

1. Veri dizisi $P(x)$ polinomuna dönüştürülür; polinom katsayıları ilgili bitin değeri (1 veya 0)

● Örnek:

- Veri dizisi: 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1
- $P(x) = 1.x^9 + 0.x^8 + 1.x^7 + 1.x^6 + 0.x^5 + 1.x^4 + 0.x^3 + 1.x^2 + 0.x^1 + 1.x^0$
 $= x^9 + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$

k adet verimiz var. $k=10$, Polinomun kuvveti: $k-1=9$

Çerçeve boyutu: n

2. $P(x)$ polinomu x^{n-k} ile çarpılır

- Yeni polinoma karşı düşen veri dizisi ilk dizinin sonuna $(n-k)$ adet 0 bitinin eklenmiş halidir
- Veri dizisi: 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0

3. $X^{n-k}.P(x)$ polinomu $(n-k)$. dereceden $G(x)$ polinomuna (üreteç – generating) bölünür

- Bilinen bazı $G(x)$ polinomlar
 - $G(x) = x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$
 - $G(x) = x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$
 - $G(x) = x^{12} + x^{11} + x^3 + x^2 + x + 1$

4. Gönderici, $X^{n-k}.P(x) / G(x)$ işlemini yaparak $Q(x)$ bölüm ve $R(x)$ kalanı bulur

$$X^{n-k}.P(x) = Q(x). G(x) + R(x)$$

Yapılan işlemlerde modulo 2 aritmetiği kullanılırsa;

$$0 + 0 = 0 \quad 0 - 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1 \quad 0 - 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1 \quad 1 - 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \quad 1 - 1 = 0$$

Buna göre;

$$X^{n-k}.P(x) - R(x) = Q(x). G(x)$$

$$X^{n-k}.P(x) + R(x) = Q(x). G(x)$$

olur.

5. Gönderici alıcıya $P(x)$ yerine $X^{n-k}.P(x) + R(x)$ polinomuna karşı düşen veri dizisini gönderir

Yeni dizi k bitlik veri dizisi ve onun sonuna eklenmiş $n-k$ bitlik ek diziden oluşur

Gönderilen dizi alıcı tarafından önceden bilinen $G(x)$ polinomunun tam katıdır.

6. Alıcı gelen dizinin karşılık düştüğü polinomu $G(x)$ 'e böldüğünde

Hata yoksa; Kalan = 0 olmalıdır

Hata varsa ; Kalan $\neq 0$ olacaktır.

ÖRNEK:

Veri Dizisi : 1 0 1 0 0 1 0 1 1 1

$G(x) = x^4 + x^2 + x + 1$ olarak seçilsin

Buna göre;

Gönderici tarafında:

Veri biti sayısı $k = 10$,

$n - k = 4$ ($G(x)$ polinomunun derecesi)

$n = 14$ (çerçeve büyüklüğü) dir.

$$P(x) = x^9 + x^7 + x^4 + x^2 + x^1 + x^0$$

$X^4 \cdot P(x) = x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4$ olur Veri Dizisi (10100101110000) En sona 4 adet sıfır eklendi.

$X^4 \cdot P(x)$ 4. dereceden $G(x)$ polinomuna bölünürse

$$\begin{array}{r|l} x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 & x^4 + x^2 + x + 1 \\ \underline{x^{13} + x^{11} + x^{10} + x^9} & x^9 + x^6 + x^5 + x^2 \\ x^{10} + x^9 + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 & \\ \underline{x^{10} + x^8 + x^7 + x^6} & \\ x^9 + x^7 + x^5 + x^4 & \\ \underline{x^9 + x^7 + x^6 + x^5} & \\ x^6 + x^4 & \\ \underline{x^6 + x^4 + x^3 + x^2} & \\ x^3 + x^2 & \end{array}$$

$$X^4 \cdot P(x) = x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 \quad \text{Bölünen}$$

$$G(x) = x^4 + x^2 + x + 1 \quad \text{Bölen}$$

$$Q(x) = x^9 + x^6 + x^5 + x^2 \quad \text{Bölüm}$$

$$R(x) = x^3 + x^2 \quad \text{Kalan}$$

Gönderilecek Dizin Karşı Düştüğü Polinom

$$Q(x) \cdot G(x) = X^4 \cdot P(x) + R(x) = x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2$$

$$Q(x).G(x) = X^4.P(x) + R(x) = \boxed{x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4} + \boxed{1*x^3 + 1*x^2 + 0*x^1 + 0*x^0}$$

Gönderilen Çerçeve

10100101011100 (Göndericinin oluşturduğu ve gönderdiği çerçeve)

Veri Bitleri **CRC Bitleri**

Alıcı tarafında (Hatasız Alınan Veri):

Alınan Çerçeve

Alınan Polinom

10100101111100

$$Q(x).G(x) = x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2$$

$$G(x) = x^4 + x^2 + x + 1 \text{ (Göndericinin kullandığı üreteç fonksiyonu)}$$

$Q(x).G(x)$, $G(x)$ e bölünürse

Eğer alınan veriler doğruysa \rightarrow Bölüm = $Q(x)$, Kalan = 0 olmalı

Eğer alınan veriler hatalıysa \rightarrow Bölüm = $Q'(x)$, Kalan $\neq 0$ olur

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x^{13}} + \cancel{x^{11}} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + \cancel{x^3} + \cancel{x^2} \quad | \quad x^4 + x^2 + x + 1 \\
 \underline{\cancel{x^{13}} + \cancel{x^{11}} + x^{10} + x^9} \\
 \cancel{x^{10}} + \cancel{x^9} + \cancel{x^8} + \cancel{x^6} + x^5 + x^4 + \cancel{x^3} + \cancel{x^2} \\
 \underline{\cancel{x^{10}} + \cancel{x^8} + x^7 + \cancel{x^6}} \\
 \cancel{x^9} + \cancel{x^7} + \cancel{x^5} + x^4 + \cancel{x^3} + \cancel{x^2} \\
 \underline{\cancel{x^9} + \cancel{x^7} + x^6 + \cancel{x^5}} \\
 \cancel{x^6} + \cancel{x^4} + \cancel{x^3} + \cancel{x^2} \\
 \underline{\cancel{x^6} + \cancel{x^4} + \cancel{x^3} + \cancel{x^2}} \\
 0
 \end{array}$$

0

$$Q(x).G(x) = \boxed{x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4} \quad \text{Bölünen}$$

$$G(x) = \boxed{x^4 + x^2 + x + 1} \quad \text{Bölen}$$

$$Q(x) = \boxed{x^9 + x^6 + x^5 + x^2} \quad \text{Bölüm}$$

$$R(x) = \boxed{0} \quad \text{Kalan}$$

Kalan 0 olduğu için Hata yok.

Alıcı tarafında (Hatalı Alınan Veri):

Alınan Çerçeve

Alınan Polinom

10100101011100

$$Q(x).G(x) = x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^4 + x^3 + x^2$$

$$G(x) = x^4 + x^2 + x + 1 \text{ (Göndericinin kullandığı üreteç fonksiyonu)}$$

$Q(x).G(x)$, $G(x)$ e bölünürse

Eğer alınan veriler doğruysa \rightarrow Bölüm = $Q(x)$, Kalan = 0 olmalı

Eğer alınan veriler hatalıysa \rightarrow Bölüm = $Q'(x)$, Kalan $\neq 0$ olur

$$\begin{array}{r} \cancel{x^{13}} + \cancel{x^{11}} + x^8 + x^6 + x^4 + x^3 + x^2 \\ \underline{x^{13} + \cancel{x^{11}} + x^{10} + x^9} \\ x^{10} + x^9 + \cancel{x^8} + \cancel{x^6} + x^4 + x^3 + x^2 \\ \underline{x^{10} + \cancel{x^8} + x^7 + \cancel{x^6}} \\ x^9 + \cancel{x^7} + x^4 + x^3 + x^2 \\ \underline{x^9 + \cancel{x^7} + x^6 + x^5} \\ x^6 + x^5 + \cancel{x^4} + \cancel{x^3} + \cancel{x^2} \\ \underline{x^6 + \cancel{x^4} + \cancel{x^3} + \cancel{x^2}} \\ x^5 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^4 + x^2 + x + 1 \\ \hline x^9 + x^6 + x^5 + x^2 \end{array}$$

$$Q(x).G(x) = x^{13} + x^{11} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 \quad \text{Bölünen}$$

$$G(x) = x^4 + x^2 + x + 1 \quad \text{Bölen}$$

$$Q(x) = x^9 + x^6 + x^5 + x^2 \quad \text{Bölüm}$$

$$R(x) = x^5 \quad \text{Kalan}$$

Kalan 0 olmadığı için Hata var!