

$$\begin{aligned}
F_x(x) &= P(x \leq x) = P(\ln y \leq x) \\
&= P(y \leq e^x) \\
&= F_y(e^x) \\
f_x(x) &= \frac{d}{dx} F_y(e^x) \\
&= f_y(e^x) \cdot e^x \\
&= e^x \cdot e^{-e^x} \\
&= e^{x-e^x}
\end{aligned}$$