

1 Önermeler

- Giriş
- Birleşik Önermeler
- Sağlıklı Formüller
- Üstdil

2 Önerme Hesapları

- Giriş
- Mantık Yasaları
- Akıl Yürütme

1 Önermeler

- Giriş
- Birleşik Önermeler
- Sağlıklı Formüller
- Üstdil

2 Önerme Hesapları

- Giriş
- Mantık Yasaları
- Akıl Yürütme

Önerme

Tanım

önerme: doğru ya da yanlış olan bir bildirim cümlesi

- **ara değeri dışlama kuralı:**
bir önerme kısmen doğru ya da kısmen yanlış olamaz
- **çelişki kuralı:**
bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz

Önerme

Tanım

önerme: doğru ya da yanlış olan bir bildirim cümlesi

- **ara değeri dışlama kuralı:**
bir önerme kısmen doğru ya da kısmen yanlış olamaz
- **çelişki kuralı:**
bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz

Önerme

Tanım

önerme: doğru ya da yanlış olan bir bildirim cümlesi

- **ara değeri dışlama kuralı:**
bir önerme kısmen doğru ya da kısmen yanlış olamaz
- **çelişki kuralı:**
bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz

Önerme Örnekleri

Örnek (önerme)

- Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.
- Filler uçabilir.
- $3 + 8 = 11$

Örnek (önerme değil)

- Saat kaç?
- Ali topu at!
- $x < 43$

Önerme Örnekleri

Örnek (önerme)

- Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.
- Filler uçabilir.
- $3 + 8 = 11$

Örnek (önerme değil)

- Saat kaç?
- Ali topu at!
- $x < 43$

Önerme Değişkeni

Tanım

önerme değişkeni:

önermeyi simgeleyen isim

- *Doğru* (D) ya da *Yanlış* (Y) değerlerini alabilir

Örnek

- p_1 : Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner. (D)
- p_2 : Filler uçabilir. (Y)
- p_3 : $3 + 8 = 11$ (D)

Önerme Değişkeni

Tanım

önerme değişkeni:

önermeyi simgeleyen isim

- *Doğru* (D) ya da *Yanlış* (Y) değerlerini alabilir

Örnek

- p_1 : Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner. (D)
- p_2 : Filler uçabilir. (Y)
- p_3 : $3 + 8 = 11$ (D)

1 Önermeler

- Giriş
- Birleşik Önermeler
- Sağlıklı Formüller
- Üstdil

2 Önerme Hesapları

- Giriş
- Mantık Yasaları
- Akıl Yürütme

Birleşik Önermeler

- **birleşik önermeler**
 - bir önermenin değillenmesiyle, ya da
 - birden fazla önermenin **mantıksal bağlaçlar** ile birleştirilmesiyle elde edilir
- **yalın önermeler** daha küçük birimlere bölünemez
- **doğruluk tablosu:**
önerme değişkenlerinin olası bütün değerleri için birleşik önermenin sonuçlarını listeleyen tablo

Birleşik Önermeler

- **birleşik önermeler**
 - bir önermenin değillenmesiyle, ya da
 - birden fazla önermenin **mantıksal bağlaçlar** ile birleştirilmesiyle elde edilir
- **yalın önermeler** daha küçük birimlere bölünemez
- **doğruluk tablosu:**
önerme değişkenlerinin olası bütün değerleri için birleşik önermenin sonuçlarını listeleyen tablo

Değilleme (NOT)

Tablo: $\neg p$

p	$\neg p$
D	Y
Y	D

Örnek

- $\neg p_1$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde dönmez.
 $\neg D$: *Yanlış*
- $\neg p_2$: Filler uçamaz.
 $\neg Y$: *Doğru*

Değilleme (NOT)

Tablo: $\neg p$

p	$\neg p$
D	Y
Y	D

Örnek

- $\neg p_1$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde dönmez.
 $\neg D$: *Yanlış*
- $\neg p_2$: Filler uçamaz.
 $\neg Y$: *Doğru*

VE Bağlacı (AND)

Tablo: $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \wedge p_2$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ve filler uçabilir.
 $D \wedge Y$: Yanlış

VE Bağlacı (AND)

Tablo: $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \wedge p_2$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ve filler uçabilir.

$D \wedge Y$: Yanlış

VEYA Bağlacı (OR)

Tablo: $p \vee q$

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \vee p_2$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner veya filler uçabilir.
 $D \vee Y$: Doğru

VEYA Bağlacı (OR)

Tablo: $p \vee q$

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \vee p_2$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner veya filler uçabilir.
 $D \vee Y$: *Doğru*

DAR VEYA Bağlacı (XOR)

Tablo: $p \underline{\vee} q$

p	q	$p \underline{\vee} q$
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \underline{\vee} p_2$: Ya Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ya da filler uçabilir.
 $D \underline{\vee} Y$: *Doğru*

DAR VEYA Bağlacı (XOR)

Tablo: $p \underline{\vee} q$

p	q	$p \underline{\vee} q$
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \underline{\vee} p_2$: Ya Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ya da filler uçabilir.
 $D \underline{\vee} Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç (IF)

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

- p : öncül
- q : sonuç
- okunuşları:
 - p ise q
 - p, q için yeterli
 - q, p için gerekli
- $\neg p \vee q$

Koşullu Bağlaç (IF)

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

- p : öncül
- q : sonuç
- okunuşları:
 - p ise q
 - p , q için yeterli
 - q , p için gerekli

■ $\neg p \vee q$

Koşullu Bağlaç (IF)

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

- p : öncül
- q : sonuç
- okunuşları:
 - p ise q
 - p, q için yeterli
 - q, p için gerekli
- $\neg p \vee q$

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- p_4 : $3 < 8$, p_5 : $3 < 14$, p_6 : $3 < 2$
- p_7 : Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.

- $p_4 \rightarrow p_5$: 3, 8'den küçükse
3, 14'den küçüktür.

$D \rightarrow D$: *Doğru*

- $p_4 \rightarrow p_6$: 3, 8'den küçükse
3, 2'den küçüktür.

$D \rightarrow Y$: *Yanlış*

- $p_2 \rightarrow p_1$: Filler uçabilirse Ay
Yeryüzü'nün çevresinde
döner.

$Y \rightarrow D$: *Doğru*

- $p_2 \rightarrow p_7$: Filler uçabilirse
Güneş Yeryüzü'nün
çevresinde döner.

$Y \rightarrow Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- p_4 : $3 < 8$, p_5 : $3 < 14$, p_6 : $3 < 2$
- p_7 : Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.

- $p_4 \rightarrow p_5$: 3, 8'den küçükse
3, 14'den küçüktür.

$D \rightarrow D$: *Doğru*

- $p_4 \rightarrow p_6$: 3, 8'den küçükse
3, 2'den küçüktür.

$D \rightarrow Y$: *Yanlış*

- $p_2 \rightarrow p_1$: Filler uçabilirse Ay
Yeryüzü'nün çevresinde
döner.

$Y \rightarrow D$: *Doğru*

- $p_2 \rightarrow p_7$: Filler uçabilirse
Güneş Yeryüzü'nün
çevresinde döner.

$Y \rightarrow Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- p_4 : $3 < 8$, p_5 : $3 < 14$, p_6 : $3 < 2$
- p_7 : Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.

- $p_4 \rightarrow p_5$: 3, 8'den küçükse
3, 14'den küçüktür.

$D \rightarrow D$: *Doğru*

- $p_4 \rightarrow p_6$: 3, 8'den küçükse
3, 2'den küçüktür.

$D \rightarrow Y$: *Yanlış*

- $p_2 \rightarrow p_1$: Filler uçabilirse Ay
Yeryüzü'nün çevresinde
döner.

$Y \rightarrow D$: *Doğru*

- $p_2 \rightarrow p_7$: Filler uçabilirse
Güneş Yeryüzü'nün
çevresinde döner.

$Y \rightarrow Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- p_4 : $3 < 8$, p_5 : $3 < 14$, p_6 : $3 < 2$
- p_7 : Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.

- $p_4 \rightarrow p_5$: 3, 8'den küçükse
3, 14'den küçüktür.

$D \rightarrow D$: *Doğru*

- $p_4 \rightarrow p_6$: 3, 8'den küçükse
3, 2'den küçüktür.

$D \rightarrow Y$: *Yanlış*

- $p_2 \rightarrow p_1$: Filler uçabilirse Ay
Yeryüzü'nün çevresinde
döner.

$Y \rightarrow D$: *Doğru*

- $p_2 \rightarrow p_7$: Filler uçabilirse
Güneş Yeryüzü'nün
çevresinde döner.

$Y \rightarrow Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- p_4 : $3 < 8$, p_5 : $3 < 14$, p_6 : $3 < 2$
- p_7 : Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.
- $p_4 \rightarrow p_5$: 3, 8'den küçükse 3, 14'den küçüktür.
 $D \rightarrow D$: *Doğru*
- $p_4 \rightarrow p_6$: 3, 8'den küçükse 3, 2'den küçüktür.
 $D \rightarrow Y$: *Yanlış*
- $p_2 \rightarrow p_1$: Filler uçabilirse Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.
 $Y \rightarrow D$: *Doğru*
- $p_2 \rightarrow p_7$: Filler uçabilirse Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.
 $Y \rightarrow Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- "70 kg'yi geçersen spor yapacağım."

- p : 70 kg'den ağıyım.
- q : Spor yapıyorum.
- bu önerme ne zaman yanlış olur?

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- "70 kg'yi geçersen spor yapacağım."

■ p : 70 kg'den ağıyım.

■ q : Spor yapıyorum.

■ bu önerme ne zaman yanlış olur?

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- "70 kg'yi geçersen spor yapacağım."

- p : 70 kg'den ağıyım.
- q : Spor yapıyorum.
- bu önerme ne zaman yanlış olur?

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Karşılıklı Koşullu Bağlaç (IFF)

Tablo: $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

- okunuşları:
 - p yalnız ve ancak q ise
 - p, q için yeterli ve gerekli
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $\neg(p \nabla q)$

Karşılıklı Koşullu Bağlaç (IFF)

Tablo: $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

■ okunuşları:

- p yalnız ve ancak q ise
- p, q için yeterli ve gerekli
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $\neg(p \vee q)$

Karşılıklı Koşullu Bağlaç (IFF)

Tablo: $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

- okunuşları:
 - p yalnız ve ancak q ise
 - p, q için yeterli ve gerekli
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $\neg(p \nabla q)$

Örnek

Örnek

- Anne çocuğa:
"Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- s : Çocuk ödevini yapar.
- t : Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- annenin söylediği hangisi?
- $s \rightarrow t$
- $\neg s \rightarrow \neg t$
- $s \leftrightarrow t$

Örnek

Örnek

- Anne çocuğa:
"Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- s : Çocuk ödevini yapar.
- t : Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- annenin söylediği hangisi?
- $s \rightarrow t$
- $\neg s \rightarrow \neg t$
- $s \leftrightarrow t$

Örnek

Örnek

- Anne çocuğa:
"Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- s : Çocuk ödevini yapar.
- t : Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- annenin söylediği hangisi?
- $s \rightarrow t$
- $\neg s \rightarrow \neg t$
- $s \leftrightarrow t$

Örnek

Örnek

- Anne çocuğa:
"Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- s : Çocuk ödevini yapar.
- t : Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- annenin söylediği hangisi?
- $s \rightarrow t$
- $\neg s \rightarrow \neg t$
- $s \leftrightarrow t$

Örnek

- Anne çocuğa:
"Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- s : Çocuk ödevini yapar.
- t : Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- annenin söylediği hangisi?
- $s \rightarrow t$
- $\neg s \rightarrow \neg t$
- $s \leftrightarrow t$

1 Önergeler

- Giriş
- Birleşik Önergeler
- Sağlıklı Formüller
- Üstdil

2 Önerme Hesapları

- Giriş
- Mantık Yasaları
- Akıl Yürütme

Sağlıklı Formül

yazım

- birleşik önermeler hangi kurallara göre oluşturulacak?
- kurallara uyan formüller: **sağlıklı formül** (SF)

anlam

- *yorum*: yalın önermelere değer atayarak birleşik önermenin değerini hesaplama
- doğruluk tablosu: önermenin bütün yorumları

Sağlıklı Formül

yazım

- birleşik önermeler hangi kurallara göre oluşturulacak?
- kurallara uyan formüller: **sağlıklı formül** (SF)

anlam

- *yorum*: yalın önermelere değer atayarak birleşik önermenin değerini hesaplama
- doğruluk tablosu: önermenin bütün yorumları

Formül Örnekleri

Örnek (sağlıklı değil)

- $\forall p$
- $p \wedge \neg$
- $p \neg \wedge q$

İşlem Önceliği

1 \neg

2 \wedge

3 \vee

4 \rightarrow

5 \leftrightarrow

- hesap sırasını değiştirmek için parantez kullanılır

İşlem Önceliği Örnekleri

Örnek

- s : Filiz gezmeye çıkar.
- t : Mehtap var.
- u : Kar yağıyor.
- aşağıdaki SF'ler ne anlama gelir?

- $t \wedge \neg u \rightarrow s$

- $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$

- $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$

- $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

İşlem Önceliği Örnekleri

Örnek

- s : Filiz gezmeye çıkar.
- t : Mehtap var.
- u : Kar yağıyor.
- aşağıdaki SF'ler ne anlama gelir?

- $t \wedge \neg u \rightarrow s$

- $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$

- $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$

- $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

İşlem Önceliği Örnekleri

Örnek

- s : Filiz gezmeye çıkar.
- t : Mehtap var.
- u : Kar yağıyor.
- aşağıdaki SF'ler ne anlama gelir?

- $t \wedge \neg u \rightarrow s$

- $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$

- $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$

- $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

İşlem Önceliği Örnekleri

Örnek

- s : Filiz gezmeye çıkar.
- t : Mehtap var.
- u : Kar yağıyor.
- aşağıdaki SF'ler ne anlama gelir?

- $t \wedge \neg u \rightarrow s$

- $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$

- $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$

- $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

İşlem Önceliği Örnekleri

Örnek

- s : Filiz gezmeye çıkar.
- t : Mehtap var.
- u : Kar yağıyor.
- aşağıdaki SF'ler ne anlama gelir?
- $t \wedge \neg u \rightarrow s$
- $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$
- $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$
- $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

Formül Nitelikleri

- 1 *geçerli*: bütün yorumlar için doğru (**totoloji**)
- 2 *çelişkili*: bütün yorumlar için yanlış (**çelişki**)
- 3 *tutarlı*: bazı yorumlar için doğru

Totoloji Örneği

Örnek

Tablo: $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$ (A)	$p \wedge A$ (B)	$B \rightarrow q$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

Çelişki Örneği

Örnek

Tablo: $p \wedge (\neg p \wedge q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$ (A)	$p \wedge A$
D	D	Y	Y	Y
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	D	D	Y
Y	Y	D	Y	Y

1 Önermeler

- Giriş
- Birleşik Önermeler
- Sağlıklı Formüller
- Üstdil

2 Önerme Hesapları

- Giriş
- Mantık Yasaları
- Akıl Yürütme

Tanım

hedef dil:
üzerinde çalışılan dil

Tanım

üstdil:
hedef dilin özelliklerinden söz ederken kullanılan dil

- geçerlilik, çelişkililik ve tutarlılık üstdile ait tanımlar

Tanım

hedef dil:

üzerinde çalışılan dil

Tanım

üstdil:

hedef dilin özelliklerinden söz ederken kullanılan dil

- geçerlilik, çelişkililik ve tutarlılık üstdile ait tanımlar

Tanım

hedef dil:

üzerinde çalışılan dil

Tanım

üstdil:

hedef dilin özelliklerinden söz ederken kullanılan dil

- geçerlilik, çelişkililik ve tutarlılık üstdile ait tanımlar

Üstdil Örnekleri

Örnek

- anadili Türkçe olan biri İngilizce öğrenirken
 - hedef dil: İngilizce
 - üstdil: Türkçe

Örnek

- bir öğrenci programlama öğrenirken
 - hedef dil: C, Python, Java, ...
 - üstdil: İngilizce, Türkçe, ...

Üstdil Örnekleri

Örnek

- anadili Türkçe olan biri İngilizce öğrenirken
 - hedef dil: İngilizce
 - üstdil: Türkçe

Örnek

- bir öğrenci programlama öğrenirken
 - hedef dil: C, Python, Java, ...
 - üstdil: İngilizce, Türkçe, ...

- $P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$
 P_1, P_2, \dots, P_n varsayıldığında Q 'nun doğruluğu tanıtlanabilir.
- $P_1, P_2, \dots, P_n \models Q$
 P_1, P_2, \dots, P_n doğruysa Q doğrudur.

- $P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$
 P_1, P_2, \dots, P_n varsayıldığında Q 'nun doğruluğu tanıtlanabilir.
- $P_1, P_2, \dots, P_n \models Q$
 P_1, P_2, \dots, P_n doğruysa Q doğrudur.

Tanım

tutarlı: bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
 $P \vdash Q$ ise $P \models Q$

- tanıtlanabilen bütün önermeler doğrudur

Tanım

eksiksiz: bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
 $P \models Q$ ise $P \vdash Q$

- doğru olan bütün önermeler tanıtlanabilir

Tanım

tutarlı: bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
 $P \vdash Q$ ise $P \models Q$

- tanıtlanabilen bütün önermeler doğrudur

Tanım

eksiksiz: bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
 $P \models Q$ ise $P \vdash Q$

- doğru olan bütün önermeler tanıtlanabilir

- Önermeler mantığı tutarlı ve eksiksizdir.

Gödel Kuramı

- Sıradan aritmetiği ifade edecek kadar güçlü hiçbir mantıksal sistem hem tutarlı hem eksiksiz olamaz.

Gödel Kuramı

- Önermeler mantığı tutarlı ve eksiksizdir.

Gödel Kuramı

- Sıradan aritmetiği ifade edecek kadar güçlü hiçbir mantıksal sistem hem tutarlı hem eksiksiz olamaz.

1 Önermeler

- Giriş
- Birleşik Önermeler
- Sağlıklı Formüller
- Üstdil

2 Önerme Hesapları

- Giriş
- Mantık Yasaları
- Akıl Yürütme

Önerme Hesabı Yaklaşımları

- 1 anlamsal yaklaşım: *doğruluk tabloları*
 - değişken sayısı artınca yönetimi zorlaşır
- 2 yazımsal yaklaşım: *akıl yürütme kuralları*
 - var olan önermelerden mantıksal gerektirmeler kullanarak yeni önermeler üretme
- 3 aksiyomatik yaklaşım: *Boole cebri*
 - eşdeğerli formülleri denklemlerde birbirlerinin yerine koyma

Önerme Hesabı Yaklaşımları

- 1 anlamsal yaklaşım: *doğruluk tabloları*
 - değişken sayısı artınca yönetimi zorlaşır
- 2 yazımsal yaklaşım: *akıl yürütme kuralları*
 - var olan önermelerden mantıksal gerektirmeler kullanarak yeni önermeler üretme
- 3 aksiyomatik yaklaşım: *Boole cebri*
 - eşdeğerli formülleri denklemlerde birbirlerinin yerine koyma

Önerme Hesabı Yaklaşımları

- 1 anlamsal yaklaşım: *doğruluk tabloları*
 - değişken sayısı artınca yönetimi zorlaşır
- 2 yazımsal yaklaşım: *akıl yürütme kuralları*
 - var olan önermelerden mantıksal gerektirmeler kullanarak yeni önermeler üretme
- 3 aksiyomatik yaklaşım: *Boole cebri*
 - eşdeğerli formülleri denklemlerde birbirlerinin yerine koyma

Doğruluk Tablosu Örneği

■ $p \rightarrow q$

- *kontrapozitif*: $\neg q \rightarrow \neg p$
- *konvers*: $q \rightarrow p$
- *invers*: $\neg p \rightarrow \neg q$

Örnek

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D	D
Y	D	D	D	Y	Y
Y	Y	D	D	D	D

Doğruluk Tablosu Örneği

■ $p \rightarrow q$

■ *kontrapozitif*: $\neg q \rightarrow \neg p$

■ *konvers*: $q \rightarrow p$

■ *invers*: $\neg p \rightarrow \neg q$

Örnek

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D	D
Y	D	D	D	Y	Y
Y	Y	D	D	D	D

1 Önermeler

- Giriş
- Birleşik Önermeler
- Sağlıklı Formüller
- Üstdil

2 Önerme Hesapları

- Giriş
- Mantık Yasaları
- Akıl Yürütme

Mantıksal Eşdeğerlilik

Tanım

$P \leftrightarrow Q$ totoloji ise P ve Q mantıksal eşdeğerli:

$$P \Leftrightarrow Q$$

Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

Örnek

■ $\neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$

Tablo: $\neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$

p	$\neg p$	$p \rightarrow Y$ (A)	$\neg p \Leftrightarrow A$
D	Y	Y	D
Y	D	D	D

Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

Örnek

■ $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

Tablo: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$

p	q	$p \rightarrow q$ (A)	$\neg p$	$\neg p \vee q$ (B)	$A \leftrightarrow B$
D	D	D	Y	D	D
D	Y	Y	Y	Y	D
Y	D	D	D	D	D
Y	Y	D	D	D	D

Mantık Yasaları

Çifte Değilleme (Double Negation - DN)

$$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$$

Değişme (Commutativity - Co)

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

Birleşme (Associativity - As)

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

Sabit Kuvvetlilik (Idempotence - Ip)

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

Terslik (Inverse - In)

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow D$$

Mantık Yasaları

Çifte Değilleme (Double Negation - DN)

$$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$$

Değişme (Commutativity - Co)

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

Birleşme (Associativity - As)

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

Sabit Kuvvetlilik (Idempotence - Ip)

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

Terslik (Inverse - In)

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow D$$

Mantık Yasaları

Çifte Değilleme (Double Negation - DN)

$$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$$

Değişme (Commutativity - Co)

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

Birleşme (Associativity - As)

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

Sabit Kuvvetlilik (Idempotence - Ip)

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

Terslik (Inverse - In)

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow D$$

Mantık Yasaları

Çifte Değilleme (Double Negation - DN)

$$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$$

Değişme (Commutativity - Co)

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

Birleşme (Associativity - As)

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

Sabit Kuvvetlilik (Idempotence - Ip)

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

Terslik (Inverse - In)

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow D$$

Mantık Yasaları

Çifte Değilleme (Double Negation - DN)

$$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$$

Değişme (Commutativity - Co)

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

Birleşme (Associativity - As)

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

Sabit Kuvvetlilik (Idempotence - Ip)

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

Terslik (Inverse - In)

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow D$$

Mantık Yasaları

Etkisizlik (Identity - Id)

$$p \wedge D \Leftrightarrow p$$

$$p \vee Y \Leftrightarrow p$$

Baskınlık (Domination - Do)

$$p \wedge Y \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee D \Leftrightarrow D$$

Dağılma (Distributivity - Di)

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Yutma (Absorption - Ab)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

DeMorgan Yasaları (DM)

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Mantık Yasaları

Etkisizlik (Identity - Id)

$$p \wedge D \Leftrightarrow p$$

$$p \vee Y \Leftrightarrow p$$

Baskınlık (Domination - Do)

$$p \wedge Y \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee D \Leftrightarrow D$$

Dağılma (Distributivity - Di)

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Yutma (Absorption - Ab)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

DeMorgan Yasaları (DM)

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Mantık Yasaları

Etkisizlik (Identity - Id)

$$p \wedge D \Leftrightarrow p$$

$$p \vee Y \Leftrightarrow p$$

Baskınlık (Domination - Do)

$$p \wedge Y \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee D \Leftrightarrow D$$

Dağılma (Distributivity - Di)

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Yutma (Absorption - Ab)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

DeMorgan Yasaları (DM)

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Mantık Yasaları

Etkisizlik (Identity - Id)

$$p \wedge D \Leftrightarrow p$$

$$p \vee Y \Leftrightarrow p$$

Baskınlık (Domination - Do)

$$p \wedge Y \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee D \Leftrightarrow D$$

Dağılma (Distributivity - Di)

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Yutma (Absorption - Ab)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

DeMorgan Yasaları (DM)

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Mantık Yasaları

Etkisizlik (Identity - Id)

$$p \wedge D \Leftrightarrow p$$

$$p \vee Y \Leftrightarrow p$$

Baskınlık (Domination - Do)

$$p \wedge Y \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee D \Leftrightarrow D$$

Dağılma (Distributivity - Di)

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Yutma (Absorption - Ab)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

DeMorgan Yasaları (DM)

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$p \rightarrow q$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee q$$

$$\Leftrightarrow q \vee \neg p \quad Co$$

$$\Leftrightarrow \neg\neg q \vee \neg p \quad DN$$

$$\Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & q \vee \neg p && Co \\ \Leftrightarrow & \neg\neg q \vee \neg p && DN \\ \Leftrightarrow & \neg q \rightarrow \neg p \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & q \vee \neg p && Co \\ \Leftrightarrow & \neg\neg q \vee \neg p && DN \\ \Leftrightarrow & \neg q \rightarrow \neg p \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & q \vee \neg p && Co \\ \Leftrightarrow & \neg\neg q \vee \neg p && DN \\ \Leftrightarrow & \neg q \rightarrow \neg p \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & q \vee \neg p && Co \\ \Leftrightarrow & \neg\neg q \vee \neg p && DN \\ \Leftrightarrow & \neg q \rightarrow \neg p \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q)$$

$$\Leftrightarrow \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q \quad DM$$

$$\Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge r) \wedge q \quad DN$$

$$\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (r \wedge q) \quad As$$

$$\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (q \wedge r) \quad Co$$

$$\Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge q) \wedge r \quad As$$

$$\Leftrightarrow q \wedge r \quad Ab$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\ \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q && DM \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q && DN \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) && As \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) && Co \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r && As \\ \Leftrightarrow & q \wedge r && Ab \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\ \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q && DM \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q && DN \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) && As \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) && Co \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r && As \\ \Leftrightarrow & q \wedge r && Ab \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\ \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q && DM \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q && DN \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) && As \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) && Co \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r && As \\ \Leftrightarrow & q \wedge r && Ab \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\ \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q && DM \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q && DN \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) && As \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) && Co \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r && As \\ \Leftrightarrow & q \wedge r && Ab \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\ \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q && DM \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q && DN \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) && As \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) && Co \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r && As \\ \Leftrightarrow & q \wedge r && Ab \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\ \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q && DM \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q && DN \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) && As \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) && Co \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r && As \\ \Leftrightarrow & q \wedge r && Ab \end{aligned}$$

Dualite

Tanım

\wedge ve \vee dışında bir bağlaç içermeyen bir s önermesinin **dual** önermesi s^d ,
 \wedge yerine \vee , \vee yerine \wedge , D yerine Y , Y yerine D konarak elde edilir.

Örnek (dual önerme)

$$\begin{aligned}s &: (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge D) \\ s^d &: (p \vee \neg q) \wedge (r \vee Y)\end{aligned}$$

Dualite

Tanım

\wedge ve \vee dışında bir bağlaç içermeyen bir s önermesinin **dual** önermesi s^d ,
 \wedge yerine \vee , \vee yerine \wedge , D yerine Y , Y yerine D konarak elde edilir.

Örnek (dual önerme)

$$\begin{aligned}s &: (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge D) \\ s^d &: (p \vee \neg q) \wedge (r \vee Y)\end{aligned}$$

Dualite İlkesi

Dualite İlkesi

s ve t , \wedge ve \vee dışında bir bağlaç içermeyen önermeler olsun.

$s \Leftrightarrow t$ ise $s^d \Leftrightarrow t^d$.