

SERBEST DÜŞME HAREKETİ

Örnek:

180 m yükseklikten 20 kg kütleli bir cisim serbest bırakılıyor.

- a) Cismin yere düşme süresini.
- b) Cismin 1, 2, 4 ve 6. Saniyelerde yerden yüksekliğini ve hızını.
- c) Cismin yere çarpma hızını hesaplayınız.

(sürtünmeler önemsizdir, $g = 10 \text{ m/s}^2$ alınacak)

Çözüm:

Cismin sürtünmesiz ortamlarda cismin hareketi kütesine bağlı değildir. Bu nedenle kütleyi göz ardı edeceğiz.

a) Cismin yere düşme süresini hesaplayalım.

İlk hızı olmayan düzgün hızlanan doğrusal hareket denklemi;

$$\text{Yol} = x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Bu denklem serbest düşme hareketinde aynen kullanılır.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$180 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$180 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$36 = t^2$$

$$t = 6 \text{ sn.}$$

b) Cismin 1, 2, 4 ve 6. Saniyelerde yerden yüksekliğini ve hızını.

Yukarıdaki denklemi bu soruda da kullanabiliriz.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1$$

$h = 5 \text{ m.}$ 1 saniyede aldığı yol.

$t = 2 \text{ s için;}$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4$$

$h = 20 \text{ m}$ 2 saniyede aldığı yol.

$t = 4 \text{ s için;}$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 16$$

$h = 80 \text{ m.}$ 4 saniyede aldığı yol.

$t = 6 \text{ s için;}$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 36$$

$h = 180 \text{ m}$ 6 saniyede aldığı yol.

c) Cismin yere çarpma hızını bulmak için düzgün hızlanan doğrusal hareket denklemini kullanabiliriz.

$$V = a.t \rightarrow V = g.t$$

Cisim yere 6 saniyede ulaştığına göre 6. saniyedeki hızı bize yere çarpma hızını verecektir.

$$V = 10 \cdot 6 = 60 \text{ m/s bulunur.}$$

Örnek:

405 m yükseklikten serbest bırakılan bir cismin;

- a) Yere düşme süresini
- b) Yere çarpma hızını
- c) $t = 3$ sn deki hızını
- d) $t = 5$ sn deki yüksekliğini hesaplayınız.

(sürtünmeler önemsizdir, $g = 10 \text{ m/s}^2$ alınacak)

Çözüm:

a) cismin yere düşme süresi için kullanacağımız denklem,

$$x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$405 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$810 = 10t^2$$

$$81 = t^2$$

$$t = 9 \text{ sn}$$

b) Yere Çarpma Hızı

$$V = g \cdot t$$

Cisim yere 9 saniyede ulaştığına göre 9. saniyedeki hızı yere çarpma hızını verir.

$$V = 10 \cdot 9 = 90 \text{ m/s}$$

c) 3. Saniyedeki hızı

Herhangi bir andaki hız,

$V = g \cdot t$ denklemi ile bulunur. $t = 3$ s için hız;

$$V = 10 \cdot 3 = 30 \text{ m/s}$$

d) $t = 5$ saniyedeki yüksekliği

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 25$$

$$h = 125 \text{ m}$$

DÜŞEY ATIŞ HAREKETLERİ

Örnek:

Aşağıdan yukarı doğru bir cisim atılıyor. Cisim 180 m yükseldikten sonra inişe geçiyor.

- a) Cismin ilk hızını bulunuz.
- b) Cismin atıldıktan 5 saniye sonraki hızını bulunuz.
- c) cismin 4 saniye sonra atıldığı yerden yüksekliğini bulunuz.
- d) Cismin atıldığı yere gelinceye kadar geçen süreyi bulunuz.
- e) Taşın atıldığı yere tekrar geldiği andaki hızını bulunuz.

(sürtünmeler önemsizdir $g = 10 \text{ m/s}^2$ alınacak)

Çözüm:

a) Cismin ilk hızını bulmak için çıkabildiği en tepe noktasında hızının 0 olacağını dikkate alırız. Bu durumda;

$V^2 = V_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$ bağıntısını kullanırız. En tepe noktada hız 0 olacağından;

$$0 = V_0^2 - 2 \cdot 10 \cdot 180$$

$$V_0^2 = 3600$$

$$V_0 = 60 \text{ m/s bulunur.}$$

b) Cismin atıldıktan 5 saniye sonraki hızını bulmak için;

$V = V_0 - gt$ denklemini kullanabiliriz.

$$V = 60 - 10 \cdot 5$$

$$V = 10 \text{ m/s}$$

c) Cismin 4 saniye sonra atıldığı yerden yüksekliğini bulmak için aşağıdaki denklemi kullanabiliriz.

$$h = V_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h = 60 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 16$$

$$h = 240 - 80$$

$$h = 160 \text{ m}$$

d) Cismin atıldığı yere gelinceye kadar geçen süreyi bulmak için, atıldığı yere geldiğinde o noktadan yüksekliğinin 0 olacağını hesaba katarsak:

$$h = V_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ denklemini kullanabiliriz.}$$

$$0 = 60 \cdot t - 5t^2$$

$$5t^2 - 60t = 0$$

$$t^2 - 12t = 0$$

$$t(t - 12) = 0$$

$$t = 12 \text{ s bulunur.}$$

Bu süreyi hesaplamak için kullanacağımız 2. Bir yol;

Bir cisim yukarı yönlü atılırsa, atıldığı noktaya geri geldiğindeki hızı bu noktadan atıldığındaki hızına eşit olur. Bu durumda şu denklemi kullanabiliriz.

$$V = V_0 + g \cdot t$$

$$-60 = 60 + (-10) \cdot t$$

$$10t = 120$$

$$t = 12 \text{ s bulunur.}$$

e) Taşın atıldığı yere geldiği andaki hızı bu noktadan atıldığı hızına eşit olur. Dolayısıyla aşağı yönlü hareket yaptığından $V = -60 \text{ m/s}$ olur.

Bu hızı denklem kullanarak bulalım.

Cisim atıldığı yere 12 saniye sonra döndüğüne göre;

$V = V_0 - gt$ denkleminde,

$$V = 60 - 12 \cdot 10$$

$V = -60 \text{ m/s}$ bulunur.

Örnek:

Bir cisim 250 m yükseklikten 25 m/s hızla aşağı doğru atılıyor.

Bu cismin;

- a) Atıldıktan 1 saniye sonra yerden yüksekliğini,
- b) Atıldıktan 2 saniye sonra yerden yüksekliğini
- c) atıldıktan 3 saniye sonra yerden yüksekliğini
- d) Yere ulaşma süresini
- e) Yere çarpma hızını
- f) Atıldıktan 2 saniye sonraki hızını bulunuz.

(sürtünmeler önemsiz sayılacak, $g = 10 \text{ m/s}^2$ alınacak)

Çözüm:

- a) Atıldıktan t saniye sonraki aldığı yolu veren formül;

$h = V_0.t + \frac{1}{2} . g . t$ bu denklemde değerleri yerine koyarsak,

$$h = 25.1 + \frac{1}{2} . 10 . 1$$

$h = 30 \text{ m}$ Bu havada aldığı yoldur.

Yerden yüksekliği ;

$$250 - 30 = 220 \text{ m olur.}$$

- b)

$$h = 25.2 + \frac{1}{2} . 10.4$$

$$h = 25.2 + 20 = 70 \text{ m}$$

Yerden yüksekliği;

$$250 - 70 = 180 \text{ m olur.}$$

c)

$$h = 25.3 + \frac{1}{2} \cdot 10.9$$

$$h = 120 \text{ m}$$

Yerden yüksekliği;

$$250 - 120 = 130 \text{ m olur.}$$

d)

Yere ulaştığında $h = 250 \text{ m}$ olur.

$$h = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$250 = 25 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$250 = 5t^2 + 25t$$

$$50 = t^2 + 5t$$

$$t^2 + 5t - 50 = 0$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$V = V_0 + g \cdot t$$

$$V = 25 + 50$$

$$V = 75 \text{ m/s}$$

Cisim yere 75 m/s hızla çarpar.

Daha kolay 2. bir yol ise,

cisim yere çarptığında 250 m yol almış olacaktır. Zamansız hız denkleminde,

$$V_s^2 = V_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

$$V_s^2 = 25^2 + 2 \cdot 10 \cdot 250$$

$$V_s^2 = 625 + 5000$$

$$V_s = 75 \text{ m/s}$$

f)

$$V = V_0 + g \cdot t$$

$$V = 25 + 10 \cdot 2$$

$$V = 45 \text{ m/s}$$

Örnek:

Yerden 30 m/s hızla düşey doğrultuda yukarı atılan bir cismin çıkabileceği maksimum yüksekliği ve maksimum yüksekliğe çıkma süresini bulunuz.

Çözüm:

Maksimum yükseklikte hız 0 olur.

$$V^2 = V_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$$

$$0 = 900 - 2 \cdot 10 \cdot h$$

$$20h = 900$$

$h = 45$ m çıkabileceği maksimum yükseklik.

Çıkma süresi;

$$h = V_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g t^2$$

$$45 = 30 \cdot t - 5t^2$$

$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$t = 3 \text{ s}$$

Bir uçurumun kenarından bir taş serbest bırakılıyor ve 1s. sonra 60 m/s lik bir hızla ikinci bir taş düşey olarak aşağı doğru atılıyor. Uçurumun tepesinden ne kadar aşağıda ikinci taş birinci taşa yetişir?

Birinci taşın ilk hızı sıfırdır ve birinci taşın atılmasından t s. sonra ikinci taş birinci taşa yetişsin. Birinci taşın bu t s. de alacağı yol $h_1 = (1/2)gt^2$ dir. İkinci taş 1s sonra atıldığından birinciye yetişinceye kadar (t-1) s hareket eder ve $v_0 = 60$ m/s ilk hızla atıldığına göre bu sürede alacağı yol,

$h_2 = v_0 \cdot (t-1) + \frac{1}{2} g \cdot (t-1)^2$ olur. İkinci taş birinciye yetiştiğine göre $h_1 = h_2$ olacağından,

$$\frac{1}{2} g t^2 = v_0(t-1) + \frac{1}{2} g (t-1)^2 \quad \text{ve buradan,}$$

$$t = v_0 \cdot \frac{1}{2} \frac{g}{v_0} - g = 60 - \frac{1}{2} \frac{9,8}{60} - 9,8 \quad \text{ve } t = 1,09s \quad \text{bulunur.}$$

İki taşın karşılaştığı noktanın uçurumun tepesine olan uzaklığı,

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} 9,8 \cdot (1,09)^2 = 5,82 \text{ m.dir.}$$

Bir balon 16 m/s lik hızla yükselmektedir ve balonun yerden 64 m . yükseklikte olduğu anda bir kum torbası bırakılıyor.

a-kum torbasının atıldıktan, 0,25, 0,5, 1 ve 2s. sonraki yerini ve hızını hesaplayınız.

b-kum torbasının atıldıktan sonra yere varması için geçen zamanı bulunuz.

a- Kum torbasının atıldığı noktanın koordinatları (0, 0) alınmıştır. Kum torbasının

ilk hızı balonun hızına ($v_0=16$ m/s) eşit ve yukarı yönlü olur ve

$t_1=0,25$ s yeri, yerden yüksekliği ve hızı

$$h_1=v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \quad h_1=16 \cdot 0,25 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (0,25)^2 = 3,7 \text{ m.} \quad \text{Bu durumda kum torbası}$$

$$h=64+3,7=67,7 \text{ m.} \quad \text{yükseklikte ve 0,25s deki hızı}$$

$$v_1=v_0-g \cdot t_1=16 - 9,8 \cdot 0,25=13,55 \text{ m/s} \quad \text{olur.}$$

$t_2=0,5$ s deki yeri, yerden yüksekliği ve hızı,

$$h_2=16 \cdot 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (0,5)^2 = 6,77 \text{ m.,} \quad h=64+6,775=70,77 \text{ m,}$$

$$v_2=v_0-g \cdot t_2=16 - 9,9 \cdot 0,50=11,1 \text{ m/s}$$

$t_3=1$ s deki yeri, yerden yüksekliği ve hızı,

$$h_3=16 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 1^2 = 11,1 \text{ m.} \quad h=64+11,1=75,1 \text{ m ve hızı,}$$

$$v_3=16 - 9,8 \cdot 1=6,2 \text{ m/s.}$$

$t_4=2$ s deki yeri, yerden yüksekliği ve hızı,

$$h_4=16 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 2^2 = 12,4 \text{ m.} \quad h=64+12,4=76,4 \text{ m. ve hızı,}$$

$$v_4=16 - 9,8 \cdot 2 = -3,6 \text{ m/s. taş belli bir maksimumdan sonra inişe geçmiştir.}$$

b- Seçilen dik koordinat sistemine göre, yer referans olarak alınınca (0,0) balonun yerden bulunduğu yükseklik - 64 m olur. Buna göre serbest düşmede kullanılan $h=v_0t-(1/2)g.t^2$ bağıntısındaki, h değeri de - (negatif) olmalıdır ve buna göre,

$$-64=16.t - \frac{1}{2} 9,8.t^2 \quad \text{den}$$

$$4,9.t^2 - 16t - 64=0 \text{ ve } t=5,6s \text{ bulunur.}$$

Negatif kökün fiziksel anlamı yoktur.

4 m/s hızla yükselmekte olan bir balondan bırakılan bir kum torbası, atıldığından 6s sonra yere varıyor buna göre torbanın atıldığı andaki balonun yerden yüksekliğini hesaplayınız.

Bu sefer dik koordinat sistemi olarak yer küre (0,0) seçilsin , eğer kum torbası balonun yerden h yüksekliğinde bulunduğu noktada bırakılıyorsa, hareketlinin yörünge bağıntısı,

$y=h+v.t - \frac{1}{2} g.t^2$ olur. Kum torbası yere düştünce $y=0$ ve geçen zaman 6s olacağından, bağıntıya göre,

$0=h+4.6 - \frac{1}{2} 9,8.36$, ve buradan $h=152,4$ m. bulunur.

Örnek 1.7 Yukarı doğru atılan taş

50 m yüksekliğindeki bir binanın tepesinden 20.0 m/s ilk hızla bir taş yukarı doğru atılmaktadır. $t_A = 0$ s kabul ederek

- (A) Topun maksimum yüksekliğe ulaşması için geçen süreyi,
 (B) Maksimum yüksekliğini,
 (C) Taş yere düşerken atıldığı noktadan ne kadar süre sonra geçer?
 (D) Bu anda topun anlık hızı nedir?
 (E) Taşın $t = 5$ s deki konumu ve hızını belirleyiniz.

$$v_s = -gt + v_i$$

$$0 = 20.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)t$$

$$t = t_B = \frac{20.0 \text{ m/s}}{9.80 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

$$y_{\max} = y_B = y_A + v_{yA}t + \frac{1}{2}a_yt^2$$

$$y_B = 0 + (20.0 \text{ m/s})(2.04 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)(2.04 \text{ s})^2 = 20.4 \text{ m}$$

$$y_C = y_A + v_{yA}t + \frac{1}{2}a_yt^2$$

$$0 = 0 + 20.0t - 4.90t^2$$

$$t(20.0 - 4.90t) = 0$$

$$v_{yC} = v_{yA} + a_yt = 20.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(4.08 \text{ s})$$

$$= -20.0 \text{ m/s}$$

