EĞİK ATIŞ HAREKETLERİ

Bir tepede golf topuna vurulmaktadır. Golf topunun x ve y koordinatları zamana bağlı olarak aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$x = (18.0 \text{ m/s})t \text{ ve } y = (4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$$

- (a) i ve j birim vektörlerini kullanarak topun konumunu yazınız.
- (b) Hız vektörü v yi zamanın fonksiyonu olarak yazınız.
- (c) İvme vektörü a yı zamanın fonksiyonu olarak yazınız.
- (d) 3 s sonra golf topunun konumunu, hızını ve ivmesini hesaplayınız.

$$x = (18.0 \text{ m/s})t \text{ ve } y = (4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$$

(a) Konum vektörü

$$\mathbf{r} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}$$

=
$$(18.0 \text{ m/s})t \mathbf{i} + [(4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2] \mathbf{j}$$

Şeklinde yazılabilir.

(b) Hız vektörü

$$\mathbf{v} = (18.0 \text{ m/s}) \mathbf{i} + [(4.00 \text{ m/s}) - (9.80 \text{ m/s}^2)t] \mathbf{j}$$

 $x = (18.0 \text{ m/s})t \text{ ve } y = (4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$

(c)
$$\mathbf{a} = -(9.80 \text{ m/s}^2) \mathbf{j}$$

(d) t = 3 s sonra konum, hız ve ivme değerleri aşağıdaki gibidir:

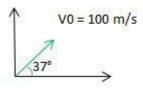
$$\mathbf{r} = (18.0 \text{ m/s})3 \mathbf{i} + [(4.00 \text{ m/s})3 - (4.90 \text{ m/s}^2)3^2] \mathbf{j}$$

= (54.0 m/s) $\mathbf{i} - (32.1) \mathbf{j}$

$$\mathbf{v} = (18.0 \text{ m/s}) \mathbf{i} - (25.4) \mathbf{j}$$

$$a = - (9.80 \text{ m/s}^2) j$$

Örnek:



Bir cisim yatayla 37° yapacak şekilde atılıyor. Cismin hızı $V_0 = 100$ m/s dir. Buna göre cismin ulaştığı maksimum yükseklik ve yatayda aldığı yol kaç m dir?

Çözüm:

Hızı yatay ve düşey bileşenlerine ayıralım.

$$V_{0y} = V_0.sin37^{\circ}$$

$$V_{0y} = 100.0,6$$

$$V_{0y} = 60 \text{ m/s}$$

$$V_{0x} = V_0.\cos 37$$

$$V_{0x} = 100.0,8 = 80 \text{ m/s}$$

Eğik atılan bir cismin ulaşabileceği maksimum yükseklik.

Zamansız hız denkleminden yararlanarak max. yüksekliği bulalım.

$$V^2 = V_{0y}^2 - 2.g.h$$

Tepe noktasında hız 0 olacağından;

$$0=60^2-2.10.h$$

h = 180 m Çıkabileceği max. Yükseklik.

Genel formülü kullanarak da ulaşabildiği max. yüksekliği bulabiliriz.

Genel formülü kullanarak da ulaşabildiği max. yüksekliği bulabiliriz.

$$h_{max} = \frac{V_0^2.sin^2\vartheta}{2q}$$

$$h_{max} = \frac{100.100.0, 6.0, 6}{2.10}$$

 $h_{max} = 180 \text{ m}$

Cismin yatayda aldığı yolu bulalım. Bunun için önce cismin uçuş süresini bulalım.

Cismin tepe noktasında hızı 0 olacağından.

$$V_y = V_{0y} - g.t$$

$$V_{0y} = V_0.sin37^\circ = 100.0,6 = 60 \text{ m/s}$$

$$0 = 60-10.t$$

t = 6 s cismin tepe noktasına çıkma süresi.

 $t_{uçuş} = 2_{tçıkış}$ olduğundan cismin havada kaldığı süre 2.6 = 12 s dir.

cismin yatay hız bileşeni 80 m/s olduğundan yatayda aldığı yol;

$$R = 12.80 = 960 \text{ m}$$

Genel formülü kullanarak yatayda aldığı yolu bulalım.

$$R = \frac{V_0^2.2.\sin\vartheta.\cos\vartheta}{g}$$

$$R = \frac{100.100.2.0,6.0,8}{10}$$

$$R = 960 \text{ m}$$

Örnek:

Bir uçak sel baskını nedeniyle mahsur kalan köylülere yardım paketleri atacaktır. Uçak yerden 320 m yükseklikte ve 60 m/s hızla hareket etmektedir. Paketlerin köy yakınındaki yüksek bir tepeye düşmesi gerekmektedir.

Uçak tepenin dikey izdüşümüne kaç m kala paketleri bırakmalı ki paketler tepeye düşsün.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ alınacak})$$

Çözüm:

Uçak yerden 320 m yükseklikte paketleri bırakırsa paketler kaç saniyede yere ulaşır. Bu süre bulunmalı ki paketin yatayda alacağı yol da bulunabilsin.

Paketlerin kaç saniyede yere düşeceğini bulalım.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$320 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$64 = t^2$$

$$t = 8 s$$

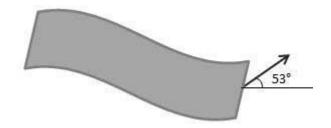
Bırakılan paketler 8 saniyede yere ulaşabiliyor. Bu sürede yatayda kaç m yol alacaklarını bulalım.

Uçağın hızı 60 m/s olduğuna göre paketlerin yatayda alacakları yol;

$$60.8 = 480 \text{ m}$$

Uçak tepenin dik izdüşümüne 480 m kala paketleri bırakırsa, paketler tepeye ulaşabilir.

S1.



Şekildeki gibi bir pistten atılan cisim yatay düzlemle 53° açı yapacak şekilde pisti terk ediyor. Cisim en fazla 20 m yükselebildiğine göre cismin pisti terk etme hızı kaç m/s dir.

 $(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ alinacak})$

A) 15

B)20

C)25

D)30

E)40

Çözüm -1

Cisim pistten V_0 hızı ile ayrılsın. Bu hızın düşey bileşeni $V_{0y} = V_0.\sin 53$, yatay bileşeni $V_0 = V_0.\cos 53$ dür.

Cisim en fazla 20 m yüksekliğe çıkabildiğine göre 20 m yükseklikte hızının düşey bileşeni 0 olmalıdır. Zamansız hız denklemi,

 $V^2 = V0y^2 - 2.g.h$ şeklindedir. Değerleri bu denklemde yerine koyarsak;

$$0 = V_{0y}^2 - 2.10.20$$

$$400 = V_{0y}^2$$

 $V_{0y} = 20$ m/s olur. Yani cismin ilk hızının düşey bileşeni 20 m/s dir.

 $V_{0y} = V_0.sin53^{\circ}$

$$20 = V_0.0,8$$

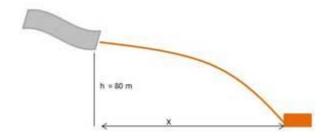
$$V_0 = 20/0,8$$

$$V_0 = 25 \text{ m/s}$$

Cisim pisti 25 m/s hızla terk etmiştir.

Cevap C seçeneği.

S2.



Şekildeki gibi bir pistten atılan cisim yatay doğrultuda 40 m/s hızla pisti terk ediyor. Cismin düştüğü noktanın pist ucuna düşey uzaklığı 80 m dir. Buna göre cisim pistin ucundan kaç m ileriye düşer.(g = 10 m/s² alınacak)

A)180

B)160

C)120

D)80

E)45

Çözüm-2

Cisim pist ucundan sadece yatay doğrultuda bir V hızı ile atılmıştır. Bu hızın düşey bileşeni olmadığından cisim sadece yatay doğrultuda yol alacaktır. Yatay doğrultuda alacağı yolun uzunluğu ise cismin havada kalma süresine bağlıdır. Cismin havada kalma süresini bulalım.

 $h = V_{0y}.t + \frac{1}{2} .g.t^2$ formülüyle bulunur.

$$80 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$160 = 10.t^2$$

$$t = 4 s$$

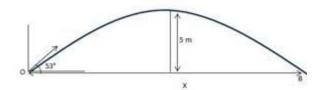
cisim yere 4 saniyede düşer, bu sürede yatay doğrultuda kaç m yol aldığını bulalım.

$$X = V_0.t$$

$$X = 40.4 = 160 \text{ m}$$

Cevap B seçeneği

S3.



Bir cisim yukarıdaki şekilde görülen O noktasından yatay düzlemle 53° açı yapacak şekilde atılıyor. Cisim en fazla 5 m yükselebiliyor.

Buna göre cismin yere düştüğü B noktasının O noktasına uzaklığı kaç m'dir?

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A 40 B)30 C)25

D)20 E)15

Çözüm -3

Cisim en yüksek noktasında yerden 5 m yüksekliktedir. Aynı zamanda bu noktada hızının V_{0y} bileşeni 0 değerini alır. İlk hızını bulmak için zamansız hız denklemini kullanabiliriz.

$$V_y^2 = V_{0y}^2 - 2.g.h$$

$$0 = V_{0y}^2 - 2.10.5$$

$$V_{0y} = 10 \text{ m/s}$$

Bulduğumuz bu değer cismin ilk hızının düşey doğrultudaki bileşenidir. Bu bileşenden yararlanarak cismin ilk hızını bulabiliriz.

$$V_{0y} = V_0.\sin 53$$

$$10 = V_0.0,8$$

$$V_0 = \frac{10}{0.8}$$

$$V_0 = 12,5 \text{ m/s}$$

Şimdi hızın x doğrultusundaki bileşenini bulalım.

 $V_{0x} = V_0.\cos 53$

 $V_{0x} = 12,5.0,6$

 $V_{0x} = 7.5$ m/s bulunur.

Şimdi cismin yatayda ne kadar mesafe aldığını bulacağız. Cismin yatayda aldığı yol X:

 $X = V_{0x}$.t formülü ile bulunur. Öyleyse bize t değeri lazım.

Cismin tepe noktasında hızı 0 olduğundan ve düşey doğrultudaki hız denklemi $V_{0y} = V_0 - gt$ olduğundan;

 $0 = V_{0y} - 10t$

10 = 10t

t = 1 saniye

tuçuş = 2.tçıkış olduğundan

 $t_{uçuş} = 2$ saniye bulunur.

 $X = 7.5 \cdot 2 = 15 \text{ m bulunur.}$

Buraya kadar eğik atış hareketlerinin mantığını anlayabilmeniz için geniş yoldan ve uzun formüller üzerinden gittik. Böylece işlem yeteneğinizi geliştirmiş oldunuz. Menzili veren kısa denklem aşağıdaki gibidir.

$$R = \frac{2V_0^2 \cdot \sin 53.\cos 53}{q}$$

$$R = \frac{2.12,5 \cdot 12,5 \cdot 0,8 \cdot 0,6}{10}$$

R = 15 m bulunur.

Cevap E seçeneği

S4.

Yatay hız bileşeni 20 m/s, düşey hız bileşeni 30 m/s olan bir cismin uçma süresi $(t_{u \in u \in S})$ kaç saniyedir.

 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

A) 6

B)7

C)8

D)9

E)10

Çözüm – 4

Düşey hız bileşeni 30 m/s olan bir cismin kaç saniyede maksimum yüksekliğine ulaşabileceğini bulalım. Cisim maksimum yüksekliğine ulaştığında hızının düşey bileşeni 0 olur.

Hız denklemi $V_y = V_{0y} - g.t$ şeklindedir.

$$0 = 30 - 10t$$

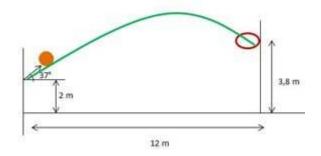
t = 3 saniye olarak bulunur. Bu süre cismin tepe noktasına çıkma süresidir. Cismin yere düşme süresi de 3 saniye sürecektir.

 $t_{uçuş} = 2.t_{çikiş}$

tuçuş = 2.3 = 6 saniye.

Cevap A seçeneği

S5.



Yukarıdaki şekilde yerden 2 m yükseklikte atılan bir basket topunun potadan geçmesi için atış hızı kaç m/s olmalıdır.

$$(\sin 37 = 0.6, \cos 37 = 0.8, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 13

B)12,5

C)11

D)10

E)8,5

Çözüm – 5

Basket topunun ilk hızına V_B diyelim. Bu top iki yönlü hareket yapacaktır. Yatay hareketi;

$$X = V_{Bx}.cos37.t$$

$$12 \text{ m} = V_B.0, 8.t$$

$$t = \frac{15}{V_B} \qquad (1)$$

Topun Düşey Hareketi

$$h = V_B.\sin 37.t - \frac{1}{2}. 10. t^2$$

$$1.8 = 0.6 V_B.t - 5t^2$$

t yerine (1) de bulduğumuz 15/V_B değerini yazarsak;

$$1.8 = \frac{0.6.V_B.15}{V_B} - 5t^2$$

$$1,8=9-5t^2$$

$$7,2 = 5.t^2$$

$$1,44 = (\frac{15}{V_B})^2$$

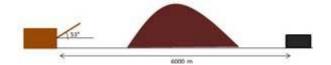
$$1,44 = \frac{225}{V_B^2}$$

$$V_B^2 = 156,25$$

$$V_B = 12,5$$

Cevap B seçeneği.

S6.



Şekilde bir topçu bataryası tepenin ardında bulunan ve 6000 m yatay uzaklıkta bulunan bir araca atış yapıyor. Topun aracı vurabilmesi için namludan çıkış hızı kaç m/s olmalıdır. (namlu yüksekliği önemsenmeyecek)

$$(\sin 53^\circ = 0.8, \cos 53^\circ = 0.6, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A)150

B)200

C)250

D)300

E)400

Çözüm - 6

Topun namludan çıkış hızına V diyelim. Bu hızın yatay bileşeni;

 V_x = V.cos53 yatay bileşeni V_y ise,

V_y= V.sin53

 $V_x = 0,6.V$

 $V_y = 0.8.V$

Topun yatay bileşeni $t_{\mathsf{u}\mathsf{ç}\mathsf{u}\mathsf{s}}$ süresinde 6000 m yol almalıdır.

 $V.cos53.t_{uçuş} = 6000$

 $0,6V.t_{uçuş} = 6000$

$$t_{uçuş} = \frac{10000}{V}$$
 (1)

Topun düşey hız denklemi $V_{anlık} = V_0 - g.t_{\varsigma \iota k \iota \varsigma}$

Topun çıkabileceği en büyük yükseklikte düşey hız bileşeni 0 olur.

$$0 = V_0 - 10.t_{\text{çıkış}}$$

$$0 = V.sin53 - 10.t_{\varsigma_ikiş}$$

$$0.8V = 10.t_{\varsigma_ik_i\varsigma}$$

$$t_{\text{çikiş}} = \frac{t_{\text{uçuş}}}{2}$$

t_{uçuş} için (1) de bulduğumuz değeri yerine yazarsak

$$0.8V = \frac{10.t_{uçuş}}{2}$$

$$0.8V = \frac{10.10000}{2V}$$

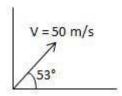
$$1,6V^2 = 100000$$

$$V^2 = 62500$$

$$V = 250 \text{ m/s}$$

Cevap C seçeneği

S7.



Şekildeki gibi yatay düzlemi 53° açı ve 50 m/s hızla terk eden cisim yatay doğrultuda kaç m yol alır.

A)350

B)300

C)280

D)240

E)200

Çözüm-7

Cismin yatay ve düşey hız bileşenleri;

 $V_x = V.\cos 53$

 $V_x = 50.0,6 = 30 \text{ m/s}$

 $V_y = V.\sin 53$

 $V_y = 50.0,8 = 40 \text{ m/s}$

Cisim tepe noktasına çıkınca düşey hız bileşeni 0 olur.

 $0 = V_y - g.t$

0 = 40 - 10.t

40 = 10t

t = 4 s bulunur. Cismin uçuş süresi en tepe noktasına geliş süresinin 2 katıdır. O halde cisim havada 8 saniye kalmıştır.

 $X = V_x.t_{\mathsf{u}\mathsf{c}\mathsf{u}\mathsf{s}}$

X = 30.8

X = 240 m

Cevap D seçeneği.

S8.

2000 m yükseklikte 50 m/s hızla uçan bir uçaktan atılan bir paket yatay doğrultuda kaç m yol alır?

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A)1200

B)1000

C)800

D)600

E)400

Çözüm – 8

Yatay doğrultuda uçan bir uçaktan atılan paketler düşey doğrultuda serbest düşme hareketi yapmaktadır. Bu paketlerin yere düşme süresi;

$$h = V_0.t + \frac{1}{2} .g.t^2$$
 denkleminden,

$$2000 = 0 + \frac{1}{2}.10.t^2$$

$$400 = t^2$$

$$t = 20 \text{ m/s}$$

Paketler yere 20 saniyede düşmektedir. Bu sürede yatay doğrultuda aldıkları yol x ise

$$x = V_x.t$$

V_x hızı uçağın hızına eşittir.

$$x = 50.20 = 1000 \text{ m olur}.$$

Cevap B seçeneği

S9. Yatayla 30° açı yapacak şekilde atılan bir cisim en fazla 45 m yükselebildiğine göre bu cisim yatay doğrultuda kaç m yol alır? (sin30°=0,5,cos30° =0,87, g =10 m/s²)

A)220

B)270,5

C)291,3

D)302,1

E)313,2

Çözüm - 9

Cismin atıldığı hızı bulalım, bunun için zamansız hız denklemini kullanalım.

$$V^2 = V_{0y}^2 - 2.g.h$$

Cisim en yüksek noktasına geldiğinde hızı 0 olur.

$$0 = V_{0y}^2 - 20.45$$

$$V_{0v}^2 = 900$$

$$V_{0y} = 30 \text{ m/s}$$

Cismin atıldığı hızın düşey bileşeni 30 m/s dir. Şimdi cismin atıldığı hızı bulalım.

$$V_0.\sin 30 = V_{0v}$$

$$0.5V_0 = 30$$

$$V_0 = 60 \text{ m/s}$$

Cisim 60 m/s hızla atılmıştır. Şimdi bu hızın yatay V_{0x} bileşenini bulalım.

$$V_{0x} = V_0.\cos 30$$

$$V_{0x} = 60.0,87$$

$$V_{0x} = 52,2$$

Şimdi cismin havada kalma süresini bulalım, bunun için $V = V_{0y} - gt$ denklemini kullanalım.

Cisim en tepe noktasında iken hızı 0 idi.

$$0 = 30 - 10t$$

$$t = 3 s$$

Cisim en tepe noktasına 3 saniyede çıkmış, uçuş süresi çıkış süresinin 2 katı olduğundan 6 saniye havada kalmıştır. Bu sürede x doğrultusunda aldığı yol,

S10.



50 m/s hızla uçmakta olan bir uçaktan uçak gövdesi ile 53° açı yapacak şekilde 100 m/s hızla bir füze atılıyor. Uçağın yerden yüksekliği 285 m olduğuna göre uçağın füzeyi attığı anda hedefe uzaklığı kaç m olmalıdır ki hedefi vurabilsin?

A)330	B)300	C)280
71,000	<i>D</i>)000	0)200

Çözüm – 10

Füze bir ilk hızla atılıyor. Füzenin hızının yatay ve düşey bileşenlerini bulalım.

Yatay bileşen

$$V_x = V.\cos 53$$

$$V_x = 100.0,6$$

$$V_x = 60 \text{ m/s}$$

Düşey bileşen,

$$V_y = V.\sin 53$$

$$V_y = 100.0,8$$

$$V_y = 80 \text{ m/s}$$

Füze yere ulaştığında düşey hızını bulalım.

$$V_{ys}^2 = V_y^2 + 2.10.285$$

$$V_{ys}^2 = 6400 + 20.285$$

$$V_{ys}^2 = 12100$$

$$V_{ys} = 110 \text{ m/s}$$

Füze yere ulaştığında hızı 110 m/s olacaktır. Şimdi kaç saniyede yere ulaşacağını bulalım.

$$110 = 80 + 10.t$$

$$10.t = 30$$

$$t = 3 s$$

füze 3 saniyede yere ulaşır. Bu sürede yatayda alacağı yolu bulurken füzenin yatay hız bileşeni ile birlikte uçağın hızını da hesaba katmak gerekir.

$$V_{tx} = 50 + 60 = 110 \text{ m/s}$$

$$X = 3.110 = 330 \text{ m}$$

Bir uzun atlayıcı yatayla 20 ⁰ açı ve11 m/s lik hızla atlayışını yapıyor. Buna göre yatayda ne kadar uzağa atlayabilir?



$$x_f = x_B = (v_i \cos \theta_i) t_B = (11.0 \text{ m/s}) (\cos 20.0^\circ) t_B$$
 $v_{yf} = v_{yA} = v_i \sin \theta_i - g t_A$
 $0 = (11.0 \text{ m/s}) \sin 20.0^\circ - (9.80 \text{ m/s}^2) t_A$
 $t_A = 0.384 \text{ s} \text{ Max yükseklik v=0}$
 $t_B = 2 t_A = 0.768 \text{ s}$

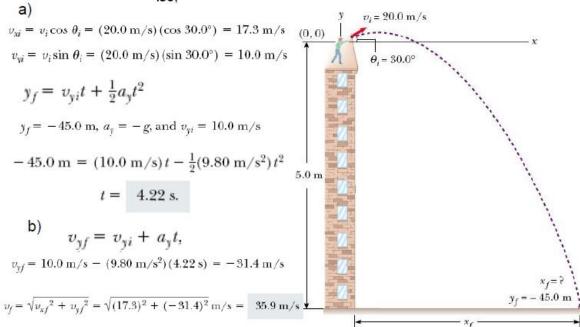
$$x_f = x_B = (11.0 \text{ m/s})(\cos 20.0^\circ)(0.768 \text{ s}) = 7.94 \text{ m}$$

Mike Powell, uzun atlama rekorunu kırdığı atlayışı 8.95 m dir.

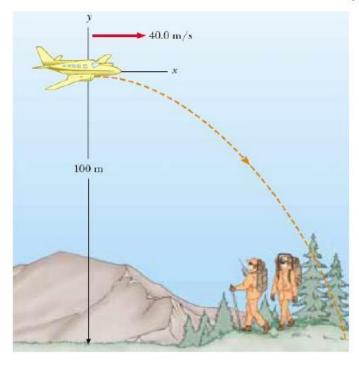
Eğik atış

Şekildeki binanın tepesinden bir taş yatayla 30.0° açı yapacak şekilde 20.0 m/s hız ile fırlatılmaktadır. Binanın yüksekliği 45.0 m ise,

- (A) Taşın yere ulaşması için geçen süre nedir?
- (B) Taşın yere çarpmadan hemen önceki hızı nedir?



Örnek 4.5-Yardım paketi



$$y_f = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$-100 \text{ m} = -\frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2) t^2$$

$$t = 4.52 \text{ s}$$

$$x_f = (40.0 \text{ m/s})(4.52 \text{ s}) = 181 \text{ m}$$

Örnek 4.6-Kayakla atlama

