Tek Değişkenli Optimizasyon Yöntemleri

Presentation · April 2016

DOI: 10.13140/RG.2.2.20379.05929

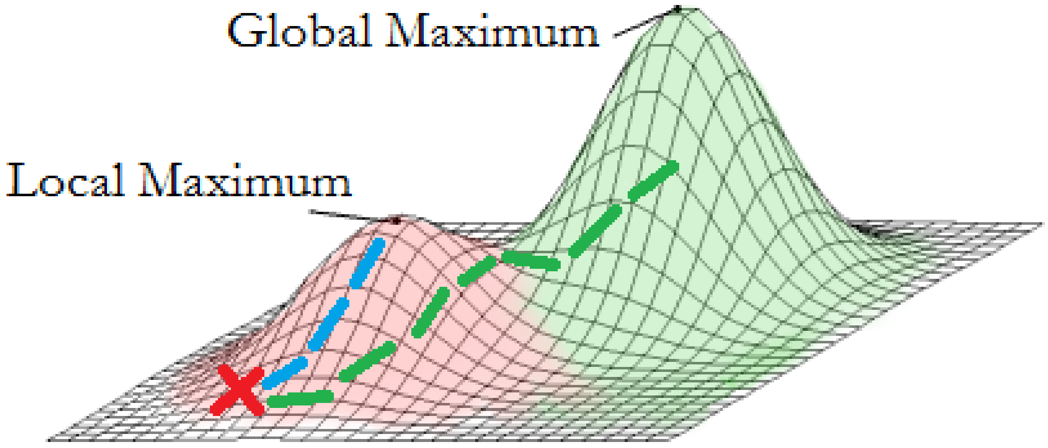
Ismail Can Dikmen
Inonu University

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

KONVEKS ANALİZ VE OPTİMİZASYON

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON YÖNTEMLERİ

- GİRİŞ
- GOLDEN SECTION
- FIBONACCI
- NEWTON
- SECANT

GİRİŞ

- Nedir?
- Neden?
- $x_1, x_2 \ldots x_n$

Optimizasyon, reel bir fonksiyonu maksimize veya minimize etme probleminin çözümünü, çözüm için izin verilen bir küme dahilindeki reel veya tamsayı değerlerini sistematik bir şekilde kullanarak arama işlemidir.

GİRİŞ

- Nedir?
- Neden?
- $x_1, x_2 \ldots x_n$

- Çünkü Optimizasyon "En İyileme" anlamına gelir ve her zaman için istenen bir sonuçtur.
- Bir işin yapılmış olması demek, o işin en iyi şekilde yapıldığı anlamına gelmez. Optimizasyon teknikleri, yapılmış veya yapılmakta olan işin en iyi çözümünü ortaya koymak için kullanılır.
- Bu teknikler kullanılarak ortaya konulmuş olan çözüm, Optimum Çözüm olarak adlandırılır. Hedef her zaman için bu optimum çözümü yakalayabilmektir.
- Optimizasyon, anlamından da anlaşılacağı gibi, her alanda kullanılmaktadır. Yapılacak olan bir inşaattan tutun bir web sitesine kadar her alanda bu tekniklere ihtiyaç duyulur.

GİRİŞ

Nedir?

Neden?

$x_1, x_2 \ldots x_n$

Mühendislik uygulamaları örnekleri:

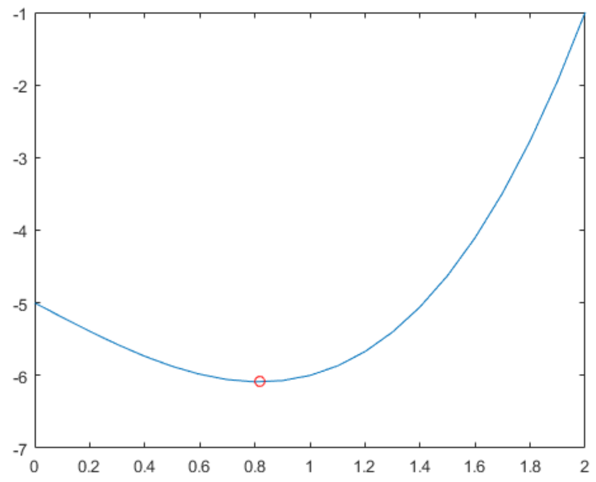
- En az fire malzeme kesme
- Minimum ağırlık ve maksimum mukavemet ile uçak tasarımı
- Uzay araçlarının, füzelerin, dronların vb. yörünge hesaplamaları
- Maliyeti minimuma indirmek için planlı bakım
- Üretim de verimi arttırmak için optimum mesai saatleri
- …

GİRİŞ

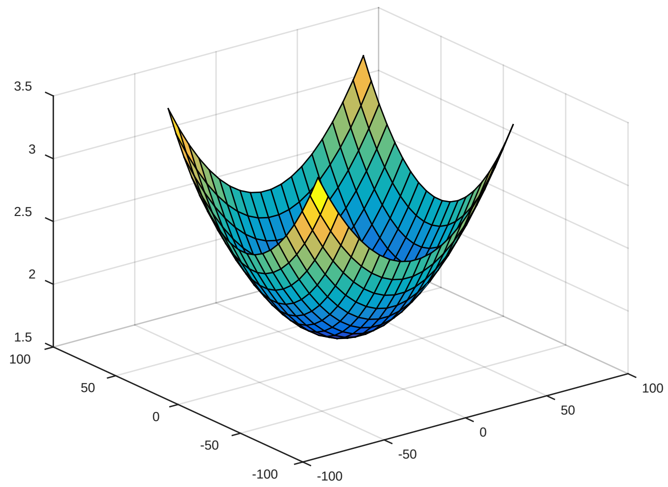
- Nedir?
- Neden?
- $x_1, x_2 \ldots x_n$

Optimizasyon bir probleminin tek değişkenli veya çok değişkenli olması ne demek?

TEK DEĞİŞKENLİ



ÇOK DEĞİŞKENLİ

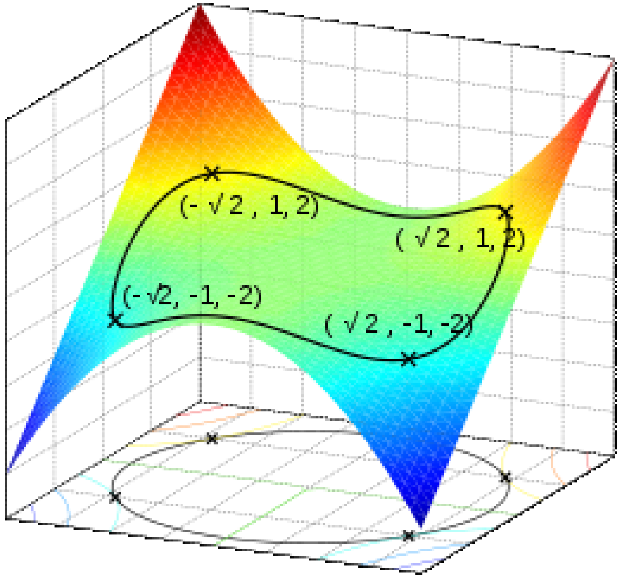


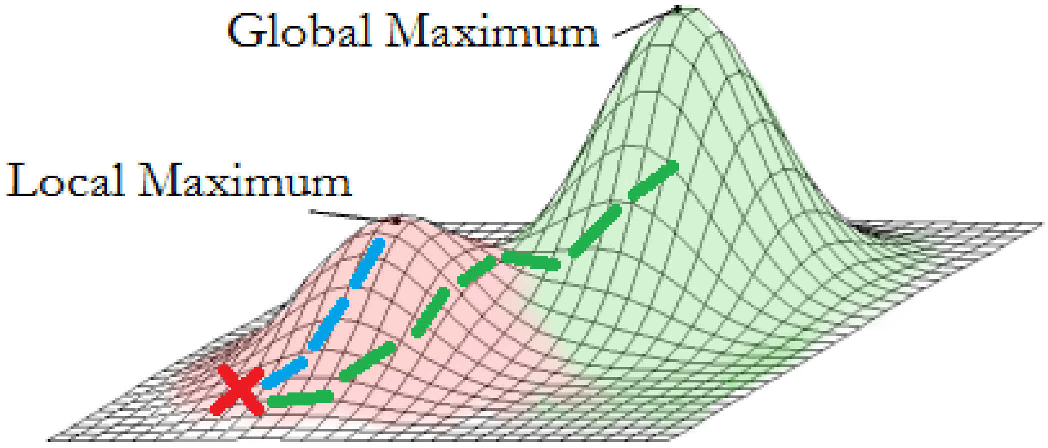
GİRİŞ

- Nedir?
- Neden?
- $x_1, x_2 \ldots x_n$

Optimizasyon bir probleminin kısıtlarının olması ne demek?

KISITLI OPTİMİZASYON

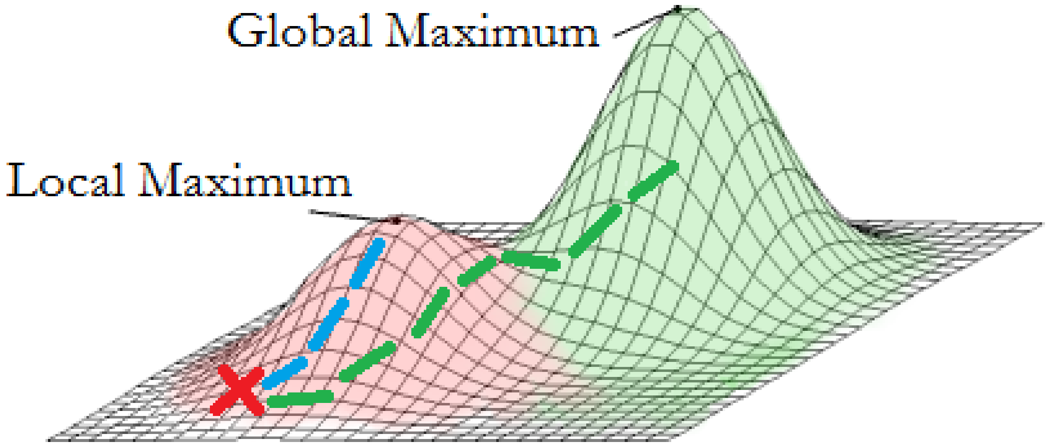




TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- GOLDEN SECTION
- FIBONACCI
- NEWTON
- SECANT

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- GOLDEN SECTION
- FIBONACCI
- NEWTON
- SECANT

Golden Section Metodu

Genel Özellikleri:

- Golden Section(Altın Bölme) metodunun temeli İtalyan matematikçi Fibonacci tarafından atılmıştır (1202).
- Metot, optimumun araştırılacağı alanın sürekli daraltılmasına dayanır.
- Bu alan altın orana göre daraltılır.
- Optimizasyon sonucunda çok küçülen alanın optimumu barındırdığı düşünülür.
- İteratif bir yöntemdir.

Golden Section Metodu

<u>Altın oran nedir?</u>

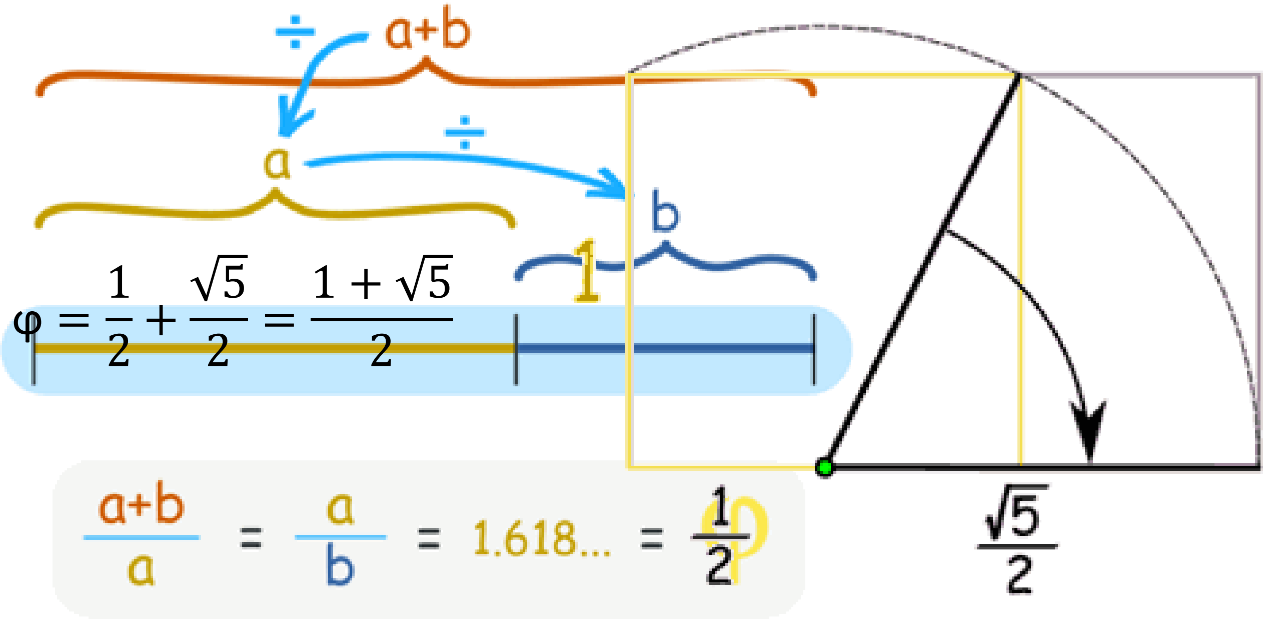
φ

- Sembolü ile gösterilir.
- Değeri yaklaşık **1,618**’dir.
- Geometri, sanat, mimari ve diğer pek çok alanda karşımıza çıkan bir orandır.

Golden Section Metodu

Altın oran nedir?

- Ardında yatan fikir…



Golden Section Metodu

Örnek:

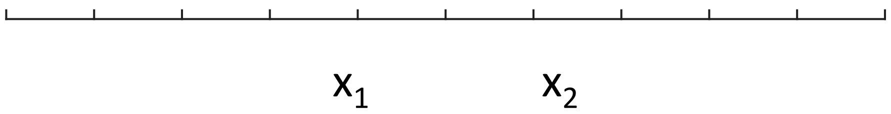
İterasyon sayısı= 0

X_1= 0,3820

X_2= 0,6180

$f(x_1)$= 0,3003

$f(x_2)$= 0,3475



Golden Section Metodu

<u>Örnek:</u>

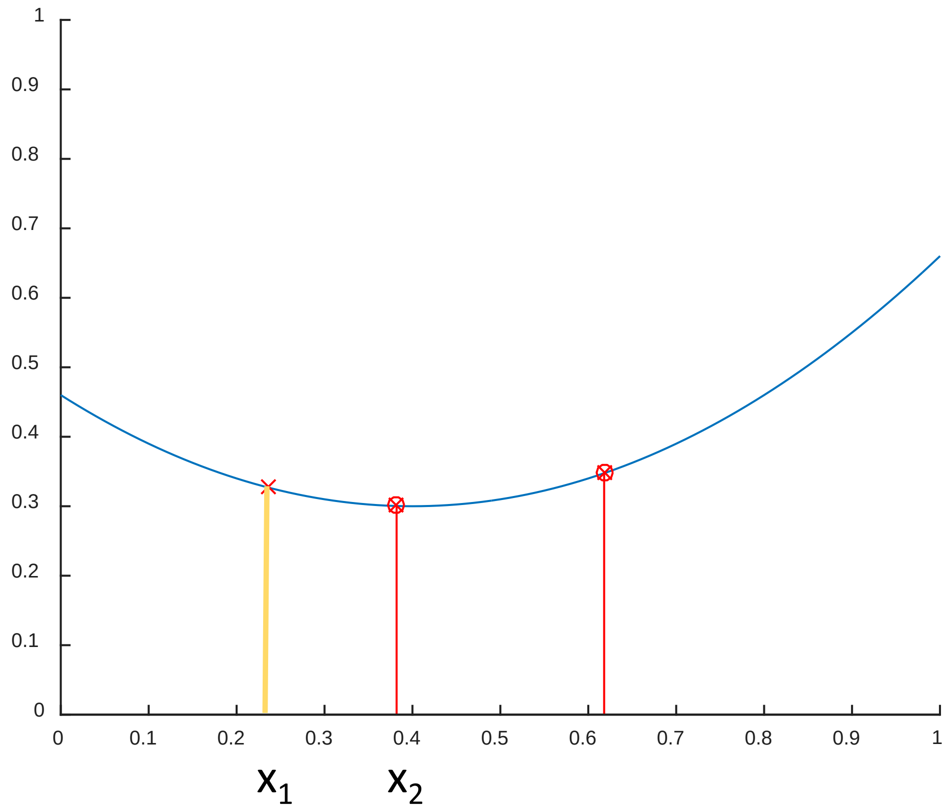
İterasyon sayısı= 1

X_1= 0,3820

X_2= 0,2361

$f(x_1)$= 0,3269

$f(x_2)$= 0,3003



Golden Section Metodu

Örnek:

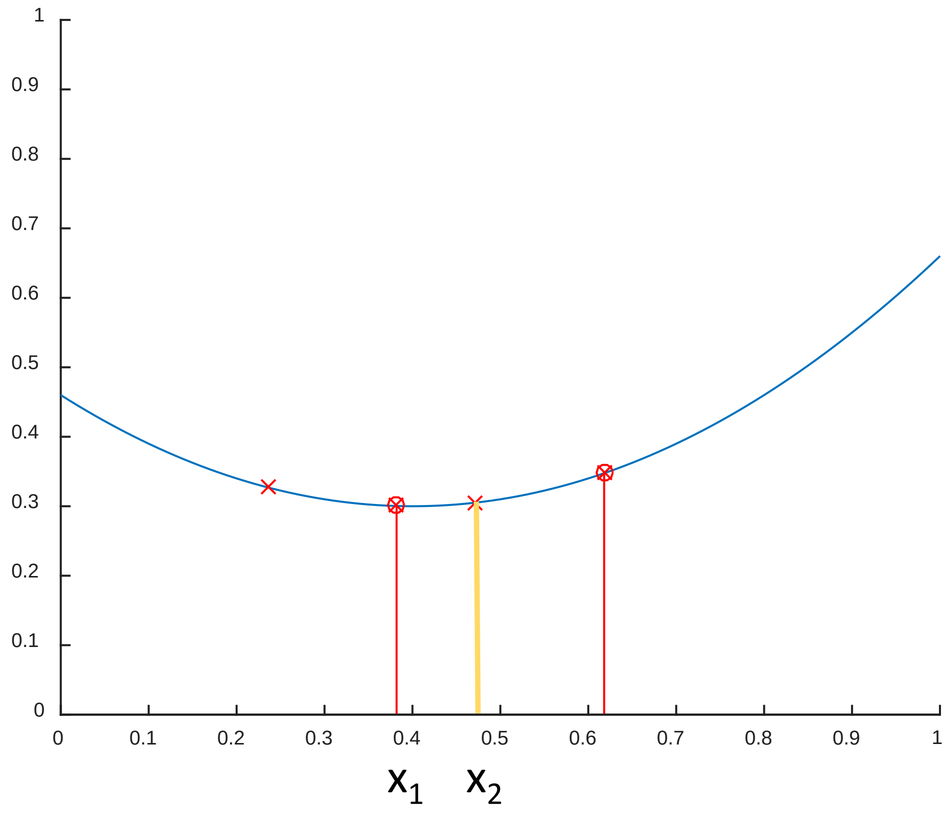
İterasyon sayısı= 2

X_1= 0,3820

X_2= 0,4721

$f(x_1)$= 0,3003

$f(x_2)$= 0,3052



Golden Section Metodu

Örnek:

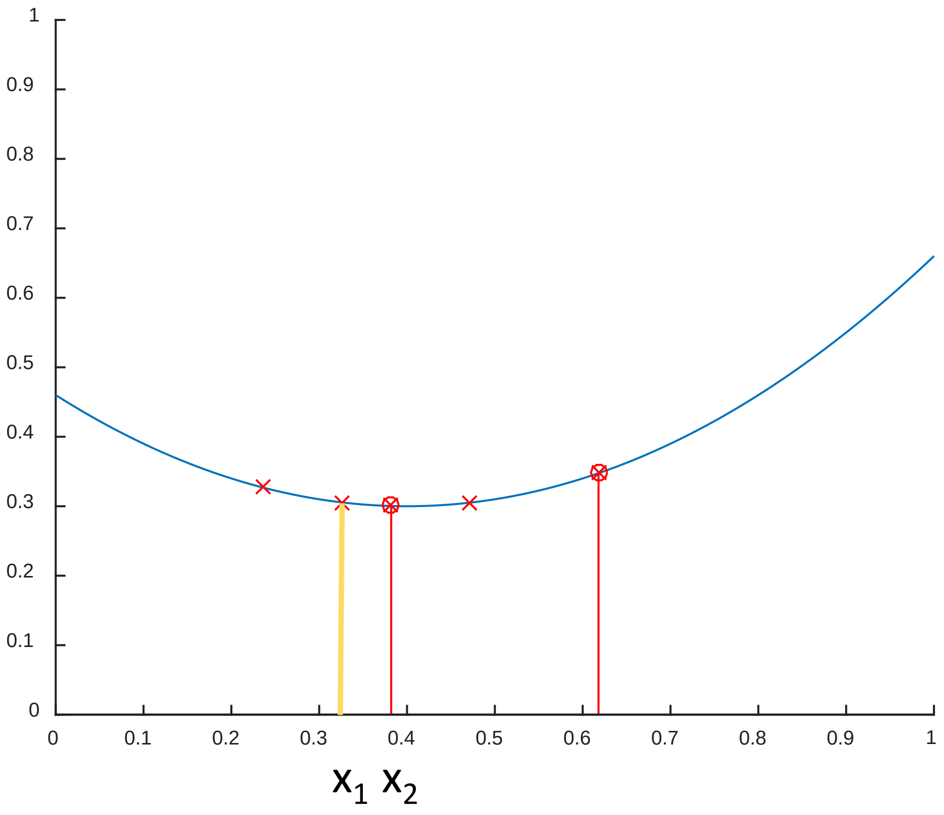
İterasyon sayısı= 3

X_1= 0,3262

X_2= 0,3820

$f(x_1)$= 0,3054

$f(x_2)$= 0,3003



Golden Section Metodu

Örnek:

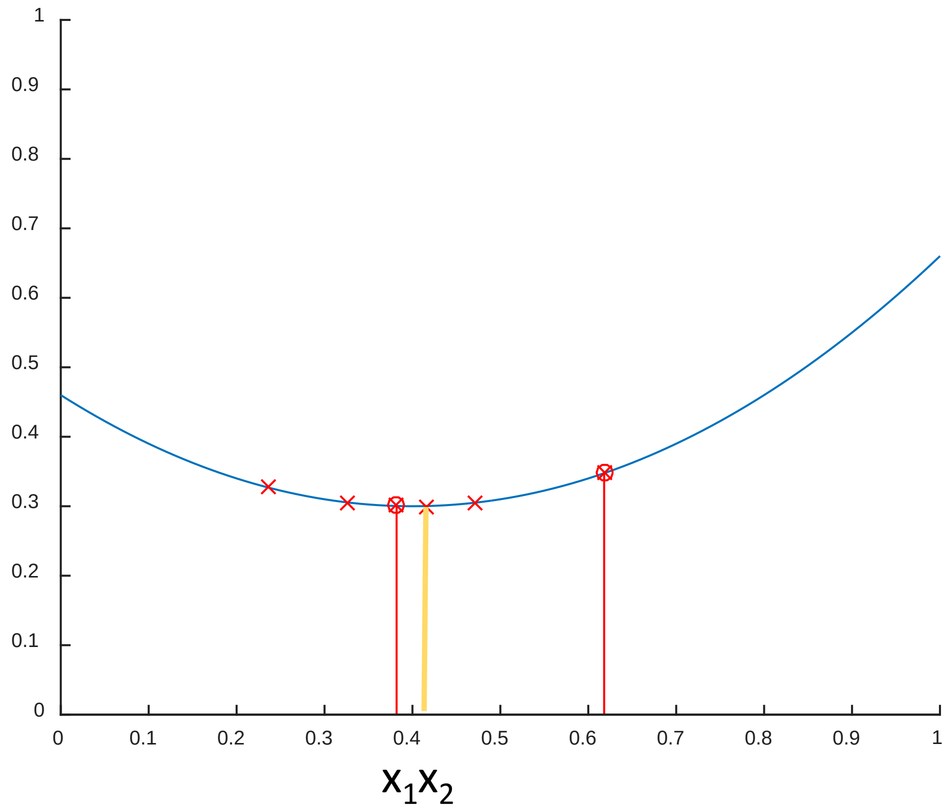
İterasyon sayısı= 4

X_1= 0,3820

X_2= 0,4164

$f(x_1)$= 0,3003

$f(x_2)$= 0,3003



İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

Golden Section Metodu

Örnek:

İterasyon sayısı= 5

X_1= 0,4164

X_2= 0,4377

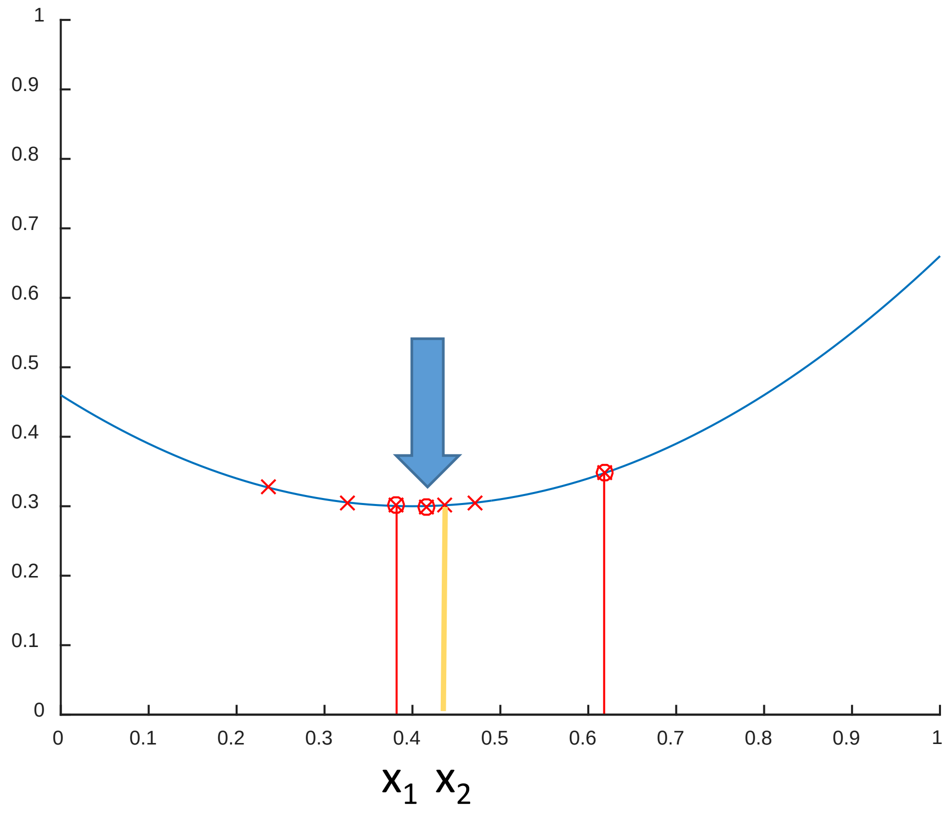
$f(x_1)$= 0,3003

$f(x_2)$= 0,3014

---

x_{min}= 0,416408

$f(x_{min})$= 0,300269



Golden Section Metodu

<u>Örnek:</u> $f(x) = 5x^2 - 5x$ fonksiyonun x'in [-1, 2] değer aralığında yalnız bir minimum noktası bulunduğu bilindiğine göre golden section metodu ile 5 iterasyon yapıldığında sonuca hangi hassasiyetle yaklaşılacağını hesaplayınız.

<u>İterasyon 1</u>

a = -1.0
b = 5.0
f(a) = f(-1.0) = 10.0
f(b) = f(5.0) = 100.0
10.0 < 100.0 (f(a) < f(b))
b = b - (0.381966 * |a - b|) (Aralığı sağdan daraltıyoruz.)
b = 5.0 - 0.381966 * 6.0 = 2.708203
Yeni aralığımız [-1.0, 2.708203] aralığı oldu.

Golden Section Metodu

Örnek: $f(x) = 5x^2 - 5x$ fonksiyonun x'in [-1, 2] değer aralığında yalnız bir minimum noktası bulunduğu bilindiğine göre golden section metodu ile 5 iterasyon yapıldığında sonuca hangi hassasiyetle yaklaşılacağını hesaplayınız.

İterasyon 2

a = -1.0
b = 2.708203
f(a) = f(-1.0) = 10.0
f(b) = f(2.708203) = 23.13082
10.0 < 23.13082(f(a) < f(b))
b = b - (0.381966 * |a - b|) (Aralığı sağdan daraltıyoruz.)
b = 2.708203 - 0.381966 * 3.708203 = 1.291796
Yeni aralığımız [-1.0, 1.291796] aralığı oldu.

GOLDEN SECTION METODU

Örnek: $f(x) = 5x^2 - 5x$ fonksiyonun x'in [-1, 2] değer aralığında yalnız bir minimum noktası bulunduğu bilindiğine göre golden section metodu ile 5 iterasyon yapıldığında sonuca hangi hassasiyetle yaklaşılacağını hesaplayınız.

İterasyon 3

a = -1.0
b = 1.291796
f(a) = f(-1.0) = 10.0
f(b) = f(1.291796) = 1.884705
1.884705 < 10.0 (f(b) < f(a))
a = a + (0.381966 * |a - b|) (Aralığı soldan daraltıyoruz.)
a = -1.0 + 0.381966 * 2.291796 = -0.12461
Yeni aralığımız [-0.12461, 1.291796] aralığı oldu.

Golden Section Metodu

Örnek: $f(x) = 5x^2 - 5x$ fonksiyonun x'in [-1, 2] değer aralığında yalnız bir minimum noktası bulunduğu bilindiğine göre golden section metodu ile 5 iterasyon yapıldığında sonuca hangi hassasiyetle yaklaşılacağını hesaplayınız.

İterasyon 4

a = -0.12461
b = 1.291796
f(a) = f(-0.12461) = 0.700699
f(b) = f(1.291796) = 1.884705
0.700699 < 1.884705 (f(a) < f(b))
b = b - (0.381966 * |a - b|) (Aralığı sağdan daraltıyoruz.)
b = 1.291796 - 0.381966 * 1.416407 = 0.750776
Yeni aralığımız [-0.12461, 0.750776] aralığı oldu.

Golden Section Metodu

<u>Örnek:</u> $f(x) = 5x^2 - 5x$ fonksiyonun x'in [-1, 2] değer aralığında yalnız bir minimum noktası bulunduğu bilindiğine göre golden section metodu ile 5 iterasyon yapıldığında sonuca hangi hassasiyetle yaklaşılacağını hesaplayınız.

<u>İterasyon 5</u>

a = -0.12461
b = 0.750776
f(a) = f(-0.12461) = 0.700699
f(b) = f(0.750776) = -0.93555
-0.93555 < 0.700699 (f(b) < f(a))
a = a + (0.381966 * |a - b|) (Aralığı soldan daraltıyoruz.)
a = -0.12461 + 0.381966 * 0.875388 = 0.209756
Yeni aralığımız [0.209756, 0.750776] aralığı oldu.

Golden Section Metodu

Örnek: $f(x) = 5x^2 - 5x$ fonksiyonun x'in [-1, 2] değer aralığında yalnız bir minimum noktası bulunduğu bilindiğine göre golden section metodu ile 5 iterasyon yapıldığında sonuca hangi hassasiyetle yaklaşılacağını hesaplayınız.

Hesapladığımız aralık [0.209756, 0.750776]

0.750776 - 0.209756 = **0.54102**

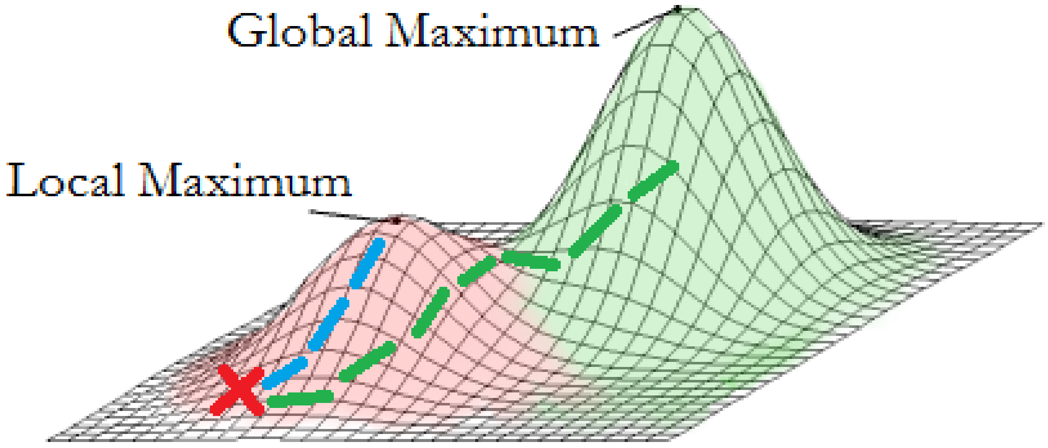
Formülde yerine koyduğumuzda 0.618^5 = **0.54087**

Golden Section Metodu

Genel Değerlendirme:

- Her iterasyonda çözüm aralığının %38'i elemine edilir.
- n iterasyon sonucunda çözüm aralığı $0{,}618^n$ oranında küçülmüş olacaktır.
- n=10 olduğu düşünülürse bulunan çözüm aralığı başlangıç aralığının %1'inden küçük olacaktır.
- Verilen çözüm aralığı içerisinde tek bir minimum nokta içeren fonksiyonlarda kullanılabilir.

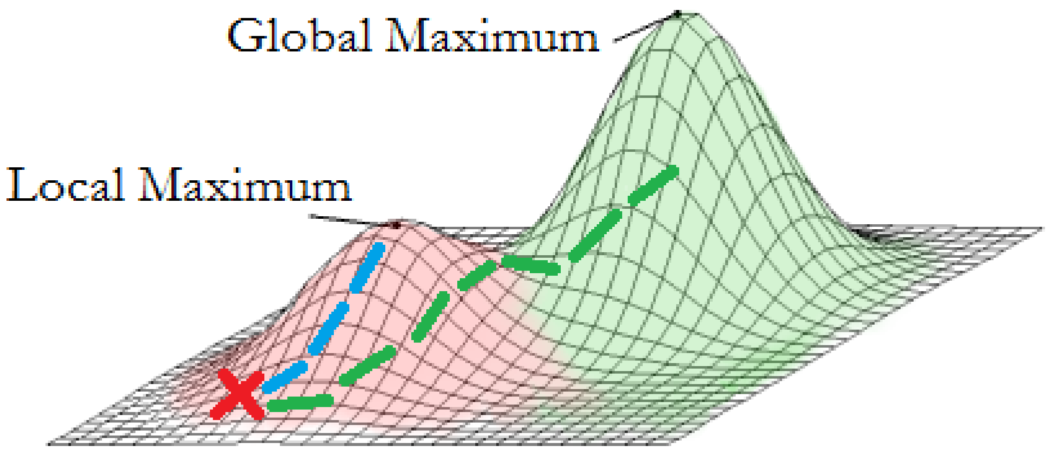
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- ✓ GOLDEN SECTION
- FIBONACCI
- NEWTON
- SECANT

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- ✓ GOLDEN SECTION
- FIBONACCI
- NEWTON
- SECANT

FİBONACCİ METODU

Genel Özellikleri:

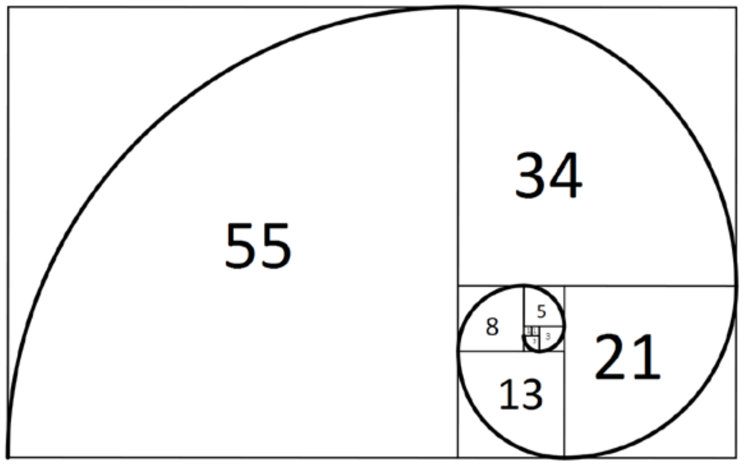
- Fibonacci dizisi temel alınarak çözüm alanı daraltılır.
- Golden Section yönteminde sabit bir oran kullanılırken bu yöntemde her iterasyonde değişen bir oran kullanılır. k iterasyonu için ρ_k bir sonraki iterasyonda ise ρ_{k+1} vb.
- Golden Section metodunda olduğu gibi uygun bir ρ değeri seçilmeye çalışılır. $(0 \leq \rho_k \leq \frac{1}{2})$
- İteratif bir yöntemdir.

FİBONACCİ METODU

Genel Özellikleri:

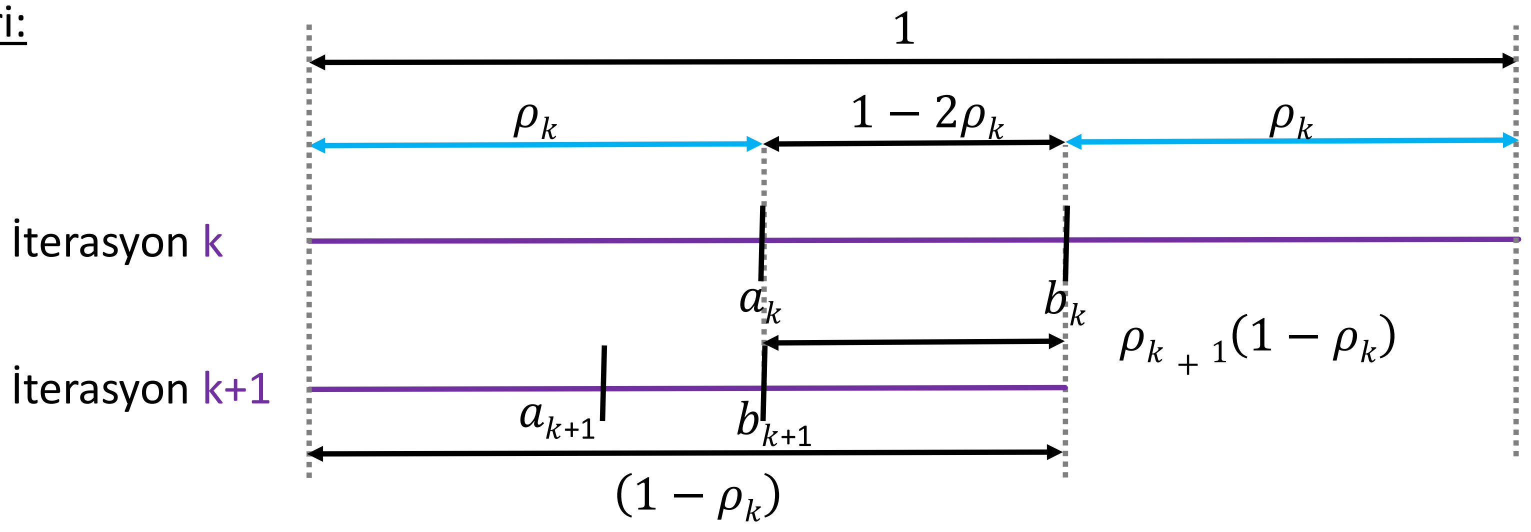
- Fibonacci dizisi…

1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233
F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}



Fibonacci Metodu

<u>Genel Özellikleri:</u>



$$\rho_{k+1}(1-\rho_k) = 1 - 2\rho_k \quad \Rightarrow \quad \rho_{k+1} = 1 - \frac{\rho_k}{1-\rho_k}$$

Fibonacci Metodu

Örnek: $f(x) = -3x2 + 21.6\,x + 1$ fonksiyonun maksimum noktasını $0 < x < 25$ aralığında 0.5 hassasiyetle bulunuz.

$$F_n = (25 - 0)/0.5 = 50$$

F_n değerininin 50'den büyük olduğu iterasyon sayısını bulacağız.

F_9=55 dolayısıyla 9 iterasyon yapılacak.

1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233
F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}

Fibonacci Metodu

Örnek: $f(x) = -3x2 + 21.6\,x + 1$ fonksiyonun maksimum noktasını $0 < x < 25$ aralığında 0.5 hassasiyetle bulunuz.

$$\rho_k = \frac{F_{n-k-2}}{F_n} \times (b - a)$$

$$\rho_k = \frac{F_7}{F_9} \times (b_0 - a_0)$$

$$\rho_k = \frac{21}{55} \times (25 - 0) = 9.545$$

$$x_1 = a + 9.545 = 0 + 9.545 = 9.545$$

$$x_2 = b - 9.545 = 25 - 9.545 = 15.455$$

$$\left.\begin{aligned} f(x_1) &= f(9.545) = -66.15 \\ f(x_2) &= f(15.455) = -381.74 \end{aligned}\right\} f(x_1) > f(x_2)$$

1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233
F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}

FİBONACCİ METODU

Örnek: $f(x) = -3x2 + 21.6\,x + 1$ fonksiyonun maksimum noktasını $0 < x < 25$ aralığında 0.5 hassasiyetle bulunuz.

$k = 1$

$a = 0$

$b = x_2 = 15.455$

$x_2 = x_1 = 9.545$

$$\left.\begin{aligned} f(x_1) &= f(5.909) = 23.886 \\ f(x_2) &= f(9.545) = -66.15 \end{aligned}\right\} f(x_1) > f(x_2)$$

$$x_1 = a + \frac{(F_{9-1-2})}{F_{9-1}} \times (15.455 - 0)$$

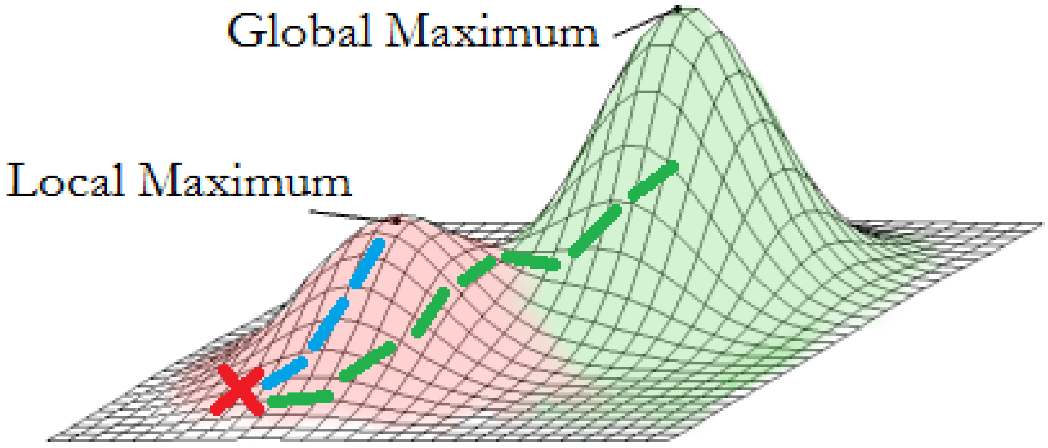
$$x_1 = 0 + \frac{13}{34} \times 15.455 = 5.909$$

Fibonacci Metodu

Örnek: $f(x) = -3x2 + 21.6\,x + 1$ fonksiyonun maksimum noktasını $0 < x < 25$ aralığında 0.5 hassasiyetle bulunuz.

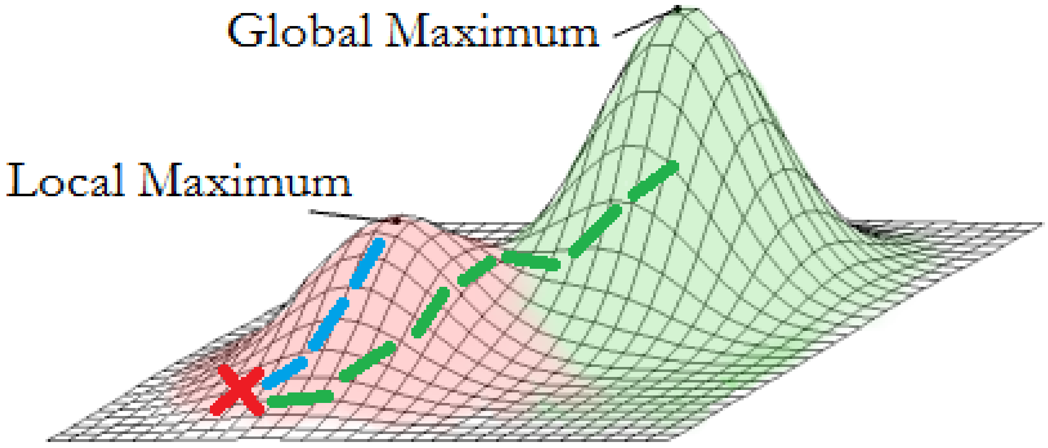
k	a	b	x_1	x_2	$f(x_1)$	$f(x_2)$
1	0	25	9.545	15.455	-66.150	-381.740
2	0	15.455	5.909	9.545	23.886	-66.150
3	0	9.545	3.636	5.909	39.876	23.886
4	0	5.909	2.273	3.636	34.597	39.870
5	2.273	5.909	3.636	4.543	39.876	37.213
6	2.273	4.543	3.182	3.636	39.356	39.870
7	3.182	4.534	3.636	4.089	39.870	39.163
8	3.182	4.089	3.635	3.636	39.880	39.870
9	**3.182**	**3.635**				

Yeni aralığımız [3.182, 3.635] oldu.
$3.636 - 3.182 = 0.453 \rightarrow \varepsilon < 0.5$



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- ✓ GOLDEN SECTION
- ✓ FIBONACCI
- NEWTON
- SECANT



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- ✓ GOLDEN SECTION
- ✓ FIBONACCI
- NEWTON
- SECANT

Newton Metodu

Genel Özellikleri:

- Anlatılan metotlar içinde en iyi yakınsayanıdır.
- Ölçülen her x_k noktasında $f(x_k)$, $f'(x_k)$ ve $f''(x_k)$ değerlerinin hesaplanabildiği varsayılır.
- Çözüm için $f''(x_k) = 0$ olmamalıdır.
- İteratif bir yöntemdir.

Newton Metodu

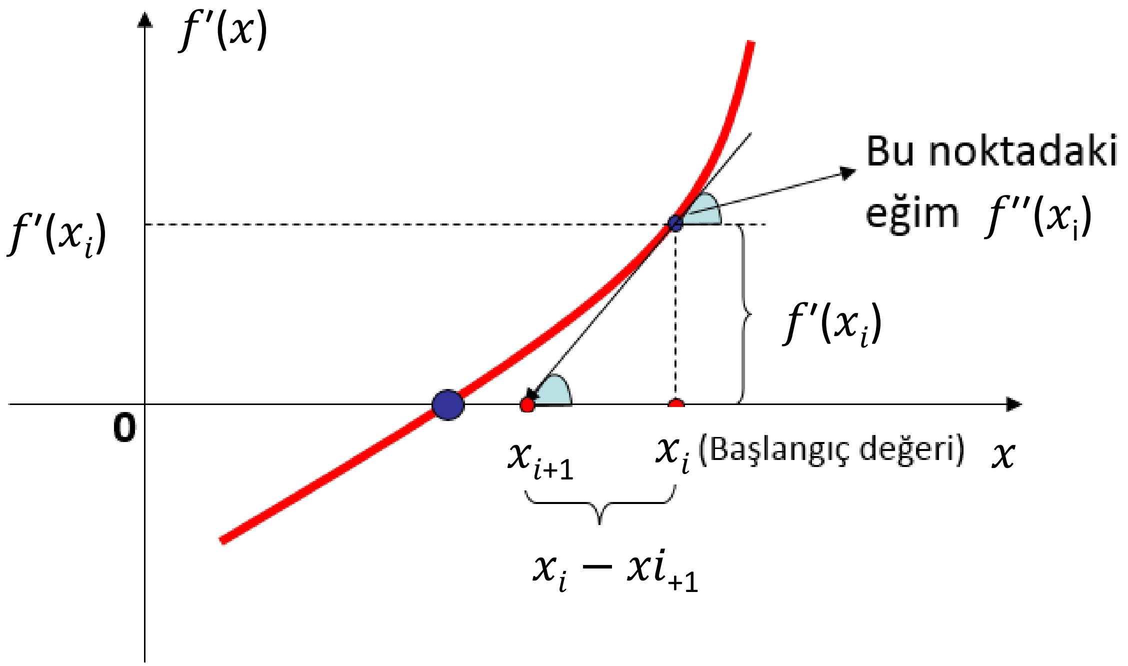
Genel Özellikleri:

$$f''(x_i) = \frac{f'(x_i)}{x_i - xi_{+1}}$$

$$f'(x_i) = (x_i - x_{i+1}) \times f''(x_i)$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f'(x_i)}{f''(x_i)}$$

$$x_{i+1} - xi = -\frac{f'(x_i)}{f''(x_i)}$$

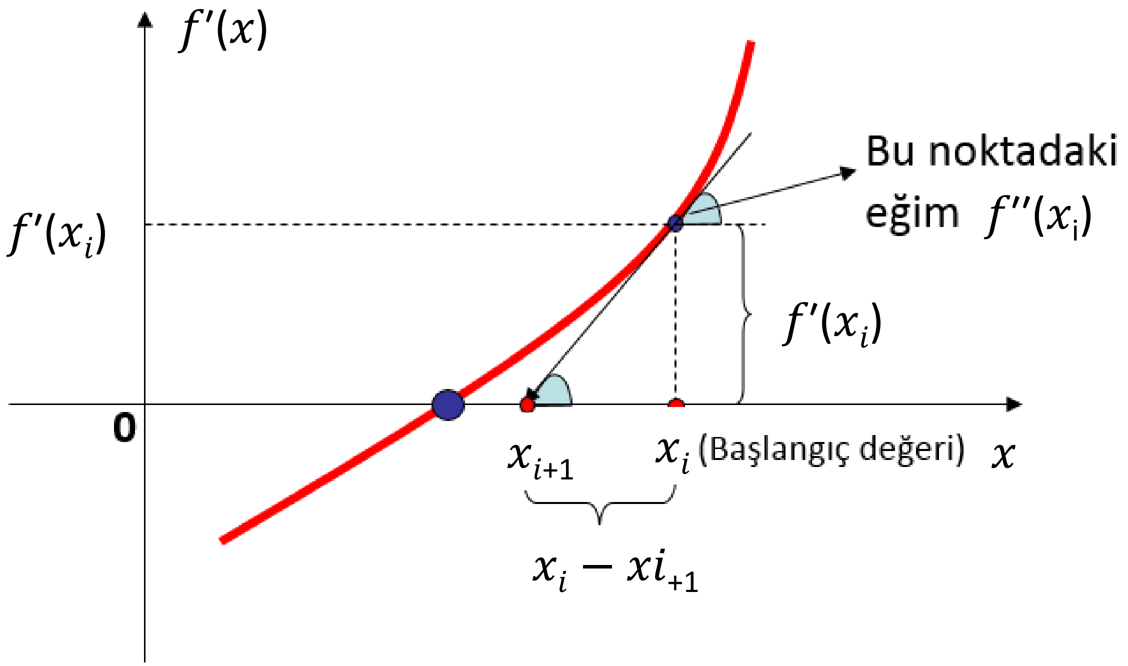


Newton Metodu

Genel Özellikleri:

$$\underbrace{x_{i+1} - xi}_{\varepsilon} = -\frac{f'(x_i)}{f''(x_i)}$$

$$\varepsilon f''(x_i) = -f'(x_i)$$



Newton Metodu

Örnek: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 0.5x + 1$ fonksiyonunun minimum değerini Newton metodu ile hesaplayınız.
$\varepsilon = 0{,}01$, $x_1 = -0.1$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f'(x_i)}{f''(x_i)}$$

$$f'(x) = x^2 + \frac{1}{2}x - 0.5$$

$$f''(x) = 2x + \frac{1}{2}$$

$x_1 = -0.1$ için, $f'(x_1) = (-0.1)^2 + \frac{1}{2}(-0.1) - 0.5 = -0.54$

$$f''(x_1) = 2 \times (-0.1) + \frac{1}{2} = 0.3$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f'(x_1)}{f''(x_1)}$$

$$x_2 = -0.1 - \frac{-0.54}{0.3} = 1.7$$

Newton Metodu

Örnek: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 0.5x + 1$ fonksiyonunun minimum değerini Newton metodu ile hesaplayınız.
$\varepsilon = 0{,}01$, $x_1 = -0.1$

$$f'(x) = x^2 + \frac{1}{2}x - 0.5$$

$$f''(x) = 2x + \frac{1}{2}$$

$x_2 = 1.7$ için,

$$f'(x_2) = (1.7)^2 + \frac{1}{2}(1.7) - 0.5 = 3.24$$

$$f''(x_2) = 2 \times (1.7) + \frac{1}{2} = 3.9$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f'(x_2)}{f''(x_2)}$$

$$x_3 = 1.7 - \frac{3.24}{3.9} = 0.8692$$

NEWTON METODU

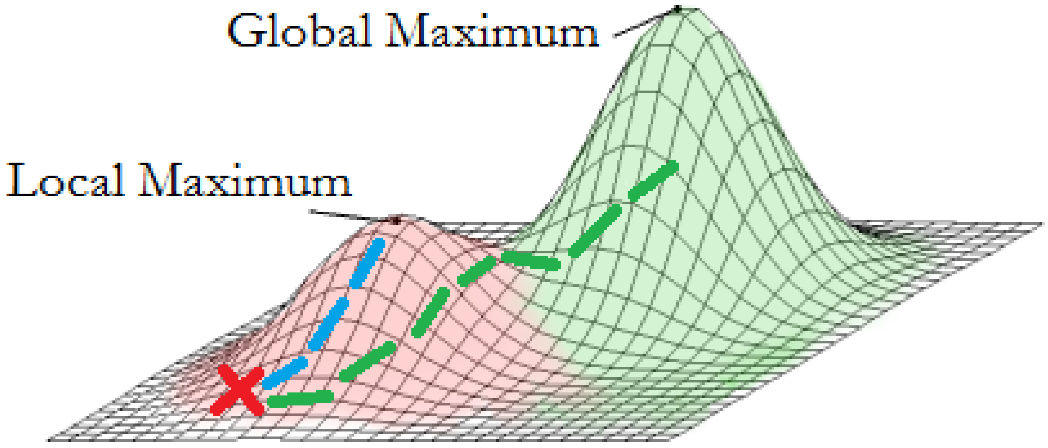
Örnek: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 0.5x + 1$ fonksiyonunun minimum değerini Newton metodu ile hesaplayınız.
$\varepsilon = 0{,}01$, $x_1 = -0.1$

k	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	$f''(x_i)$	x_{i+1}
0	-0.1000	1.0522	-0.5400	0.3000	1.7000
1	1.7000	2.5102	3.2400	3.9000	0.8692
2	0.8692	0.9732	0.6902	2.2385	0.5609
3	0.5609	0.8570	0.0951	1.6218	0.5023
4	0.5023	0.8542	0.0034	1.5046	0.5000
5	0.5000	0.8542	0.0000	1.5000	

Newton Metodu

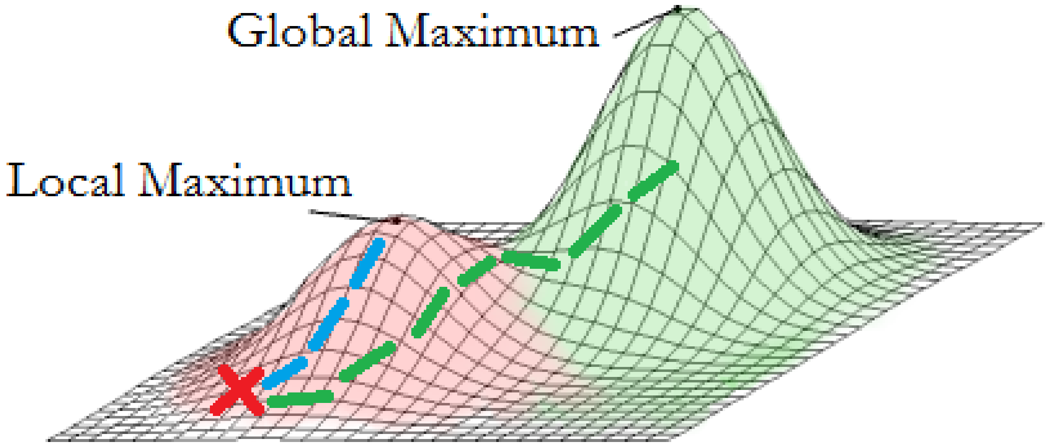
Genel Değerlendirme:

- Fonksiyonun 1. ve 2. türevlerini kullanır.
- Yakınsama hızı çözülen problemin tipine bağlıdır.
- Keskin dönüşlü fonksiyonlarda zorlanır. Fonksiyon 1. ve 2. dereceden sürekli olmak zorunda.
- Çözüm garanti değildir.



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- ✓ GOLDEN SECTION
- ✓ FIBONACCI
- ✓ NEWTON
- SECANT



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- ✓ GOLDEN SECTION
- ✓ FIBONACCI
- ✓ NEWTON
- SECANT

Secant Metodu

Genel Özellikleri:

- f' nün kökünü bulma temellidir.
- Lineer interpolasyon kullanır.

SECANT METODU

Genel Özellikleri:

- Newton metodunda ikinci dereceden türevin hesaplanması bazı problemlerde çok zor olabilir.
- İkinci türevin yaklaşık değerinin kullanılması böyle durumlarda işlem kolaylığı sağlar.
- İkinci türevin, birinci türev bilgisi kullanarak sonlu farklarla yaklaşıklığı:

$$f''(x) = \frac{f'(x_k) - f'(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$$

Secant Metodu

Genel Özellikleri:

- İkinci türev ifadesi Newton metodunun formülünde yerine koyulursa Secant metodunun formülü elde edilir.

$$f''(x) = \frac{f'(x_k) - f'(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$$

$$x_{k+1} - xk = -\frac{f'(x_k)}{f''(x_k)}$$

Secant Metodu

Genel Özellikleri:

- İkinci türev ifadesi Newton metodunun formülünde yerine koyulursa Secant metodunun formülü elde edilir.

$$f''(x) = \frac{f'(x_k) - f'(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} + \quad x_{k+1} - xk = -\frac{f'(x_k)}{f''(x_k)} \rightarrow x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f'(x_k) - f'(x_{k-1})} f'(x_k)$$

Secant Metodu

Örnek: $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 - x^3 + 6x^2 + 6x + 4$ fonksiyonunu Secant metodu ile minimize edin.

x_0=-1.6, x_{-1}=-1.7

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f'(x_k) - f'(x_{k-1})} f'(x_k)$$

$$f'(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x + 6$$

$$f'(x_0) = -2x_0^3 - 3x_0^2 + 12x_0 + 6$$

$$f'(x_0) = -2(-1.6)^3 - 3(-1.6)^2 + 12(-1.6) + 6$$

$$f'(x_0) = -2(-1.6)^3 - 3(-1.6)^2 + 12(-1.6) + 6$$

$$f'(x_0) = -12.688$$

Secant Metodu

<u>Örnek:</u> $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 - x^3 + 6x^2 + 6x + 4$ fonksiyonunu Secant metodu ile minimize edin.

x_0=-1.6, x_{-1}=-1.7

$$f'(x_{-1}) = -2(-1.7)^3 - 3(-1.7)^2 + 12(-1.7) + 6$$

$$f'(x_{-1}) = -13.244$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f'(x_k) - f'(x_{k-1})} f'(x_k)$$

$$f'(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x + 6$$

Secant Metodu

Örnek: $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 - x^3 + 6x^2 + 6x + 4$ fonksiyonunu Secant metodu ile minimize edin.

x_0=-1.6, x_{-1}=-1.7

$$f'(x_{-1}) = -13.244$$

$$f'(x_0) = -12.688$$

$$x_1 = x_0 - \frac{x_0 - x_{-1}}{f'(x_0) - f'(x_{-1})} f'(x_0)$$

$$x_1 = -1.6 - \frac{-1.6+1.7}{-12.688 - 13.244}(-12.688)$$

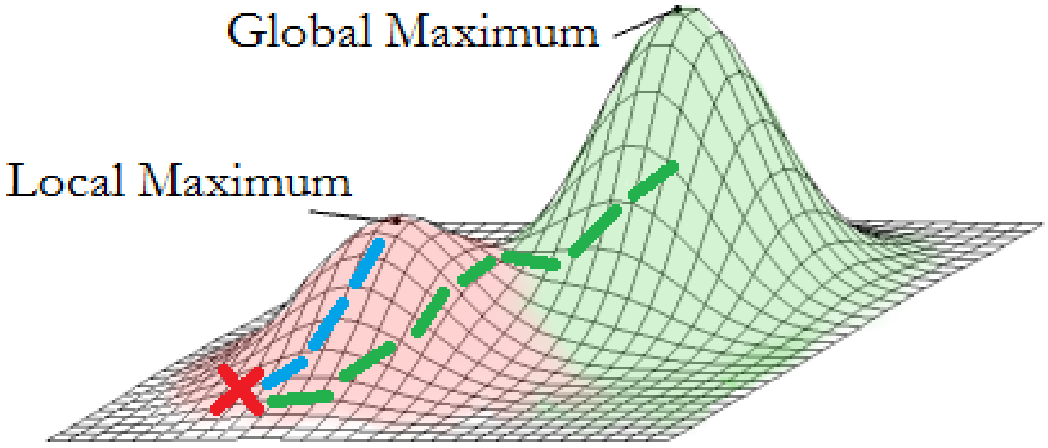
SECANT METODU

Örnek: $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 - x^3 + 6x^2 + 6x + 4$ fonksiyonunu Secant metodu ile minimize edin.

x_0=-1.6, x_{-1}=-1.7

k	x_i	$f'(x_i)$
0	-1.6000	12.668
1	0.6820	12.154
2	-0.4345	0.38369
3	-0.4709	-0.1072
4	-0.4630	-0.00060131
5	-0.4630	-0.00060131

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ



TEK DEĞİŞKENLİ OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

- ✓ GİRİŞ
- ✓ GOLDEN SECTION
- ✓ FIBONACCI
- ✓ NEWTON
- ✓ SECANT

Sorularınız varsa cevaplamaya hazırım…

TEŞEKKÜRLER