

求解 SAT 问题的多智能体社会进化算法

潘晓英¹⁾ 焦李成²⁾ 刘 芳³⁾

¹⁾(西安邮电大学计算机学院 西安 710121)

²⁾(西安电子科技大学智能感知与图像理解教育部重点实验室 西安 710071)

³⁾(西安电子科技大学计算机学院 西安 710071)

摘 要 基于 Agent 社会合作机制以及智能体对环境的感知和反作用能力提出了一种新的求解 SAT 问题的多智能体社会进化方法 MASEA(Multi-Agent Social Evolutionary Algorithm). 该方法在多智能体进化思想的基础上, 引入人类社会“关系网模型”的概念来建立智能体所能感知的邻域环境; 同时在保留原有的竞争算子和自学习算子前提下, 根据智能体具有竞争协作的特性, 设计了一个新的算子——协作算子来共同完成整个进化过程. 以标准 SATLIB 库中变量个数从 20~250 的 3700 个不同规模的标准 SAT 问题以及基于 RB 模型所产生的随机实例对 MASEA 的性能进行了全面的测试, 并与其他一些具有较高性能算法的结果进行了比较. 结果表明, MASEA 具有更高的成功率和更高的运算效率.

关键词 多智能体系统; 进化算法; 关系网模型; SAT 问题; 协作算子
中图法分类号 TP18 **DOI 号** 10.3724/SP.J.1016.2014.02011

A Multi-Agent Social Evolutionary Algorithm for SAT Problem

PAN Xiao-Ying¹⁾ JIAO Li-Cheng²⁾ LIU Fang³⁾

¹⁾(School of Computer Science & Technology, Xi'an University of Posts and Communications, Xi'an 710121)

²⁾(Laboratory of Intelligent Perception and Image Understanding of Ministry of Education, Xidian University, Xi'an 710071)

³⁾(School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract Based on the social cooperate mechanism of agents and the ability of agents in sensing and acting on the environment, a new algorithm, Multi-Agent Social Evolutionary Algorithm for SAT problem (MASEA), is proposed. Based on the ideas of multi-agent evolutionary, this algorithm imports an acquaintance net, which denotes the relation of agents to construct the local environment for agents. On the basis of competition operator and self-learning operator, a new operator is designed to complete the whole evolutionary process together. In the experiments, 3700 benchmark SAT problems in SATLIB and some random examples generated from RB model are used to test the performance of MASEA. Moreover, the performance of MASEA is compared with those of high performance algorithms. All experimental results show that MASEA has a higher success ratio and a lower computational cost.

Keywords multi-agent system; evolutionary algorithm; acquaintance net model; SAT problem; cooperation operator

1 引 言

命题逻辑公式的 CNF (Conjunctive Normal

Form) 范式的可满足性问题(the satisfiability problem, 简称 SAT)是计算机科学中非常重要的核心问题, 许多研究方向如人工智能、模型检测、数据库检索、VLSI(Very Large Scale Integration)设计等中的许

收稿日期: 2012-10-26; 最终修改稿收到日期: 2014-04-02. 本课题得到国家自然科学基金(61105064, 61203311, 61373116)、陕西省自然科学基金(2011JM8007)和陕西省普通高等学校重点学科专项资金建设项目资助. 潘晓英, 女, 1981 年生, 博士, 副教授, 主要研究方向为智能优化、数据挖掘等. E-mail: panxiaoying@xupt.edu.cn. 焦李成, 男, 1959 年生, 博士, 教授, 主要研究领域为智能感知、图像理解. 刘 芳, 女, 1963 年生, 硕士, 教授, 主要研究领域为计算智能、图像处理等.

多问题都是转为 SAT 问题来求解的. SAT 的问题已被证明是 NP 难解问题, 目前解决该问题的方法主要有完备的方法和不完备的方法两大类. 完备方法的优点是保证能正确地判断 SAT 问题的可满足性, 但其计算效率很低, 不适用于求解大规模的 SAT 问题. 不完备方法的优点是求解时间比完备的方法快得多, 但在很少数的情况下不能正确地判断 SAT 问题的可满足性. 这类方法虽然不能保证一定找到解, 但是它们利用问题的特点进行启发式搜索, 一般情况下能够快速找到解, 如 WalkSAT^[1]、拟人退火算法^[2]、基于 GA 的算法^[3-4]、调查传播算法^[5]、组织进化算法^[6]以及量子免疫克隆算法^[7]等. 这些算法大都采用了对真值赋值的逐步改进方法, 使其真值赋值与 SAT 问题中的冲突子句数目降为 0, 从而达到其可满足性的判断. 在这些不完备的算法当中, 以进化算法来处理约束满足问题已经成为当今的研究热点^[8-9]. 除了以上这些方法之外, 研究者还提出了针对约束满足问题的多种有效算法, 例如局部搜索算法^[10]、粗粒度弧相容算法^[11]、置信传播算法^[12]、基于环切割算法^[13]等, 这些算法都在一定程度上解决了约束满足问题的求解难题, 取得了较好的应用效果.

分布式人工智能中基于智能体的计算已经应用于计算机科学的各个领域, 文献[14]设计了一种基于能量的多智能体模型, 求解了高达 7000 个皇后问题; 文献[15]将多智能体系统和遗传算法相结合, 成功地求解了二元约束满足问题, 并证明了智能体与进化算法的结合对于解决 NP 难问题的优越性. 通过分析发现, 当智能体以进化的方式来解决二元约束满足问题时, 主要依赖于所设计的进化算子, 其中竞争算子起到了绝对支配的作用, 而该算子是建立在智能体及其邻域之上的, 因此邻域的选择就显得格外重要. 本文在多智能体遗传算法的基础上, 根据多智能体系统中多智能体的生存及其合作机理, 引入人类社会“关系网模型”的思想^[16]来建立智能体所能感知的邻域环境, 同时在保留原有竞争算子和自学习算子的基础上, 根据智能体具有竞争协作的特性设计了一个新的算子——协作算子来共同完成进化过程. 实验结果表明, 这种方式能有效地消除进化过程中的一些无效操作, 尽快找到满足所有子句的真值指派.

2 SAT 问题及其表示

SAT 问题的基本组成要素:

(1) 文字(literal): m 个布尔变量的集合: $U = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, 每个布尔变量 $x_i \in U$, x_i 和 $\neg x_i$ (x_i 的非)分别称为正文字和反文字.

(2) 子句(clause): n 个子句的集合为 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, 每个子句 c_i 由若干文字通过析取运算符 (\vee) 连接而成, 子句中文字的个数称子句的长度, 如 $c_i = x_1 \vee \neg x_3 \vee \neg x_8$ 的长度为 3.

(3) 真值指派: 是一个函数 $t: U \rightarrow \{T, F\}$, 若 U 的布尔变量个数为 m , 每个真值指派为一 m 元布尔向量.

(4) 合取范式 CNF: $F = c_1 \wedge c_2 \wedge \dots \wedge c_n$, 其中 c_i 为子句, \wedge 为合取运算符. 范式 F 在一真值指派 t 下为真当且仅当每个子句 c_i 在真值指派 t 下为真.

SAT 问题就是确定是否存在一真值指派 t , 使得布尔变量集 U 上的 CNF 范式 F 为真, 若存在一真值指派 t 使 F 为真, 则称 SAT 问题可解决. F 中的每个子句的长度都为 l , 则称 l -SAT 问题.

3 求解 SAT 问题的多智能体社会进化算法

在该算法中, 我们沿袭了多智能体进化算法的整体思想, 将进化算法中的个体看作是一些具有局部感知、竞争协作以及自学习能力的智能体, 通过智能体之间以及智能体与环境之间的相互作用达到解决问题的目的^[17]. 多智能体进化的基本思想和框架如图 1 所示. 在此基础上, 我们将针对 SAT 问题设计符合问题特征的智能体、生存环境、局部感知环境

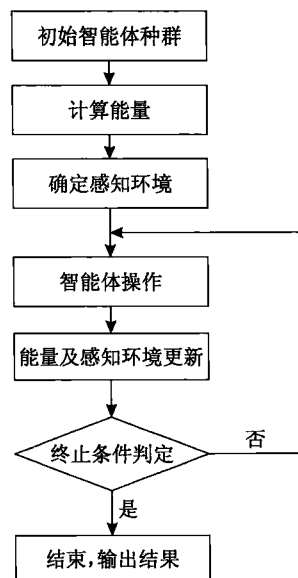


图 1 多智能体进化的基本思想和框架

及智能体行为,以期得到较理想的进化结果,提出了求解 SAT 问题的多智能体社会进化算法。

3.1 智能体定义

在求解 SAT 问题中,智能体即为问题的解,也就是能满足所有合取范式的真值指派,因此,用于求解 SAT 问题的智能体定义为:

定义 1. 智能体(CSAgent), α ,是 SAT 问题所有指派空间 S 中的一个指派。它的能量等于

$$\forall \alpha \in S, \text{energy}(\alpha) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \chi(\alpha, c_i) \quad (1)$$

其中 $\chi(\alpha, c_i) = \begin{cases} 0, & \text{子句 } c_i \text{ 在真值指派 } \alpha \text{ 下为假} \\ 1, & \text{其他} \end{cases}$,

w_i 为权重,表示在当前搜索中某子句满足的难度,初始赋值为 $w_i = 1$,每进化一代按式(2)更新一次 w_i 。

$$w_i = w_i + 1 - \chi(x^*, c_i) \quad (2)$$

其中 x^* 为当前代中能量最高的智能体,该更新机制会增加 x^* 中未满足子句的权重,也就是说,下一代的搜索会更加关注当前代最优智能体中未满足的子句。这种定义方式避免了指派中某一变量一直重复翻转的可能,可以有效地防止算法陷入局部最优。用于解决 SAT 问题的智能体目的就是尽可能地增大自身的能量,而且它可以采用一定的行为来达到它的目的。另外,当用进化算法解决实际问题时,需要对智能体进行编码,Bit String Representation^[8]是一种非常简且有效的编码方式,即分别以变量取值的一个序列来直接表示问题的解。

根据以上分析,用于解决 SAT 问题的智能体不但应该包括其各个变量取值的一个排列,还包括智能体能量,智能体所能感知的局部邻域环境以及另外一些控制智能体行为的信息,具体可表示为 $\text{CSAgent} = \langle \text{body}, \text{energy}, \text{neighborhood}, \text{SL} \rangle$,其中 body 表示的是包括各变量取值的一个排列; energy 为智能体的能量,该值可用来控制智能体的行为; neighborhood 为该智能体所能感知的邻域环境,包括了生存在邻域环境中的智能体及其对应的信任度; SL 为自学习行为的标志,若该值为 true,则自学习行为可以作用在该智能体上;否则不能。

3.2 智能体的生存环境

这里所定义的智能体为指派空间中的任意一个指派,其生存环境为一 $\text{lat} \times \text{lat}$ 的网格结构,每个智能体占据着网格的一个格点,且固定不能移动。智能体仅能感知局部的邻域环境,即仅能与其邻域内的智能体进行相互作用。图 2 为智能体生存网格结构图。

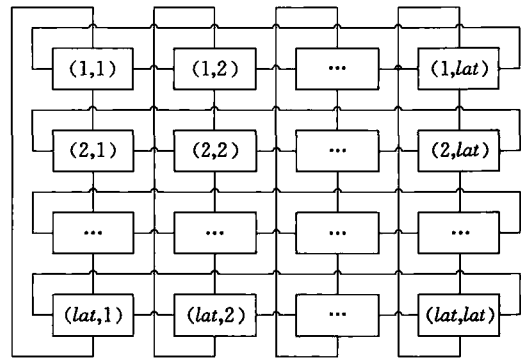


图 2 智能体生存网格结构图

3.3 智能体的局部感知环境

为实现智能体的局部感知能力,还需要定义智能体的邻域环境。这里借用人类社会的“关系网模型”^[16]来建立智能体局部感知环境,使其符合一般多智能体系统中的协作机制。以这种思想指导局部感知环境建立的方式也已在文献[17]中得到证明,对于函数优化问题,可以较大幅度提高算法的搜索性能及搜索精度。本文将此思想进一步将扩展到 SAT 问题求解中。

3.3.1 熟人关系网模型

在人类社会当中,人是作为某一种独立体存在其中的,整个社会形成一种以各个独立的人为单位的整体,人与人之间总是同时存在着相互竞争以及协同合作关系。一般来说,作为社会中的一个基本单位——人总是活动在一定的范围之内,并受到该范围内其他人以及环境对它产生的影响,而这个范围会随着时间的推移发生改变。我们记社会中的某个人为 a 、 b 和 c ,称其活动的范围为 neighborhood ,首先给出以下基本概念:

定义 2. 认识关系。若 b 包括在 a 的 neighborhood 之内,即 $b \subseteq a.\text{neighborhood}$,则称 a 认识 b ,并记为 $\text{Acq}(a, b)$ 。

定义 3. 局部环境。个体 a 所认识的所有个体构成了个体 a 的局部环境。

定义 4. 信任度 trust 。度量两个智能体之间的关系,其取值范围为 $[-1, +1]$ 。 $\text{trust}(a, b) = -1$ 表示 a 完全不信任 b , $\text{trust}(a, b) = +1$ 则表示 a 完全信任 b 。

当一个人在社会中初始产生时,并不具备自己去发展熟人的能力,它所谓的熟人就是身边的父母以及至亲的人。另外,社会中的个体——人在成长的过程,会不断发展熟人,而且其熟人圈中的个体也在不断改变,改变是由发展新的熟人和去除一些不信任的旧的熟人来完成的。一般来说,发展新的熟人

有两种,一是可以通过人本身的能力去结识新的朋友,也就是社会上其他的个体都有可能被发展成熟人;二是通过高信任度的朋友去结识.也就是说假如 B 为 A 所完全信任的朋友,而 C 为 B 所完全信任的朋友,则 C 就有很大的概率成为 A 的朋友.另外一方面,熟人圈中的朋友之间不可避免会发生各种关系,这里主要考虑的是竞争和合作两种.竞争将导致对方或自身的直接死亡,而合作不但有可能改变自身的一些特征,对熟人的信任度也将发生直接变化.

3.3.2 局部感知环境定义

将以上理论推广到智能体系统当中,即可以类似的方式来确定智能体的局部感知环境.首先,对于系统中智能体的初始邻域,采用文献[15]中局部环境的定义方式,即选择智能体网格周围的 4 个智能体作为其初始邻域,且其信任度均为 0.再者,随着智能体的不断活动,其邻域环境也在不断改变当中,因此除了智能体初始产生时局部环境所包含的 4 个邻域外,还要以一定的概率去发展一些新的“邻域”.

定义 5. 任一智能体都能以一定的概率成为 Agent a 局部环境内的一员,其概率视其位置离 Agent a 的距离而定.

定义 6. 若有 Agent $b \in a.\text{neighborhood}$, $\text{trust}(a, b) = 1$, 且有 Agent $c \in b.\text{neighborhood}$, $\text{trust}(b, c) = 1$, 则 Agent c 将以一定的概率成为 Agent a 的局部环境中的一员.

局部环境中某些智能体的消亡:假设 Agent $b \in a.\text{neighborhood}$, 且 $\text{trust}(a, b) = -1$, 则将 Agent b 将从 $a.\text{neighborhood}$ 中清除出去.

3.4 智能体的行为

用于解决 SAT 问题的智能体行为有 3 种,分别为竞争行为、协作行为以及自学习行为.其中竞争算子和协作算子作用在具有熟人关系的智能体上,实现智能体的竞争和协作行为,而自学习算子是作用在单个 Agent 之上,实现 Agent 利用自身知识的学习,即局部搜索.

3.4.1 竞争行为

竞争行为模拟的是“社会中的竞争,失败的 Agent 将无法继续生存”.该算子目的为剔除网格上能量较低的智能体,提高整体的能量水平,具体可描述为:

假设智能体网格上某一智能体为 Agent $a = \langle (a_1, a_2, \dots, a_m), \text{energy}, \text{neighborhood}, SL \rangle$, 对 $\forall \text{Agent } l \in a.\text{neighborhood}$, $\exists \text{Agent } \max \in a.\text{neighborhood}$, 且均有 $l.\text{energy} \leq \max.\text{energy}$, 则记局部

感知环境中能量最高的智能体为 Agent $\max = \langle (\max_1, \max_2, \dots, \max_m), \text{energy}, \text{neighborhood}, SL \rangle$. 如果有 $a.\text{energy} < \max.\text{energy}$, 则 Agent a 死亡,并产生一个新的智能体 Agent $\text{child} = \langle (c_1, c_2, \dots, c_m), \text{energy}, \text{neighborhood}, SL \rangle$ 来代替 Agent a . 其中 $\text{child}.\text{neighborhood} = a.\text{neighborhood}$, $\text{child}.\text{body}$ 由交换 $\max.\text{body}$ 的一部分得到^[15], 等价于对 $\max.\text{body}$ 的一次局部搜索,具体描述如下.

算法 1. Competition Behavior.

输入: Agent \max , $\max.\text{body} = (\max_1, \max_2, \dots, \max_m)$, p_{com} : 取值为 0 到 1 之间的参数

输出: $\text{child}.\text{body} = (c_1, c_2, \dots, c_m)$

令 $\text{swap}(x, y)$ 表示交换 x 和 y 的取值, $U(0, 1)$ 为 0 到 1 间均匀分布的随机数; $\text{random}(n, i)$ 为 $1, 2, \dots, n$ 中的随机整数且不等于 i ;

1. 令 $\text{child}.\text{body} \leftarrow \max.\text{body}$, $i \leftarrow 1$;
2. 若 $U(0, 1) < p_{\text{com}}$, 则令 $l = \text{random}(m, i)$, 并执行 $\text{swap}(c_i, c_l)$;
3. 令 $i \leftarrow i + 1$, 若 $i \leq m$, 则转步 2; 否则停止, 输出 $\text{child}.\text{body} = (c_1, c_2, \dots, c_m)$.

3.4.2 协作行为

协作行为模拟了“从别处获得经验”.对于生存在环境中的智能体,它将其局部环境中的智能体发生协作,以提高自身能量,其协作概率为 $p_{\text{cross}} + \text{trust} * 0.1$.这样可以保证智能体与它所信任的智能体之间会有更多的概率进行合作,这一点非常符合人类社会当中的协作机制,减少了一些可能无效的操作,可进一步加快搜索速度.

假设 $(a', b') = \text{cooperate}(a, b)$, 若 $a'.\text{energy} > a.\text{energy}$, 则认为两者合作成功,以 a' 替代原有的 a , 并令 $\text{trust}(a, b) = \text{trust}(a, b) + 0.1$; 若 $a'.\text{energy} < a.\text{energy}$, 则合作失败,保持原有的 Agent a , 并令 $\text{trust}(a, b) = \text{trust}(a, b) - 0.2$; 若 $a'.\text{energy} = a.\text{energy}$, 则保持原有的信任度不变,具体描述如下.

算法 2. Cooperation Behavior.

输入: Agent a , $a.\text{body}$, $a.\text{energy}$ 及 $a.\text{neighborhood}$

输出: Agent a

1. 将 $a.\text{neighborhood}$ 中的智能体依次进行下列操作;
2. 记从 $a.\text{neighborhood}$ 中选出的智能体主体部分记为 $b.\text{body} = (b_1, b_2, \dots, b_m)$, 信任度为 $\text{trust}(a, b)$;
3. 如果 $U(0, 1) < p_{\text{cross}} + \text{trust}(a, b) * 0.1$, 则令 $l = \text{random}(m, 1)$; 否则转步 6;
4. 产生新智能体 $a'.$ $\text{body}(1:l) = a.\text{body}(1:l)$, $a'.$ $\text{body}(l+1:m) = b.\text{body}(l+1:m)$, 并计算 $a'.$ energy , 令 $\text{evaluation} \leftarrow \text{evaluation} + 1$;

5. 若 $a'.energy > a.energy$, 则增加两者的信任度, 令 $trust(a, b) = trust(a, b) + 0.1$, $a.body = a'.body$, $a.energy = a'.energy$; 若 $a'.energy < a.energy$, 则降低两者信任度, 令 $trust(a, b) = trust(a, b) - 0.2$, 其他保持不变;

6. 判断 $a.neighborhood$ 中的智能体是否都已进行以上操作, 若是, 则转步 7; 否则取出下一个智能体, 转步 3;

7. 更新 Agent a 的邻域环境。

3.4.3 自学习行为

自学习行为模拟了“根据自身能力学习环境以提升能量”, 该算子只作用于当前代能量最优的智能体之上, 以 SL 来表示是否进行该行为的标志。自学习就是对每一代中具有最优能量智能体的每一个分量进行依次翻转, 以达到增大智能体能量的目的。具体操作可描述如下。

算法 3. Self-learning Behavior.

输入: Agent a , $a.SL = true$

输出: Agent a

1. 令 $E_{old} \leftarrow a.energy$, $k \leftarrow 1$;

2. 令 $a_k \leftarrow \neg a_k$, 计算 $a.energy$, 并令 $E_{new} \leftarrow a.energy$;

3. 若 $E_{new} > E_{old}$, 则令 $E_{old} \leftarrow E_{new}$; 否则执行 $a_k \leftarrow \neg a_k$;

4. 令 $k \leftarrow k + 1$, 若 $k \leq m$, 则转步 2; 否则令 $a.SL = false$ 并停止。

3.5 求解 SAT 问题的多智能体社会进化算法

智能体必须有序的采取以上的 3 种行为才能达到求解约束满足问题的目的, 这里采用进化的方式来控制智能体间的相互作用, 具体描述如下。

算法 4. 求解 SAT 问题的多智能体社会进化算法。

输入: 各初始化参数. $evaluation_{max}$: 最大计算量;

pop_{size} : 智能体系统的规模; p_{com} : 竞争行为中的

参数; p_{cross} : 协作行为中的参数

输出: s , 即所求解问题的解或近似解

假设 L^t 为第 t 代的智能体系统集合, $CSAgent_{best}^t$ 是 L^0 , L^1, \dots, L^t 中最好的智能体, $CSAgent_{best}^t$ 为 L^t 中最好的智能体. $conflicts(agent)$ 为 Agent 违反约束的个数。

1. 令 $evaluation \leftarrow 0$, 初始化智能体集合 L^0 , 随机产生二元指派赋予 $L_i^0.body$, 同时计算 $L_i^0.energy$, 令 $evaluation \leftarrow evaluation + 1$, $i = 1, 2, \dots, pop_{size}$. 更新 $CSAgent_{best}^0$, 计算 $conflicts(CSAgent_{best}^0)$, 令 $t \leftarrow 0$;

2. 对集合中的智能体 L_i^t 执行竞争行为, 若 L_i^t 胜利, 则令 $L_i^{t+1} \leftarrow L_i^t$; 否则令 $L_i^{t+1} \leftarrow child$, $evaluation \leftarrow evaluation + 1$;

3. 对集合中的智能体 L_i^{t+1} 执行协作行为, 根据 Cooperation behavior 来更新 L_i^{t+1} , 其中 $evaluation$ 会在 Cooperation behavior 中更新;

4. 更新 $CSAgent_{(t+1)best}^{t+1}$, 令 $CSAgent_{(t+1)best}^{t+1}.SL = true$,

并将自学习行为作用在该智能体上;

5. 如果有

$conflict(CSAgent_{(t+1)best}^{t+1}) \leq conflict(CSAgent_{best}^t)$,

则令 $CSAgent_{best}^{t+1} \leftarrow CSAgent_{(t+1)best}^{t+1}$; 否则令 $CSAgent_{best}^{t+1} \leftarrow CSAgent_{best}^t$, $CSAgent_{random}^{t+1} \leftarrow CSAgent_{best}^t$, 其中 $CSAgent_{random}^{t+1}$ 为从 L^t 中随机选择的一个智能体并与 $CSAgent_{(t+1)best}^{t+1}$ 不同;

6. 如果 $conflicts(CSAgent_{best}^{t+1}) = 0$ 或者 $evaluation \geq evaluation_{max}$, 则停止, 令 $s \leftarrow CSAgent_{best}^{t+1}$ 并输出 s ; 否则令 $t \leftarrow t + 1$, 转步 2。

4 实验结果及其分析

4.1 测试数据

我们采用了两类数据集来测试算法 MASEA 的性能。第 1 类为广泛使用的 SATLIB 库^①中的“Uniform Random-3-SAT”问题集。该问题集共有 SAT 问题 3700 个, 这些问题的子句个数与变量个数的比均为 4.3 左右, 此时 SAT 问题的约束既不会过少, 也不会过多, 它们属于可满足和不可满足的概率是相等的, 因而这些问题是比较难解的^[18]。根据变量个数可以将这 3700 个问题分成 10 个集合, 分别记为 SAT1, SAT2, ..., SAT10。这 10 个集合所包含的问题和相应的参数在表 1 中给出。

表 1 实验中所用的 SATLIB 库中的 SAT 问题

问题集	问题个数	文件名	变量个数	子句个数
SAT1	1000	uf20-01, ..., uf20-01000	20	91
SAT2	1000	uf50-01, ..., uf50-01000	50	218
SAT3	100	uf75-01, ..., uf75-0100	75	325
SAT4	1000	uf100-01, ..., uf100-01000	100	430
SAT5	100	uf125-01, ..., uf125-0100	125	538
SAT6	100	uf150-01, ..., uf150-0100	150	645
SAT7	100	uf175-01, ..., uf175-0100	175	753
SAT8	100	uf200-01, ..., uf200-0100	200	860
SAT9	100	uf225-01, ..., uf225-0100	225	960
SAT10	100	uf250-01, ..., uf250-0100	250	1065

第 2 类测试问题为基于 RB 模型所产生的随机实例测试集。RB 模型是许可^[19]所提的一种值域可变的 k 元随机 CSP 模型, 同时证明了该模型不仅存在从可满足到不可满足的相变现象。近年来, 根据此模型所产生的随机实例已被国际上认可, 并广泛使用^[20-25], 充分说明了其实例的难解性, 可用于测试算法性能。我们共选取了 10 个问题集进行测试, 其参数也在表 2 中给出。

① The Cooperative Association for Internet Data Analysis (CAIDA). <http://www.caida.org/data> 2010, 7, 18

表 2 基于 RB 模型产生的随机实例

数据集	文件名	变量个数	子句个数
frb30-15	frb30-15-1,...,frb30-15-5	450	19 084
frb40-19	frb40-19-1,...,frb40-19-5	760	43 780

4.2 有效性测试

首先采用本文所提算法对以上数据集进行有效性测试. 实验分别从 3 方面来评价算法的性能, 分别为成功率(Success Rate, SR)、平均误差(Mean Error, ME)和平均评价次数(Average number of Evaluations to Solution, AES). 成功率指的是找到解的次数所占的百分比, SATLIB 中所选择的所有测试问题都是有解的, 所以成功率最高可以达到 100%. 误差指的是所得到的最优智能体所不能满足的子句个数, 平均误差即为所有运行误差的平均, 包括成功的和不成功的. 该性能指标能衡量近似解的质量, 可用于比较成功率低于 100% 时算法的性能. 平均评价次数是指成功找到问题解时所用的评价次数的平均值, 这也是常用于衡量进化算法计算量的一个指标. 显然, 当成功率为 0 时, 平均评价次数是毫无意义的; 当成功率很低时, 平均评价次数也不能准确衡量算法的计算量. 因此, 应该从成功率和平均评价次数两方面综合评价试验结果. 在这 3 个性能指标当中, 成功率是最重要的, 其次是平均评价函数, 而平均误差仅仅用于衡量算法失败时的性能.

对 SATLIB 库的 SAT 问题实验中, 智能体网格规模 $pop_{size} = 16$, 竞争概率 $p_{com} = 0.2$, 协作概率 $p_{cross} = 0.4$, 同时设定最大评价次数 $evaluation_{max} = 100\,000$, 对每个问题均独立运行 10 次, 对一组问题的实验结果进行平均. 表 3 为算法 MASEA 对以上 SATLIB 中 10 组问题的实验结果.

表 3 MASEA 对 SATLIB 的实验结果

问题集	成功率 SR	平均评价次数 AES	平均误差 ME
SAT1	1	563.2	0
SAT2	1	1702.5	0
SAT3	1	3893.7	0
SAT4	1	7147.4	0
SAT5	1	11 439.3	0
SAT6	1	16 900.2	0
SAT7	1	22 453.1	0
SAT8	0.97	43 028.5	0.182
SAT9	0.96	54 493.7	0.224
SAT10	0.94	61 033.4	0.348

从表 3 中的实验结果可以看出, 对于 SATLIB 中的 SAT 问题, MASEA 具有较优的性能, 它能对前 7 组中的所有问题找到满足所有子句的指派; 对于后面的 3 组问题, 也能对大部分问题找到满足所

有子句的指派, 且对于暂时未能找到满足所有子句条件的问题, 所得解的误差较小, 平均误差均在 0.4 以下. 另外, 找到满足条件指派时所用的平均评价次数较少, 对于 SAT10 这组包含 250 个变量以及 1065 个子句的问题, 平均仅花费 60 000 余次评价即证明该问题是可满足的, 并得到满足条件的真值指派. 实验结果显示该算法具有良好的性能, 能以可接受的计算量求得满足问题的解.

在针对 RB 模型产生的随机实例实验中, 我们设定智能体网格规模 $pop_{size} = 25$, 竞争概率 $p_{com} = 0.2$, 协作概率 $p_{cross} = 0.4$, 同时设定最大评价次数 $evaluation_{max} = 200\,000$, 对每个问题均独立运行 10 次, 对一组问题的实验结果进行平均. 表 4 为算法 MASEA 对两组随机实例问题集的实验结果.

表 4 MASEA 对 RB 随机实例的实验结果

问题集	成功率 SR	平均评价次数 AES	平均误差 ME
frb30-15	0.824	187 658.3	0.468
frb40-19	0.795	196 354.8	0.492

从表 4 中可以看出, 对基于 RB 模型产生的随机实例问题集 frb30-15 以及 frb40-19, 由于其中包含的变量个数和子句个数大幅度增长, 尤其是子句数目, 算法的成功率相对较低, 但仍然能在大部分时候取得正确的解; 所花费的平均评价次数较多, 而且平均误差也比 SAT 问题的结果有了较大幅度的增长. 究其原因, 所提出的 MASEA 需对每一个智能体进行性能评价, 即只要产生给一个新的智能体, 就将给评价次数加 1, 而我们的实验设定了最大评价次数 $evaluation_{max} = 200\,000$, 在一定程度上限定了算法继续寻优的可能. 这也在另外一个角度说明, 对于复杂度急剧升高的问题, 算法的计算复杂度也将急剧升高, 这也是该算法用于实际问题时的一个缺陷.

4.3 对比性测试

为了进一步验证算法性能, 我们将本文算法与已有的多种算法进行性能比较. 鉴于大部分已有算法都是针对 SAT 问题提出的, 而 SATLIB 为 SAT 问题的标准测试数据集, 因此以下实验均针对 SATLIB 库中的“Uniform Random-3-SAT”问题集进行比较测试.

首先, 鉴于所提出用于解决 SAT 问题的 MASEA 与求解约束满足的 MAGA (Multi-Agent Genetic Algorithm)^[15] 有某些类似之处, 我们专门对这两种算法进行比较, 用以验证 MASEA 中邻域建立方式和协作算子的有效性, 表 5 为这两种算法的比较结

果. 两者的参数设置同为 $pop_{size}=16$, $p_{com}=0.2$, 最大评价次数为 $evaluation_{max}=100\ 000$, MASEA 中 $p_{cross}=0.4$, 每个问题独立运行 10 次, 统计其平均结果.

表 5 与 MAGA 求解 SAT 问题的比较结果

问题集	SR		AES		ME	
	MASEA	MAGA	MASEA	MAGA	MASEA	MAGA
SAT1	1	1	563.2	704.3	0	0
SAT2	1	1	1702.5	1898.2	0	0
SAT3	1	1	3893.7	5007.6	0	0
SAT4	1	1	7147.4	9312.9	0	0
SAT5	1	1	11439.3	15573.8	0	0
SAT6	1	1	16900.2	20145.5	0	0
SAT7	1	0.99	22453.1	29124.7	0	0.078
SAT8	0.97	0.93	43028.5	50329.9	0.182	0.219
SAT9	0.96	0.92	54493.7	64678.3	0.224	0.346
SAT10	0.94	0.88	61033.4	73004.1	0.348	0.483

从表 5 中的结果可以看出,对于相同的 SAT 问题,且在其参数设置相同的情况下,MASEA 要比 MAGA 具有更高的性能,能在提高成功率的前提下,保证较小的评价次数和平均误差.对于全部能找到满足所有子句指派的前 6 个问题集合,MASEA 比 MAGA 所需的平均评价次数明显减少,且对于越复杂的问题,其优势越加明显.另外,对于后 4 组 MAGA 不能全部找到问题解的问题集合,MASEA 以 20000 余次的评价代价对 SAT7 问题集达到了 100%的成功率;对于剩下的 3 个问题集,其成功率分别提高了 5%左右,并且其评价次数要比 MAGA 求解时少 7000~12000 次,就是说 MASEA 以更小

的代价获得了更优的结果.另外,平均误差可用于衡量算法失败时的性能,从表中可以看出,对于未能找到最优解的情况,MASEA 所产生的误差明显小于 MAGA 的结果.究其原因 MASEA 采用了“关系网模型”的思想来建立智能体所能感知的局部环境,而不是 MAGA 中简单的位置相邻.同时,通过信任度来动态调整局部环境中的智能体,使智能体之间的操作更加有效,也更符合整个社会进化过程.通过这种方式,各种有用信息将通过邻域直接扩散到整个智能体网格当中.另外,在进化算子的设计上也有所不同.MAGA 采用了竞争操作、自学习操作以及变异操作,同时通过实验分析得知,竞争操作和自学习操作在整个算法中起到了举足轻重的作用.因此,在 MASEA 中仍然保留了这两个算子,同时根据智能体具有竞争协作的特点,设计了一个协作算子.该算子模拟了社会中合作时从别处获得有用经验的过程,通过信任度来动态控制智能体间的密切程度,从另一方面促进了有用信息的快速传递.

除了 MAGA 之外,进化类算法量子免疫克隆算法 QICA^[7],组织进化算法 OEA^[6]在 SAT 问题的求解上都取得了较好的效果;另外,WalkSAT^[1]是一种非常经典且有效地利用局部搜索求解 SAT 问题的方法,因此,我们首先将 MASEA 的性能与这 3 种算法进行逐一比较,同样为每个问题独立运行 10 次,并取其各项统计平均值,表 6 为比较结果.

表 6 与其他进化类算法的比较结果

问题集	成功率				平均评价次数				平均误差			
	MASEA	QICA	OEA	WSAT	MASEA	QICA	OEA	WSAT	MASEA	QICA	OEA	WSAT
SAT1	1	1	1	1	563.2	760.1	176.7	171.5	0	0	0	0
SAT2	1	1	1	1	1702.5	2813.5	1484.7	4508.5	0	0	0	0
SAT3	1	1	1	1	3893.7	4125.6	4405.4	41418.7	0	0	0	0
SAT4	1	1	1	1	7147.4	8120.1	8591.0	77678.2	0	0	0	0
SAT5	1	1	1	1	11439.3	14932.7	19078.2	265198.1	0	0	0	0
SAT6	1	1	1	0.98	16900.2	18527.2	30828.6	249978.1	0	0	0	0.105
SAT7	1	0.98	0.97	0.96	22453.1	33712.5	63768.7	478289.9	0	0.096	0.102	0.187
SAT8	0.97	0.95	0.95	0.88	43028.5	43896.4	96024.8	714918.8	0.182	0.251	0.236	0.439
SAT9	0.96	0.93	0.93	0.93	54493.7	53863.1	106070.3	757870.3	0.224	0.320	0.341	0.361
SAT10	0.94	0.94	0.94	0.87	61033.4	59961.8	140338.0	1010541.1	0.348	0.411	0.396	0.567

从比较结果来看,算法 MASEA 具有比其他算法更优的性能.在所比较的算法当中,它的成功率是最高的,而且,对于大部分问题集来说,它所需的平均评价次数也是最少的.随着问题复杂度的逐步增加,MASEA 的优势逐渐明显.对于问题集 SAT9 和 SAT10,其评价次数和 QICA 所用的评价次数基本持平,但此时 QICA 的成功率不及 MASEA,且所得

解的平均误差要大于采用 MASEA 所得的结果.因此,MASEA 在整体上优于所比较的 3 种有效算法,QICA,OEA 和 WSAT.

除此之外,EagleUP 2^[26]和 SATzilla2012^[27]是近年来出现的两种非常优秀的 SAT 问题求解器,为了进一步说明所提算法的求解性能,我们将本文所提方法与这两种算法也进行了比较,其结果如表 7

所示. 由于对前 5 个 SAT 问题集(SAT1~SAT5) 3 种算法均能达到 100%的成功率,且误差均为 0,因此表 7 仅列出了对后 5 个问题(SAT6~SAT10)在成功率、平均误差以及运行时间三方面的比较结果. 其中,MASEA 的参数设置如前所述.

表 7 与其他求解器的比较结果

衡量指标	算法	问题集				
		SAT6	SAT7	SAT8	SAT9	SAT10
成功率	MASEA	1	1	0.97	0.96	0.94
	EagleUP 2	1	1	0.96	0.97	0.93
	SATzilla2012	1	1	0.97	0.95	0.94
平均误差	MASEA	0	0	0.182	0.224	0.348
	EagleUP 2	0	0	0.196	0.213	0.355
	SATzilla2012	0	0	0.186	0.247	0.364
运行 时间/s	MASEA	1.32	1.75	3.36	4.26	4.77
	EagleUP 2	0.84	0.99	1.15	1.87	2.01
	SATzilla2012	0.61	0.87	0.95	1.37	1.67

从表 7 的结果中可以看出,我们所提算法 MASEA 的成功率与两种求解器 EagleUP 2 和 SATzilla2012 基本持平,在平均误差上要略优于这两种求解器,显示了算法优越的寻优性能.但是在运行时间方面,MASEA 所花费的时间要大大多于所比较的两种求解器,复杂度相对较高,还存在一定的改进空间.

另外,求解 SAT 问题的多智能体社会进化算法是通过设计 3 种行为来完成进化过程,并通过信任度来控制智能体之间可能发生的行为来达到求解目的的.为进一步明确 3 种行为在整个进化过程中所起的作用,下面分别对 3 种行为的性能进行逐一分析.我们挑选了 4 组问题集进行测试,分别为 SAT1、SAT4、SAT7 和 SAT10.实验中分别去掉一种行为,以其他两种行为来完成整个进化过程,其参数设置与步骤完全同于前述实验,只是去掉了相应的行为,实验结果如表 8 所示.

表 8 两种行为算子构成的算法与本文算法的比较

问题集	性能 指标	本文 算法	无竞争 行为	无合作 行为	无自学习 行为
SAT1	SR	1	0.354	0.785	0.815
	AES	563.2	623.8	569.6	523.5
	ME	0	0.564	0.238	0.251
SAT4	SR	1	0.328	0.764	0.746
	AES	7147.4	7165.9	7098.8	7214.6
	ME	0	0.894	0.322	0.297
SAT7	SR	1	0.294	0.707	0.712
	AES	22453.1	26154.9	27215.3	25348.6
	ME	0	1.036	0.476	0.395
SAT10	SR	0.940	0.139	0.654	0.632
	AES	61033.4	70785.2	68210.5	68150.4
	ME	0.348	1.367	0.845	0.715

从表 8 的结果中可以看出,竞争行为对算法性能的影响十分巨大,若去除该行为,算法仅留下极弱的性能.竞争行为作用在智能体和其局部环境中的智能体之间,实现的是局部环境中的全局选择,并通过这种由信任度所控制的整个局部环境网络传递到整个智能体系统当中,最终实现了整个空间内的全局搜索.这一点十分符合自然进化模型,因此该算子起到了举足轻重的作用.除此之外,合作行为和自学习行为也在整个进化过程当中起到了不同程度的作用.合作行为通过吸取局部环境中智能体的有用信息来提升自身能量,符合整个自然系统协同竞争的思想.而且,我们是通过合作行为来更新信任度,进而控制下一代进化中的操作.自学习行为实现的是某一智能体附近的局部搜索,它实际上是一种“启发式信息”的利用,也就是说,在随机搜索算法当中加入适当的启发式信息有利于算法性能的提高.因此,算法中的 3 种行为算子在整个进化过程中都起到了不同程度的作用,且三者是相辅相成,缺一不可的.

5 结 论

本文根据 Agent 社会协作机制以及智能体对环境的感知和反作用的能力提出了一种新的求解 SAT 问题的方法——MASEA.该算法在多智能体进化思想的基础上,通过人类社会“关系网模型”来建立智能体所能感知的局部环境,同时根据智能体具有竞争协作的特性,以竞争算子,自学习算子和协作算子共同完成了智能体的进化过程.实验中采用大量的标准 SAT 问题以及 RB 模型的随机测试实例对算法进行了全面的测试,并与已有的一些高性能算法进行了比较,结果表明,不论是在成功率方面还是所花费的计算代价方面,MASEA 在整体上均优于所比较的高性能算法.当成功率小于 1 时,算法所找到的解也能满足绝大多数子句,且平均误差较小.

参 考 文 献

[1] Selman B, Kautz H A, Cohen B. Noise strategies for improving local search//Proceedings of the 12th National Conference on Artificial Intelligence, American Association for Artificial Intelligence. Seattle, USA, 1994; 337-343

[2] Zhang De-Fu, Huang Wen-Qi, Wang Hou-Xiang. Personification annealing algorithm for solving SAT problem. Chinese Journal of Computers, 2002, 25(2): 148-152(in Chinese)

- (张德富, 黄文奇, 汪厚祥. 求解 SAT 问题的拟人退火算法. 计算机学报, 2002, 25(2): 148-152)
- [3] Folino G, Pizzuti C, Spezzano G. Parallel hybrid method for SAT that couples genetic algorithms and local search. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2001, 5(4): 323-334
- [4] Ling Ying-Biao, Wu Xiang-Jun, Jiang Yun-Fei. Genetic algorithm for solving SAT problems based on learning clause weights. Chinese Journal of Computers, 2005, 28(9): 1476-1482(in Chinese)
(凌应标, 吴向军, 姜云飞. 基于子句权重学习的求解 SAT 问题的遗传算法. 计算机学报, 2005, 28(9): 1476-1482)
- [5] Sao Ming, Li Guang-Hui, Li Xiao-Wei. Survey propagation algorithm for SAT and its performance dominated by step length. Chinese Journal of Computers, 2005, 28(5): 849-855(in Chinese)
(邵明, 李光辉, 李晓维. 求解可满足问题的调查传播算法以及步长的影响规律. 计算机学报, 2005, 28(5): 849-855)
- [6] Liu Jing, Zhong Wei-Cai, Liu Fang, Jiao Li-Cheng. An organizational evolutionary algorithm for SAT problem. Chinese Journal of Computers, 2005, 27(10): 1422-1428(in Chinese)
(刘静, 钟伟才, 刘芳, 焦李成. 组织进化算法求解 SAT 问题. 计算机学报, 2004, 27(10): 1422-1428)
- [7] Li Yang-Yang, Jiao Li-Cheng. Quantum-inspired immune clonal algorithm for SAT problem. Chinese Journal of Computers, 2007, 30(2): 176-183(in Chinese)
(李阳阳, 焦李成. 求解 SAT 问题的量子免疫克隆算法. 计算机学报, 2007, 30(2): 176-183)
- [8] Gottlieb J, Marchiori E, Rossi C. Evolutionary algorithms for the satisfiability problem. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 10(1): 1-16
- [9] Craenen B, et al. Comparing evolutionary algorithms on binary constraint satisfaction problems. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(5): 424-444
- [10] Yang Jin-Ji, Su Kai-Le. Improvement of local search in SAT problem. Journal of Computer Research and Development, 2005, 42(1): 60-65(in Chinese)
(杨晋吉, 苏开乐. SAT 问题中局部搜索法的改进. 计算机研究与发展, 2005, 42(1): 60-65)
- [11] Li Hong-Bo, Li Zhan-Shan, Wang Tao. Improving coarse-grained arc consistency algorithms in solving constraint satisfaction problems. Journal of Software, 2012, 23(7): 1816-1823(in Chinese)
(李宏博, 李占山, 王涛. 改进求解约束满足问题粗粒度弧相容算法. 软件学报, 2012, 23(7): 1816-1823)
- [12] Zhao Chun-Yan, Zheng Zhi-Ming. A belief-propagation algorithm based on variable entropy for constraint satisfaction problems. Science China Press, Information Science, 2012, 42(9): 1170-1180(in Chinese)
(赵春艳, 郑志明. 一种基于变量熵求解约束满足问题的置信传播算法. 中国科学: 信息科学, 2012, 42(9): 1170-1180)
- [13] Li Zhan-Shan, Li Hong-Bo, Zhang Yong-Gang, Wang Zi-Wen. An approach of solving constraint satisfaction problem based on cycle-cut. Chinese Journal of Computers, 2011, 34(8): 1528-1535(in Chinese)
(李占山, 李宏博, 张永刚, 王孜文. 一种基于环切割的约束满足问题求解算法. 计算机学报, 2011, 34(8): 1528-1535)
- [14] Han Jing, Cai Qing-Sheng. Emergent intelligence in AER model. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2002, 15(2): 134-142(in Chinese)
(韩靖, 蔡庆生. AER 模型中的智能涌现. 模式识别与人工智能, 2002, 15(2): 134-142)
- [15] Zhong Wei-Cai, Liu Jing, Jiao Li-Cheng. Multi-agent evolutionary algorithm for binary constraint satisfaction problem. Progress in Natural Science, 2005, 15(2): 234-242 (in Chinese)
(钟伟才, 刘静, 焦李成. 求解二元约束满足问题的多智能体进化算法. 自然科学进展, 2005, 15(2): 234-242)
- [16] Chen Gang, Lu Ru-Qian. The relation web model — An organizational approach to Agent cooperation based on social mechanism. Journal of Computer Research and Development, 2003, 40(1): 107-114(in Chinese)
(陈刚, 陆汝钤. 关系网模型——基于社会合作机制的多 Agent 协作组织方法. 计算机研究与发展, 2003, 40(1): 107-114)
- [17] Pan Xiaoying, Jiao Licheng. An improved multi-agent genetic algorithm for numerical optimization. Natural Computing, 2011, 10(1): 487-506
- [18] Mitchell D, Selman B, Levesque H. Hard and easy distributions of SAT problems//Proceedings of the 10th National Conference on Artificial Intelligence, American Association for Artificial Intelligence. San Jose, USA, 1992: 459-465
- [19] Xu Ke. A study on the phase transitions of SAT and CSP [Ph.D. dissertation]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 1999(in Chinese)
(许可. SAT 和 CSP 的相变现象研究[博士学位论文]. 北京航空航天大学, 北京, 1999)
- [20] Gil L, Flores P, Silveira L M. PMSat: A parallel version of MiniSAT. Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation, 2008, 6: 71-98
- [21] Smorodkina E A, Tauritz D R. Toward automating EA Configuration: The parent selection stage//Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Singapore, 2007: 63-70
- [22] Durairaj V, Kalla P. Guiding CNF-SAT search by analyzing constraint-variable dependencies and clause lengths//Proceedings of the 11th IEEE International High-Level Design Validation and Test Workshop (HLDVT). Monterey, USA, 2006: 155-161
- [23] Babic D, Bingham J D, Hu A J. B-Cubing theory: New possibilities for efficient SAT-solving//Proceedings of the 10th IEEE International High-Level Design Validation and Test Workshop (HLDVT). Napa Valley, USA, 2005: 192-199

- [24] Babic D, Bingham J D, Hu A J. Efficient SAT solving: Beyond supercubes//Proceedings of the 42nd ACM/IEEE Design Automation Conference (DAC). Anaheim, USA, 2005; 744-749
- [25] Lewis M D T, Schubert T, Becker B. Analysis of speedup techniques utilized in modern SAT solvers//Proceedings of the 8th International Conference on Theory and Applications of Satisfiability Testing (SAT 2005). St Andrews, UK, 2005; 438-443
- [26] Gableske O, Heule M. EagleUP: Solving random 3-SAT using SLS with unit propagation//Proceedings of the 14th International Conference on Theory and Applications of Satisfiability Testing. Ann Arbor, USA, 2011; 367-368
- [27] Xu L, Hutter F, Shen J, et al. SATzilla2012: Improved algorithm selection based on cost-sensitive classification models. Proceedings of the SAT Challenge 2012, Solver Description. Trento, Italy, 2012



PAN Xiao-Ying, born in 1981, Ph.D., associate professor. Her current research interests include intelligent optimization and data mining.

JIAO Li-Cheng, born in 1959, Ph.D., professor, Ph.D. supervisor. His current research interests include intelligent perception and image understanding.

LIU Fang, born in 1963, M. S., professor, Ph.D. supervisor. Her current research interests include computer intelligence and image processing.

Background

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China with the title “Multi-Agent Social Evolutionary Model and Algorithm Research Driven by Social Negotiation Mechanism”, Authors have made researches on many fields of the evolutionary computation, such as immune clonal evolutionary algorithms, multi-agent social evolutionary

algorithms, and have applied these methods to the field of engineering optimization, such as numerical optimization, multiobjective optimization and project optimization scheduling. This paper belongs to the part of evolutionary computation and focuses on proposing a new method for satisfiability problem, so as to provide new tools for practical applications.