$$f_x(x) = f_y\left(g^{-1}(x)\right) \left| \frac{d}{dy} z^{-1}(x) \right|$$

$$F_x(x) = P(y \leqslant x)$$

$$= p(\ln Y \leqslant x)$$

$$= p(y \leqslant e^x)$$

$$= F_y(e^x)$$

$$f_x(x) = \frac{d}{dx} F_x(x)$$

$$= \frac{d}{dx} F_y(e^x)$$

$$= e^x \cdot f_y(e^x)$$

$$= e^x \cdot e^{-e^x}$$

$$= e^{x-e^x}$$