

2019 年研究生数字信号处理

# 实验报告

学院： 仪器科学与光电工程学院  
学号： SY1817308  
姓名： 黄振凯  
日期： 2019 年 6 月 15 日

评分：

形式审查	题一	题二	题三	总分

“该上机报告由我独立完成，若被发现与其他上机报告部分或者完全相同，  
则表明我已放弃上机成绩，特此申明！

签名：黄振凯

日期：2019.6.15

## 作业一、数字滤波器的设计及性能比较

一、目的: 不同种类数字滤波器的设计及性能比较。

二、作业内容及要求

连续信号 $x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + 0.7 \cos(2\pi f_2 t) + \omega(t)$

其中 $f_1 = 100\text{Hz}$ ,  $f_2 = 200\text{Hz}$ ,  $\omega(t)$ 是均值为0, 方差为2.5的高斯白噪声。

请分别用 FIR、IIR 低通滤波器提取出其中的正弦信号 $\sin(2\pi f_1 t)$ 。采样率以及滤波器的指标自行确定。对 FIR 滤波器要分别采用频率采样法、窗口法、最小最大逼近法进行设计。对 IIR 滤波器采用脉冲响应不变法和双线性变换法进行设计。(对所有的滤波器, 要求阻带衰减优于 20dB, 通带波纹小于 1dB)。对题中没有明确限定的滤波器的参数, 请根据需要自行确定。

根据你的实验结果:

1. 设计所使用的采样率, 并给出选取依据。通过选取不同的过渡带宽度, 观察它对信号提取的影响;
2. 对滤波器的阶数与滤波器的性能间的关系作出分析。

解：

因为 $x(t)$ 的最大频率为 $f_2 = 200\text{Hz}$ ，要保证不混叠，采样频率 $f_s \geq 2f_2 = 400$ ，（实际应用中一般取最高频率的 3-5 倍），这里取 $f_s = 1000\text{Hz}$ ， $x(t)$ 的周期为 $T = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{100}$ ，采样 20 个周期（需要采样尽可能长的时间，提高分辨率，使得贴近真实信号），即采样点数为 $N = 200$ 。为了提取其中的正弦信号 $\sin(2\pi f_1 t)$ 设计低通滤波器。

### （1）频率采样法

取通带截止频率 $f_c = 150\text{Hz}$ ，有理想滤波器的系统函数为

$$H(e^{jw}) = \begin{cases} 1, & |w| \leq 0.3\pi \\ 0, & 0.3\pi \leq |w| \leq \pi \end{cases}$$

现对其进行频域采样，采样点数为 $NN = 10$ ，滤波器阶数为 $N_{freq\_sample\_fir} = 100$ ，使用 Matlab 自带频率采样滤波器设计函数 $\text{fir2}$ 得到相应滤波器。结果如下图所示。

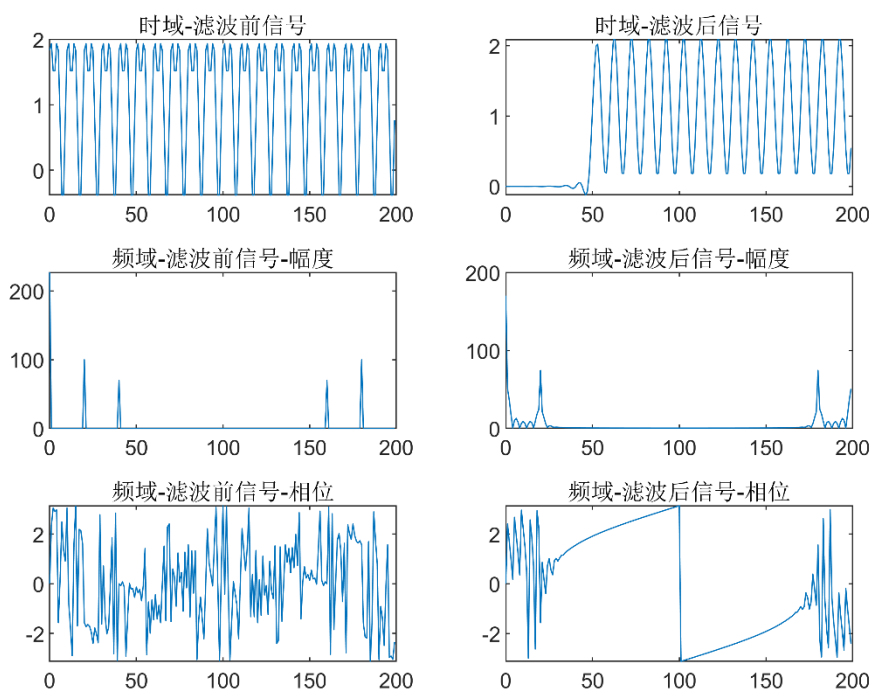


图 1. 频率采样法

## (2) 窗口法

设通带截止频率  $f_p = 120\text{Hz}$ ,  $w_p = 0.24\pi$ , 阻带截止频率  $f_s = 180\text{Hz}$ ,  $w_s = 0.36\pi$ 。通带波纹小于 1dB, 阻带衰减优于 20dB, 选择 Kaiser 窗, 利用 FilterDesigner 生成相应滤波器。滤波器幅频响应如图所示。

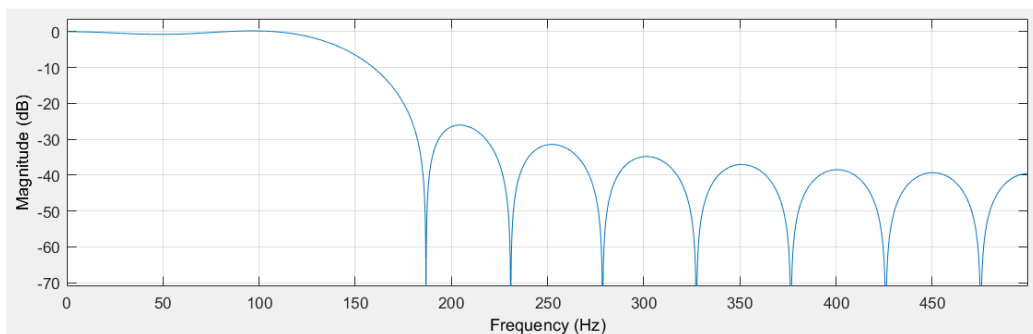


图 2. 窗口法滤波器幅频响应

结果如下图所示。

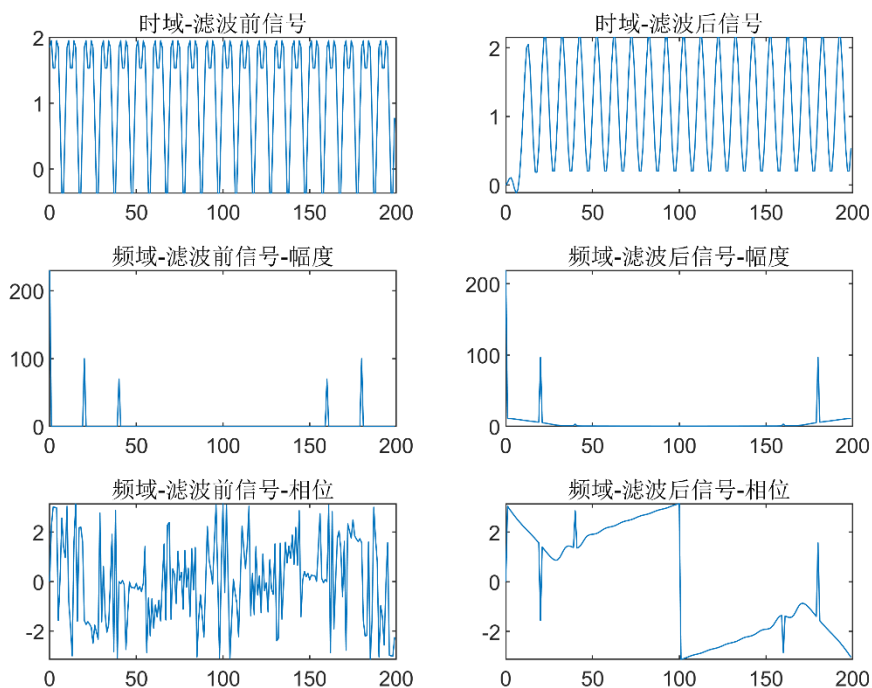


图 3. 窗口法

### (3) 最小最大逼近法

最小最大逼近法即等波纹逼近法，设通带截止频率 $f_p = 120\text{Hz}$ ,  $w_p = 0.24\pi$ ，阻带截止频率 $f_s = 180\text{Hz}$ ,  $w_s = 0.36\pi$ 。通带波纹小于 1dB，阻带衰减优于 20dB，利用 FilterDesigner 生成相应滤波器。滤波器幅频响应如图所示。

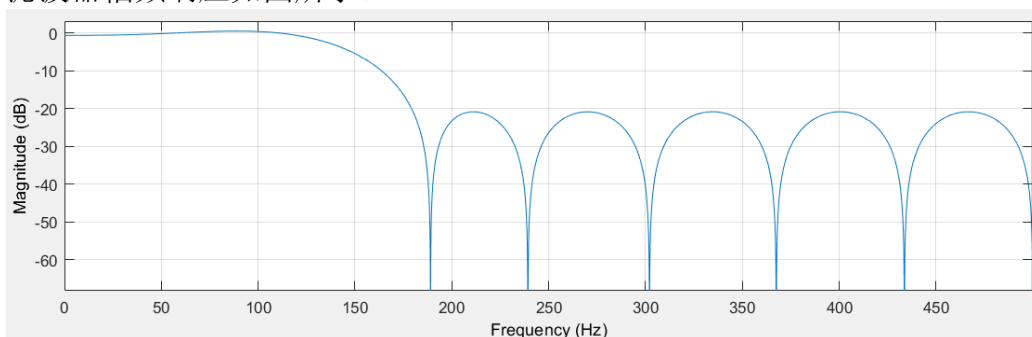


图 4. 窗口法滤波器幅频响应

结果如下图所示。

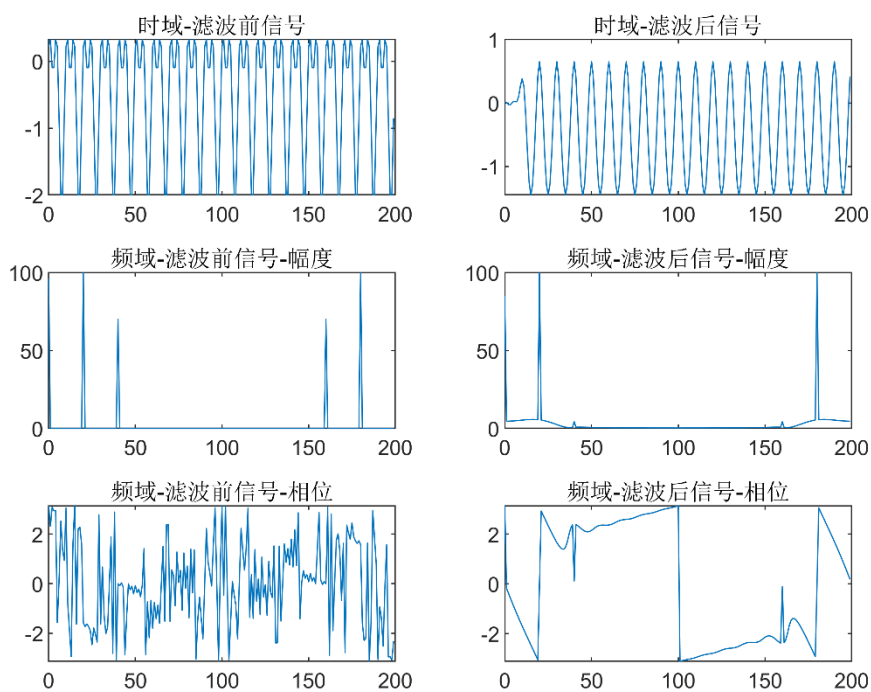


图 5. 最小最大逼近法

#### (4) 脉冲响应不变法

根据模拟滤波器的指标，设通带截止频率 $f_p = 120\text{Hz}$ ,  $\Omega_p = 240\pi$ ，阻带截止频率 $f_s = 180\text{Hz}$ ,  $\Omega_s = 360\pi$ 。通带波纹小于 1dB，阻带衰减优于 20dB，首先利用 `bottord` 函数求得模拟巴特沃斯滤波器的阶数和中心频率，再由 `butter` 得到该模拟滤波器的原型，最后通过 `impinvar` 转换为数字滤波器。

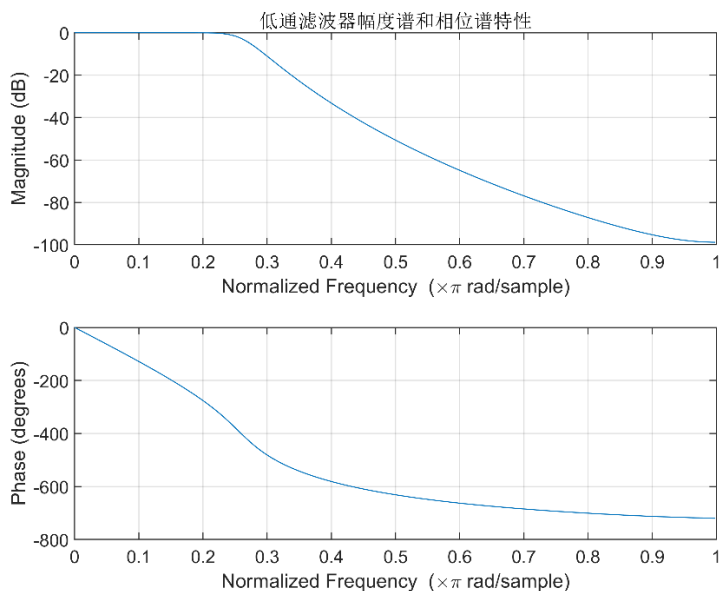


图 6. 滤波器频率特性

结果如下图所示。

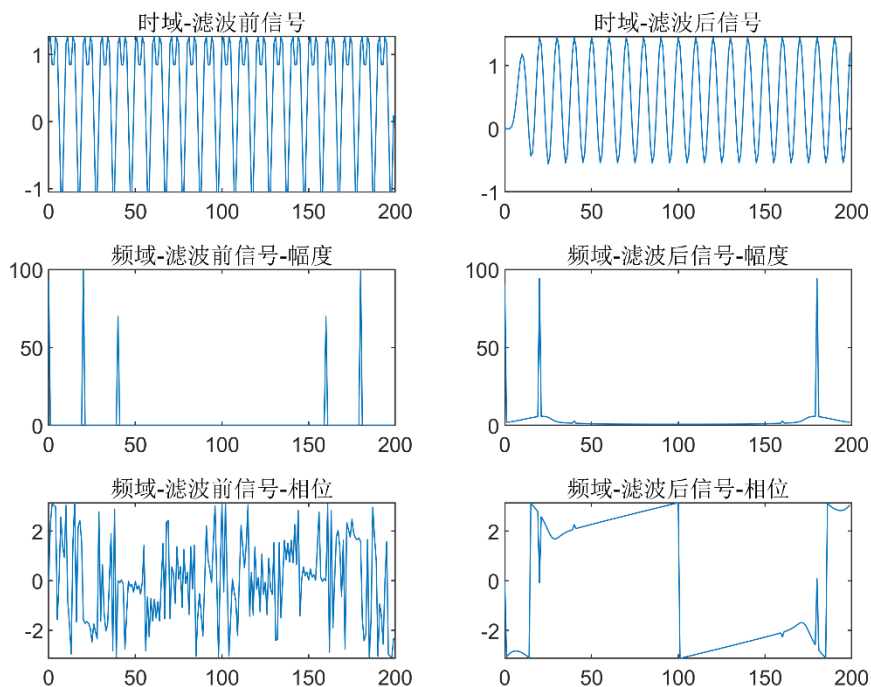


图 7. 脉冲响应不变法

### (5) 双线性变换法

根据模拟滤波器的指标，设通带截止频率 $f_p = 120\text{Hz}$ ,  $\Omega_p = 240\pi$ ，阻带截止频率 $f_s = 180\text{Hz}$ ,  $\Omega_s = 360\pi$ 。通带波纹小于 1dB，阻带衰减优于 20dB，首先利用 `bottord` 函数求得模拟巴特沃斯滤波器的阶数和中心频率；再由 `buttap` 得到该模拟滤波器的原型的零点、极点和增益；用 `zp2tf` 确定传递函数的分子与分母系数；`lp2lp` 又归一化模拟低通滤波器的转移函数确定模拟低通滤波器的转移函数；`bilinear` 利用模拟高通滤波器的转移函数确定 IIR 数字滤波器的转移函数。

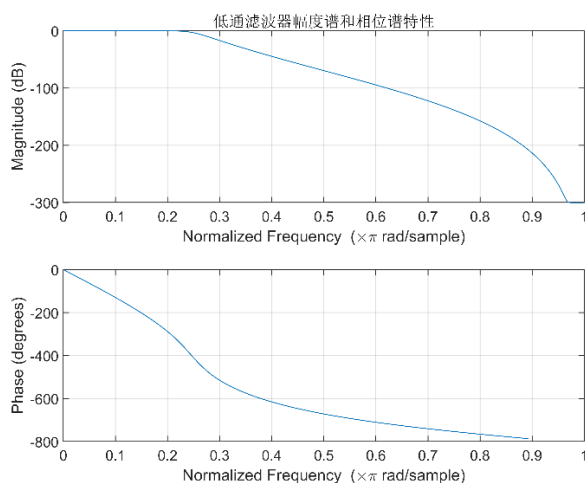


图 8. 滤波器频率特性

结果如下图所示。

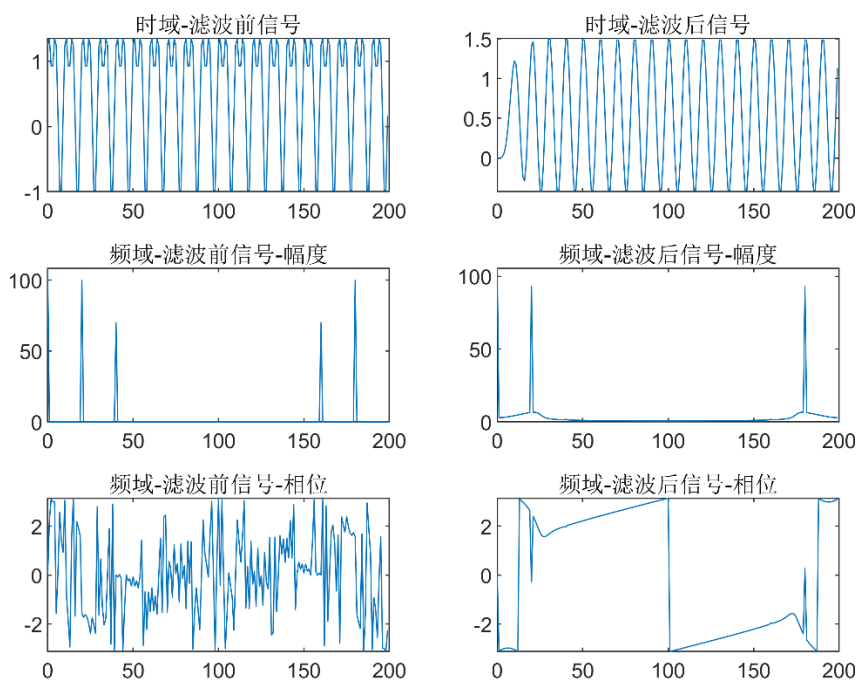


图 9. 双线性变换法



## (6) 实验分析

根据你的实验结果：

1) 通过选取不同的过渡带宽度，观察它对信号提取的影响。

数字滤波器 1，通带截止频率 $f_p = 110\text{Hz}$ ，阻带截止频率 $f_s = 190\text{Hz}$ ，阶数为 40。

数字滤波器 2，通带截止频率 $f_p = 130\text{Hz}$ ，阻带截止频率 $f_s = 170\text{Hz}$ ，阶数为 40。

数字滤波器 3，通带截止频率 $f_p = 140\text{Hz}$ ，阻带截止频率 $f_s = 160\text{Hz}$ ，阶数为 40。

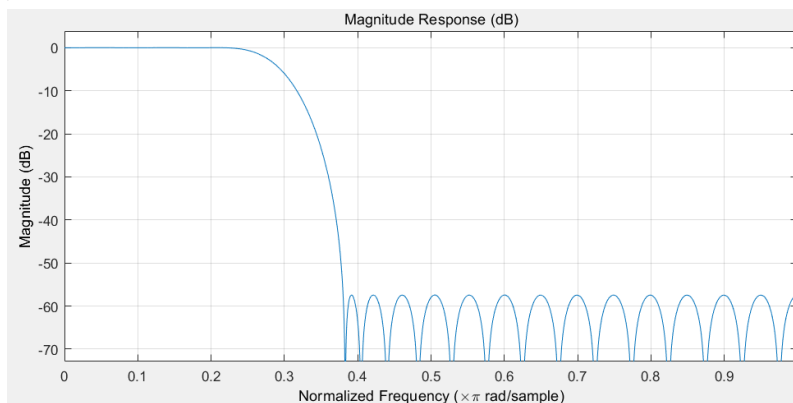


图 10. 数字滤波器 1 幅频特性

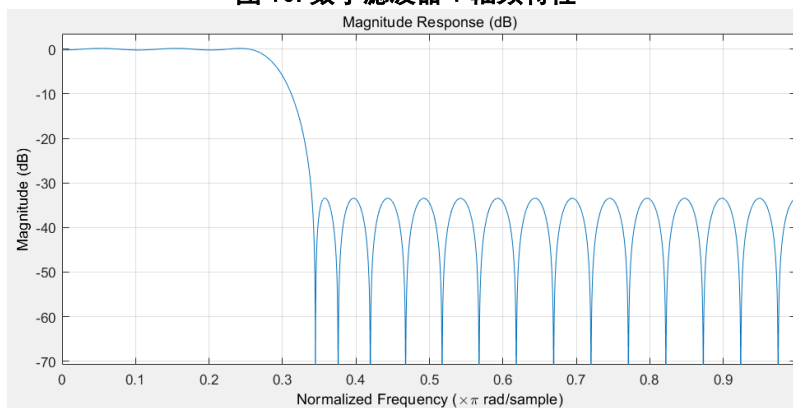


图 11. 数字滤波器 2 幅频特性

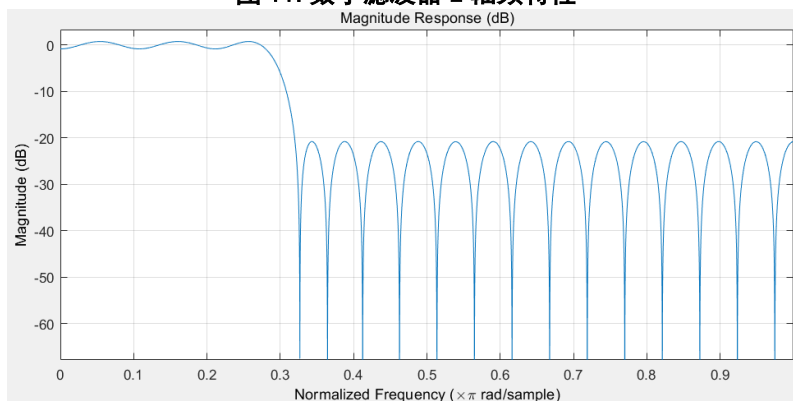


图 12. 数字滤波器 3 幅频特性

由此可知，通过加宽过渡带宽度，以牺牲过渡带换取阻带衰减的增加。如果要进一步增加阻带衰减，但又不增加过渡带宽，可增加采样点数  $N$ 。代价是滤波器阶数的增加，运算量的增加。

2) 对滤波器的阶数与滤波器的性能间的关系作出分析。

数字滤波器 4，通带截止频率  $f_p = 130\text{Hz}$ ，阻带截止频率  $f_s = 170\text{Hz}$ ，阶数为 20。

数字滤波器 5，通带截止频率  $f_p = 130\text{Hz}$ ，阻带截止频率  $f_s = 170\text{Hz}$ ，阶数为 40。

数字滤波器 6，通带截止频率  $f_p = 130\text{Hz}$ ，阻带截止频率  $f_s = 170\text{Hz}$ ，阶数为 60。

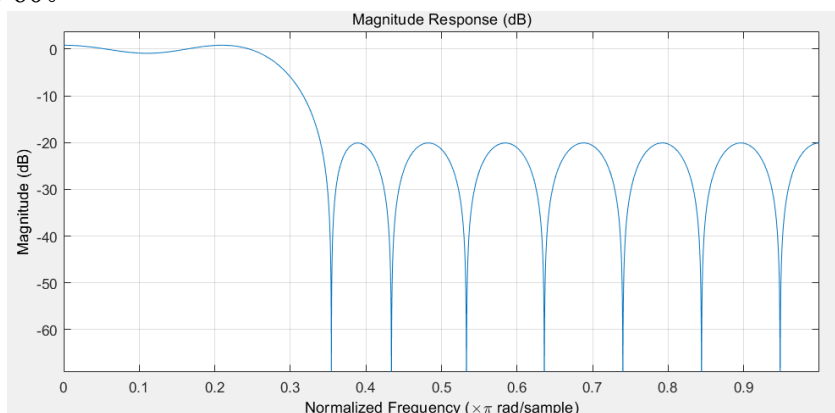


图 13. 数字滤波器 4 幅频特性

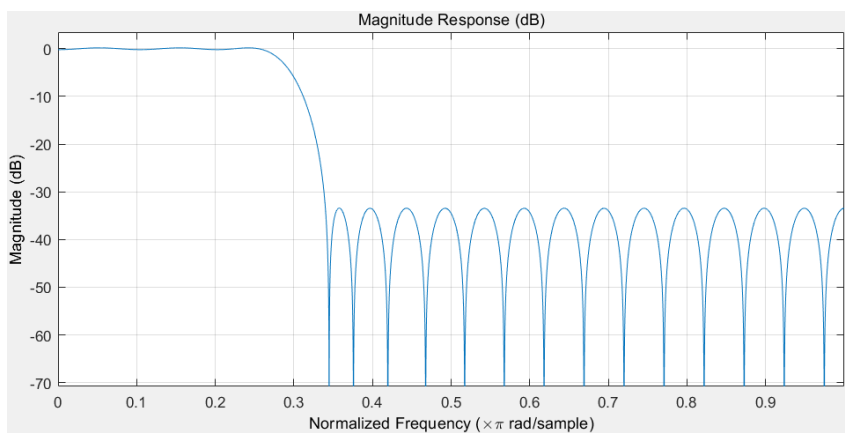
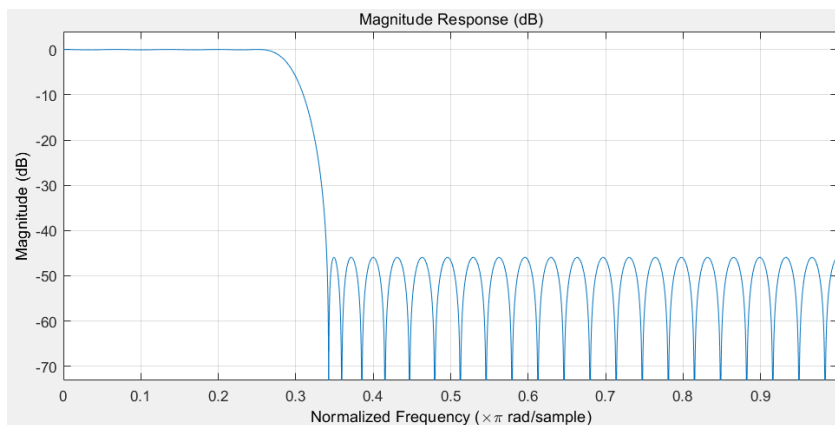


图 14. 数字滤波器 5 幅频特性



**图 15. 数字滤波器 6 幅频特性**

由此可知，提高滤波器阶数能增大阻带衰减，通带越平坦对带内的信号损失更小，对带外的信号过滤得更好。但是会带来成本和运算量的增加。实际应考虑系统性能和成本的折中，选择最合适的滤波器阶数。

## 作业 二、平稳随机信号模型

一、 目的: 非参模型和参数模型对随机信号进行功率谱估计的性能比较。

二、 作业内容及要求:

设有这样一个连续信号 $x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + 2 \cos(2\pi f_2 t) + \omega(t)$ ,

其中 $f_1 = 60\text{Hz}$ ,  $f_2 = 300\text{Hz}$ ,  $\omega(t)$ 为零均值白噪声, 采样率设为  $1000\text{Hz}$ , 信噪比为  $4\text{dB}$ 。

1. 利用周期图法进行谱估计, 并绘制结果, 窗函数采用矩形窗;
2. 利用 Levinson-Durbin 递推法求解 Yule-walker 方程, 进行 AR(4)的建模, 并绘制 AR(4)的功率谱估计结果;(可用 Matlab 自带的 Levinson 函数);
3. 与 Matlab 中 periodogram (周期图) 和 pyulear (Yule-walker 方程) 中相应方法的结果进行比较和分析。

(1) 周期图法谱估计

自相关函数估计：

$$\hat{\phi}_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|+1} x(n)x(n+|m|) \quad |m| < N-1$$

功率谱估计：

$$\hat{P}_{xx}(w) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{\phi}_{xx}(m) e^{-jwm} = \frac{1}{N} |X_N(w)|^2$$

$N = 400$ ，结果如图 16 所示，可以发现自行编写的周期图法与 Matlab 自带的周期图法结果一致。

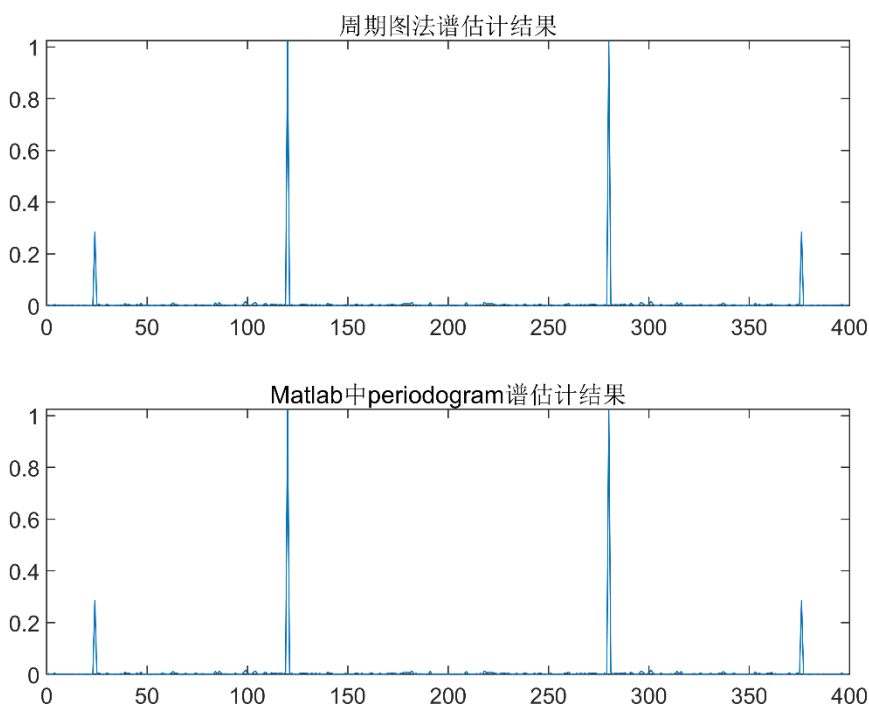


图 16. 周期图法谱估计

(2) 利用 Levinson-Durbin 递推法求解 Yule-walker 方程，进行 AR(4)的建模，并绘制 AR(4)的功率谱估计结果。

AR 模型：

$$x(n) + \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) = w(n)$$

$$H(Z) = \frac{X(Z)}{W(Z)} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k Z^{-k}} = \frac{1}{A(Z)}$$

Levinson-Durbin:

初始化:  $\sigma_0^2 = \phi_{xx}(0)$

以下步骤进行循环 ( $P = 0 \sim N$ ):

$$q_p = \phi_{xx}(-p-1) + \sum_{i=1}^p a_{p,i} \phi_{xx}(-p-1+i)$$

$$a_{p+1,i} = a_{p,i} + q_p a_{p,p+1-i}^*$$

$$a_{p+1,p+1} = -q_p / \sigma_p^2$$

$$\sigma_{p+1}^2 = (1 - |q_p|^2) \sigma_p^2$$

结果如图 17 所示，可以发现自行编写的 Levinson-Durbin 递推法求解 Yule-walker 方程与 Matlab 自带的 pyulear 结果一致。

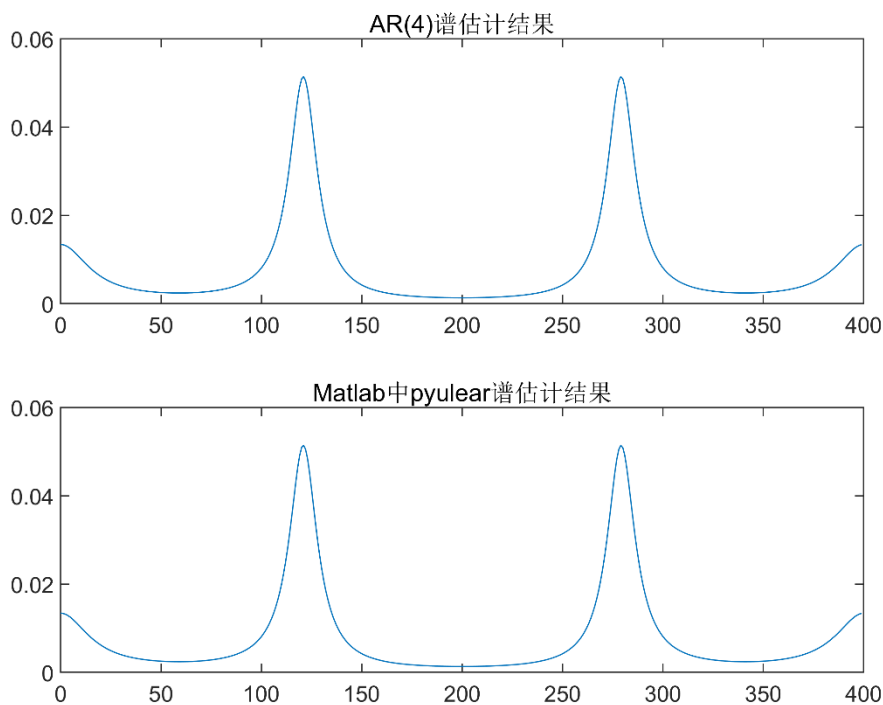


图 17. AR (4) 的功率谱估计结果

## 作业三、多速率信号处理

“重采样”作为数字信号处理中将一种采样频率转换成另外一种采样频率的基本操作。这可能需要不同的采样时钟和采样标准。两个基本的操作是下采样和内插。在通信系统中，当信号从载频或基带信号转换为数字化时都会用到。

### 1. 内插

设计一个长度为 64，归一化频率为 0.25 的正弦信号 $x(n)$ ，用内插因子 3 对其内插产生内插信号 $y(n)$ ，计算该信号的离散傅立叶变换。

设计一个内插滤波器（利用窗函数法，可采用矩形窗），对内插信号 $y(n)$ 进行滤波得到原始信号的频谱。利用 MATLAB 中的内插函数 `interp` 完成上述过程，与自己设计的滤波器进行比较，分析不同的原因。

### 2. 采样

设计一个信号 $x(n)$ 由长度为 64，归一化频率分别为 0.2 和 0.4 的两个正弦信号之和形成；对该信号进行下采样因子为 3 的下采样，计算该信号的离散傅立叶变换

设计一个抗混叠滤波器（利用窗函数法，可采用矩形窗）来对下采样信号进行滤波。利用 MATLAB 中的下采样函数 `decimate` 完成上述过程，与自己设计的滤波器进行比较，分析不同的原因。

### 3. 分数阶速率变换

利用给定的采样频率为 8kHz 的语音信号，将该信号转变为采样频率为 12kHz 的信号，设计使得失真尽可能少的方法；并给出设计思路 and 原因。

### (1) 内插

设计一个长度为 64，归一化频率为 0.25 的正弦信号 $x(n)$ ，用内插因子 3 对其内插产生内插信号 $y(n)$ ，计算该信号的离散傅立叶变换。

设计一个内插滤波器(利用窗函数法,可采用矩形窗),对内插信号 $y(n)$ 进行滤波得到原始信号的频谱。利用 MATLAB 中的内插函数 `interp` 完成上述过程，与自己设计的滤波器进行比较，分析不同的原因。

归一化频率：频率用 $f_s/2$ 归一化。

要得到和原始信号一样的频谱形状，需要滤出内插后在 $[-\frac{\pi}{L}, \frac{\pi}{L}]$ 之间的频谱。因此正确的结构在内插后面接低通滤波器（抗镜像滤波器）。

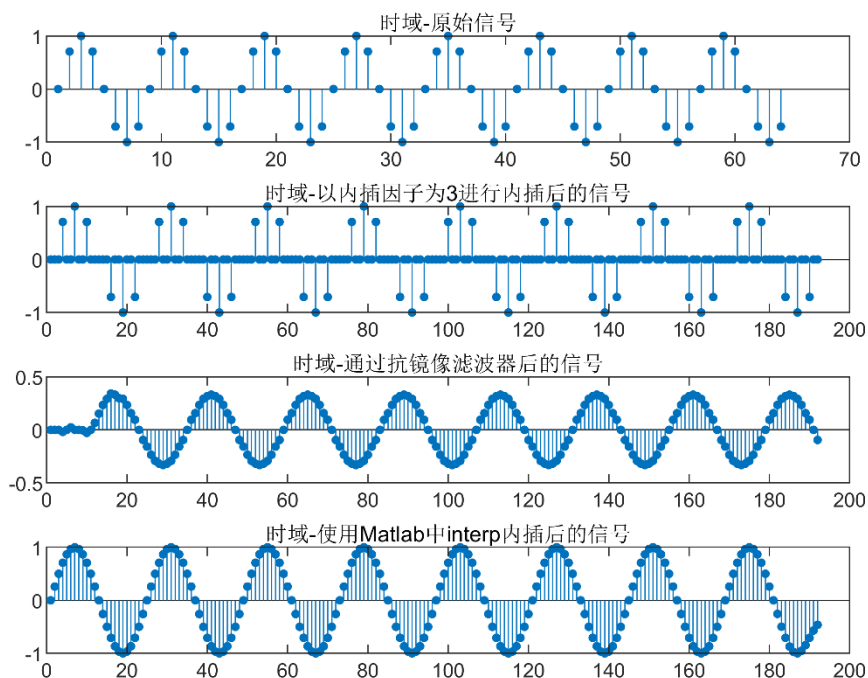
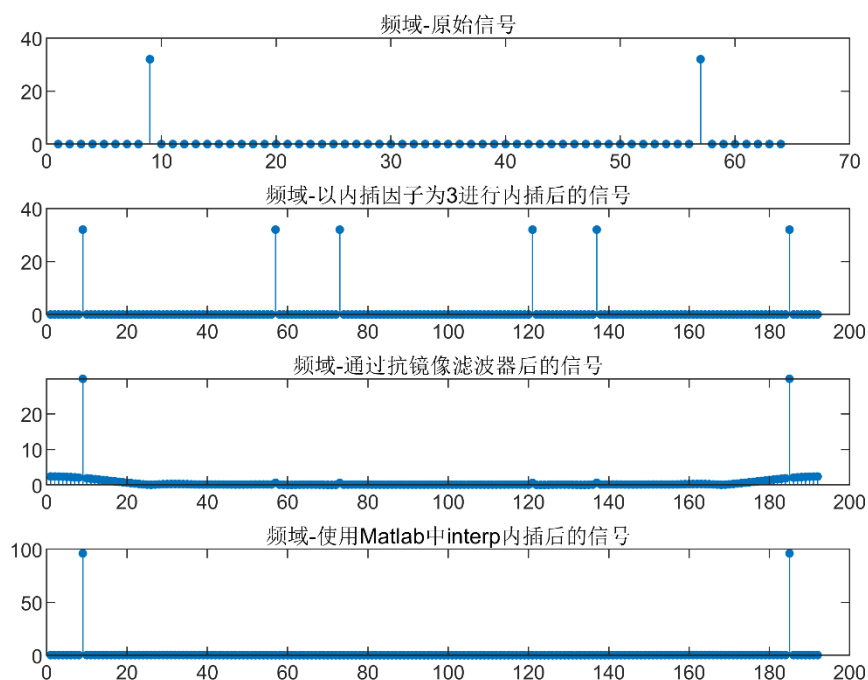


图 18. 内插-时域





**图 19. 内插-频域**

与 MATLAB 中的内插函数 `interp` 产生结果比较：

可以发现，通过抗镜像滤波器后的信号较 Matlab 中 `interp` 函数大致相同，幅值较小，且相位不同，在  $N < 20$  时信号失真，频域存在泄露。原因使用窗口法（矩形窗）设计 FIR 滤波器，矩形窗优点是主瓣比较集中，缺点是旁瓣较高，阻带衰减弱，并有负旁瓣，导致变换中带进了高频干扰和泄露。

## (2) 采样

设计一个信号 $x(n)$ 由长度为 64，归一化频率分别为 0.2 和 0.4 的两个正弦信号之和形成；对该信号进行下采样因子为 3 的下采样，计算该信号的离散傅立叶变换

设计一个抗混叠滤波器（利用窗函数法，可采用矩形窗）来对下采样信号进行滤波。利用 MATLAB 中的下采样函数 `decimate` 完成上述过程，与自己设计的滤波器进行比较，分析不同的原因。

采样后信号的频谱扩展  $M$  倍后以  $2\pi$  为周期延拓，因此，为避免采样后频谱混叠，必须将原始信号频谱限制在 $[-\frac{\pi}{M}, \frac{\pi}{M}]$ 之间，需要在采样前加低通滤波器（抗混叠滤波器）。

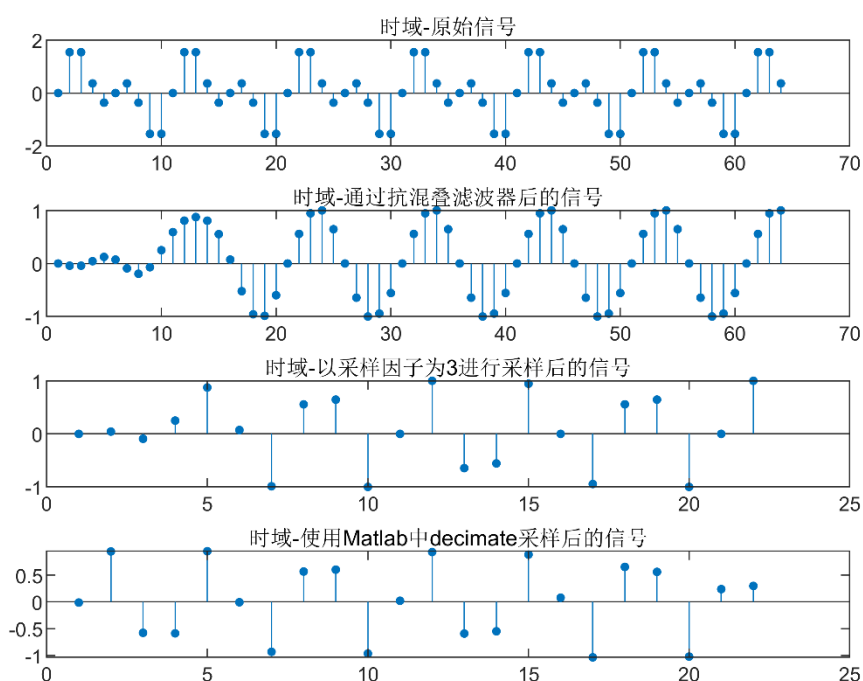


图 20. 采样-时域

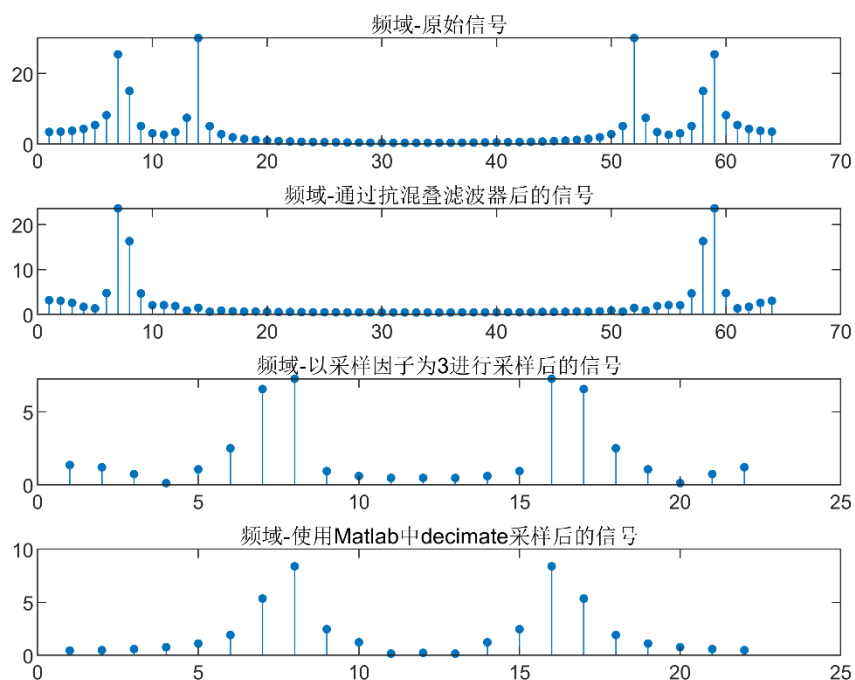


图 21. 采样-频域

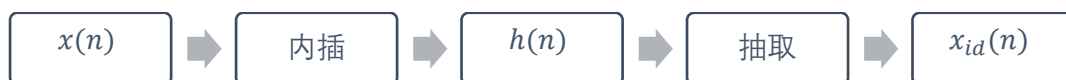
与 MATLAB 中的内插函数 `decimate` 产生结果比较：

可以发现，通过采样因子为 3 的采样后的信号较 Matlab 中 `decimate` 函数大致相同，在  $N < 20$  时信号失真，频域存在泄露。原因使用窗口法（矩形窗）设计 FIR 滤波器，矩形窗优点是主瓣比较集中，缺点是旁瓣较高，阻带衰减弱，并有负旁瓣，导致变换中带进了高频干扰和泄露。

### (3) 分数阶速率变换

利用给定的采样频率为 8kHz 的语音信号，将该信号转变为采样频率为 12kHz 的信号，设计使得失真尽可能少的方法；并给出设计思路和原因。

因为先抽取后内插，相当于将信号点替换为零值，不可取。因此，先进行内插再抽取。



$$H(e^{jw}) = \begin{cases} I, & 0 \leq |w| \leq \min(\frac{\pi}{I}, \frac{\pi}{D}) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

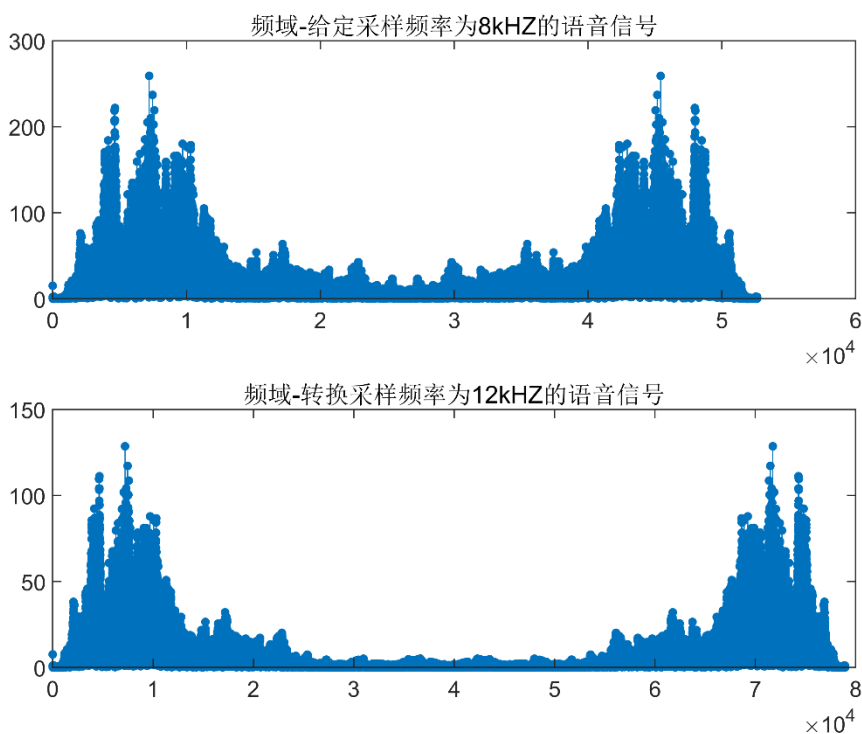


图 22. 分数阶速率变换