Birinci Bölüm

OLASILIK

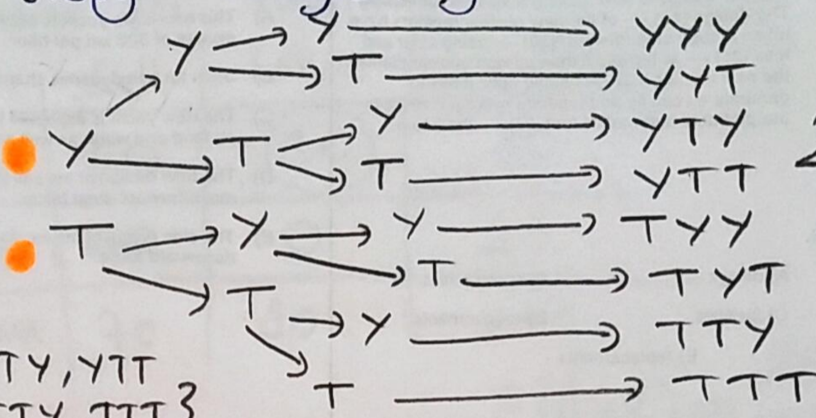
- ÖRNEKLEM UZAYI
- OLASILIK HESABI
- OLASILIK FONKSİYONU
- KOŞULLU OLASILIK
- TOPLAM OLASILIK VE BAYES TEOREMİ

Örnek: Bir paranın üç kez atıldığı varsayılsın.

a) Örneklem uzayını belirleyiniz.

b) A olayı, yazıların turalardan daha fazla sayıda olduğu deneyleri göstersin. A olayını yazınız.

Çözüm:



2^3

$\Downarrow$

8

S = {YYY, YYT, YTY, YTT, TYY, TYT, TTY, TTT}

A = {YYY, YYT, YTY, TYY}

Örnek: Hilesiz bir zarın iki kez atıldığı varsayılsın.

a) Örneklem uzayını belirleyiniz.

b) A olayı, üste gelen sayıların toplamının asal olması olsun. A olayını yazınız.

Çözüm: $S = \underbrace{\{(1,1), (1,2), (1,3), \ldots, (6,5), (6,6)\}}_{6^2 = 36}$

$A = \{(1,1), (1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5), (3,2), (3,4), (4,1), (4,3), (5,2), (5,6), (6,1), (6,5)\}$

Örnek: Bir konfeksiyon şirketi işçi alımında bir model oluşturmak istiyor. Bunun için şirket yöneticileri, gelecek beş yıl için yeni işçilerin %80'inin kadın ve %30'unun da bekar olmasını istiyor. Her yeni beş kişiden birinin de evli erkek olmasını planlıyor. Yöneticilerin bekar bir kadını işe alma olasılıkları nedir?

Çözüm:

	Evli	BEKAR	Toplam
Kadın	50	30	80
Erkek	20	0	20
Toplam	70	30	100

$$P(B \cap K) = \frac{30}{100}$$

Örnek: Üç kişinin değişik bir oyun oynadığı kabul edilsin. Üç kişi ellerindeki parayı atıyorlar ve yazı veya turayı diğer ikisinden farklı atan kaybediyor. Kaybeden diğer iki kişiye belli bir para veriyor. İlk paraların atılmasında üç kişiden birinin kaybetme olasılığı nedir?

Çözüm: $S = \{YYY, YYT, YTY, YTT, TYY, TYT, TTY, TTT\}$

$$A = \{YYT, YTY, YTT, TYY, TYT, TTY\}$$

$$P(A) = 6/8$$

Örnek: Hilesiz bir zar iki defa atıldığında üste gelen sayıların toplamının;

a) Asal sayı olması olasılığı nedir?

b) 3 ile bölünebilme olasılığı nedir?

Çözüm: a) $P(A) = \frac{15}{36}$

b) $B = \{(1,2), (1,5), (2,1), (2,4), (3,3), (3,6), (4,2), (4,5), (5,1), (5,4), (6,3), (6,6)\}$

$$P(B) = 12/36$$

ÖRNEK: Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesinde bir öğrencinin ikinci sınıftan üçüncü sınıfa geçme olasılığı fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{9} & ; \quad 0 < x \leq 3 \text{ için} \\ 0 & ; \quad \text{d.d.} \end{cases}$$

a) $f(x)$'in bir olasılık yoğunluk fonksiyonu olduğunu gösteriniz.

b) Bir öğrencinin iki ile üç yıl arasında, üçüncü sınıfa geçme olasılığını bulunuz.

Çözüm a) $\displaystyle\int_0^3 \frac{x^2}{9}\,dx = \frac{x^3}{27}\Big|_0^3 = \frac{27}{27} - 0 = 1$

b) $\displaystyle P(G)=\int_2^3 \frac{x^2}{9}\,dx = \frac{x^3}{27}\Big|_2^3 = \frac{27}{27} - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$

ÖRNEK: Bir çift zar atılıyor. a birinci zarın yüzeyindeki, b de ikinci zarın yüzeyindeki sayıyı göstermek üzere. $X = \max(a,b)$ olsun. X'in olasılık fonksiyonunu yazınız.

Çözüm

x	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$
	$\downarrow$ (1,1)	$\downarrow$ (1,2) (2,1) (2,2)	$\downarrow$ (1,3) (2,3) (3,3) (3,1) (3,2)			

$P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6) = 1$

ÖRNEK: Okulumuz öğrencilerinin %45'i matematikten %35'i istatistikten, %25'i de hem matematik hem istatistikten başarısızdır. Rassal olarak seçilen bir öğrencinin,

a) İstatistikten başarısız ise, matematikten de başarısız olma olasılığını bulunuz.

b) Matematikten başarısız ise, istatistikten de başarısız olma olasılığını bulunuz.

Çözüm

$P(M) = 0.45 \quad P(i) = 0.35 \quad P(M \cap i) = 0.25$

a) $P(M / i) = \dfrac{P(M \cap i)}{P(i)} = \dfrac{0.25}{0.35} = \dfrac{25}{35}$

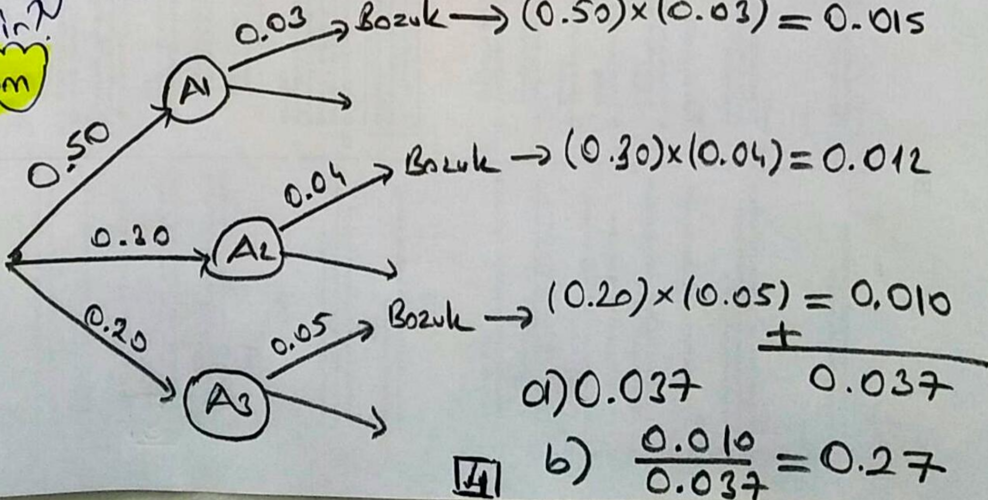
b) $P(i / M) = \dfrac{P(i \cap M)}{P(M)} = \dfrac{0.25}{0.45} = \dfrac{25}{45}$

ÖRNEK Bir fabrikada üretilen malların %50'si A_1 makinesinde, %30'u A_2 makinesinde ve %20'si de A_3 makinesinde üretilmektedir. Bu makinelerin ürettikleri malların sırası ile %3 %4 ve %5'inin arızalı olduğu gözlenlenmiştir.

a) Üretilen mallardan rassal olarak alınan bir tanesinin arızalı olma olasılığı nedir?

b) Rassal olarak seçilen bir malın bozuk çıktığı bilindiğine göre, bu malın A_3 makinesinden gelme olasılığı nedir?

Çözüm



a) 0.037

b) $\dfrac{0.010}{0.037} = 0.27$