به نام خدا

تمرین سری چهارم (موعد تحویل یک شنبه 30 اردیبهشت ساعت 5 بعد از ظهر)

بخش اول)

در فایل hw6-part1.mat ، ماتریس دیکشنری $\boldsymbol{D}$ ، مشاهده ی بدون نویز $\boldsymbol{x}$ و مشاهده ی نویزی **x_noisy** قرار داده شده است.

الف) روش BP را روی داده های بدون نویز اعمال کنید و بردار $\boldsymbol{s}$ را استخراج کنید.

ب) آیا پیاده سازی روش MP (روی داده های بدون نویز) نیز به جواب درست مساله منجر می شود؟

ج) حال مشاهدات نویزی را در نظر بگیرید و روش BP را اعمال کنید. آیا جواب به دست آمده همان جواب واقعی است؟

د) مساله ی LASSO را با استفاده از داده های نویزی فرمول بندی کنید. به ازای λ های مختلف مساله را حل کنید. مقداری از λ (یا حدودی از آن) که منجر به جواب درست می شود را گزارش کنید.

بخش دوم)

1- روشی پیشنهاد دهید که یک frame با ابعاد $2 \times N$ تولید کند. روش پیشنهادی خود را پیاده سازی کرده و mutual coherence ی که الگوریتم شما به دست می آورد را بر حسب N گزارش کنید.

2- روشی پیشنهاد دهید که یک frame با ابعاد 3×10 تولید کند. روش پیشنهادی خود را پیاده سازی کرده و mutual coherence ی که به دست آوردید را گزارش کنید.

بخش سوم)

در این تمرین می خواهیم دو روش MOD و K-SVD را برای جداسازی کور منابع اسپارس یا به عبارت دیگر یادگیری دیکشنری برای نمایش اسپارس سیگنال ها پیاده سازی کنیم.

ماتریس دیکشنری با ابعاد 10×40، ماتریس منابع با ابعاد 40×1500 و ماتریس مشاهدات با ابعاد 10×1500 در یک فایل با نام hw6-part3.mat قرار داده شده است.

1- معیار mutual coherence را محاسبه و گزارش کنید.

2- با فرض این که فقط ماتریس مشاهدات را داریم، روش های MOD و K-SVD را روی ماتریس مشاهدات اعمال کنید و برای هر روش تخمین ماتریس دیکشنری $\widehat{D}$ و تخمین منابع $\hat{S}$ را به دست آورید. شایان ذکر است sparsity level برابر $N_0=2$ است و هرجایی که احتیاج داشتید از یک الگوریتم sparse recovery استفاده کنید از OMP استفاده کنید.

3- نمودار همگرایی (مقدار تابع هدف یا همان Representation Error بر حسب شماره iteration) را برای هر دو روش رسم کنید. کدام روش به مقدار کمتری همگرا شده است؟

4- با استفاده از دستور toc tic زمان همگرایی هر یک از دو روش را گزارش کنید.

5- برای مقایسه ی کیفیت یادگیری دیکشنری، برای هر روش به صورت جداگانه، به ترتیب از ستون (اتم) اول تا ستون (اتم) آخر $\widehat{D}$ ، قدر مطلق correlation هر اتم $\widehat{D}$ را با همه ی اتم های D محاسبه کنید. در صورتی که ماکزیمم این مقادیر از 0.98 بیشتر بود، فرض کنید اتمی از D که ماکزیمم correlation را داده است به درستی recover شده است. توجه داشته باشید که برای تکرار این روش و محاسبات بعدی، اتمی از D که recover شده است را حذف کنید. برای هر روش، چند درصد از ستون های ماتریس D را به درستی Recover کردید؟ به این درصد successful recovery rate می گوییم.

6- ابهام ترتیب و scale منابع را برطرف کرده و سپس عبارت زیر را برای هر دو روش گزارش کنید.

$$E = \frac{\left\|\hat{S} - S\right\|_F^2}{\|S\|_F^2}$$