**课本习题一：**

* 4.证明下面两图同构**。**



证明:作映射f : vi ↔ ui (i=1,2….10)

容易证明，对∀vi v j ∈E ((a)),有f (v i vj,),=,ui,uj,∈,E,((b)**)**  (1≤ i ≤ 10, 1≤j≤ 10 ) 由图的同构定义知，图(a)与(b)是同构的。

* 5.证明：四个顶点的非同构简单图有11个。

证明：设四个顶点中边的个数为m，则有：

m=0:



m=1 **：**



m=2：



m=3：



m=4：



m=5：



m=6：



因为四个顶点的简单图最多就是具有6条边，上面所列出的情形是在不同边的条件下的不同构的情形，则从上面穷举出的情况可以看出四个顶点的非同构简单图有11个。

* 11.证明：序列（7,6,5,4,3,3,2）和（6,6,5,4,3,3,1）不是图序列。

证明：由于7个顶点的简单图的最大度不会超过6，因此序列（7,6,5,4,3,3,2）不是图序列；

（6,6,5,4,3,3,1）是图序列

是图序列

（5,4,3,2,2,0）是图序列，然而（5,4,3,2,2,0）不是图序列，所以（6,6,5,4,3,3,1）不是图序列。

* 12.证明：若，则包含圈。

证明：下面仅对连通图的下的条件下进行证明，不连通的情形可以通过分成若干个连通的情形来证明。设,对于中的路若与邻接，则构成一个圈。若是一条路，由于，因此，对于，存在与之邻接，则构成一个圈。

* 17.证明：若G不连通，则连通。

证明：对于任意的,若与属于G的不同连通分支，显然与在中连通；若与属于的同一连通分支，设为G的另一个连通分支中的一个顶点，则与，与分别在中连通，因此，与在中连通。

* 18.证明：若,则.

证明：若为的割边，则=，若为的非割边，则=，所以，若，则有.

**习题二：**

1.证明：非平凡树的最长路的起点和终点均是1度的。

证明设是非平凡树T中一条最长路，若则与在中的邻接点只能有一个，否则，若与除了中顶点之外的其他顶点相连，则可以继续延长，这与是最长路是相矛盾的。若与上的某顶点相连，则就构成了圈，这与数相矛盾，推出不是最长路。即说明与是树叶，则与均是一度的。所以非平凡树的最长路的起点和终点均是度的。

9.证明：顶点度数为偶数的连通图本身可构成一个包含所有边的闭迹。

证明：证明：由于是连通非平凡的且每个顶点度数为偶数，所以中至少存在圈,从中去掉中的边，得到的生成子图,若没有边，则的边集合能划分为圈。否则，的每个非平凡分支是度数为偶数的连通图，于是又可以抽取一个圈。反复这样抽取，最终划分为若干圈。

设是的边划分中的一个圈。若仅由此圈组成，则显然是闭迹。否则，由于连通，所以，必然存在圈,它和有公共顶点。于是，是一条含有与的边的欧拉闭迹，如此拼接下去，得到包含的所有边的一条闭迹.

16.Kruskal算法能否用来求：

（1）赋权连通图中的最大权的树？

（2）赋权图中的最小权的最大森林？如果可以，怎样实现？

答：1、不能，由Kruskal算法得到的任何生成树一定是最小生成树。

2、能

a.选择边e1使其权值最小

b.若已经选定边e1 e2 e3 ……ek，则从E-{e1，e2，e3……ek}，选择边ek+1

c．G[e1,e2,e3……ek]为无圈图，且可以不连通

d．ek+1的权值w（eK+1）尽可能小

e．当a、b、c不能进行时，停止。

**习题三：**

1.证明：是连通图G的割边当且仅当V(G)可划分为两个子集V1和V2，使对任意及, G中的路必含.

证明：必要性: 是的割边，故至少含有两个连通分支，设是其中一个连通分支的顶点集，是其余分支的顶点集，对，因为中的不连通，而在中与连通，所以在每一条路上，中的必含。



充分性：取，由假设中所有路均含有边，从而在中不存在从与到的路，这表明不连通，所以e是割边。



3.设G是阶大于2的连通图，证明下列命题等价：

1. G是块
2. G无环且任意一个点和任意一条边都位于同一个圈上；
3. G无环且任意三个不同点都位于同一条路上。

：

是块，任取的一点，一边，在边插入一点，使得成为两条边，由此得到新图，显然的是阶数大于的块，由定理4，中的u,v位于同一个圈上，于是中u与边都位于同一个圈上。

：

无环，且任意一点和任意一条边都位于同一个圈上，任取的点u，边e，若不在上，则三个不同点位于同一个圈，即位于同一条路，如在上，由定理的两点在同一个圈上，在边插入一个点v，使得成为2条边，由此得到新图，显然的是阶数大于2的块，则两条边的三个不同点在同一条路上。

：

连通，若不是块，则中存在着割点，划分为不同的子集块,,,无环，，点在每一条的路上，由于的任意性，则三个不同点不能位于同一条路上，则与已知矛盾，是块。

7.证明：若v是简单图G的一个割点，则v不是补图的割点。

证明：是单图的割点，则至少两个连通分支。现任取, 如果在的同一分支中，令是与处于不同分支的点，那么，通过，可说明，与在的补图中连通。若在的不同分支中，则它们在的补图中邻接。所以，若是的割点，则不是其补图的割点。

12.对图3——20给出的图G1和G2，求其连通度和边连通度，给出相应的最小点割和最小边割。

解： 最小点割 {6,8}

 最小边割{（6,5），（8,5）} {（6,7），（8,7）}{（6,9），（8,9）}

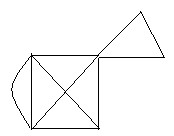
 最小点割{6,7,8,9,10}

 最小边割{（2,7），（1,6），（5,10），（4,9），（3,8）}

13.设H是连通图G的子图，举例说明：有可能k(H)> k(G).

解：

通常.



H

e

整个图为，割点左边的图为的的子图， ，则.