

Soru 1

Ahmet Aygün 02220224565

Pascal üçgeni kombinatorikte ve cebirsel ifadelerin genişletilmesinde kullanılan bir araçtır. Üçgenin her bir sayısı üstteki iki sayının toplamına eşittir. Sonlu farklar ise bir fonksiyonun türevlerini hesaplamak için kullanılan bir tekniktir ve bu teknik bir fonksiyonun değerlerinin arasındaki farkları hesaplayarak fonksiyonun türevini yaklaşık olarak bulmayı olanaklı kılar. Örnek üzerinden inceleyelim.

Örneğin $f(x) = (x+h)^n$ ifadesinin genişletilmesi için bir sonlu fark tablosu oluşturalım

	0	1	2	3
$f(x)$	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$
Δf		$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$
$\Delta^2 f$			$f(x)$	$f(x+h)$
$\Delta^3 f$				$f(x)$

Burada $f(x) = (x+h)^n$ ve Δ ifadesi sonlu farkın birinci dereceden farklarını temsil eder. Pascal üçgeninde n ve k tam sayı olmak üzere k 'inci sırada n sayısı şu şekilde ifade edilir $C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Bu ifade n ve k sayılarına bağlı olarak kombinasyonlarını temsil eder. Şimdi sonlu farklar ile Pascal üçgeni arasındaki ilişkiyi inceleyelim.

$$(x+h)^n \text{ genişletiyorsak } \rightarrow f(x) = (x+h)^n = x^n + n x^{n-1} h + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2} h^2 + \dots + h^n$$

Burada elde edilen katsayıları, sonlu farklara benzerlik gösterir. Örneğin x^n terimi için katsayı 1'dir. x^{n-1} terimi için katsayı n ve x^{n-2} terimi için katsayı $\frac{n(n-1)}{2}$ dir.

Bu katsayılar Pascal üçgenindeki kombinasyonlarla benzerdir.

Soru 2

Newton ileri ve geri sonlu farkları bir fonksiyonun türevlerini yaklaşık olarak hesaplamak için kullanılan fark denklemleridir. Newton ileri sonlu fark bir fonksiyonun türevi $f'(x)$ hesaplamak için ileri bir adımda h boyunca $f(x)$ ve $f(x+h)$ değerlerini kullanır. Bu formül birinci dereceden türevin yaklaşık bir değerini bulmak için kullanılır.

Fonksiyonun $f(x)$ ve $f(x+h)$ değerlerini kullanarak türetilen Newton ileri sonlu fark formülü: $\rightarrow f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ bu formül $f(x)$ fonksiyonunun x noktasındaki türevini h adım büyüklüğünde yaklaşık olarak hesaplar.

- Newton geri sonlu fark ise bir fonksiyonun türevini $f'(x)$ hesaplamak için geri bir adımda h boyunca $f(x)$ ve $f(x-h)$ değerlerini kullanır.

Fonksiyonun $f(x)$ ve $f(x-h)$ değerlerini kullanarak türetilen Newton geri fark formülü:

$$\rightarrow f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

Bu formüller fonksiyonun belirli bir noktasındaki türevi yaklaşık olarak hesaplamak için sonlu farkların kullanıldığı, basit ve etkili bir yöntemlerdir.