ONLİNE DERS

2020-2021 BAHAR DÖNEMİ

YMH214
SAYISAL ANALIZ
LAB. DERSİ

9.DERS

Arş. Gör. Alev KAYA

14.05.2021
SAAT:09:00-10:00

Lineer Denklem Sistemlerinin Çözümü

- LU Ayrıştırması
- **LAB:**LU Ayrıştırması Matlab örnek programı

Lineer denklem sistemlerinin çözümü için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler genel olarak direkt ve indirekt yöntemler olarak ikiye ayrılır;

- **A- Direkt yöntemler**
- **1-**Cramer yöntemi
- **2-**Eliminasyon yöntemleri
- Gauss eliminasyon yöntemi
- Gauss-Jordan yöntemi Aitken yöntemi
- **3-**Yoğun eliminasyon yöntemleri
- Doolitte yöntemi
- LU ayrıştırma yöntemi
- Crout yöntemi Cholesky yöntemi
- Banachiewicz yöntemi
- 4-Ortogonalleştirme yöntemleri

- **B- İndirekt yöntemler**
- Basit iterasyon (Jacobi iterasyonu) yöntemi
- Gauss-Seidel iterasyon yöntemi
- Relaxation yöntemi
- Gradient yöntemi

LU AYRIŞIMI (LU DECOMPOSİTİION)

A bir tekil olmayan matris olmak üzere A matrisinin LU çarpımı şeklinde yazabiliriz. Burada L alt üçgensel matris, U ise üst üçgensel matristir. Basitlik olması açısından 3x3 kare matris düşünelim:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ l_{21}u_{11} & l_{21}u_{12} + u_{22} & l_{21}u_{13} + u_{23} \\ l_{31}u_{11} & l_{31}u_{12} + l_{32}u_{22} & l_{31}u_{13} + l_{32}u_{23} + u_{33} \end{bmatrix}$$

Buradaki hesaplamalardan ilk satırın eşitliğinden,

$$u_{1n} = a_{1n}, \qquad n = 1, 2, 3$$

İkinci satırların eşitliğinden

$$a_{21} = l_{21}u_{11}, \quad a_{22} = l_{21}u_{12} + u_{22}, \quad a_{23} = l_{21}u_{13} + u_{23}$$

$$l_{21} = a_{21}/u_{11}, \qquad u_{22} = a_{21} - l_{21}u_{12}, \qquad u_{23} = a_{23} - l_{21}u_{13}$$

Son satırın eşitliğinden de

Son satırın eşitliğinden de

$$a_{31} = l_{31}u_{11}, \qquad a_{32} = l_{31}u_{12} + l_{32}u_{22}, \qquad a_{33} = l_{31}u_{13} + u_{32}u_{23} + u_{33}$$

$$l_{31} = a_{31}/u_{11}, \qquad l_{32} = (a_{32} - l_{31}u_{12})/u_{22}, \qquad u_{33} = (a_{33} - l_{31}u_{13}) - l_{32}u_{23}$$

Elde ederiz. Daha sonra da Ax=b denklem sistemi yerine LUx=b denklem sistemi düşünülür. Burada Ux=y yazılarak Ly=b denklem sisteminden y bilinmeyenleri bulunur ve sonra da Ux=y sisteminde x bilinmeyeni iki aşamalı olarak bulunur.

Editor - C:\Matlab_Dersler\lu_ayrim.m

regula_falsi.m | sabit_nokta.m | gauss.m | gauss_jordan_elimination.m | jorda…

```
function [L U]=lu_ayrim(A)
clc;
[n m]=size(A);
if m~=n
 disp('Program kare matris içindir!')
else
 U=zeros(n);L=eye(n);
 U(1,1:n)=A(1,1:n);L(1:n,1)=A(1:n,1)/U(1,1);
 for i=2:n
 for j=i:n
 U(i,j)=A(i,j)-L(i,1:i-1)*U(1:i-1,j);
 end
 for j=i+1:n
 L(j,i)=(A(j,i)-L(j,1:i-1)*U(1:i-1,i))/U(i,i);
 end
 %L(i+1:n,i)=L(i+1:n,i)/U(i,i);
 end
end
```

```matlab
  end
end
function soltion
clc;clear all;warning off;
A=[1 2 5;-1 0 2; 2 1 3];b=[2;0;1];
 [L U]=lu_ayrim(A);
 [n m]=size(A);y=zeros(n,1);x=zeros(n,1);
for i=1:n
 y(i)=b(i)-L(i,1:i-1)*y(1:i-1);
end
for i=n:-1:1
 x(i)=(y(i)-U(i,i+1:n)*x(i+1:n))/U(i,i);
end
fprintf('%5s %3s\n','Çözüm','-x-');
fprintf('%12.8f\n',x)
```

Command Window

```
ans =

    1.0000         0         0
   -1.0000    1.0000         0
    2.0000   -1.5000    1.0000

fx >>
```

Ayrıca MATLAB ın içinde de LU ayrımı için program vardır. Şimdi bundan biraz bahsedelim. Bunun için öncelikle P permütasyon matrisini tanımlayalım.

Tanım 1. P permütaston matrisi satırların değiştiren bir matristir. Örneğin,

$$PA = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

ve permitasyon matrisi için önemli bir özellik matrisin transpozu, matrisin tersine eşittir, yani:

$$P^T P = I, \qquad P^T = P^{-1}.$$

[L,U,P] = lu(A) kodu matlabda P*A = L*U sonucunu verir. Ax=b denklemi yerine PAx=Pb=b' denklemini düşünelim ve LUx=b' denklemini ele alıp yukarıdaki işlemlerin aynısını yaparız.

Editor - C:\Matlab_Dersler\lu_matlab_soltion.m

regula_falsi.m | sabit_nokta.m | gauss.m | gauss_jordan_elimination.m | jordan_

```matlab
function lu_matlab_soltion
clc;clear all;warning off;
A=[1 2 5;-1 0 2; 2 1 3];b=[2;0;1];
[L,U,P] = lu(A);b=P*b;
[n m]=size(A);y=zeros(n,1);x=zeros(n,1);
for i=1:n
 y(i)=b(i)-L(i,1:i-1)*y(1:i-1);
end
for i=n:-1:1
 x(i)=(y(i)-U(i,i+1:n)*x(i+1:n))/U(i,i);
end
fprintf('%5s %3s\n','Çözüm','-x-');
fprintf('%12.8f\n',x)
```

mmand Window

```
Çözüm -x-
  0.00000000
  1.00000000
  0.00000000
```