıflandırma oranı genelde yüksek
- kararlı – öğrenme kümesinde hata olduğu durumda da çalışıyor
- çıkış ayırık, sürekli ya da ayırık veya sürekli değişkenlerden oluşan bir vektör olabilir

- Dezavantajları

- öğrenme süresi uzun
- öğrenilen fonksiyonun anlaşılması zor