MODUL PRAKTIKUM 2

KOMPLEKSITAS WAKTU DARI ALGORITMA

MATA KULIAH
ANALISIS ALGORITMA
D10G.4205 & D10K.0400601

PENGAJAR : (1) MIRA SURYANI, S.Pd., M.Kom
(2) INO SURYANA, Drs., M.Kom
(3) R. SUDRAJAT, Drs., M.Si
FAKULTAS : MIPA
SEMESTER : IV dan VI

PROGRAM STUDI S-1 TEKNIK INFORMATIKA
DEPARTEMEN ILMU KOMPUTER
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PADJADJARAN
MARET 2019

Pendahuluan

Dalam memecahkan suatu masalah dengan komputer seringkali kita dihadapkan pada pilihan berikut:

1. Menggunakan algoritma yang waktu eksekusinya cepat dengan komputer standar
2. Menggunakan algoritma yang waktu eksekusinya tidak terlalu cepat dengan komputer yang cepat

Dikarenakan keterbatasan sumber daya, pola pemecahan masalah beralih ke pertimbangan menggunakan algoritma. Oleh karena itu diperlukan algoritma yang efektif dan efisien atau lebih tepatnya Algoritma yang mangkus.

Algoritma yang mangkus diukur dari berapa **jumlah waktu dan ruang (space) memori** yang dibutuhkan untuk menjalankannya. Algoritma yang mangkus ialah algoritma yang meminimumkan kebutuhan waktu dan ruang. Penentuan kemangkusan algoritma adakah dengan melakukan pengukuran kompleksitas algoritma.

Kompleksitas algoritma terdiri dari kompleksitas waktu dan ruang. Terminologi yang diperlukan dalam membahas kompleksitas waktu dan ruang adalah:

1. Ukuran input data untuk suatu algoritma, n.
   Contoh algoritma pengurutan elemen-elemen larik, n adalah jumlah elemen larik. Sedangkan dalam algoritma perkalian matriks n adalah ukuran matriks $n \; x \; n$.
2. Kompleksitas waktu, $T(n)$, adalah jumlah operasi yang dilakukan untuk melaksanakan algoritma sebagai fungsi dari input n.
3. Kompleksitas ruang, $S(n)$, adalah ruang memori yang dibutuhkan algoritma sebagai fungsi dari input n.

KOMPLEKSITAS WAKTU

Kompleksitas waktu sebuah algoritma dapat dihitung dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menetapkan ukuran input
2. Menghitung banyaknya operasi yang dilakukan oleh algoritma.
   Dalam sebuah algoritma terdapat banyak jenis operasi seperti operasi penjumlahan, pengurangan, perbandingan, pembagian, pembacaan, pemanggilan prosedur, dsb.

CONTOH

Algoritma Menghitung Nilai Rata-rata

```
procedure HitungRerata (input x1, x2, ... , xn: integer, output r: real)
{   Menghitung nilai rata-rata dari sekumpulan elemen larik integer x1, x2, ... xn.
    Nilai rata-rata akan disimpan di dalam variable r.
        Input: x1, x2, ... xn
        Output:  r (nilai rata-rata)
}
Deklarasi
        i : integer
        jumlah : real

Algoritma
        Jumlah ← 0
        i ← 1
        while i ≤ n do
            jumlah ← jumlah + ai
            i ← i + 1
        endwhile
        {i > n}
        r ← jumlah/n        {nilai rata-rata}
```

Menghitung Kompleksitas Waktu dari Algoritma Menghitung Nilai Rata-rata

Jenis-jenis operasi yang terdapat di dalam Algoritma HitungRerata adalah:

- Operasi pengisian nilai/*assignment* (dengan operator "$\leftarrow$")
- Operasi penjumlahan (dengan operator "+")
- Operasi pembagian (dengan operator "/")

Cara menghitung kompleksitas waktu dari algoritma tersebut adalah sengan cra menghitung masing-masing jumlah operasi. Jika operasi tersebut berada di sebuah loop, maka jumlah operasinya bergantung berapa kali loop tersebut diulangi.

(i) Operasi pengisian nilai (*assignment*)

jumlah $\leftarrow$ 0,	1 kali
k $\leftarrow$ 1,	1 kali
jumlah $\leftarrow$jumlah + a_k	n kali
k $\leftarrow$ k+1,	n kali
r $\leftarrow$ jumlah/n,	1 kali

Jumlah seluruh operasi pengisian nilai (*assignment*) adalah

$t_1 = 1 + 1 + n + n + 1 = 3 + 2n$

(ii) Operasi penjumlahan

Jumlah + a_k,	n kali
k+1,	n kali

Jumlah seluruh operasi penjumlahan adalah

$t_2 = n + n = 2n$

(iii) Operasi pembagian

Jumlah seluruh operasi pembagian adalah

Jumlah/n 1 kali

Dengan demikian, kompleksitas waktu algoritma dihitung berdasarkan jumlah operasi aritmatika dan operasi pengisian nilai adalah:

$$T(n) = t_1 + t_2 + t_3 = 3 + 2n + 2n + 1 = 4n + 4$$

Studi Kasus 1: Pencarian Nilai Maksimal

Buatlah programnya dan hitunglah kompleksitas waktu dari algoritma berikut:

Algoritma Pencarian Nilai Maksimal

Jawaban Studi Kasus 1

Maks ← X1	1 kali
I ← 2	1 kali
Maks ← X1	n kali
I ← I + 1	n kali

T(n) = 1 + 1 + n +n = 2n +2

PEMBAGIAN KOMPLEKSITAS WAKTU

Hal lain yang harus diperhatikan dalam menghitung kompleksitas waktu suatu algoritma adalah parameter yang mencirikan ukuran input. Contoh pada algoritma pencarian, waktu yang dibutuhkan untuk melakukan pencarian tidak hanya bergantung pada ukuran larik (n) saja, tetapi juga bergantung pada nilai elemen (x) yang dicari.
Misalkan:

- Terdapat sebuah larik dengan panjang elemen 130 dimulai dari $y_1, y_2, \ldots\ y_n$
- Asumsikan elemen-elemen larik sudah terurut. Jika $y_1 = x$, maka waktu pencariannya lebih cepat 130 kali dari pada $y_{130} = x$ atau x tidak ada di dalam larik.
- Demikian pula, jika $y_{65} = x$, maka waktu pencariannya ½ kali lebih cepat daripada $y_{130} = x$

Oleh karena itu, kompleksitas waktu dibedakan menjadi 3 macam:

(1) $T_{min}(n)$: kompleksitas waktu untuk kasus terbaik (***best case***) merupakan kebutuhan waktu minimum yang diperlukan algoritma sebagai fungsi dari n.

(2) $T_{avg}(n)$: kompleksitas waktu untuk kasus rata-rata (***average case***) merupakan kebutuhan waktu rata-rata yang diperlukan algoritma sebagai fungsi dari n. Biasanya pada kasus ini dibuat asumsi bahwa semua barisan input bersifat sama. Contoh pada kasus *searching* diandaikan data yang dicari mempunyai peluang yang sama untuk tertarik dari larik.

```
procedure CariMaks(input x1, x2, …, xn: integer, output maks: integer)
{   Mencari elemen terbesar dari sekumpulan elemen larik integer x1, x2, …, xn. Elemen terbesar akan
    disimpan di dalam maks
    Input: x1, x2, …, xn
    Output: maks (nilai terbesar)
}

Deklarasi
        i : integer

Algoritma
        maks ← x1
        i ← 2
        while i ≤ n do
           if xi > maks then
                maks ← xi
           endif
           i ← i + 1
        endwhile
```

(3) $T_{max}(n)$: kompleksitas waktu untuk kasus terburuk (***worst case***) merupakan kebutuhan waktu maksimum yang diperlukan algoritma sebagai fungsi dari n.

Studi Kasus 2: *Sequential Search*

Diberikan larik bilangan bulan $x_1, x_2, \ldots\ x_n$ yang telah terurut menaik dan tidak ada elemen ganda. Buatlah programnya dengan C++ dan hitunglah kompleksitas waktu terbaik, terburuk, dan rata-rata dari algoritma pencarian beruntun (*sequential search*). Algoritma *sequential search* berikut menghasilkan indeks elemen yang bernilai sama dengan y. Jika y tidak ditemukan, indeks 0 akan dihasilkan.

```
procedure SequentialSearch(input x1, x2, ... xn : integer, y : integer, output idx : integer)
{   Mencari y di dalam elemen x1, x2, ... xn. Lokasi (indeks elemen) tempat y ditemukan diisi ke dalam idx.
    Jika y tidak ditemukan, makai idx diisi dengan 0.
    Input: x1, x2, ... xn
    Output: idx
}
Deklarasi
        i : integer
        found : boolean {bernilai true jika y ditemukan atau false jika y tidak ditemukan}
Algoritma
        i ← 1
        found ← false
        while (i ≤ n) and (not found) do
            if xi = y then
                found ← true
            else
                i ← i + 1
            endif
        endwhile
        {i < n or found}

        If found then {y ditemukan}
                idx ← i
        else
                idx ← 0 {y tidak ditemukan}
        endif
```

Jawaban Studi Kasus 2

Best Case :
i 🡐 1 1 kali
found 🡐 false 1 kali
found 🡐 true 1 kali
idx 🡐 I 1 kali

Tmin(n) = 1 + 1 +1 + = 4

Average Case :
i 🡐 1 1 kali
found 🡐 false 1 kali
I 🡐 I + 1 ½ n kali
found 🡐 true 1 kali
idx 🡐 I 1 kali

Tavg(n) = 1 + 1 + ½n + 1 + 1 = ½n + 4

Worst Case :
I 🡐 1 1 kali
found 🡐 false 1 kali
I 🡐 I + 1 n kali
found 🡐 true 1 kali
idx 🡐 I 1 kali

Tmax(n) = 1 + 1 + n + 1 + 1 = n + 4

Studi Kasus 3: *Binary Search*

Diberikan larik bilangan bulan $x_1, x_2, \dots\ x_n$ yang telah terurut menaik dan tidak ada elemen ganda. Buatlah programnya dengan C++ dan hitunglah kompleksitas waktu terbaik, terburuk, dan rata-rata dari algoritma pencarian bagi dua (*binary search*). Algoritma *binary search* berikut menghasilkan indeks elemen yang bernilai sama dengan y. Jika y tidak ditemukan, indeks 0 akan dihasilkan.

```
procedure BinarySearch(input x1, x2, ... xn : integer, x : integer, output : idx : integer)
{   Mencari y di dalam elemen x1, x2, ... xn. Lokasi (indeks elemen) tempat y ditemukan diisi ke dalam idx.
    Jika y tidak ditemukan makai dx diisi dengan 0.
    Input: x1, x2, ... xn
    Output: idx
}
Deklarasi
        i, j, mid : integer
        found : Boolean
Algoritma
        i ← 1
        j ← n
        found ← false
        while (not found) and ( i ≤ j) do
                mid ← (i + j) div 2
                if xmid = y then
                        found ← true
                else
```

```
if x_mid < y then     {mencari di bagian kanan}
        i ← mid + 1
    else              {mencari di bagian kiri}
        j ← mid – 1
    endif
  endif
endwhile
{found or i > j }

If found then
    Idx ← mid
else
    Idx ← 0
endif
```

Jawaban Studi Kasus 3

Best Case :

I ← 1	1 kali
I ← n	1 kali
Found ← false	1 kali
Mid ← (i+1) div 2	1 kali
Found ← true	1 kali
Idx ← mid	1 kali

Tmin(n) = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6

Avg Case :

I ← 1	1 kali
I ← n	1 kali
Found ← false	1 kali
Mid ← (i+1) div 2	½ n kali + 1 kali
I ← mid + 1 or j ←mid – 1	½ n kali
Found ← true	1 kali
Idx ← mid	1 kali

Tmin(n) = 1 + 1 + 1 + ½ n + 1 + ½ n + 1 + 1 = n + 6

Worst Case :

I ← 1	1 kali
I ← n	1 kali
Found ← false	1 kali
Mid ← (i+1) div 2	n kali + 1 kali
I ← mid + 1 or j ←mid – 1	n kali
Found ← true	1 kali
Idx ← mid	1 kali

Tmin(n) = 1 + 1 + 1 + n + 1 + n + 1 + 1 = 2n + 6

Studi Kasus 4: Insertion Sort

1. Buatlah program insertion sort dengan menggunakan bahasa C++
2. Hitunglah operasi perbandingan elemen larik dan operasi pertukaran pada algoritma insertion sort.

3. Tentukan kompleksitas waktu terbaik, terburuk, dan rata-rata untuk algoritma insertion sort.

```
procedure InsertionSort(input/output x1, x2, ... xn : integer)
{   Mengurutkan elemen-elemen x1, x2, ... xn dengan metode insertion sort.
    Input: x1, x2, ... xn
    OutputL x1, x2, ... xn (sudah terurut menaik)
}
Deklarasi
        i, j, insert : integer
Algoritma
        for i ← 2 to n do
            insert ← xi
            j ← i
            while (j < i) and (x[j-i] > insert) do
                x[j]← x[j-1]
                j←j-1
            endwhile
            x[j] = insert
        endfor
```

Jawaban Studi Kasus 4

Best Case:

for I ← 2 to n do	1 kali
insert ← X1	n kali
j ← I	n kali
x[j] = insert	n kali

Tmin(n) = 1 + n + n + n = 3n + 1

Average Case:

for I ← 2 to n do	1 kali
insert ← X1	n kali
j ← I	n kali
x[j] ← x[j-1]	n * ½ n kali
j ← j-1	n * ½ n kali
x[j] = insert	n kali

Tavg(n) = 1 + n + n + ½ n2 + ½ n2 + n = n2 + 3n + 1

Worst Case:

for I ← 2 to n do	1 kali
insert ← X1	n kali
j ← I	n kali
x[j] ← x[j-1]	n * n kali
j ← j-1	n * n kali
x[j] = insert	n kali

Tavg(n) = 1 + n + n + n2 + n2 + n = 2n2 + 3n + 1

Studi Kasus 5: Selection Sort

1. Buatlah program selection sort dengan menggunakan bahasa C++
2. Hitunglah operasi perbandingan elemen larik dan operasi pertukaran pada algoritma selection sort.
3. Tentukan kompleksitas waktu terbaik, terburuk, dan rata-rata untuk algoritma insertion sort.

```
procedure SelectionSort(input/output x_1, x_2, ... x_n : integer)
{   Mengurutkan elemen-elemen x_1, x_2, ... x_n dengan metode selection sort.
    Input: x_1, x_2, ... x_n
    OutputL x_1, x_2, ... x_n (sudah terurut menaik)
}
Deklarasi
         i, j, imaks, temp : integer
Algoritma
         for i ← n downto 2 do {pass sebanyak n-1 kali}
              imaks ← 1
              for j ← 2 to i do
                if x_j > x_imaks then
                  imaks ← j
                endif
              endfor
              {pertukarkan x_imaks dengan x_i}
              temp ← x_i
              x_i ← x_imaks
              x_imaks ← temp
         endfor
```

Jawaban Studi Kasus 5

Best Case :

For I ← n downto 2 do	1 kali
Imaks ← 1	n kali
For I ← 2 to I do	n kali
Imaks ← j	n*1 kali
Temp ← X1	n kali
X1 ← Ximaks	n kali
Ximaks ← temp	n kali

Tmin(n) = 1 + n + n + n * 1 + n + n +n = 6n + 1

Average Case :

For I ← n downto 2 do	1 kali
Imaks ← 1	n kali
For I ← 2 to I do	n kali
Imaks ← j	n*1/2 n kali
Temp ← X1	n kali
X1 ← Ximaks	n kali
Ximaks ← temp	n kali

Tmin(n) = 1 + n + n + ½ n2 + n + n +n = ½ n2 + 5n + 1

Worst Case :

For I ← n downto 2 do	1 kali
Imaks ← 1	n kali
For I ← 2 to I do	n kali
Imaks ← j	n * n kali
Temp ← X1	n kali
X1 ← Ximaks	n kali
Ximaks ← temp	n kali

Tmin(n) = 1 + n + n + n2 + n + n +n = n2 + 5n + 1

Teknik Pengumpulan

- Lakukan push ke github/gitlab untuk semua program dan laporan hasil analisa yang berisi jawaban dari pertanyaan-pertanyaan yang diajukan. Silahkan sepakati dengan asisten praktikum.

Penutup

- Ingat, berdasarkan Peraturan Rektor No 46 Tahun 2016 tentang Penyelenggaraan Pendidikan, mahasiswa wajib mengikuti praktikum 100%
- Apabila tidak hadir pada salah satu kegiatan praktikum segeralah minta tugas pengganti ke asisten praktikum
- Kurangnya kehadiran Anda di praktikum, memungkinkan nilai praktikum Anda tidak akan dimasukkan ke nilai mata kuliah.