电子科技大学

学院________________ 姓名 _______________ 学号________________ 任课老师________________选课号__________

………密………封………线………以………内………答………题………无………效……

线性代数与空间解析几何课程考试题 A 卷(120 分钟)考试形式: 笔试 考试日期 2010 年 1 月 19 日

课程成绩构成：平时 20 分， 期中 20 分， 实验__________分， 期末 60 分

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	合计

一．填空题(21 分)：

1. 设 3 阶矩阵 A 满足$|A|=2$, 则$|-(3A^*)^{-1}|=$________.

2. 设三角形的顶点为原点 O 及 $A=(1,2,\ -1)$, $B=(1,1,0)$, 则$\vec{OA}\times\vec{OB}=$______________,
   面积$S_{\Delta OAB}=$________.

3. $\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{2005}\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}^{2006}=$_______.

4. R^3 中，方程 $z-\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=0$ 所确定的曲面形状称为______________.

5. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}k&1&1\\1&k&1\\1&1&k\end{pmatrix}$的秩$R(A)<3$, 则$k=$_________.

6. 若二次型$2x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+tx_2x_3$是正定的，则 t 的取值范围是________.

7. 设$A=\begin{pmatrix}1&2&-2\\2&-1&a\\3&1&1\end{pmatrix}$($a$ 为常数)，$B_{3\times3}\neq0$, $BA=0$, 则 $R(B)=$________.

二(8 分). 计算行列式 $D_n=\begin{vmatrix}y-b&b&b&\cdots&b\\b&y-b&b&\cdots&b\\b&b&y-b&\cdots&b\\\cdots&\cdots&&\cdots&\cdots\\b&b&b&\cdots&y-b\end{vmatrix}$.

三(8 分). 求直线$L:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$在平面$\pi:x-y+2z-1=0$上的投影直线$L_0$的方程.

四(10 分). 已知 $AB-B=A$，其中 $B=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$，求 A.

五(10 分). 非齐次方程组的增广矩阵 $\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & -1 & -1 & -2 & 1\\ 2 & 2 & 0 & -1 & -2 & 1\\ 5 & 5 & -3 & -4 & -8 & 4\end{pmatrix}$,求该方程组的通解（用基础解系表示）

六(12 分). 用正交变换化二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-4x_2x_3-4x_1x_3$ 为标准形，并求出相应的正交矩阵.

电子科技大学

学院________________ 姓名 _______________ 学号________________ 任课老师________________选课号__________

………密………封………线………以………内………答………题………无………效……

注意：在第七、第八题中任选做一题！

七 (7 分). 在 R^3 中，求线性变换 $\sigma(x_1,x_2,x_3)=(2x_1-x_2,x_2+x_3,x_1)$ 在基 $\varepsilon_1=(1,0,0)$, $\varepsilon_2=(0,1,0)$, $\varepsilon_3=(0,0,1)$ 下的矩阵.

八(7 分). 设 $\alpha_1=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}c_1\\c_2\\c_3\end{pmatrix}$, 则三条直线 $a_ix+b_iy+c_i=0 \quad (a_i^2+b_i^2\neq 0, i=1,2,3)$ 交于一点的充要条件是什么？(说明理由)

九(6 分). 已知三阶矩阵 A 的特征值为 $1,-1,2$， $B=A^3-5A^2$，求 $|B|$.

十 (10 分). 设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系， $\beta_1=t_1\alpha_1+t_2\alpha_2$， $\beta_2=t_1\alpha_2+t_2\alpha_3,\cdots,\beta_s=t_1\alpha_s+t_2\alpha_1$，其中 t_1,t_2 为实常数. 试问 t_1,t_2 满足什么条件时，$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_s$ 也为 $Ax=0$ 的基础解系？(说明理由)

十一(8 分). 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3\\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3\\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3\end{pmatrix}$，证明：存在数 k，使 $A^2=kA$.