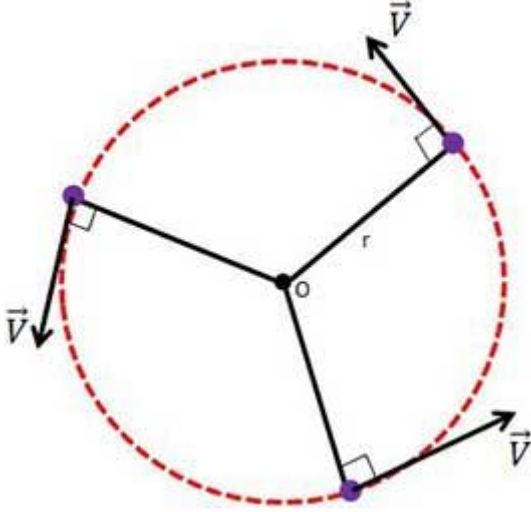


## ÇEMBERSEL HAREKET UYGULAMALARI

Çembersel bir yol üzerinde eşit zaman aralıklarında eşit miktarda yol alan cismin hareketine düzgün çembersel hareket denir.



Çembersel bir yol üzerinde hareket eden bir cismin sahip olduğu bir periyodu, frekansı, çizgisel ve açısal hızları vardır. Bu parametreler cismin hareketini belirler.

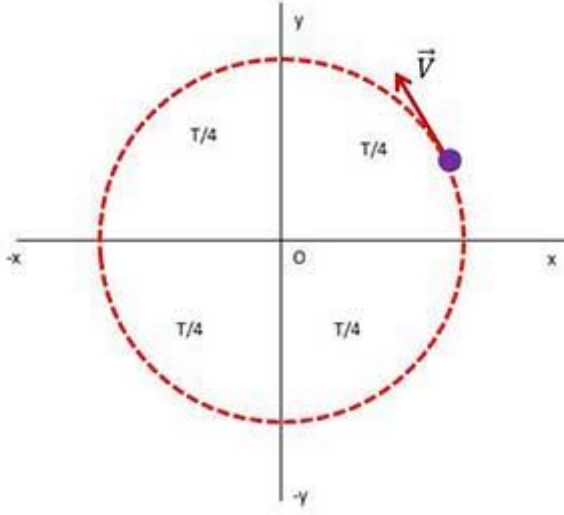
### Çembersel Hareketin Periyodu

Yarıçapı  $r$  olan dairesel bir yörüngede hareket eden bir cismin bir tam tur atmasına kadar geçen süreye bir periyot denir.

Yarıçapı  $r$  olan bir çemberin çevresi  $2\pi r$  dir. O halde çember etrafında dönen cismin  $2\pi r$  yolunu aldığı süre bu cismin periyodu olur.

Periyot  $T$  ile gösterilir. Bir  $O$  merkezi etrafında dönen bir cisim her tam turunda bir çember çizer. Bu tam çemberi tamamlama süresi cismin periyodu olur. Bir ucu " $O$ " noktasına bağlı bir cisim her turunda bir daire çizer.

Cismin hareket merkezini  $x$  ve  $y$  koordinatlarının merkezi yaparsak cismin hareketini  $x$  ve  $y$  koordinatları ile gösterebiliriz. Çembersel bölgenin merkezinden  $90^\circ$  lik açıyı gören çizgi bir periyodun dörtte biri kadar olur. " $O$ " noktasında  $180^\circ$  nin gördüğü çizgi yarım periyot olur.



Periyodun birimi saniyedir.

### Çembersel Hareketin Frekansı

r yarıçaplı bir daire etrafında hareket eden bir cismin bir saniyede yaptığı tur sayısına cismin frekansı denir. Frekans  $f$  ile gösterilir.

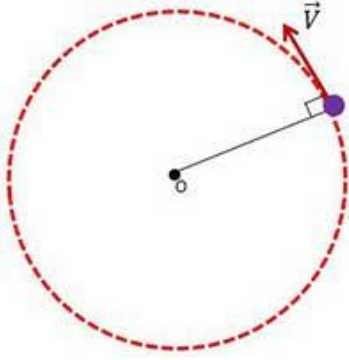
Periyot, cismin çember etrafında bir tam devir yapıncaya kadar geçen süre idi. Bu süreyi 1'e bölersek cismin frekansını bulmuş oluruz. O halde cismin frekansı;

$$f = \frac{1}{T} \text{ olur.}$$

Frekansın birimi ise  $1/s = s^{-1}$  veya Hertz dir.

$$f = \frac{1}{T} \text{ ve } T = \frac{1}{f} \text{ dir.}$$

## Çembersel Harekette Çizgisel Hız



r yarıçaplı bir daire çevresinde sabit hızla yol alan bir cismin çember üzerindeki hızına çizgisel hız denir. Çizgisel hız cismin çembersel çizgi üzerinde ölçülen hızıdır. Birimi m/s (metre/saniye) dir.

Çizgisel hız dairesel bölgeye daima teğettir ve cismin merkezini dairenin merkezi ile birleştiren doğru parçası ile arasındaki açı  $90^\circ$  dir.

Cisim daire çevresinde bir tam dönüşünü T sürede alıyordu. Bir tam dönüş yapınca kadar aldığı yol ise  $2\pi r$  idi.

O halde cismin çizgisel hızını çemberin yarıçapı ve cismin periyodundan yararlanarak bulabiliriz.

$$V = \frac{2.\pi.r}{T} \text{ dir.}$$

$$T = \frac{1}{f} \text{ olduğundan.}$$

$$T \text{ yerine } \frac{1}{f} \text{ yazarsak;}$$

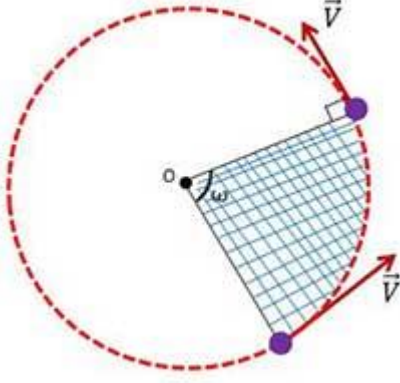
$$V = 2.\pi.r.f \text{ olur.}$$

Hızdan yararlanarak periyodu bulmak istersek;

$$T = \frac{2.\pi.r}{V}$$

## Çembersel Harekette Açısal Hız

r yarıçaplı bir daire çevresinde sabit hızla dönen bir cismin merkezini dairenin merkezi ile birleştiren doğru parçasının birim zamanda daire üzerinde taradığı açıya açısal hız denir.



Açısal hızın birimi rad/s (radyan/saniye) dir.

Çembersel hareket yapan bir cisim bir tam devir yaparsa 360°lik açıyı taramış olur. Bu açı  $2\pi$  ye eşittir. Çember çevresinde bir tam turu T sürede alan cismin açısal hızı;

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

T yerine  $1/f$  yazılırsa

$$\omega = 2\pi f \text{ olur.}$$

Açısal hızı  $\omega$  olan bir cismin çizgisel hızı;

$$V = \omega \cdot r \text{ olur.}$$

**Örnek:**

Çembersel bir çizgi üzerinde hareket eden bir cisim çember üzerinde bir turunu 0,01 saniyede tamamladığına göre bu cismin periyot ve frekansı nedir?

**Çözüm:**

Cismin periyodu soruda verilmiştir.

$$T = 0,01 \text{ saniye}$$

Cismin frekansı periyodu 1'e bölünerek bulunabilir.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{0,01 \text{ s}}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

### Örnek:

Bir cisim sabit bir eksen etrafında dakikada 1500 devir yapacak şekilde dönmektedir. Bu cismin periyot ve frekansını bulunuz.

### Çözüm:

Cisim dakikada 1500 devir yapmaktadır. Cismin bir tam devir yapması için geçen süre cismin periyodu olur.

1 dakika 60 saniyedir. Cismin saniyedeki devir sayısını bulalım.

$$f = \frac{1500}{60} = 25$$

cisim 1 saniyede 25 devir yapar.

Saniyedeki devir sayısı aynı zamanda cismin frekansıdır.

Cismin periyodunu 2 yoldan bulabiliriz.

1. Yol

25 devir                      1 saniyede yaparsa

1 devir                      t saniyede yapar.

$$t = \frac{1}{25}$$

$$t = 0,04 \text{ saniye}$$

2. yol

$$t = \frac{1}{f}$$

$$t = \frac{1}{25}$$

$$t = 0,04$$

### Örnek:

Yarıçapı 1 m olan bir çember çevresinde sabit bir hızla dönen bir cismin periyodu 0,01 saniye olduğuna göre bu cismin çizgisel ve açısal hızlarını bulunuz.

### Çözüm:

Cisim bir tam turunu 0,01 saniyede tamamlamaktadır. Hız ile periyot arasında;

$$V = \frac{2\pi r}{T} \text{ bağıntısı vardır.}$$

Çemberin yarıçapı 1 metre olduğuna göre çemberin çevresi;

$$\Ç = 2.3,14.1 = 6,28 \text{ m olur.}$$

$$V = \frac{6,28}{0,01}$$

$$V = 628 \text{ m/s olur.}$$

Cismin açısal hızı çizgisel hızdan bulunabilir.

$$V = \omega.r$$

$$\omega = \frac{V}{r} \text{ olur.}$$

$$\omega = \frac{628}{1}$$

$$\omega = 628 \text{ rad/s}$$



Açısal hızı başka bir yoldan bulalım.

$$\omega = 2\pi f \text{ ve } f = 1/T \text{ idi.}$$

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$$

$$\omega = \frac{2.3,14}{0,01}$$

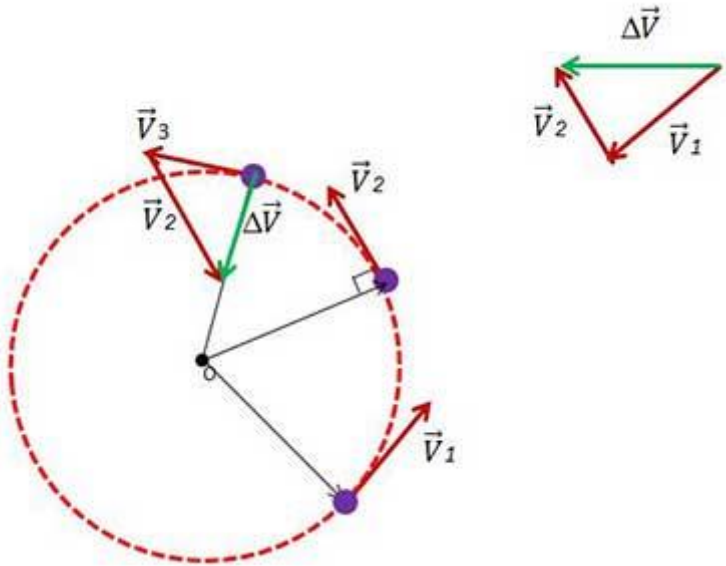
$$\omega = 628 \text{ rad/s olur.}$$

## Merkezcil İvme

Düzgün çembersel harekette bir cismin çizgisel hızı;

$$V = \frac{2\pi r}{T} \text{ ile veriliyordu.}$$

Düzgün çembersel harekette cisim eşit zaman aralıklarında eşit yollar alır. Ancak çembersel harekette hız vektörünün yönü sürekli değişir. Bu yön değişiminin nedeni cismi sürekli olarak çemberin merkezine çeken bir kuvvetten kaynaklanır. Bu kuvvete merkezcil kuvvet denir. Merkezcil ivme, merkezcil kuvvet tarafından oluşturulur.



Cismin  $t_1$  anındaki hızı  $V_1$ ,  $t_2$  anındaki hızı  $V_2$  olsun. İvme birim zamanda hızdaki değişim idi. Ortalama ivme ise;

$$a_{\text{ort}} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

$$a_{\text{ort}} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (1)$$

Cismin çember etrafında bir tam devir yapmasına kadar geçen süreyi küçük zaman aralıklarına böler ve bu zaman aralıklarında hızdaki değişim vektörlerini uç uca eklersek yarıçapı  $V$  olan bir çember elde ederiz. Çemberin çevresi  $2\pi r$  olduğundan  $r$  yerine  $V$  yazarsak  $2\pi V$  ifadesi çemberin çevresi olur. Bu da hızdaki değişimlerin toplamını verir.

Öte yandan cisim çemberin etrafında bir tam tur dönünceye kadar  $T$  süre geçmiştir.  $T$  ifadesi  $t_s - t_i = \Delta t$  ifadesine eşittir.

Bu durumda  $\Delta V = 2\pi V$ ,  $\Delta t = T$  olur.

$$a = \frac{2\pi V}{T} \text{ olur. (2)}$$

$$T = \frac{2\pi r}{V} \text{ idi. Bunu yerine yazalım.}$$

$$a = \frac{\frac{2\pi V}{T}}{\frac{2\pi r}{V}}$$

$$a = \frac{V^2}{r} \text{ olur.}$$

Buna göre merkezci ivme;

$$a = \frac{V^2}{r} \text{ dir.}$$

Açısal hızdan yararlanarak merkezci ivmeyi bulmak istersek;

$$V = \omega \cdot r \text{ olduğundan;}$$

$$a = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{r}$$

$$a = \omega^2 \cdot r \text{ olur.}$$

**Örnek:**

Yarıçapı 15 m olan bir çember üzerindeki bir cisim, çember üzerindeki 30 m lik yolu 2 saniyede almaktadır. Bu cisim için;

- a) Periyodu nedir?
- b) Frekansı nedir?
- c) Çizgisel hızı nedir?
- d) Açısal hızı nedir?
- e) Merkezil ivmesi nedir?

Sorularını cevaplayınız.

( $\pi = 3$  alınız)

**Çözüm:**

a) cismin çember çevresinde bir tam tur dönmesi için geçen süre 1 periyottur.

Cismin çevresini bulalım.

$$\Ç = 2.3.15 = 90 \text{ m}$$

30 m lik yolu                      2 saniyede alırsa

90 m lik yolu                      T saniyede alır.

$$T = \frac{180}{30} = 6 \text{ saniye}$$

Cismin periyodu 6 saniyedir.

b) Cismin frekansı

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{6} \text{ Hz}$$

c) Çizgisel hız

$$V = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

$$V = \frac{2 \cdot 3 \cdot 15}{6}$$

$$V = 15 \text{ m/s}$$

d) Açısal Hız

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  olduğundan;

$$\omega = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{6}$$

$$\omega = 1 \text{ rad/s}$$

e) Merkezci ivme

$$a = \frac{V^2}{r}$$

$$a = \frac{15^2}{15}$$

$$a = 15 \text{ m/s}^2$$

**Örnek:**

Yarıçapı 60 m çembersel bir yol üzerinde hareket eden cismin ivmesi  $15 \text{ m/s}^2$  olduğuna göre bu cismin çizgisel hızı kaç m/s dir?

**Çözüm:**

$$a = \frac{V^2}{r} \text{ olduğundan}$$

$$15 = \frac{V^2}{60}$$

$$V^2 = 900$$

$$V = 30 \text{ m/s}$$

## Merkezcil Kuvvet

Dairesel bir düzlem çevresinde hareket eden bir cismi bu düzlem üzerinde tutan bir kuvvet vardır. Bu kuvvet cismin her zaman dairesel alanın merkezinden eşit uzaklıkta yol almasını sağlayan kuvvettir. Bu kuvvet cismin yönünü sürekli değiştiren ve izlediği yolun çembersel olmasını sağlayan kuvvettir. Bu kuvvete merkezcil kuvvet denir.

Merkezcil kuvvet aynı zamanda merkezcil ivmeyi meydana getiren kuvvettir. Yönü merkezcil ivmenin yönü ile aynı ve daire merkezine doğrudur.

$F = m.a$  bağıntısını merkezcil kuvvet için uygularsak  $m$  kütleli bir cisme etki eden merkezcil kuvvet;

$$F_m = \frac{m.V^2}{r} \text{ olur.}$$

$a = \omega^2 . r$  eşitliğini kullanırsak;

$$F_m = m.\omega^2.r \text{ olur.}$$

## Merkezkaç Kuvveti

Merkezkaç kuvveti dönen bir sistemin içindeki gözlemcinin gözlediği kuvvetdir. Bu kuvvet gerçek bir kuvvet olmayıp hayali bir kuvvettir, yönü merkezin dışına doğrudur.

### Örnek:

0,5 kg lık bir cisim yarıçapı 20 m olan çembersel bir yörüngede sabit büyüklükte bir hızla yol almaktadır. Cisim çembersel yörüngede dakikada 10 tur attığına göre merkezci ivmeyi ve merkezci kuvveti bulunuz. ( $\pi = 3$  alınız)

### Çözüm:

Cismin yörüngesinin uzunluğunu bulalım.

$$\Ç = 2.\pi.r$$

$$\Ç = 2.3.20 = 120 \text{ m}$$

Cisim 1 dakikada 10 tur atıyorsa 1 saniyede

$$\frac{10}{60} = \frac{1}{6} \text{ tur atar.}$$

Cismin frekansı  $\frac{1}{6}$  Hz dir.

Merkezcil ivme

$$\omega = 2.\pi.f$$

$$\omega = 2.3.\frac{1}{6} = 1 \text{ rad/s}$$

$a = \omega^2.r$  bağıntısından;

$$a = 1.20 = 20 \text{ m/s}^2$$

Merkezcil kuvvet

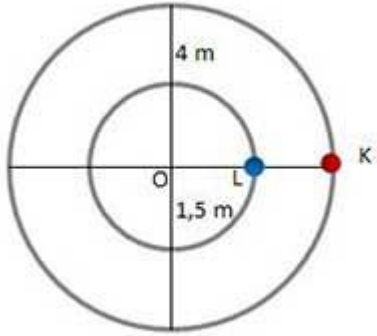
$$F_m = m.a$$

$$F_m = 0,5 . 20 = 10 \text{ N olarak bulunur.}$$

İsterseniz  $T = 1/f$  ifadesinden  $T = 6$  olarak bulup ivme ve kuvveti periyottan yararlanarak da bulabilirsiniz. Hangisi kolayınıza gelirse.



### Soru – 1



Şekildeki çembersel bölgede içteki çemberin yarıçapı 1,5 m, dıştaki çemberin yarıçapı 4 m dir. K ve L cisimleri çembersel yolda aynı çizgi üzerindeyken harekete başlıyorlar. K cismi 5 saniyede 20 tur atarken, L cismi 5 saniyede 15 tur atmaktadır.

Buna göre K ve L cisimlerinin çizgisel hızları toplamı kaçtır?

( $\pi = 3$  alınacak)

- A) 137                      B) 123                      C) 110  
D) 100                      E) 92

### Çözüm – 1

Cisimlerin hızlarını periyot ve yarıçaplarından yararlanarak bulabiliriz.

K cismi 5 saniyede 20 tur atıyorsa 1 saniyede;

$$\frac{20}{5} = 4 \text{ tur atar.}$$

Bir cismin saniyede attığı tur sayısı o cismin frekansıdır. O halde K cisminin frekansı 4 Hz dir. Periyot frekansın tersi olduğundan;

$$T_K = \frac{1}{4}$$

$$T_K = 0,25 \text{ s}$$

Çizgisel hız;

$$V_K = \frac{2.\pi.r}{T}$$

$$V_K = \frac{2.3.4}{0,25}$$

$$V_K = 96 \text{ m/s}$$

L cismi 5 saniyede 15 dönüş yaparsa 1 saniyede 3 dönüş yapar. L cisminin frekansı 3 Hz dir. Periyodu ise;

$$T_L = \frac{1}{3}$$

L cisminin çizgisel hızı;

$$V_L = \frac{2.3.1,5}{\frac{1}{3}}$$

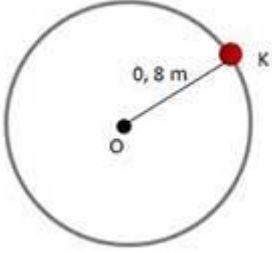
$$V_L = 27 \text{ m/s olur.}$$

K ve L cisimlerinin çizgisel hızlarının toplamı ise;

$$V_K + V_L = 27 + 96 = 123 \text{ m/s olur.}$$

Doğru cevap B seçeneği.

### Soru – 2



Şekildeki K cisminin frekansı 2 Hz, üzerinde yol aldığı çembersel yörüngenin merkezine uzaklığı 0,8 m dir. Buna göre K cisminin merkezci ivmesi kaçtır?

( $\pi = 3$  alınacak)

- A) 150,8                      B) 115,2                      C) 100  
D) 90                          E) 72

### Çözüm – 2

K cisminin frekansı 2 Hz ise açısal hızı;

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  bağıntısından;

$\omega = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12 \text{ rad/s}$  olur.

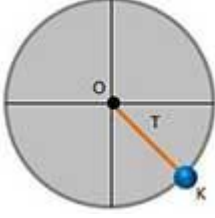
Merkezcil ivme açısal frekanstan yararlanarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$a = \omega^2 \cdot r$$

$$a = 144 \cdot 0,8 = 115,2$$

Doğru cevap B seçeneği.

### Soru – 3



Şekildeki 2 kg kütleli K cismi yatay ve sürtünmesiz bir düzlem üzerinde çembersel hareket yapmaktadır. Cismi çemberin merkezine bağlayan ipin uzunluğu 1 m, cismin frekansı 2 Hz olduğuna göre ipteki gerilme kuvveti kaç N dur? ( $\pi = 3$  alınacak)

- A) 288    B) 144    C) 72    D) 36    E) 18

### Çözüm – 3

Cismin üzerinde hareket ettiği yatay düzlem sürtünmesiz olduğuna göre ipteki gerilme kuvveti merkezci kuvvete eşittir.

$$F_m = m \cdot \frac{v^2}{r} \text{ dir.}$$

Cismin çizgisel hızını bulalım.

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ s}$$

$$v = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{0,5}$$

$$v = 12 \text{ m/s}$$

$$F_m = 2 \cdot \frac{144}{1}$$

$$F_m = 288 \text{ N}$$

Doğru cevap A seçeneği.