

2. Hafta

YMÜ 215 Mantık Devreleri

Dr. Feyza Altunbey Özbay

İçerik

- Sayı Sistemlerinde Hesaplama
- İkili (Binary) Sayı Sisteminde Hesaplama
 - Toplama
 - Çıkarma
 - Çarpma
 - Bölme
- 1'e ve 2'ye Tümleme Kavramları

Sayı Sistemlerinde Hesaplama

İkili, sekizli ve onaltılık sistemlerdeki hesaplamalarda da 4 temel işlem (toplama, çıkarma, çarpma, bölme) kullanılır. Ancak, dijital bilgisayarlarda kullanılan temel sayı sistemi ikili sayı sistemi olduğundan, ikili sayı sistemindeki dört işlemi detaylı olarak inceleyelim.

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Hesaplama

TOPLAMA İŞLEMİ

İkili sayı sisteminde yapılan toplama işlemi, onlu sayı sisteminde olduğu gibi aynı basamaktaki sayıların toplanması şeklinde yapılır. İkili sayı sistemindeki toplama kuralları aşağıdaki şekilde sıralanabilir.

$$0 + 0 = 0 \quad \text{toplama 0, elde 0}$$

$$0 + 1 = 1 \quad \text{toplama 1, elde 0}$$

$$1 + 0 = 1 \quad \text{toplama 1, elde 0}$$

$$1 + 1 = 10 \quad \text{toplama 0, elde 1}$$

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Toplama

- '1 + 1' toplama işleminde **sonuç olarak '0'** ve bir soldaki basamağa aktarılmak üzere **'elde 1'** ortaya çıkar.
- Bu onluk sayılarla yapılan toplama işlemindeki 9+1 rakamlarının toplamından '0' ortaya çıkması ve eldeki 1'in bir soldaki basamağa aktarılmasına benzer.

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Toplama- Örnekler

- İkili sayı sistemine göre aşağıdaki toplama işlemlerini gerçekleştirelim.

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 01 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 010 \\ \hline 111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 011 \\ \hline 1000 \end{array}$$

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Toplama

Aşağıda verilen toplama işlemlerini yapalım.

$$\begin{array}{r} 1110 \\ + 0110 \\ \hline 10100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ 1111 \\ + 1011 \\ \hline 100111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011 \\ 011011 \\ 110101 \\ + 010010 \\ \hline 10011101 \end{array}$$

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Hesaplama

• ÇIKARMA İŞLEMİ

İkilik çıkarmanın dört kuralı şöyle sıralanır:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$0 - 1 = 1 \text{ (Burada bir soldaki sütundan 1 borç alınır } \\ \text{ve bu sütuna 2 olarak yazılır)}$$

$$1 - 1 = 0$$

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Çıkarma

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini yapalım.

101'den 011' i çıkarın.

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 011 \\ \hline 010 \end{array}$$

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Çıkarma-Örnekler

$$\begin{array}{r} 10110 \\ - 1101 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101110 \\ - 10011 \\ \hline 11011 \end{array}$$

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Çarpma

- İkilik çarpmanın dört temel kuralı vardır:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

- İkilik sayıların çarpımı onluk sayılar ile aynı biçimdedir. Basamaklar birer birer çarpılır elde edilen ara toplamlar bir sola kaydırılarak yazılır. Bu ara toplamların toplamı çarpımı verir.

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Çarpma-Örnekler

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 1 \\ \hline 11 \end{array}$$

Ara
çarpımlar {

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 11 \\ \hline 11 \\ + 11 \\ \hline 1001 \end{array}$$

Ara
çarpımlar {

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 101 \\ \hline 111 \\ 000 \\ + 111 \\ \hline 100011 \end{array}$$

İkili (Binary) Sayı Sisteminde Bölme

- İkili sayılarda bölme onluk sayılardakiyle aynı biçimdedir.

$$\begin{array}{r|l} 110 & 11 \\ \underline{11} & \\ 000 & \end{array}$$

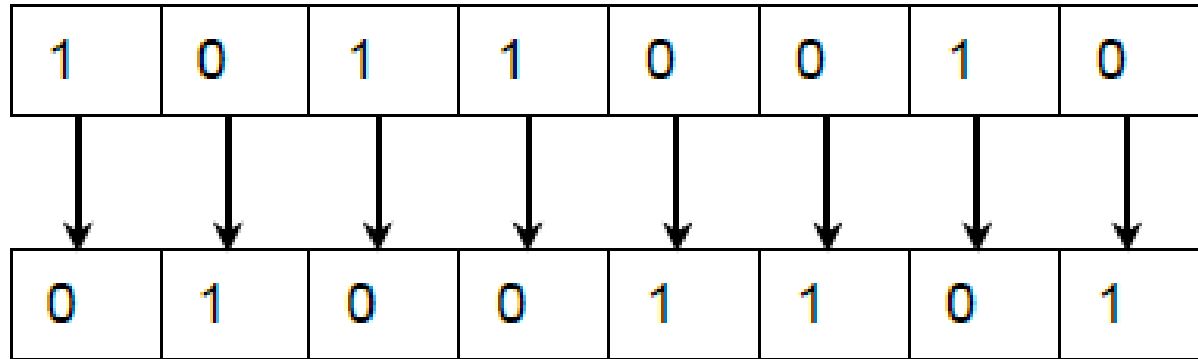
$$\begin{array}{r|l} 110 & 10 \\ \underline{10} & \\ 010 & \\ \underline{10} & \\ 000 & \end{array}$$

1'e ve 2'ye Tümleme Kavramlari

İkilik sayılarda tümleyen kavramı önemlidir, çünkü negatif sayıların gösterimini sağlar ve 2-tümleyen, bilgisayarların negatif sayılarla işlem yapabilmesi için kullanılır.

İkili sayının 1'e tümleyeninin bulunması

- İkili sayıların 1'e tümleyeninin bulunması için sayıdaki 1'ler yerine 0, 0'lar yerine 1 yazılır.



İkilik sayının 1'e tümleyeninin bulunması

- Sayının 1'e tümleyenini bulmanın bir diğer yöntemi ise

$$(2^n - N - 1)$$

formülünü kullanmaktır. Formüldeki 'n' değeri verilen N sayısındaki basamak sayısıdır.

- 110110_2 sayının 1'e tümleyenini bulalım:

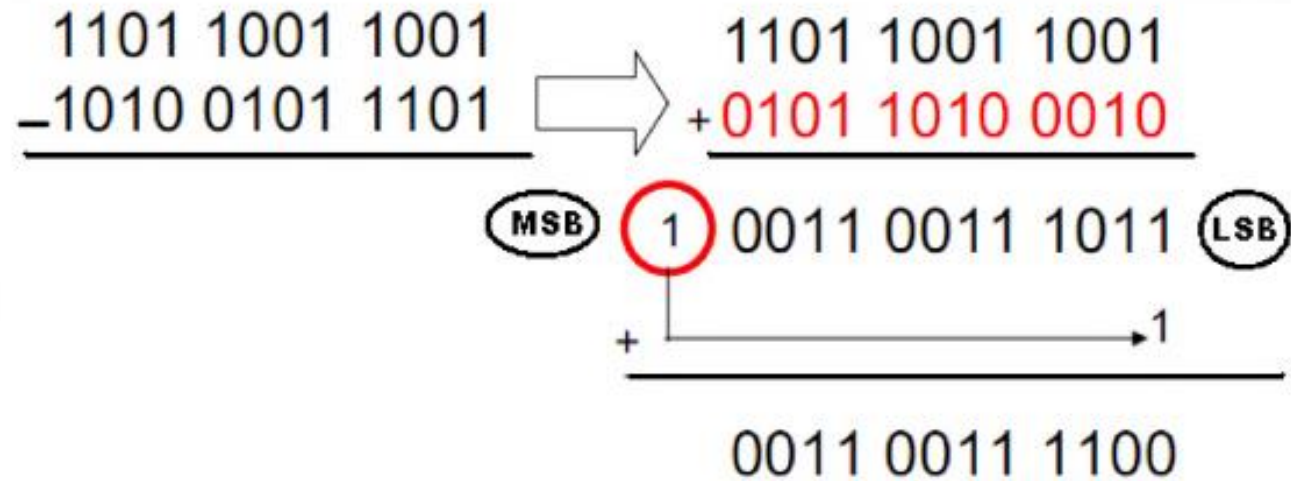
$$2^6 - 110110 - 1 = 100000 - 110110 - 1 = 001001$$

Tümleme Yöntemi ile Çıkarma

$$\begin{array}{r} \text{xxxxx} \rightarrow \text{eksilen sayı} \\ -\text{yyyyy} \rightarrow \text{çıkan sayı} \\ \hline \text{ZZZZ} \rightarrow \text{kalan (fark)} \end{array}$$

- Çıkan sayının 1'e tümleyeni alınır. Yani 0'lar 1, 1'ler 0 yapılır.
- Eksilen sayı ile çıkan sayının 1'e tümleleri toplanır.
- Toplamın en sonundaki bit (MSB), LSB'nin altına yazılır.
- En büyük değerlikli basamakta elde 1 oluşursa bu işlem sonucunun pozitif olduğu anlamına gelir.
- Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir, doğru cevabı bulmak için sonuç terslenerek yazılır.

Tümlleme Yöntemi ile Çıkarma



Görüldüğü gibi bu yöntemde 2. sayının 0'ları 1, 1'leri 0 yapılarak toplama işlemi gerçekleştirilmektedir.

İkilik sayının 2'ye tümleyeninin bulunması

- İkili sayıların 2'ye tümleyeni, 1'e tümleyeninin LSB sine 1 eklenerek bulunur.

