

Alfabesi  $\Sigma=\{0,1\}$  olan ve içerisinde 1001 dizisini içeren DFA'yı çiziniz

Soru 1: Alfabesi  $\Sigma=\{0,1\}$  olan ve içerisinde 1001 dizisini içeren DFA'yı çiziniz.

Örnek bir dizi verecek olursak;

00000 .... 001111 1001 010101101 ...

gibi yani ....1001 .... olan tüm dizileri tanıyacak DFA'yı çizmemiz gerekiyor.

Bu durumda;

```
graph LR
    q0((q0)) -- 0 --> q0
    q0 -- 1 --> q1((q1))
    q1 -- 1 --> q1
    q1 -- 0 --> q2((q2))
    q2 -- 0 --> q2
    q2 -- 1 --> q1
    q3((q3)) -- 0 --> q3
    q3 -- 1 --> q4(((q4)))
    q4 -- 0 --> q4
    q4 -- 1 --> q4
```

İçerisinde iki tane "a" olan dizileri tanıyan DFA'yı çiziniz  $\Sigma=\{a,b\}$

Soru 2: İçerisinde iki tane "a" olan dizileri tanıyan DFA'yı çiziniz.  $\Sigma=\{a,b\}$

örnek olarak

aa ✓  
aba ✓  
a a b b b b b ✓

gibi

bbbbbaa  
bbbbba bbbba

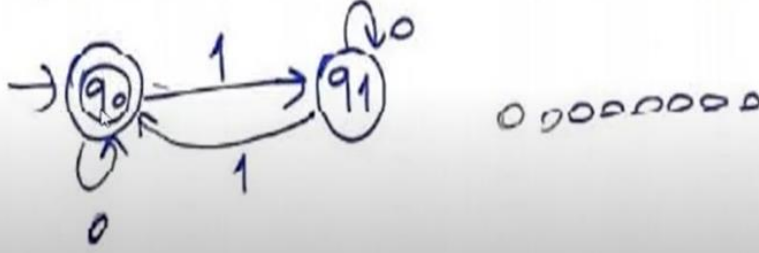
```
graph LR
    q0((q0)) -- b --> q0
    q0 -- a --> q1((q1))
    q1 -- b --> q1
    q1 -- a --> q2(((q2)))
    q2 -- b --> q2
    q2 -- a --> q3((q3))
    q3 -- b --> q3
    q3 -- a --> q4((q4))
    q4 -- a --> q4
    q4 -- b --> q4
```

Ölü durum

DFA olması için a geçişinin olduğu durum da var olması ve belirli bir durum olması gerekir. Bu nedenle ölü duruma götürebiliriz.

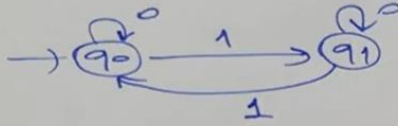
$\Sigma=\{0,1\}$  alfabesi 0 ve 1 olan, çift sayıda bir içeren DFA'yı çiziniz

Soru 3;  $\Sigma=\{0,1\}$  alfabesi 0 ve 1 olan, çift sayıda bir içeren DFA'yı çiziniz.  
(Hatırlatma: 0 da bir çift sayıdır).



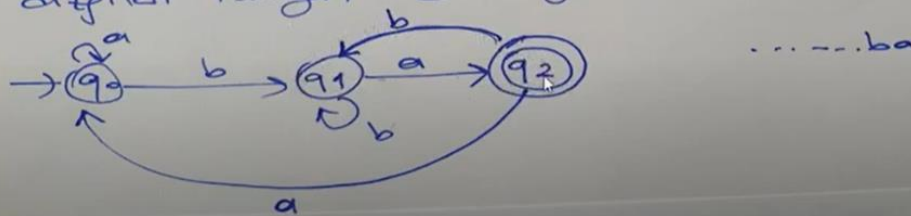
$\Sigma=\{0,1\}$  olan, tek sayıda 1 içeren dizileri tanıyan DFA'yı çiziniz

Soru 4;  $\Sigma=\{0,1\}$  olan, tek sayıda 1 içeren dizileri tanıyan DFA'yı çiziniz. (Östteki soruyla aynı mantıkta oldu işin açıklanacağı fakat çözümün yandaki gibidir)

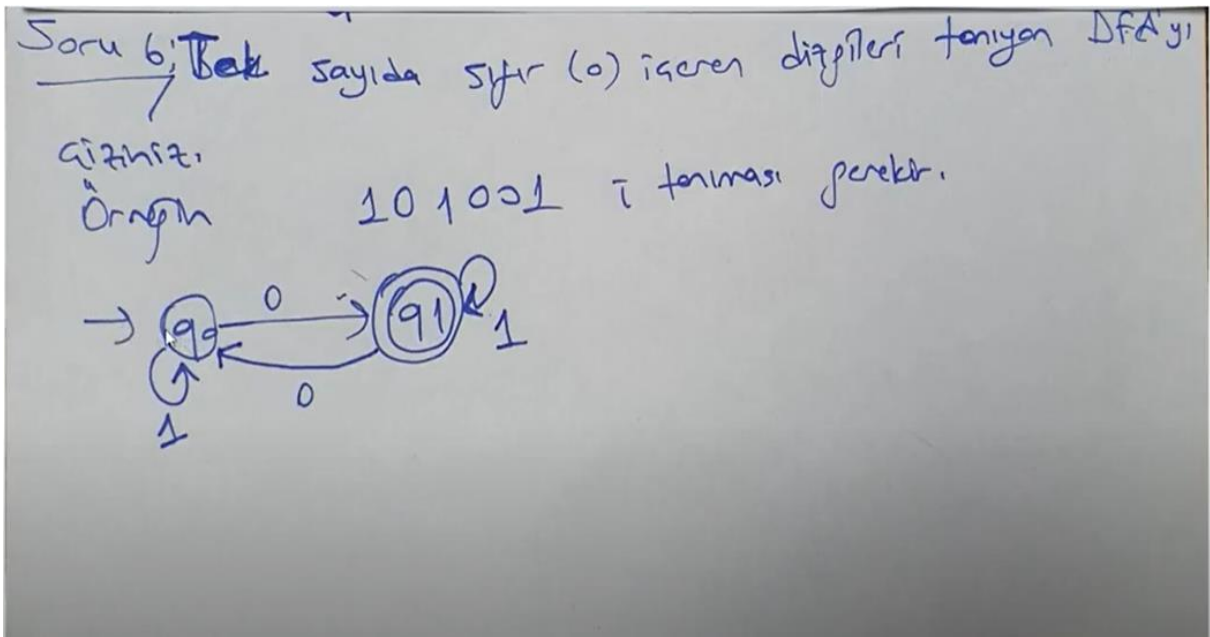


$\Sigma=\{a,b\}$  olan ve sonu "ba" ile biten dizileri tanıyan DFA'yı çiziniz

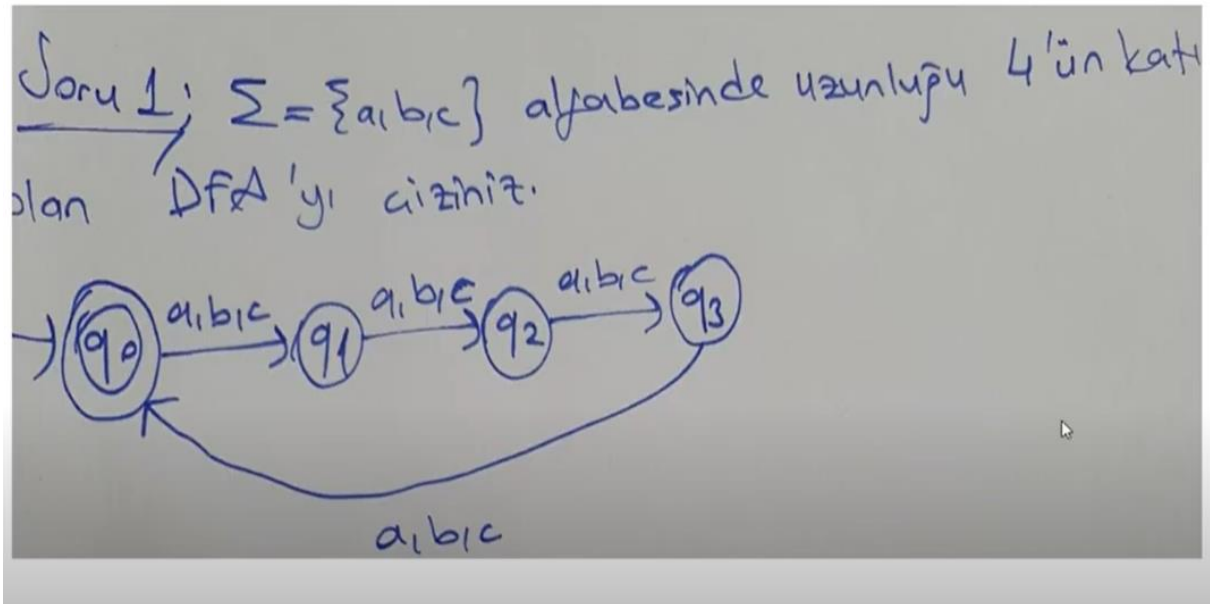
Soru 5;  $\Sigma=\{a,b\}$  olan ve sonu "ba" ile biten dizileri tanıyan DFA'yı çiziniz



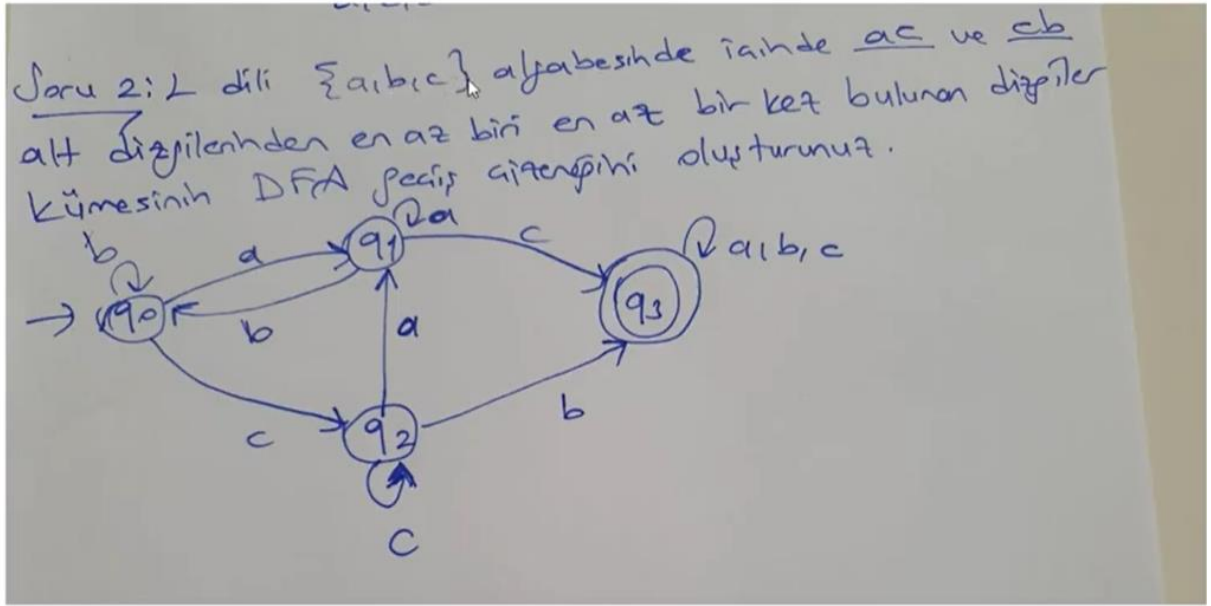
Tek sayıda sıfır (0) içeren dizgileri tanıyan DFA'yı çiziniz



$\Sigma = \{a, b, c\}$  alfabetinde uzunluğu 4'ün katı olan DFA'yı çiziniz.



L dili  $\{a,b,c\}$  alfabesinde içinde ac ve cb alt dizgilerinden en az biri en az bir kez bulunan dizgiler kümesinin DFA geçiz çizeneğini oluşturunuz



Aşağıdaki dizgilerin 2DFA tarafından tanınıp tanınmadığını bulunuz.

- a)  $W_1=11010$
- b)  $W_2=100101$
- c)  $W_3=011010$

Soru: Aşağıdaki dizgilerin 2DFA tarafından tanınıp tanınmadığını bulunuz.

a)  $W_1=11010$   
b)  $W_2=100101$   
c)  $W_3=011010$

	0	1
$q_0$	$(q_1, L)$	$(q_2, L)$
$q_1$	$(q_3, L)$	$(q_2, L)$
$q_2$	$(q_2, R)$	$(q_3, R)$
$q_3$	$(q_1, L)$	$(q_2, L)$

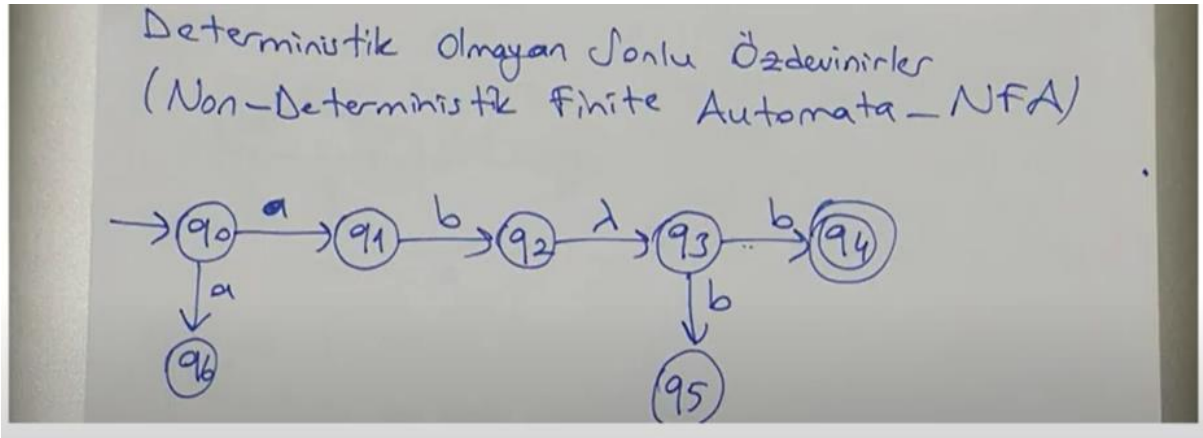
a)  $(q_0, 11010) \vdash (1, q_2, 1010) \vdash (11, q_3, 010) \vdash (110, q_1, 10) \vdash (11, q_2, 010) \vdash (110, q_2, 10) \vdash (1101, q_3, 0) \vdash (11010, q_1)$   
 $\Rightarrow q_1$  ile sonlandı fakat  $q_1$  bir uq durum olmadığı için 2DFA bu dizgiyi tanımaz. Yani  $W_1$ , bu 2DFA tarafından tanınmaz.

b)  $W_2=100101$   
 $\Rightarrow (q_0, 100101) \vdash (1, q_2, 00101) \vdash (10, q_2, 0101) \vdash (100, q_2, 101) \vdash (1001, q_3, 01) \vdash (10010, q_1, 1) \vdash (1001, q_2, 01) \vdash (100010, q_2, 1) \vdash (1000101, q_3)$   
 $\hookrightarrow q_3$  uq durum olduğu için makine  $W_2$  yi tanır.

c)  $W_3=011010$   
 $(q_0, 011010) \vdash (0, q_1, 11010) \vdash (q_2, 011010) \vdash (0, q_2, 11010) \vdash (01, q_3, 1010) \vdash (0, q_2, 11010) \vdash (01, q_3, 1010) \vdash (0, q_2, 11010) \dots$   
 $\hookrightarrow$  döngü olduğu için 2DFA tarafından tanınmaz.



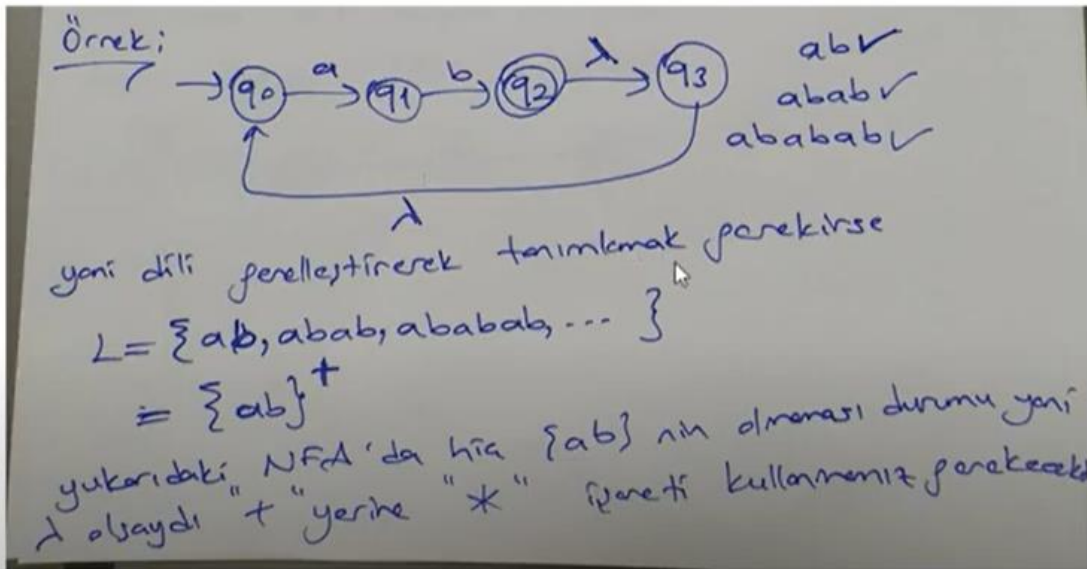
Deterministik olmayan sonlu özdevirirler (Non-Deterministik Finite Automata-NFA)



$L = \{ab, abab, ababab, \dots\}$

$= \{ab\}^+$

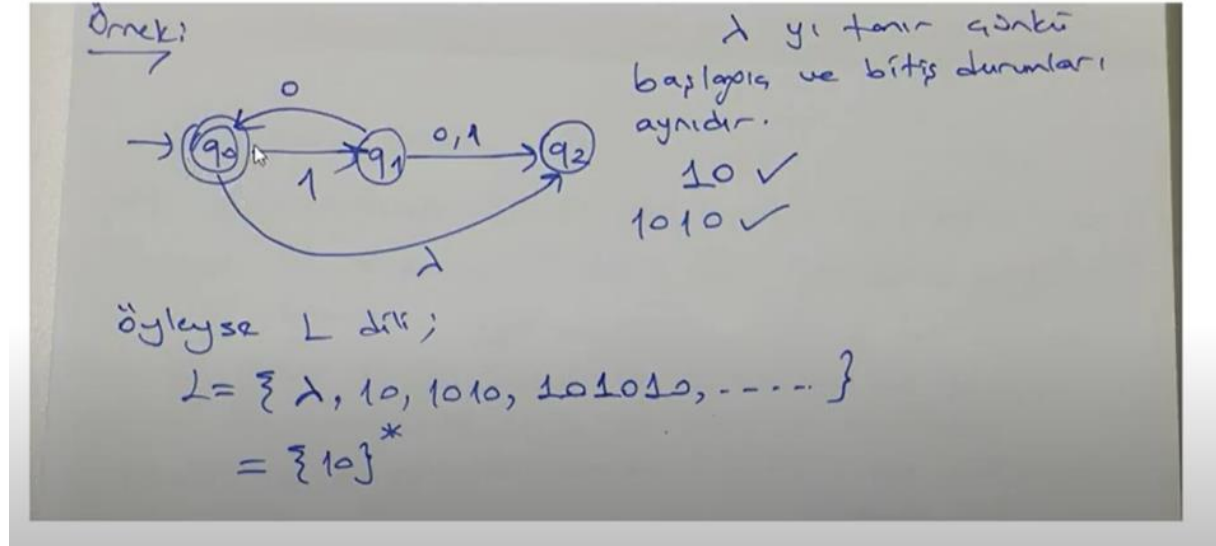
Yukarıdaki NFA'da hiç  $\{ab\}$  nin olmaması durumu yani  $\lambda$  olsaydı "+" yerine "\*" işareti kullanmamız gerekecek



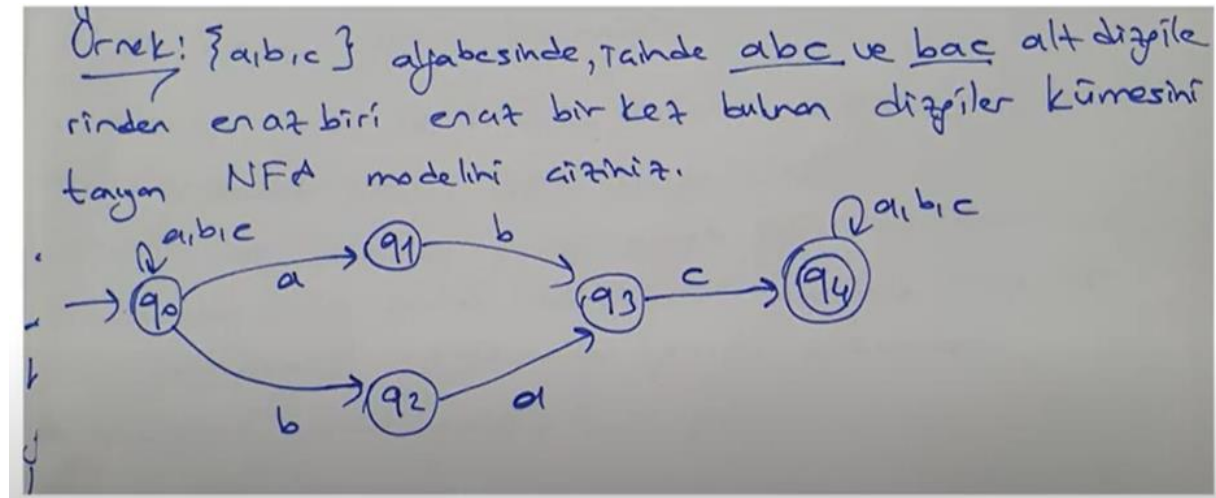
Öyleyse L dili;

$L = \{ \lambda, 10, 1010, 101010, \dots \}$

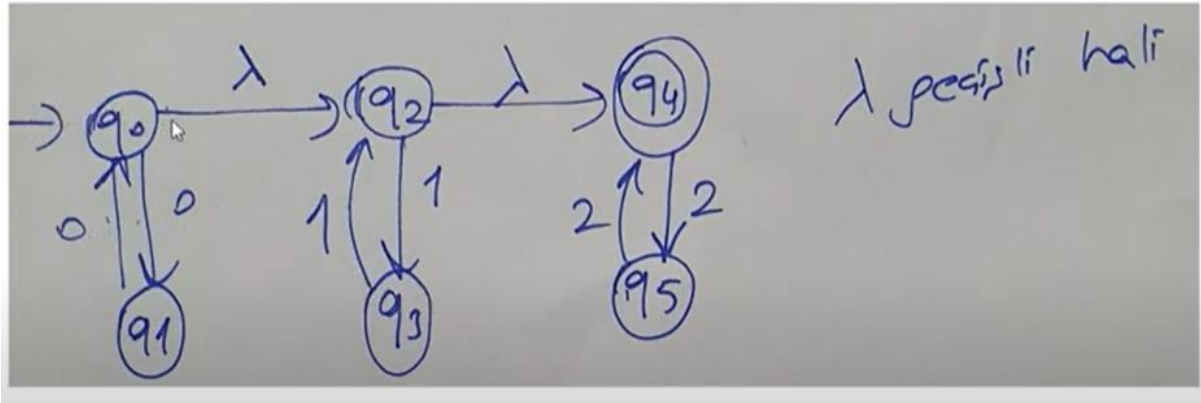
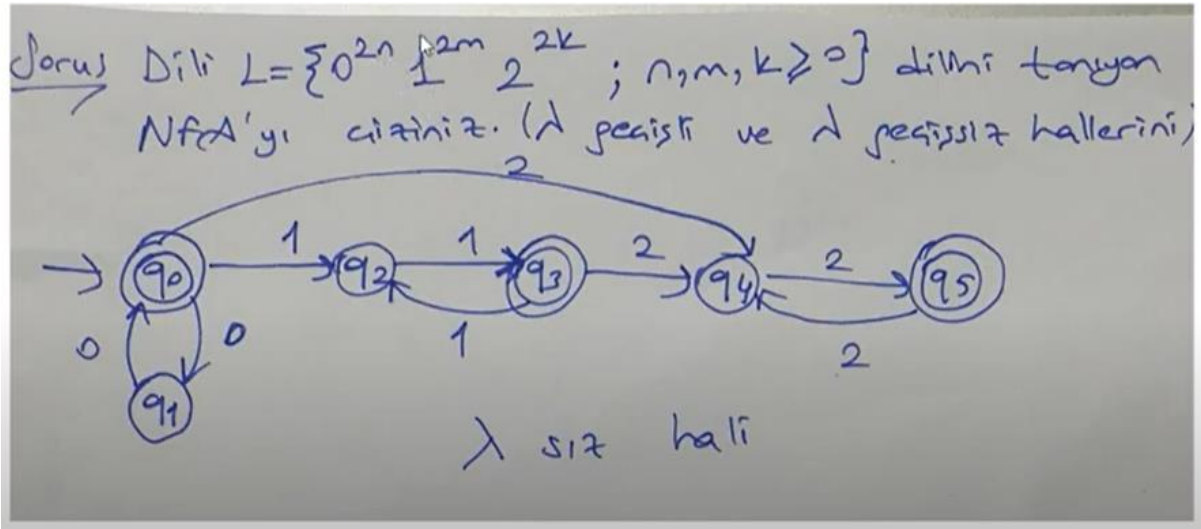
$= \{10\}^*$



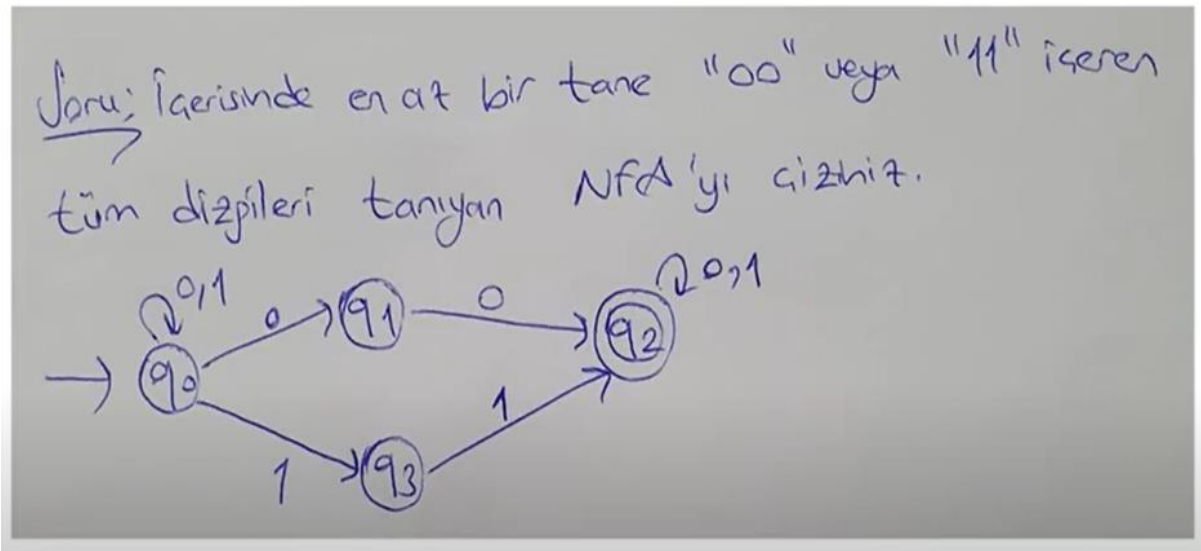
{a,b,c} alfabesinde, içinde abc ve bac alt dizgilerinden en az birini en az bir kez bulunan dizgileri kümesini tanıyan NFA modelini çiziniz



Dilini tanıyan NFA'yı çiziniz. (  $\lambda$  geçişli ve  $\lambda$  geçişsiz hallerini)



İçerisinde en az bir tane "00" veya "11" içeren tüm dizgileri tanıyan NFA'yı çiziniz.



M makinesi girişine uygulanan ikili  $x$  ise, çıkışında  $z = \text{mod}(x, 5)$  değeri üreten Moore makinesi olarak tanımlanıyor. Bu Moore makinesini tasarlayınız.

Çözüm 1: M makinesi, girişine uygulanan ikili sayı  $X$  ise, çıkışında  $Z = \text{mod}(X, 5)$  değerini üreten Moore makinesi olarak tanımlanıyor. Bu Moore makinesini tasarlayınız.

$$M = \langle Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 \rangle$$

$$Q = \langle A, B, C, D, E \rangle$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\Delta = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$q_0 = A \text{ olsun}$$

A'da 00 gibi bir geçişte bulunmuş olalım;

0 geçişi ile A'dan hangi duruma geçeceğimizi bulabilmek için;

0 geçişi ile 00-0 yani 000 geçişinin hangi duruma geçeceğimizi bulmak için;

000'a öncelikle taban dönüşümü uygulanmış ve mod 5'e göre kalanını bulmamız gerekir.

Fakat 000 zaten sonuştaki 0 olacaktır için bu işlemleri uygulamaya gerek yoktur.

Sonuç tekrar 0 olacaktır için A'da 0 geçişi ile yine 0 kalan grubuna, yani A'ya gireriz.



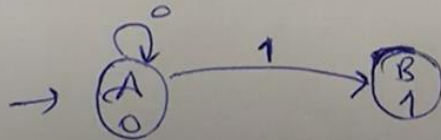
A da iken 1 geçisi ile geçeceğim durumu belirlemem gerekiyor. 1 gelmesi durumunda

$$01 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 = 1 \equiv 1 \pmod{5}$$

$\downarrow$   
 $2^1 \quad 2^0$

Yani 1 geçisi ile 1 kalan grubunun olduğu duruma yani **B** durumuna geçecektir.

Yani şu durumda şöylece şu şekilde olacaktır;



B ye geldikimde yolum yukarıda görüldüğü üzere 01 dir. Aslında 0'ın bir etkisi olmayacağı için

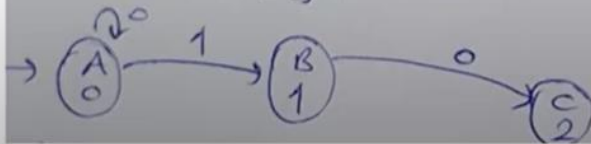
0 ile 1 de denenebilir.

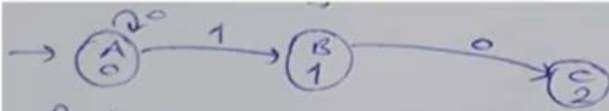
0 zaman B de iken 0 geçisi gelmesi durumunda 01 in veya 1 in (0 in bir etkisi olmadığı için almaya gerek yoktur,

$$010 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 2 \equiv 2 \pmod{5}$$

$\downarrow$   
 $2^1 \quad 2^0$

Yani B de iken 0 geçisi ile 2 kalan grubu olan C ye geçerek şöyle olur.



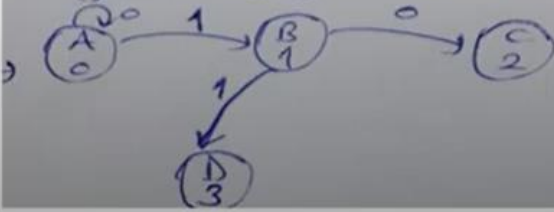


B de iken 1 geçişi ile nereye gideceği 2?

B deki yolun 01 veya 0'in etkisi olmadığı için 1 dir. Öyleyse 1 geçişi yanına geldiği zaman

$$011 = 2^1 \times 1 + 2^0 \times 1 = 3 \equiv 3 \pmod{5}$$

Yani B de iken 1 geçişi ile 3 kalan grubu olan D ye gidilir. Öyleyse son durumda çizeneğimize;

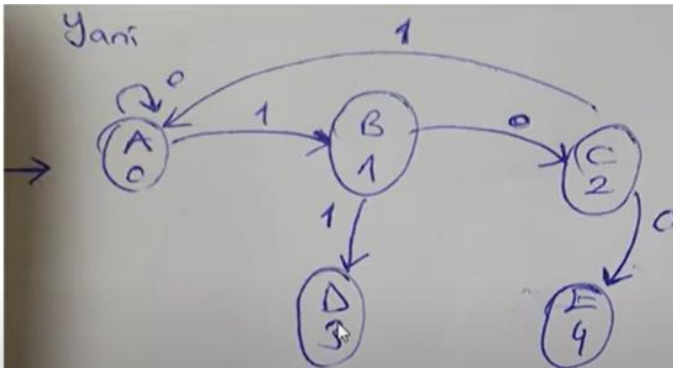


Yukarıdaki çizenekten görüldüğü gibi C ye 10 yoluyla gelindi. Öyleyse C den 0 geçişi ile;

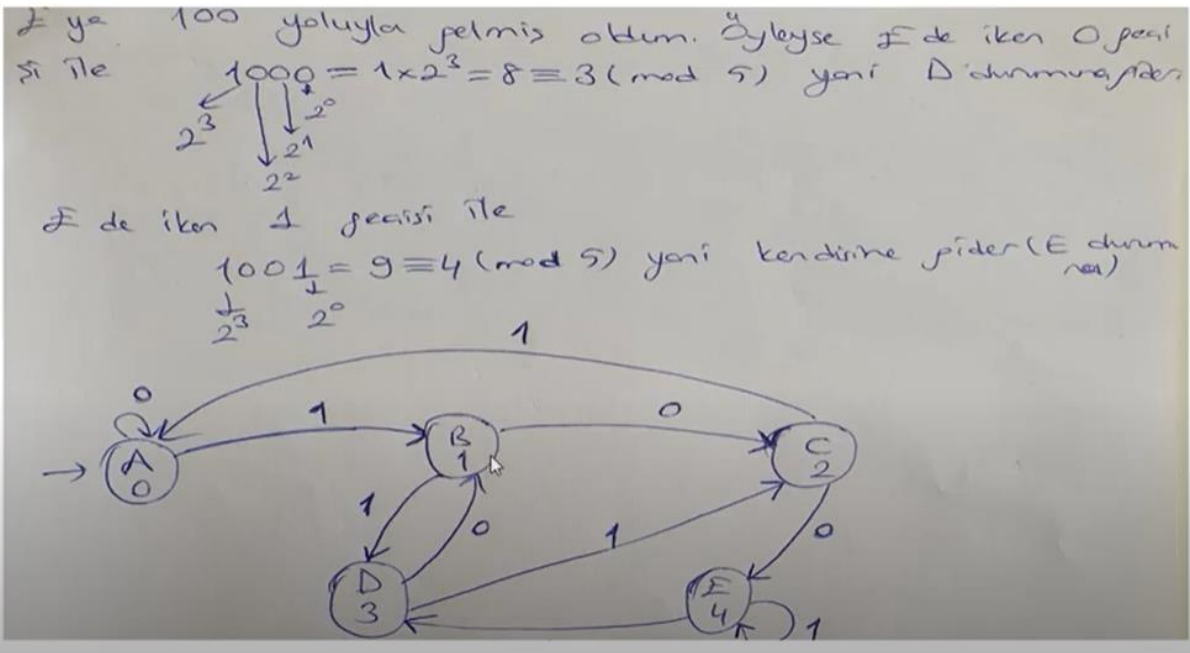
$$100 = 4 \equiv 4 \pmod{5} \text{ yani C den 0 geçişi ile } 4 \text{ kalan grubunu temsil eden E ye gitmesi gerekir.}$$

$$1 \text{ geçişi ile ise } \Rightarrow 101 = 2^2 \times 1 + 1 \times 2^0 = 5 \equiv 0 \pmod{5}$$

Yani 1 geçişi ile de 0 kalan grubu olan A durumuna gider



Çizenekten de görüleceği üzere D ye 11 yoluyla E 'ye ise 100 yoluyla gelebiliyoruz.



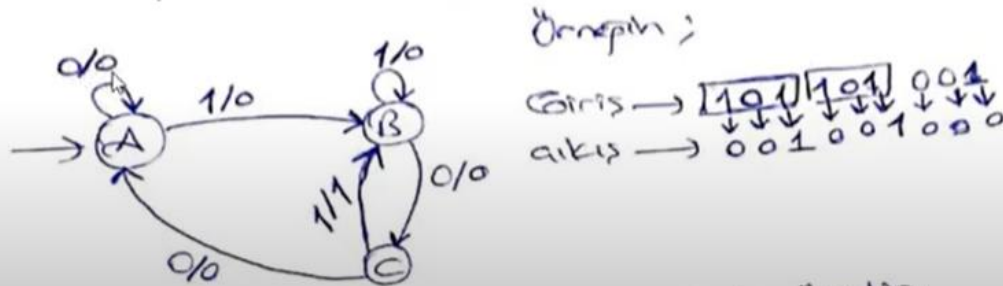
101 geldiğinde çıkış olarak 1 üreten Mealy makinesini tasarlayınız.

Mealy makinesinin tasarım özelliği olarak çıkışlar, giriş simgelerinin yanına slash (/) işareti ile ayrılarak yazılır.

## Mealy Makinesi

Örnek 2: 101 geldiğinde çıkış olarak 1 üreten Mealy makinesini tasarlayınız.

★ Mealy makinesinin tasarım özelliği olarak çıkışlar, giriş simgelerinin yanına slash (/) işareti ile ayrılarak yazılır. (Sıralı olarak gelen işaretlerin 101 olması durumunda çıkışlama: 101 geldiğinde çıkış olarak 1 üretmesini istiyoruz)



Not: Mealy geçişe göre çıktı üretir.  
 Moore duruma göre çıktı üretir.

## DFA'nın indirgenmesi (Minimizasyonu)

DFA'nın İndirgenmesi (Minimizasyonu)

	0	1
→ q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>7</sub>
q <sub>3</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>5</sub>
q <sub>4</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>3</sub>
(q <sub>5</sub> )	q <sub>5</sub>	q <sub>7</sub>
q <sub>6</sub>	q <sub>7</sub>	q <sub>2</sub>
(q <sub>7</sub> )	q <sub>7</sub>	q <sub>5</sub>

Öncelikle uş durum olanlar ve uş durum olmayanlar olmak üzere iki gruba ayrılır;

$P_0 = (q_0 q_1 q_2 q_3 q_4 q_6) \quad (q_5 q_7)$

daha sonra bu grupların 0 ve 1 geçişleri ile jittipi durumları incelenemiz gerekir. yani;

$P_0 = (q_0 q_1 q_2 q_3 q_4 q_6)$

$P_0 = (q_0 q_1 q_2 q_3 q_4 q_6)$

0      1

↓      ↓

q<sub>0</sub> q<sub>2</sub> q<sub>4</sub> q<sub>6</sub> q<sub>5</sub> q<sub>7</sub>      q<sub>1</sub> q<sub>3</sub> q<sub>5</sub> q<sub>7</sub> q<sub>2</sub>

Bu küme içerisinde yukarıdaki grupta olmayanlara bakalım. Bu grupta olup da yukarıda olmayanlar q<sub>5</sub> ve q<sub>7</sub> dir.

q<sub>5</sub> ve q<sub>7</sub>, q<sub>4</sub> ve q<sub>6</sub> den gelmekte olduğu için benzerlik q<sub>4</sub> ve q<sub>6</sub> yı bir grup olarak ayıracağız.

(q<sub>5</sub> q<sub>7</sub>)

0      1

↓      ↓

q<sub>5</sub> q<sub>7</sub>      q<sub>7</sub> q<sub>5</sub>

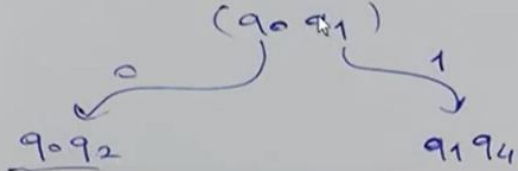
Bu gruplar üstteki kümenin aynı olduğu için bunların ayrılma sıra gerek yoktur.



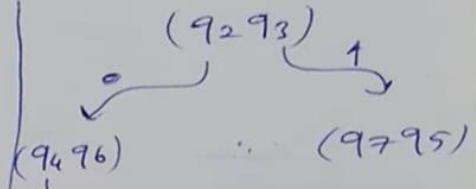
Öyleyse yeni kümemiz;

$P_1 = (q_0 q_1)(q_2 q_3)(q_4 q_6)(q_5 q_7)$  jerek yoktur.

$(q_0 q_1)$  grubunu alıp inceleyelim;

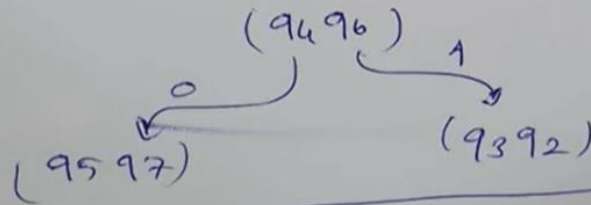


bu grupta olup ta  
yukarıda olmayan  $q_2$  dir  
ve  $q_2$  de  $q_1$  den dolayı  
feldipi için  $q_0$  ve  $q_1$   
ayrılır. Bu nedenle arında  
1 için incelemeye gerek kalmamıştır.



bu zaten mevcut bir  
küme olduğu için  
şimdi ayırmaya  
gerek yoktur.  
Aynı şekilde  $q_5$  ve  $q_7$   
de öyle.

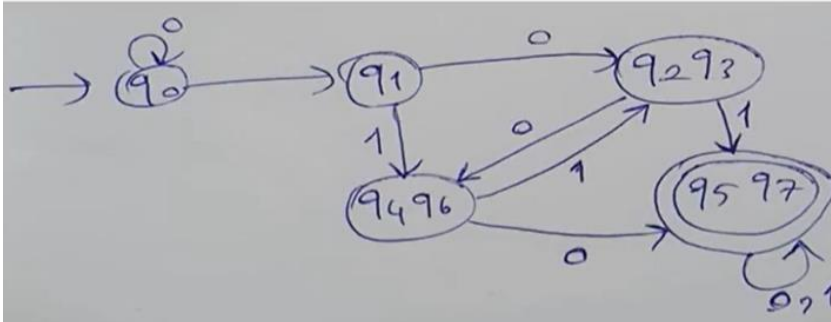
$(q_4 q_6)$  grubunu inceleyelim.



Bu kümeler zaten yukarıda mevcut olduğu için  
ayırma gerek yoktur.

Öyleyse ayrılmış olan yeni indirgenmiş olan grubumuz

$P_2 = (q_0)(q_1)(q_2 q_3)(q_4 q_6)(q_5 q_7)$  olur.



8 durumdan 5 duruma indirgenmiş oldu.  
 Al makinesine denk en küçük makinenin geçiş ağızlığı  
 yukarıdaki gibidir. İstenirse durumlar isimlendirilip geçiş  
 ağızlığı o şekilde de oluşturulabilir. Örnek

$q_0 \rightarrow S_0$   
 $q_1 \rightarrow S_1$

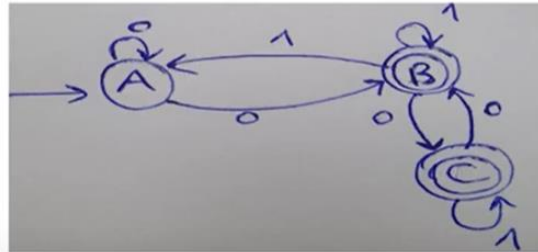
$q_2, q_3 \rightarrow S_2$   
 $q_4, q_6 \rightarrow S_3$   
 $q_5, q_7 \rightarrow S_4$

diye isimlendirilerek  
 daha yalın bir ağızlık  
 elde edilebilir.

Durum çizeneği şekildeki gibi verilen sonlu özdevirin tanıdığı kümeyi bir düzgün deyim olarak bulunuz

- **Önerme** :  $P, Q, R$  aynı alfabede tanımlanmış düzgün deyimler ise ve  $P, \lambda'$ 'yi içermiyorsa:  
 $R = Q + RP$  denkleminin tek çözümü  $R = QP^*$  dir.

**Soru 1** : Durum çizeneği şekildeki gibi verilen sonlu özdevirin tanıdığı kümeyi bir düzgün deyim olarak bulunuz.



**Çözüm** : Makinenin A,B,C adlı üç durumu bulunduğu için üç değişkenli denklem sistemi kurulması gerekir.

- $A = \lambda + A0 + B1$  (1)
- $B = A0 + B1 + C0$  (2)
- $C = B0 + C1$  (3)

(3) denklemi yukarıda bahsettiğimiz önerme formatında olduğu için C ye direkt önermeyi uygulayabiliriz.

- $C = B0 + C1$  olduğuna göre
- $R = Q + RP$  ise  $C = R$  ,  $Q = B0$  ,  $P = 1$
- $R = QP^*$  ise  $C = B01^*$
- Amacımız tüm uç durumları bulmak olduğu için  $B'$  yi de bulmamız gerekir.
- $C = B01^*$  'ı denklem (2) de yerine koyarsak
- $B = A0 + B1 + (B01^*)0$
- $B = A0 + B1 + B01^*0$
- $B = A0 + B(1 + 01^*0)$
- $R = Q + RP$  önerme formatına geldiği için
- Burada  $B = R$  ,  $A0 = Q$  ,  $1 + 01^*0 = P$  olur. Öyleyse önerme gereği yani  $R = QP^*$  gereği
- $B = A0(1 + 01^*0)^*$  olur.

- Denklem (1) de  $B$  nin yerine eşiti yazılırsa
- $A = \lambda + A0 + B1 = \lambda + A0 + A0(1 + 01^*0)^*1$
- $A = \lambda + A(0 + 0(1 + 01^*0)^*1)$
- $R = Q + RP$  ise  $R = QP^*$  'dan
- $A = \lambda(0 + 0(1 + 01^*0)^*1)^*$
- $\lambda$  boş simge olduğundan ve de etkisiz olduğundan
- $A = (0 + 0(1 + 01^*0)^*1)^*$  olur.
- $A'$ yi  $B'$ de yerine koyarsak ;
- $B = A0(1 + 01^*0)^*1$
- $B = ((0 + 0(1 + 01^*0)^*)1)^*0(1 + 01^*0)^*1$
- $C = B01^*$  olduğundan
- $C = ((0 + 0(1 + 01^*0)^*)1)^*0(1 + 01^*0)^*101^*$  olur.

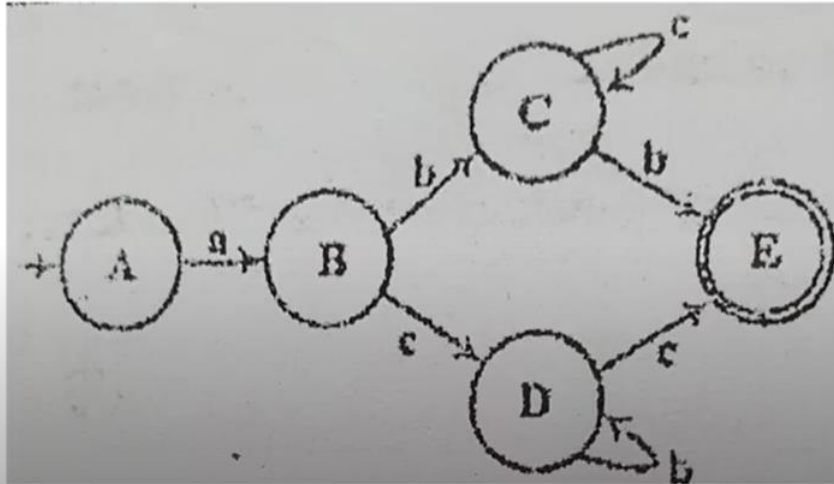
- Her bir duruma karşı gelen düzgün deyim elde edildikten sonra, makinenin tanıdığı kümeye karşı gelen düzgün deyim ;
- $T(M) = B + C$
- $T(M) = B^* + B01^*$
- $T(M) = B(\lambda + 01^*)$
- $T(M) = ((0 + 0(1 + 01^*0)^*)1)^*0(1 + 01^*0)^*1$

Aşağıda verilen düzgün deyimlerin çizeneklerini çiziniz

$$P_1 = a(bc^*b + cb^*c)$$

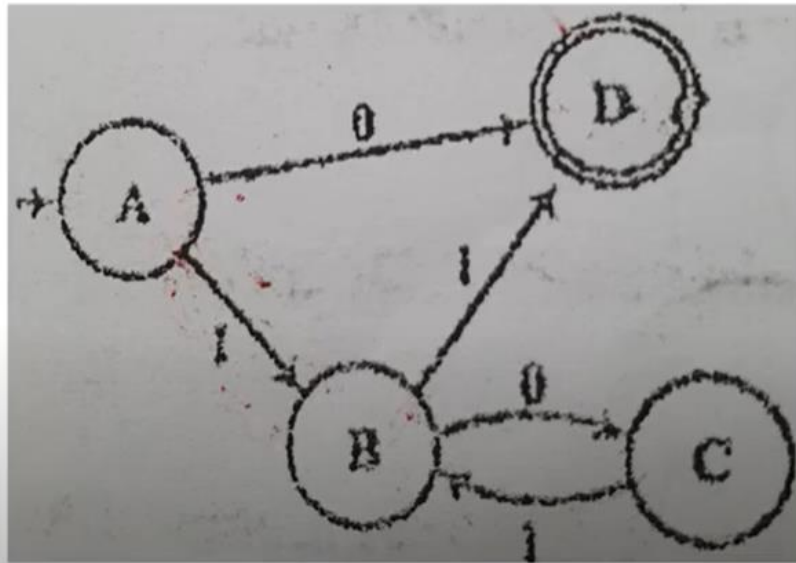
Soru : Aşağıda verilen düzgün deyimlerin çizeneklerini çiziniz.

$$P_1 = a(bc^*b + cb^*c)$$





- $P_1 = 0 + 1(01)^*1$

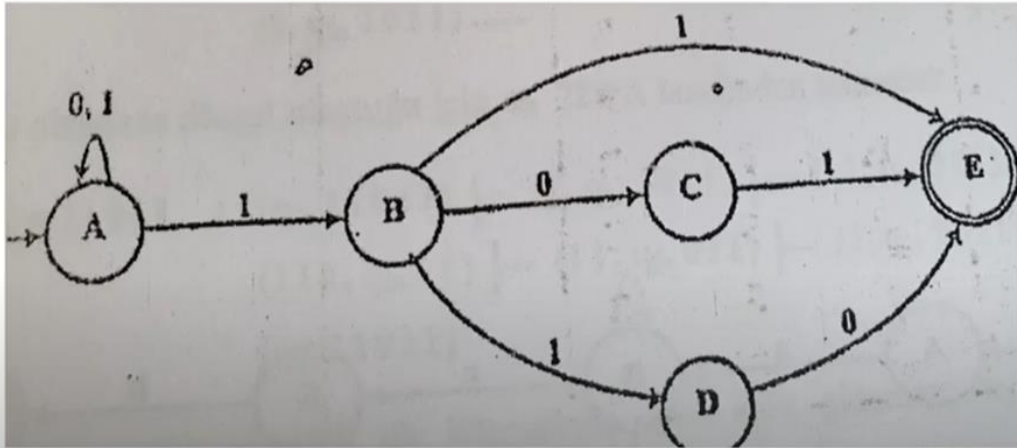


Sonlu durumlu M makinesi  $\{0,1\}$  alfabesinde 11,101 veya 110 ile biten dizgileri tanıyan makine olarak tanımlanıyor

- M makinesinin tanıdığı düzgün dili düzgün deyim olarak yazınız.
- M'nin deterministik olmayan (NFA) geçiş çizeneğini olabildiğince az durum kullanarak oluşturunuz.
- Durumları  $S_0, S_1, \dots$  diye adlandırarak M'nin deterministik (DFA) geçiş çizelgesi ile geçiş çizeneğini oluşturunuz.

- Soru: Sonlu durumlu M makinesi  $\{0,1\}$  alfabesinde 11,101 veya 110 ile biten dizgileri tanıyan makine olarak tanımlanıyor.
- a) M makinesinin tanıdığı düzgün dili düzgün deyim olarak yazınız.
- b) M'nin deterministik olmayan (NFA) geçiş çizeneğini olabildiğince az durum kullanarak oluşturunuz.
- c) Durumları  $S_0, S_1, \dots$  diye adlandırarak M'nin deterministik(DFA) geçiş çizelgesi ile geçiş çizeneğini oluşturunuz.
- 

- Çözüm : a)  $L = (0+1)^* 1(1 + 01 + 10)$
- b) NFA' nın geçiş çizeneği



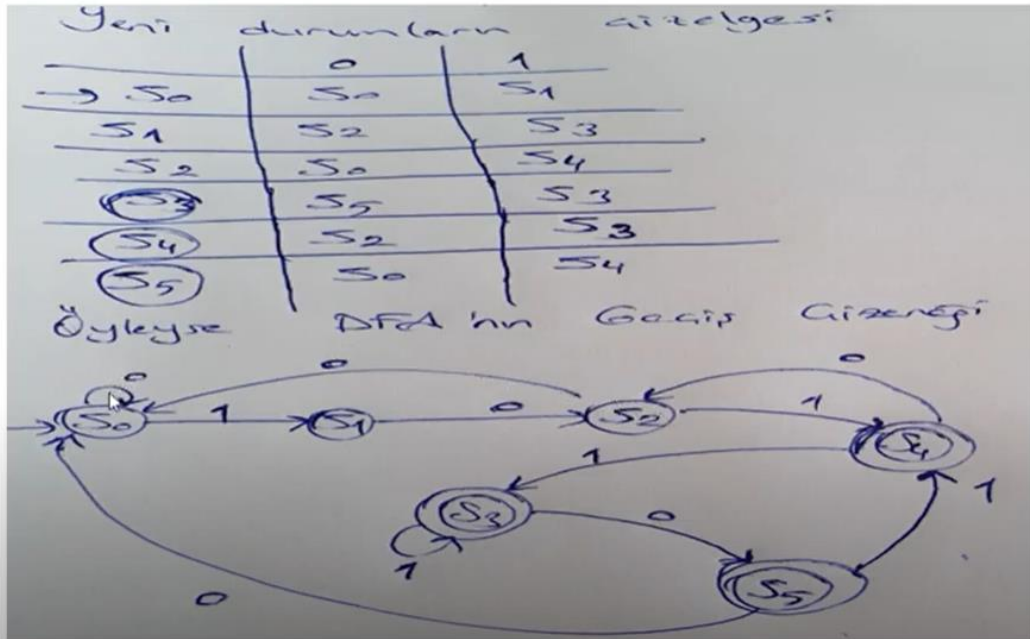
• c)

	0	1
→ A	A	AB
AB	AC	ABDE
AC	A	ABE
ABDE	ACE	ABDE
ABE	AC	ABDE
ACE	A	ABE

İse oluşan yeni durumları isimlendirelim.

$A = S_0$   
 $AB = S_1$   
 $AC = S_2$   
 $ABDE = S_3$   
 $ABE = S_4$   
 $ACE = S_5$   
 olsun.

DFA' nın geçiş çizeneği

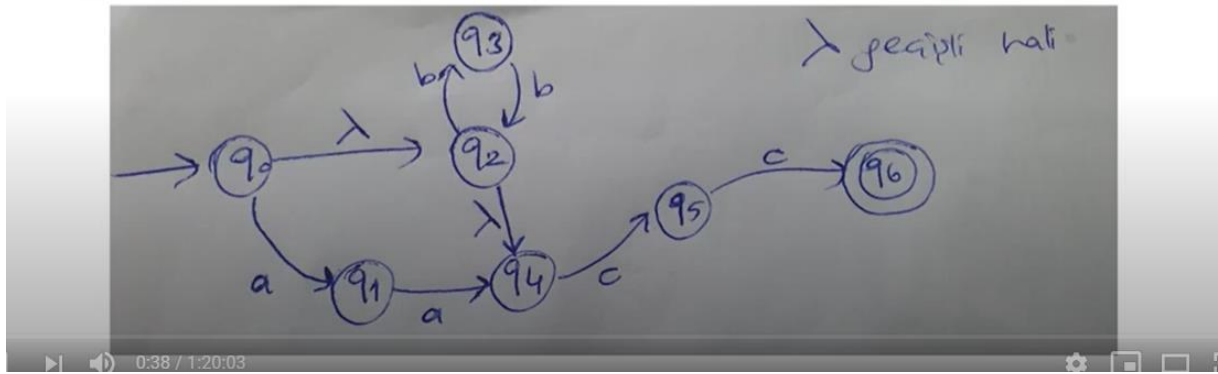


M makinesi  $\{a,b,c\}$  alfabesinde aa ile yada çift sayıda b(0,2,4,6,...) ile başlayıp "cc" ile biten dizgiler kümesini tanıyan makine olsun. M'nin tanıdığı dizgiler kümesi

$T=\{cc,aacc,bbcc,bbbbcc,bbbbbbcc,\dots\}$ dir.

Bu otomatın lambda geçişli ve lambda geçişsiz hallerini tasarlayınız.

- **Soru:** M makinesi  $\{a,b,c\}$  alfabesinde aa ile ya da çift sayıda b(0,2,4,6,...) ile başlayıp "cc" ile biten dizgiler kümesini tanıyan makine olsun. M'nin tanıdığı dizgiler kümesi
- $T = \{cc, aacc, bbcc, bbbbcc, bbbbbbcc, \dots\}$  dir.
- Bu otomatın lambda geçişli ve lambda geçişsiz hallerini tasarlayınız.
- **Çözüm :**



## DİLBİLGİSİ VE DİLLER

### Dilbilgisi ve Dilin Biçimsel Tanımı

## DİLGİSİ VE DİLLER

### Dilbilgisi ve Dilin Biçimsel Tanımı

- Biçimsel olarak dilbilgisi bir dördümlü olarak tanımlanır.
- $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$
- $V_N$  : Sözdizim değişkenleri kümesi(Sonlu bir küme)
- $V_T$  : Uç simgeler kümesi(Sonlu bir küme)
- $V_N$  ve  $V_T$  ayrık kümelerdir yani  $V_N \cap V_T = \emptyset$ ,
- $S$  başlangıç değişkeni :  $S \in V_N$
- $P$  : Yeniden yazma veya türetme kuralları
- $\alpha \Rightarrow \beta$  biçimindedir ve " $\alpha$  yerine  $\beta$  kullanılabilir" demektir.



# Dilbilgisi ve Dilin Biçimsel Tanımı

- En genel(kısıtlamasız) biçimiyle  $\alpha$  ve  $\beta$  aşağıdaki gibi tanımlanır.
- $\alpha \in V^+ \quad \beta \in V^*$
- $V = V_N \cup V_T \quad V^+ = V^* - \{\lambda\}$
- Bir dilbilgisi tarafından tanımlanan dil biçimsel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır.
- $L(G) = \{w \mid w \in V_T^*, S^* \Rightarrow w\}$
- Yukarıdaki tanıma göre bir dilin tümceleri, başlangıç simgesinden ( $S$ 'den) başlanarak ve yeniden yazma kuralları yeterli sayıda kullanılarak elde edilen uç simge dizgileridir.
- $S \Rightarrow \alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_n \Rightarrow w$

•  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  : tümcesel yapılar,

$w$  : tümce

G tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım

Eşit sayıda 0 ve 1 lerden oluşan dizgiler kümesini tanıyan

**Soru:**

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S\}$$

$$V_T = \{0, 1\}$$

$$P : S \Rightarrow 0S1$$

$$S \Rightarrow 01$$

**G tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım :**

$$S \Rightarrow 01$$

$$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 0011$$

$$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000111$$

Yukarıdaki tümce örneklerinden,

**Eşit sayıda 0 ve 1 lerden oluşan dizgiler kümesini tanıyan**

$$L(G) = \{ 0^n 1^n \mid n \geq 1 \}$$

Dilbilgisi ve Dillerin Sınıflandırılması

Tür-0

Tür-1

Tür-2

Tür-3

## Dilbilgisi ve Dillerin Sınıflandırılması

Dilbilgisi ve türettikleri diller, yeniden yazma kurallarının özelliklerine göre :

- tür-0 veya kısıtlamasız dilbilgisi ve diller
- tür-1 veya bağlama-bağımlı dilbilgisi ve diller
- tür-2 veya bağlamdan-bağımsız dilbilgisi ve diller
- tür-3 veya düzgün-dilbilgisi ve diller olmak üzere 4 sınıfa ayrılır.

## Tür-0 Dilbilgisi ve Dil

- Tür-0 da hiçbir kısıt yoktur.
- Tür-0 ya da kısıtlamasız dilbilgisinin yeniden yazma kuralları
- $\alpha \Rightarrow \beta : \alpha \in V^+$  yani  $\lambda$  yok.
- $\beta \in V^*$   $\lambda$  var.
- Sözdizim değişkenleri  $S, A, B, X$  gibi büyük harflerle gösterilir.
- Uç değişkenler  $a, b, \lambda, x, y$  gibi küçük harflerle gösterilir.

G tarafından türetilen tümcelerden bazılarını bulmaya çalışalım

Yukarıda türetilen örnek tümceler ve dilbilgisinin kuralları incelendiğinde L dilinin tanımının şu şekilde olduğu bulunabilir.

• Soru :

•  $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

•  $V_N = \{S, L, R, A, B, C\}$

•  $P : S \Rightarrow L A a R$

•  $V_T = \{a\}$

•  $Aa \Rightarrow aaA$

•  $AR \Rightarrow BR \mid C$

•  $aB \Rightarrow Ba$

•  $LB \Rightarrow LA$

•  $aC \Rightarrow Ca$

•  $LC \Rightarrow \lambda$

• G tarafından türetilen tümcelerden bazılarını bulmaya çalışalım ;

•  $S \Rightarrow LAaR \Rightarrow LaaAR \Rightarrow LaaC \Rightarrow LaCa \Rightarrow LCaa \Rightarrow aa$

•  $S \Rightarrow LAaR \Rightarrow LaaAR \Rightarrow LaaBR \Rightarrow LaBaR \Rightarrow LBaaR \Rightarrow LAaaR \Rightarrow LaaAaR \Rightarrow LaaaaaAR \Rightarrow LaaaaaC \Rightarrow LaaaaCa \Rightarrow LaCaaa \Rightarrow LCaaaa \Rightarrow aaaaa$

Yukarıda türetilen örnek tümceler ve dilbilgisinin kuralları incelendiğinde L dilinin tanımının şu şekilde olduğu bulunabilir.

$$L = \{a^k \mid k = 2^n, \quad n \geq 1\}$$

Tür-1

### • Tür-1 Dilbilgisi ve Dil

• Tür-1 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları

•  $\alpha \Rightarrow \beta : \alpha \in V^+ \beta \in V^* \quad |\alpha| \leq |\beta|$  biçimindedir.

• Yani sol tarafta  $\lambda$  olamaz , sağ tarafta ise olabilir.

• Tür-1 dilbilgisinde ,Tür-0 dilbilgisine göre  $|\alpha| \leq |\beta|$  kısıtlaması söz konusudur.

• Yani Tür-1 de sol tarafın değişken sayısı  $\leq$  sağ tarafın değişken sayısı şeklindedir.

G tür-1 bir dil bilgisidir. Yukarıda örnek tümcelerden görüldüğü üzere dili şöyle tanımlamak mümkündür.

- $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$
- $V_N = \{S, A, B\}$
- $V_T = \{a, b, c\}$
- $P: S \Rightarrow aSAB$
- $S \Rightarrow aAB$
- $BA \Rightarrow AB$
- $aA \Rightarrow ab$
- $bA \Rightarrow bb$
- $bB \Rightarrow bc$
- $cB \Rightarrow cc$

- G tarafından türetilen tümlecelerden bazılarını bulmaya çalışalım :

$$S \Rightarrow aAB \Rightarrow abB \Rightarrow abc$$

$$S \Rightarrow aSAB \Rightarrow a aAB AB \Rightarrow a ab BAB \Rightarrow aab AB B \Rightarrow aa bb BB \Rightarrow aab bc B \Rightarrow aabb cc$$

- G tür-1 bir dil bilgisidir. Yukarıdaki örnek tümcelerden görüldüğü üzere dili şöyle tanımlamak mümkündür.

44:40 / 1:20:03

$$L(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$$

Tür-2

## Tür-2 Dilbilgisi ve Dil

- Tür-2 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları
- $A \Rightarrow \beta : A \in V_n \quad \beta \in V^* \text{ dir.}$
- Yeniden yazma kurallarının sol tarafında tek bir değişken (A) yer almaktadır. Yeniden yazma kuralı hangi bağlamda olursa olsun, A' nın yerine  $\beta$  konulabileceğini söyler. Bu özelliği nedeniyle tür-2 dilbilgisine bağlamdan bağımsız(context free) dilbilgisi denir. Tür-2 dilbilgisi tarafından türetilen dillere tür-2 veya bağlamdan bağımsız dilbilgisi denir.
- Tür-2 dilbilgisi ve türler bilgisayar mühendisliği açısından büyük önem taşır. Çünkü programlama dilleri ve yazılım ürünlerinin birçok kesiminde bu model kullanılır.



G tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım

Örnek:

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S, A, B\}$$

$$V_T = \{a, b\}$$

$$P : S \Rightarrow aB \mid bA$$

$$A \Rightarrow a \mid aS \mid bAA$$

$$B \Rightarrow b \mid bS \mid aBB$$

G tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım :

- $S \Rightarrow bA \Rightarrow baS \Rightarrow baaB \Rightarrow baab$
- $S \Rightarrow bA \Rightarrow baS \Rightarrow baaB \Rightarrow baabS \Rightarrow baabaB \Rightarrow baabab$
- $S \Rightarrow bA \Rightarrow baS \Rightarrow baaB \Rightarrow baabS \Rightarrow baabaB \Rightarrow baabab$
- $S \Rightarrow bA \Rightarrow baS \Rightarrow baaB \Rightarrow baaaBB \Rightarrow baaabSB \Rightarrow baaabaBB \Rightarrow baaaba aBB B \Rightarrow baaabaabbb$

$$\Delta \bullet S \Rightarrow bA \Rightarrow b bAA \Rightarrow bb bAA A \Rightarrow bbb bAA AA \Rightarrow bbbbaaaa$$

$$\bullet S \Rightarrow bA \Rightarrow ba$$

$$\bullet S \Rightarrow aB \Rightarrow ab S \Rightarrow ab aB \Rightarrow aba aBB \Rightarrow abaa aBB B \Rightarrow abaaa bbb$$

$$\bullet S \Rightarrow aB \Rightarrow a aBB \Rightarrow aa bS B \Rightarrow aab bA B \Rightarrow aabb bAA B \Rightarrow aabbbaab$$

- G, tür-2 bir dilbilgisidir. Kuralları ve örnekleri incelendiğinde L dilinin,  $\{a,b\}$  alfabesinde eşit sayıda a ve b içeren dizgiler kümesi olduğu görülüyor.

## Tür-3 Dilbilgisi ve Dil

- Tür-3 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları
- $A \Rightarrow aB$
- $A \Rightarrow a$
- $A \Rightarrow \lambda: A, B \in V_N, a \in V_T$
- biçimindedir. Yeniden yazma kurallarının sol tarafında tek bir değişken(A), sağ tarafında ise ya tek bir uç simge ya da bir bir uç simge ile bir değişken yer almaktadır.
- Tür-3 dilbilgisi tarafından türetilen dile tür-3 veya düzgün dil denir.

G tarafından türetilen tümcelerde birkaçını bulup genelleştirerek dile ve dilbilgisine ulaşmaya çalışalım

- Örnek:
- $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$
- $V_N = \{S, A, B\}$
- $V_T = \{0, 1\}$
- $P: S \Rightarrow 0S \mid 0A \mid 0 \mid \lambda$
- $A \Rightarrow 0B$
- $B \Rightarrow 1S$
- G tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulup genelleştirerek dile ve dilbilgisine ulaşmaya çalışalım ;
- $S \Rightarrow 0S \Rightarrow 00S \Rightarrow 000A \Rightarrow 0000B \Rightarrow 00001S \Rightarrow 000010$
- $S \Rightarrow 0S \Rightarrow 00S \Rightarrow 000S \Rightarrow 0000A \Rightarrow 00000B \Rightarrow 000001S \Rightarrow 0000010S \Rightarrow 00000100S \Rightarrow 00000100 0A \Rightarrow 00000100 00B \Rightarrow 00000100 00 1S \Rightarrow 00000100 00 1$
- 
- $S \Rightarrow 0S \Rightarrow 00S \Rightarrow 000S \Rightarrow 0000$
- $S \Rightarrow 0A \Rightarrow 00B \Rightarrow 001S \Rightarrow 0010A \Rightarrow 00100B \Rightarrow 001001S \Rightarrow 001001$
- $S \Rightarrow 0S \Rightarrow 00S \Rightarrow 000S \Rightarrow 0000A \Rightarrow 00000B \Rightarrow 000001S \Rightarrow 000001$
- $S \Rightarrow 0A \Rightarrow 00B \Rightarrow 001S \Rightarrow 0010$
- G tür-3 bir dilbilgisidir. L dili, içindeki her 1'den önce en az iki tane 0 bulunan dizgiler kümesi olmaktadır.

## Sağ-Doğrusal ve Sol-Doğrusal Dilbilgisi

- Yeniden yazma kuralları
- $A \Rightarrow wB$
- $A \Rightarrow w : A, B \in V_N, w \in V_T^*$
- biçiminde olan dilbilgisine **sağ-doğrusal dilbilgisi** denir. Sağ-doğrusal dilbilgisinin yeniden yazma kurallarının sol tarafında bir söz dizim değişkeni, sağ tarafında ise bir uç simgeler dizgisi veya uç simgeler dizisiyle beraber bir söz dizim değişkeni yer alır. Uç simgeler dizgisi sıfır uzunluğunda bir dizgi de olabilir. Tür-3 ve sağ doğruşal dilbilgisi denktir.

### Sol-Doğrusal Dilbilgisi:

- Yeniden yazma kuralları
- $A \Rightarrow Bw$
- $A \Rightarrow w : A, B \in V_N, w \in V_T^*$
- biçiminde olan dilbilgisine **sol-doğrusal dilbilgisi** denir.
- Sol-doğrusal dilbilgisinin yeniden yazma kurallarının sol tarafında bir değişken, sağ tarafında ise bir uç simgeler dizgisi veya uç simgeler dizgisi ile birlikte bir söz dizim değişkeni yer alır.

Dil bilgisinin türünü belirtiniz ve tümcelerini bularak dilin kurallarını oluşturunuz

- **Örnek :**

- $G \Rightarrow \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- $V_N = \{S, A, B\}$

- $V_T = \{0, 1\}$

- $P : S \Rightarrow 0A$

- $A \Rightarrow 10A \mid \lambda$

Dilbilgisinin türünü belirtiniz ve tümcelerini bularak dilin kuralını oluşturunuz.

- **Çözüm :**

Uç simgelerin sağ tarafında söz dizim değişkenleri yer aldığı için bu sağ-doğrusal bir dilbilgisidir.

Bu dilbilgisi tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım.

- $S \Rightarrow 0A \Rightarrow 0$

- $S \Rightarrow 0A \Rightarrow 010A \Rightarrow 010$

- $S \Rightarrow 0A \Rightarrow 010A \Rightarrow 01010A \Rightarrow 01010$

- Öyleyse dilbilgisinin türettiği dil

- $L(G) = 0(10)^* = (01)^*0$  'dir.



$$L = aa^*(bc^*)^*$$

a)  $L'$ 'yi tanıyan NFA'nın geçiş çizeneğini oluşturunuz. Oluşturduğunuz geçiş çizeneği lambda geçişleri içerebilir

b) Eğer oluşturduğunuz geçiş çizeneği lambda geçişleri içeriyorsa, bu geçişleri tek tek yok ederek lambda geçiş içermeyen denk geçiş çizeneğini bulunuz

$L'$  yi türeten ve  $(A \Rightarrow \lambda)$  biçiminde yeniden yazma kuralı içermeyen bir düzgün dilbilgisi tanımlayınız

• Soru :  $L = aa^*(bc^*)^*$

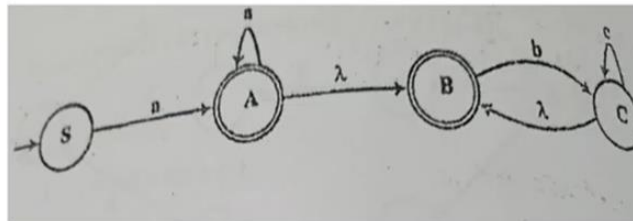
a)  $L'$ 'yi tanıyan NFA'nın geçiş çizeneğini oluşturunuz. Oluşturduğunuz geçiş çizeneği  $\lambda$  geçişleri içerebilir.

b) Eğer oluşturduğunuz geçiş çizeneği  $\lambda$  geçişleri içeriyorsa, bu geçişleri tek tek yok ederek  $\lambda$  geçiş içermeyen denk geçiş çizeneğini bulunuz.

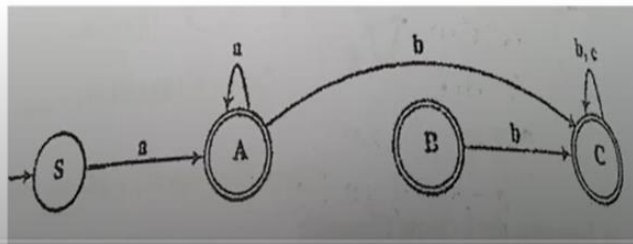
•  $L'$  yi türeten ve  $(A \Rightarrow \lambda)$  biçiminde yeniden yazma kuralı içermeyen bir düzgün dilbilgisi tanımlayınız.

• Çözüm :

• a) :  $L = aa^*(bc^*)^*$

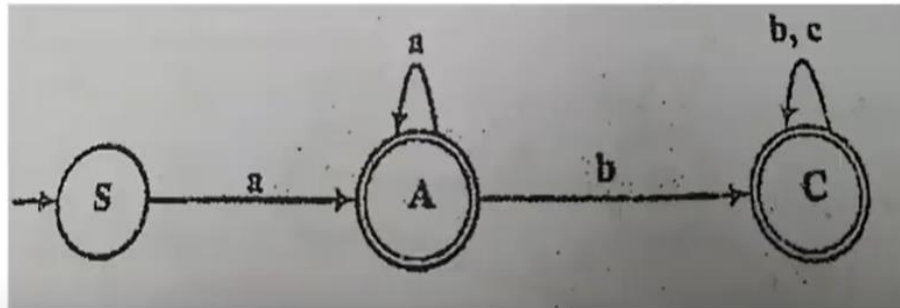


• b)

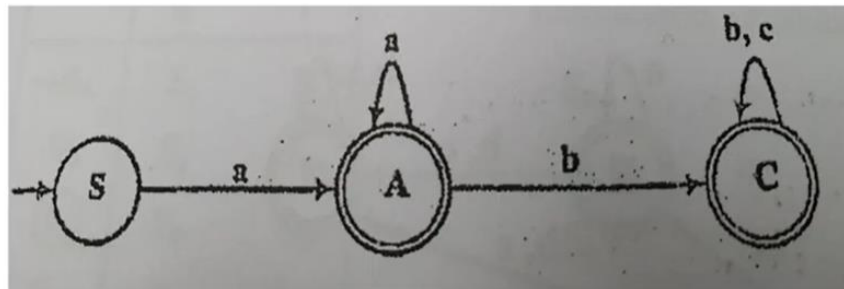


b) şıkkının sadeşi

• b)



• c)



•  $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

•  $V_N = \{S, A, C\}$

•  $V_T = \{a, b, c\}$

•  $P: S \Rightarrow aA \mid a$

•  $A \Rightarrow aA \mid bC \mid a \mid b$

$C \Rightarrow bC \mid cC \mid b \mid c$



17:59 / 50:04



L dili aşağıdaki düzgün deyimle tanımlanıyor

$$L = a^*(bb^* + cc^*)d^*$$

- L dilini sözel olarak tanımlayınız. L'yi tanıyan sonlu özdevinirin (NFA) geçiş çizeneğini oluşturunuz.. (Çizenekte başlangıç durumunu S, diğier durumları ise A,B,C,... diye adlandırınız)
- Oluşturduğunuz çizenek lambda geçişleri içeriyorsa bu geçiřleriyok ederek lambda geçişsiz denk çizenegini bulunuz
- L dilini türeten bir tür-3 dilbilgisi oluşturunuz.

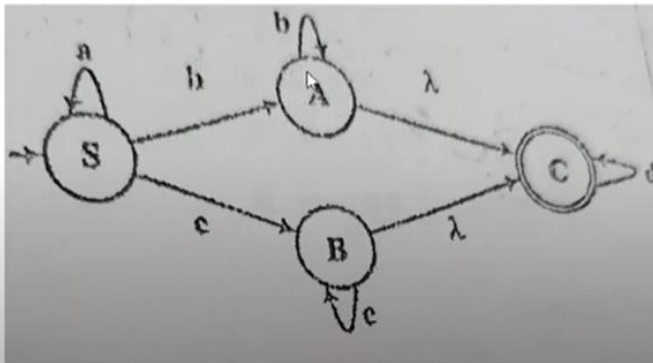
• **Soru 2 :** L dili aşağıdaki düzgün deyimle tanımlanıyor :

$$L = a^*(bb^* + cc^*)d^*$$

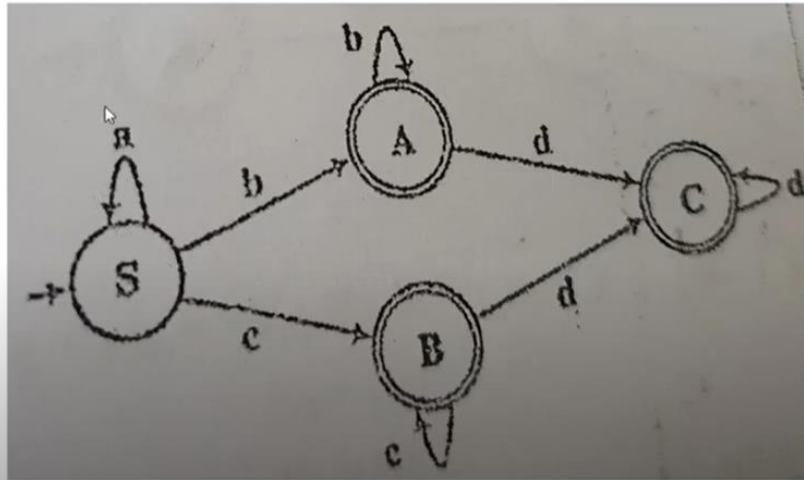
- L dilini sözel olarak tanımlayınız. L'yi tanıyan sonlu özdevinirin(NFA) geçiş çizeneğini oluşturunuz. (Çizenekte başlangıç durumunu S, diğier durumları ise A,B,C,... diye adlandırınız.)
- Oluşturduğunuz çizenek  $\lambda$  geçişleri içeriyorsa bu geçişleri yok ederek  $\lambda$  geçişsiz denk çizenegini bulunuz.
- L dilini türeten bir tür-3 dilbilgisi oluşturunuz.

• **Çözüm:**

a) L dili sıfır, bir veya birden fazla a ile başlayıp, en az bir b veya c ile devam eden ve sonunda sıfır ,bir veya birden fazla d bulunan dizgiler kümesidir.



• b)



• c)

•  $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

•  $V_N = \{S, A, B, C\}$

•  $V_T = \{a, b, c, d\}$

•  $P : S \Rightarrow aS \mid bA \mid cB \mid b \mid c$

•  $A \Rightarrow bA \mid dC \mid b \mid d$

•  $B \Rightarrow cB \mid dC \mid c \mid d$

•  $C \Rightarrow dC \mid d$



L dili aşağıdaki düzgün deyimle tanımlanıyor

$$L = (aa^* + c(bb)^*)^* dd$$

L dilini tanıyan sonlu özdevinirin (NFA) geçiş çizeneğini oluşturunuz. (Çizenekte başlangıç durumunu S, diğer durumları A,B,C,...) diye adlandırınız.)

Oluşturduğunuz çizenek lambda geçişleri içeriyorsa bu eğişleri yok ederek lambda geçişsiz denk çizeneğini bulunuz.

L dilini türeten bir tür-3 dilbilgisi oluşturunuz.

• **Soru 3 :**

• **L** dili aşağıdaki düzgün deyimle tanımlanıyor:

$$L = (aa^* + c(bb)^*)^* dd$$

• **L** dilini tanıyan sonlu özdevinirin(NFA) geçiş çizeneğini oluşturunuz.(Çizenekte başlangıç durumunu S, diğer durumları A,B,C,... diye adlandırınız.)

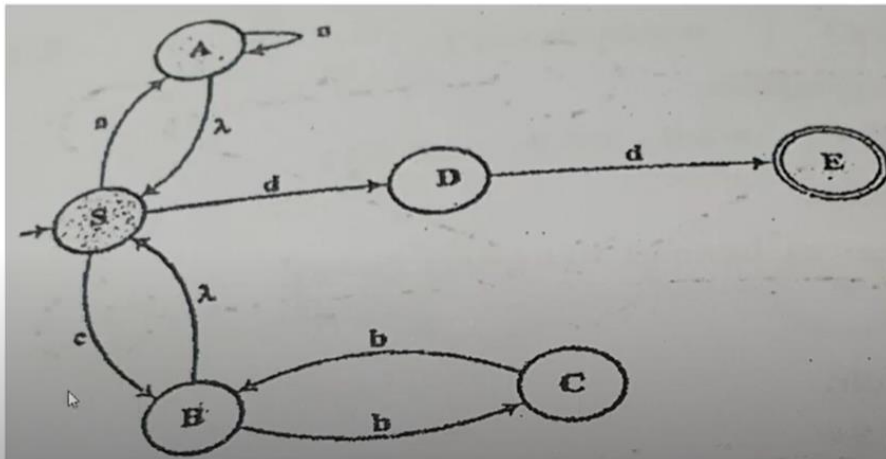
• Oluşturduğunuz çizenek  $\lambda$  geçişleri içeriyorsa bu geçişleri yok ederek  $\lambda$  geçişsiz denk çizeneğini bulunuz.

• **L** dilini türeten bir tür-3 dilbilgisi oluşturunuz.

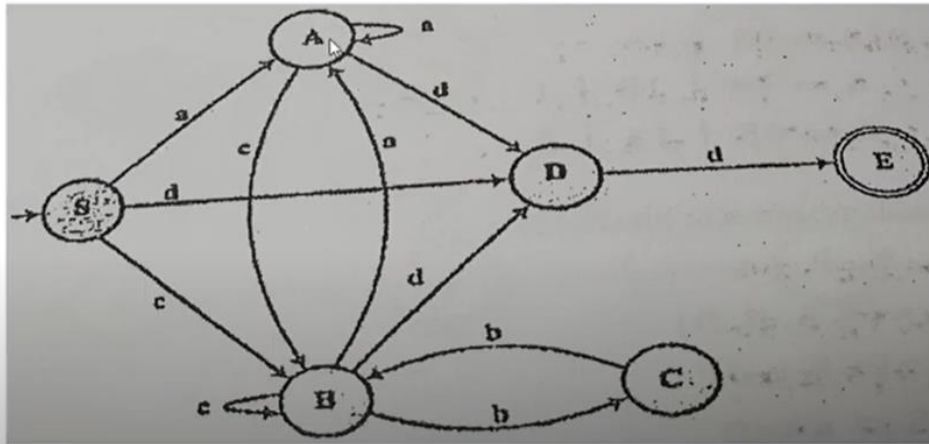
•

• **Çözüm :**

• a)



• b)



• c)

•  $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

•  $V_N = \{S, A, B, C, D\}$

•  $V_T = \{a, b, c, d\}$

•  $P : S \Rightarrow aA \mid cB \mid dD$

•  $A \Rightarrow aA \mid cB \mid dD$

•  $B \Rightarrow aA \mid cB \mid dD \mid bC$

•  $C \Rightarrow bB$

•  $D \Rightarrow d$

Sağ-doğrusal G dilbilgisi aşağıdaki gibi tanımlanıyor

L'yi tanıyan sonlu özdevinirin (NFA) geçiş çizeneğini oluşturunuz.

- Soru 4: Sağ-doğrusal G dilbilgisi aşağıdaki gibi tanımlanıyor :
- $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$
- $V_N = \{S, X, Y\}$
- $V_T = \{a, b\}$
- $P : S \Rightarrow abX \mid aY$
- $X \Rightarrow aaY \mid bX$
- $Y \Rightarrow aX \mid b$
- $L'$  yi tanıyan sonlu özdevinirin(NFA) geçiş çizeneğini oluşturunuz.

