

图像传感技术综合实验

研究生专业实验指导书

周富强

北京航空航天大学
仪器科学与光电工程学院

2019 年 4 月

实验规则及注意事项

为了确保实验的顺利进行，保障人身安全，避免设备损坏，并且达到实验目的，要求实验人员必须严格遵守下述实验规则及注意事项，在指导教师的指导下有秩序、按步骤的进行。

① 在实验之前，实验人员必须阅读本实验指导手册中所要求的实验准备内容，并阅读相应的参考资料。明确实验目的，了解实验内容、步骤和实验指导手册中所提出的问题后，方可进行实验；

② 实验过程中，必须严格按照指导教师制定的步骤进行实验，不得自行随意进行，否则有可能损坏实验仪，造成严重后果；

③ 要爱护实验仪器、示波器和计算机等实验设备，不许动用与本实验无关的仪器设备；

④ 所有与本实验仪相关的线缆应在断电情况下连接，严禁在带电状态下插拔这些电缆线；

⑤ 实验时应集中精力，认真实验；遇到问题，应及时找指导教师解决，不允许自作主张，盲目处理；

目录

实验设计主要任务及要求	4
第一部分 摄像机标定实验	6
1.1 摄像机成像过程及参数模型	6
1.1.1 线性针孔成像模型	6
1.1.2 镜头畸变模型	7
1.2 摄像机标定过程以及评定方法	11
1.2.1 摄像机标定过程	11
1.2.2 摄像机标定结果精度评价	12
1.3 畸变校正原理及方法	13
1.3.1 空间变换	13
1.3.2 灰度插值	13
1.4 摄像机标定工具	16
1.4.1 Matlab 标定工具箱	16
1.4.2 OpenCV 标定程序	18
1.5 摄像机标定实验	19
第二部分 双目立体视觉测量实验	20
2.1 双目立体视觉模型及标定方法	20
2.2 双目立体视觉标定实验	22
第三部分 基于 Opencv 的增强现实实验	23
3.1 有标记 AR 实验	23
3.2 无标记 AR 实验	27
第四部分 结构光视觉系统标定实验	29
4.1 线结构光视觉模型及标定方法	29
4.2 线结构光视觉标定实验	31
第五部分 实时位姿估计实验	32

5.1 PnP 算法原理及模型	32
5.2 实时位姿估计实验	33

实验设计主要任务及要求

任务 1:

围绕实验内容，查阅相关文献，对摄像机、双目立体视觉和结构光视觉的标定相关现状进行文献综述；在 Matlab camera calibration toolbox 或 Matlab camera calibration APP 的基础上，对较为经典的摄像机标定、双目立体视觉标定、结构光视觉标定方法进行比较分析，任选择其中之一进行标定实际实验（包括采集标定图像、进行标定精度评价等）。

任务 2:

搭建双目视觉传感器，完成双目视觉传感器的标定。利用标定后的双目视觉传感器完成一项应用，并给出双目视觉传感器的标定精度以及测量精度的评价。实验内容以及方法，自行设计，可参照 Matlab 的 computer vision system toolbox 或 OpenCV 中的示例程序。

任务 3:

增强现实(AR)是真实环境的实时视图，其中真实环境的元素被计算机生成的图形增强，可以提高当前人们对现实世界的感受。受益于先进 AR 技术，用户周围的环境信息可变得互动并可通过数字化方式进行操控。环境及相关对象上的虚拟信息可叠加到真实环境中。参照《深入理解 OpenCV-实用计算机视觉项目解析》中的第二章和第三章，完成“基于标记的增强现实”或者“无标记的增强现实”实验设计。

任务 4:

运用摄像机以及单线激光器搭建线结构光传感器，完成线结构光传感器的标定。利用标定后的线结构光传感器完成一项应用，并给出线结构光传感器的标定精度以及测量精度的评价。实验内容以及方法，自行设计。

任务 5:

PnP (Perspective-n-Point) 实时位姿估计是计算机视觉及应用中常见的任务。在完成任任务 1 的基础上，设计包含特征点的标志物，参照 OpenCV 例程以及程序，实现基于特征标志物的实时位姿估计。

实验内容：

每组一共完成三个任务。其中任务 1 与任务 2 必做，任务 3、任务 4、任务 5 中选做一个。

完成实验设计报告，设计报告以论文形式提交，要求对标定原理进行归纳总结，设计可能的相关应用，给出设计方案，对实验数据进行分析总结。

如果是多人一组的实验，实验报告要求有团队报告部分及个人承担任务部分的报告，并且在报告中明确各自完成的任务。

实验报告要求：正文为小四号字体，单倍行距，页边距各为 20mm。提交电子版文件，只提交一个压缩文件，命名：姓名.Zip。

报告提交方式：

1)、登录《图像传感技术综合实验》教学网站，可以下载相关材料。

2)、最后一次课程，进行实验答辩。答辩之前请提交实验报告的电子版到电子邮件：
zfq@buaa.edu.cn

第一部分 摄像机标定实验

1.1 摄像机成像过程及参数模型

摄像机成像模型以针孔透视投影模型为基础,采用考虑透镜畸变的摄像机成像畸变模型。摄像机成像过程中,一个空间点从世界坐标变换到计算机图像坐标要经过一系列线性和非线性变化,基本过程如图 1 所示。

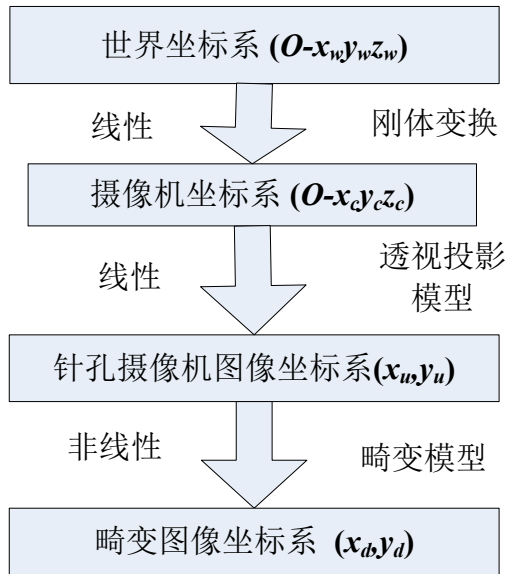


图 1 摄像机成像过程流程图

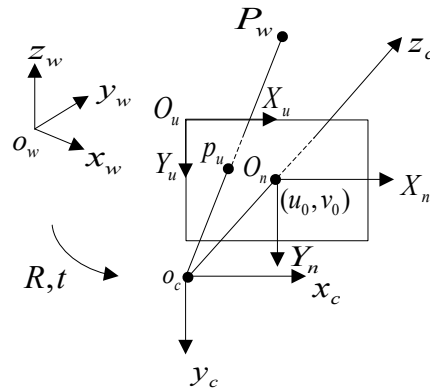


图 2 摄像机成像针孔模型

1.1.1 线性针孔成像模型

针孔模型如图 2 所示, $O_u - X_u Y_u$ 为图像像素坐标系, $O_w - x_w y_w z_w$ 为世界坐标系, $O_c - x_c y_c z_c$ 为摄像机坐标系。其中 O_c 是摄像机光心, z_c 是摄像机光轴, $O_c x_c // O_u X_u$, $O_c y_c // O_u Y_u$ 。设三维空间点 P_w 在世界坐标系下的齐次坐标为 $(x_w, y_w, z_w, 1)^T$, 在摄像机坐标系下的齐次坐标为 $(x_c, y_c, z_c, 1)^T$, 在图像平面的投影点 p_u 的齐次像素坐标为 $(x_u, y_u, 1)^T$, 则针孔成像模型可以描述为:

① 摄像机外部参数

外部参数由摄像机相对世界坐标系的方位决定。世界坐标系到摄像机坐标系的变换实际上是坐标轴的旋转和坐标原点的平移过程。

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 \mathbf{R} 是 3×3 的正交旋转矩阵, \mathbf{t} 是 3×1 的平移矢量。

② 摄像机内部参数

摄像机坐标系到图像平面像素坐标系的变换是三维空间中的点透视投影到图像平面的过程，可以用中心透视模型很好的近似：

$$z_c \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (I|0) \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = (A|0) \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 \mathbf{A} 是 3×3 的内参矩阵，由摄像机内部参数 f_x , f_y , u_0 , v_0 决定， f_x , f_y 分别是 x 轴和 y 轴上的归一化焦距 u_0 , v_0 是图像中心的像素坐标。

综上，整个摄像机的线性针孔模型可以表示为：

$$z_c \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

\mathbf{H} 是 3×4 的投影矩阵，一旦内外参数确定下来，就能确定空间中的点到二维图像平面上的点的映射关系。

1.1.2 镜头畸变模型

利用齐次坐标，针孔相机的映射函数是一个简单的线性方程组。但是如果使用的是廉价的或者是广角透镜系统，针孔相机模型就不再成立，镜头的非线性光学畸变是映射错误的主要来源，如图3所示。

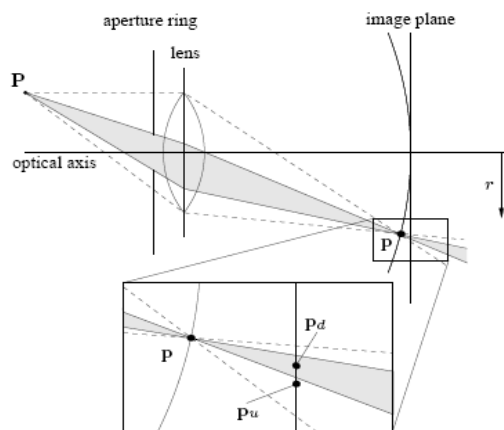


图3 光学镜头畸变的主要来源

① 摄像机镜头畸变的来源

非线性畸变的来源一般来自于三个方面，首先是由于组成摄像机光学系统的透镜组不完善，造成径向畸变；其次是由于不正确的镜头组合引起离心畸变与摄像机装配不完善造成薄透镜畸变。后两种畸变都包含径向畸变与切向畸变。非线性畸变如图4所示。

1) 径向畸变：

径向畸变主要是由于组成摄像机光学系统的透镜组不完善造成的。由于透镜系统的远光

轴区域的放大率与光轴附近的放大率不同,使得图像中的点向内(远光轴区域的放大率比光轴附近的大)或向外(远光轴区域的放大率比光轴附近的小)偏离光轴中心。这种偏离是关于圆对称的。前者称为枕形畸变,后者称为桶形畸变。一个正方形经畸变后所成的图像决定了畸变的名称,如图5所示。

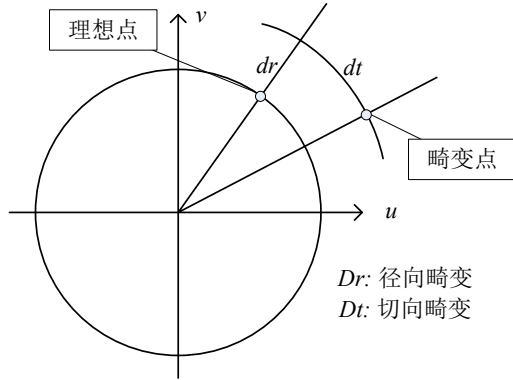
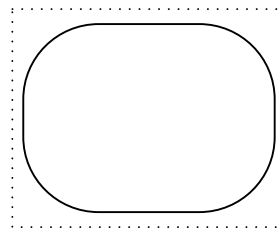
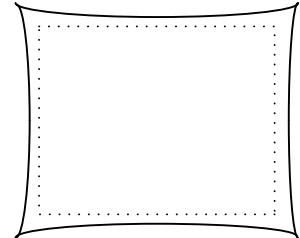


图4 非线性畸变



(a)桶形畸变



(b)枕形畸变

图5 径向畸变

一个光轴中心完全重合的透镜组的径向畸变可以表示为:

$$\delta_r = k_1(u^2 + v^2)^{3/2} + k_2(u^2 + v^2)^{5/2} + k_3(u^2 + v^2)^{7/2} + \dots \quad (4)$$

这里 k_1, k_2, k_3, \dots 为径向畸变系数, (u, v) 为图像点的笛卡尔坐标。径向畸变对应着沿半径方向的畸变。在常规镜头中, 径向畸变较小, 一般取前两阶参数即可满足测量精度的要求。则每一个笛卡尔坐标的畸变量可以表示为:

$$\begin{cases} \delta_u = k_1 u(u^2 + v^2) + k_2 u(u^2 + v^2)^2 \\ \delta_v = k_1 v(u^2 + v^2) + k_2 v(u^2 + v^2)^2 \end{cases} \quad (5)$$

2) 离心畸变

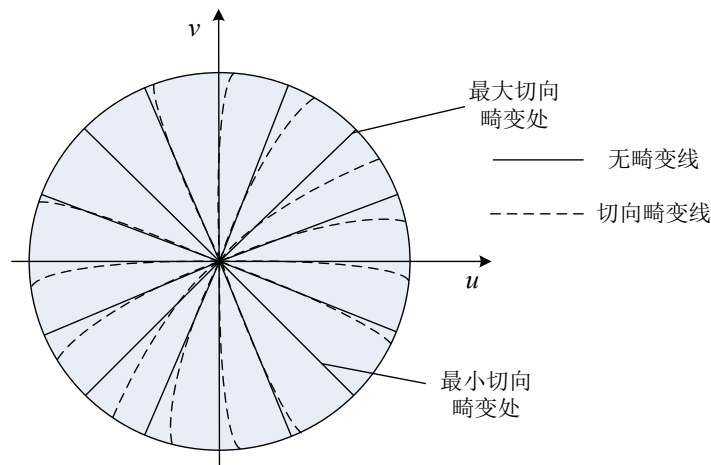


图6 离心畸变

实际的摄像机光学系统中各镜头的光轴中心并不严格共面, 这种缺陷造成了图像的离心畸变。离心畸变包括径向畸变和切向畸变, 可以用下面的式子描述:

$$\begin{cases} \delta_r = 3J(u, v)\sin(\varphi - \varphi_0) \\ \delta_t = 3J(u, v)\cos(\varphi - \varphi_0) \end{cases} \quad (6)$$

式中 φ_0 是已知的最大切向畸变轴的参考线与 u 轴正向之间的夹角。径向畸变示意图如图6所示。

$$J(u, v) = J_1(u^2 + v^2) + J_1(u^2 + v^2)^2 + J_1(u^2 + v^2)^3 \dots \quad (7)$$

则沿 u 轴与 v 轴的畸变量可以表示为：

$$\begin{pmatrix} \delta_u \\ \delta_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_r \\ \delta_t \end{pmatrix} \quad (8)$$

因 $\cos\varphi = u/r$, $\sin\varphi = v/r$, 设 $p_1 = -J_1\sin\varphi_0$, $p_2 = J_1\cos\varphi_0$, 只取畸变的前两阶, 则:

$$\begin{cases} \delta_u = p_1(3u^2 + v^2) + 2p_2uv \\ \delta_v = p_2(u^2 + 3v^2) + 2p_1uv \end{cases} \quad (9)$$

3) 薄透镜畸变

薄透镜畸变是由透镜设计、生产的不完善和摄像机装备的不完善(如一些透镜或者图像传感矩阵发生轻微的倾斜)所引起的。这种畸变可以用在光学系统中添加一个薄三棱镜的方式来加以完全修正。但这又引起了额外的径向和切向畸变, 这种畸变可表示为:

$$\begin{cases} \delta_r = I(u, v) + \sin(\varphi - \varphi_1) \\ \delta_t = I(u, v) + \cos(\varphi - \varphi_1) \end{cases} \quad (10)$$

式中 φ_1 是最大切向畸变轴与 u 轴正向的夹角,

$$I(u, v) = I_1(u^2 + v^2) + I_1(u^2 + v^2)^2 + I_1(u^2 + v^2)^3 \dots \quad (11)$$

设 $q_1 = -I_1\sin\varphi_1$, $q_2 = I_1\cos\varphi_1$, 因为此畸变来源与离心畸变相似, 所以沿 u 和 v 轴的畸变结果可以表示为:

$$\begin{cases} \delta_u = q_1(u^2 + v^2) \\ \delta_v = q_2(u^2 + v^2) \end{cases} \quad (12)$$

因为薄透镜畸变的影响较小, 所以一般情况下只考虑一阶的情况即可。除了这些几何畸变外还有辐射畸变。在获得图像的过程中, 它以变化的灰度为特点。由一般摄像机引起的所有畸变类型如图7所示:

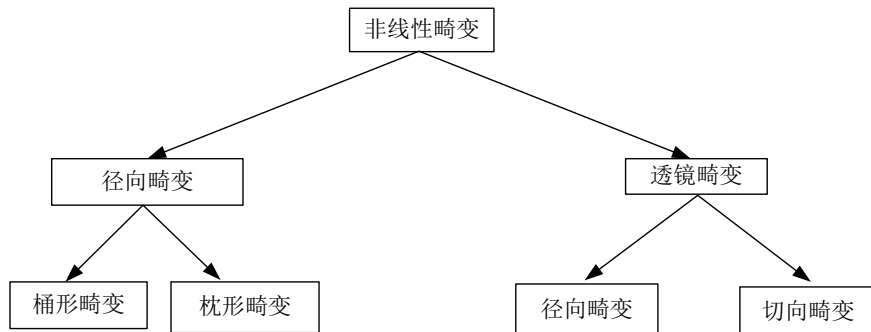


图7 畸变类型

② 摄像机镜头模型的建立

在一般情况下只考虑两种主要的畸变来源: 径向畸变和切向畸变。典型的同时考虑径向畸

变和切向畸变的畸变模型是从已知的畸变图像坐标 (x_d, y_d) 映射到需要求解的非畸变图像坐标 (x_u, y_u) ，映射关系如下：

$$\mathcal{U}: (x_d, y_d) \rightarrow (x_u, y_u)$$

通常情况下，畸变模型只需考虑一两个畸变参数，因为高阶的畸变参数相对来说影响很小，可以忽略不计。畸变模型中包含一、二阶径向畸变参数 k_1, k_2 和一、二阶切向畸变参数 p_1, p_2 。即

$$\begin{cases} x_u = x_d + \overline{x_d}(k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) + [p_1 (r_d^2 + 2\overline{x_d}^2) + 2p_2 \overline{x_d} \overline{y_d}] \\ y_u = y_d + \overline{y_d}(k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) + [p_2 (r_d^2 + 2\overline{y_d}^2) + 2p_1 \overline{x_d} \overline{y_d}] \end{cases} \quad (13)$$

其中： $\overline{x_d} = x_d - c_x$ ， $\overline{y_d} = y_d - c_y$ ， $r_d^2 = \overline{x_d}^2 + \overline{y_d}^2$ 。

1.2 摄像机标定过程以及评定方法

1.2.1 摄像机标定过程

摄像机标定是指根据摄像机模型，由已知特征点的图像坐标和世界坐标求解模型参数，从而建立图像像素位置与场景点位置之间的映射关系，因此是视觉测量中的关键和前提。

目前应用最为广泛的摄像机标定方法是张正友在 2000 年提出的基于二维平面方格靶标的摄像机标定方法是，参见文章“一种新的柔性摄像机标定技术”[A flexible new technique for camera calibration], IEEE 期刊《模式分析及机器智能》，22 (11)，第 1330~1334 页，2000 年。[IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22(11), 2000]。该方法首先假定摄像机模型是理想针孔模型，即拍摄得到的图像是理想无畸变图像，通过将已知靶标角点的图像坐标与世界坐标相对应来估计靶标平面与图像平面之间的映射矩阵，然后分解出摄像机的内参和外参，最后将获得的所有线性参数作为初值，与镜头畸变参数一起进行优化搜索，求解所有参数的精确解（流程图见图 8）。这种方法得到的参数精度较高，因此在机器视觉领域中得到广泛的应用。

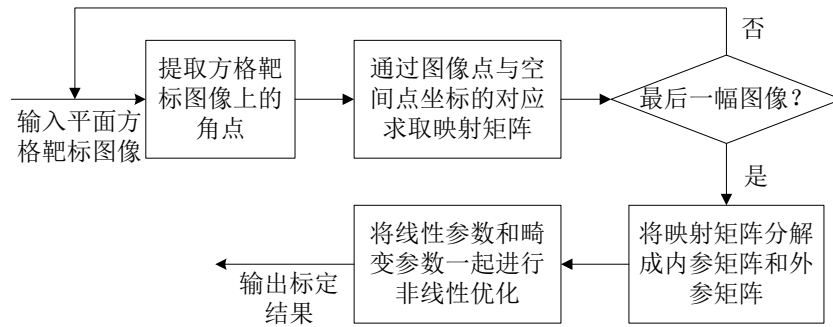


图 8 摄像机标定方法流程图

① 求解投影矩阵H

由于标定用的靶标是平面的，因此不失一般性，令 $z_w = 0$ ，式(3)可以写成：

$$z_c \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix} = A[R \quad t] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = A[r_1 \quad r_2 \quad t] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 r_i 表示旋转矩阵 R 的第 i 列。此时投影矩阵 H 是一个 3×3 的矩阵，用 h_i 表示 H 的第 i 列，有：

$$[h_1 \quad h_2 \quad h_3] = A[r_1 \quad r_2 \quad t] \quad (15)$$

令 $x = [h_1^{-T} \quad h_2^{-T} \quad h_3^{-T}]^T$ ， $\tilde{M} = (x_w, y_w, 1)^T$ ，则上式可以写成：

$$\begin{bmatrix} \tilde{M}^T & 0^T & -x_u \tilde{M}^T \\ 0^T & \tilde{M}^T & -y_u \tilde{M}^T \end{bmatrix} x = 0 \quad (16)$$

如果靶标上有 n 个已知点，就能得到 n 组以上这样的方程。用矩阵方程表示成 $Lx = 0$ ，其中 L 是已知的 $2n \times 9$ 的矩阵，因此可以通过奇异值分解获得 x ，从而得到投影矩阵 H 。

② 分解内外参数

\mathbf{H} 求解出后, 由于 \mathbf{R} 的正交性, 可得关于摄像机内参数的两个基本约束方程:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 \end{cases} \quad (17)$$

令 $\mathbf{H} = (h_{ij})_{3 \times 3}$, 并假定

$$\mathbf{b} = \left[\frac{1}{f_x^2}, 0, \frac{1}{f_y^2}, -\frac{u_0}{f_x^2}, -\frac{v_0}{f_y^2}, \frac{u_0^2}{f_x^2} + \frac{v_0^2}{f_y^2} + 1 \right]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{v}_{ij} = [h_{i1}h_{j1}, h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1}, h_{i2}h_{j2}, h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3}, h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3}, h_{i3}h_{j3}]^T \quad (19)$$

式(14)两个约束方程式可以表示为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12}^T \\ (\mathbf{v}_{11} - \mathbf{v}_{22})^T \end{bmatrix} \mathbf{b} = 0 \quad (20)$$

如果对靶标平面拍摄 N 幅图像, 将 N 个这样的方程组叠起来, 可得 $\mathbf{V}\mathbf{b} = 0$, 其中 \mathbf{V} 为已知的 $2N \times 6$ 的矩阵, 可以通过奇异值分解获得 \mathbf{b} , 再利用 Cholesky 矩阵分解算法求解出 \mathbf{A} 。

\mathbf{A} 求出后, 每幅图的外参数可以由下列式子求出:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1, & \mathbf{r}_2 &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{r}_3 &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1, & \mathbf{t} &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_3 \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\lambda = 1/\|\mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1\| = 1/\|\mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2\|$ 。

③ 求解畸变参数

用以上线性方法估计所得摄像机内外参数作为初值, 与畸变参数一起进行非线性优化搜索, 求解得到解线性参数和畸变参数的最优解, 目标函数为角点实际图像坐标与根据式(3)计算出的角点重投图像坐标之间的误差:

$$\min \left\| m_i - \hat{m}_i(f_x, f_y, u_0, v_0, k_1, k_2, p_1, p_2, \right\| \quad (22)$$

1.2.2 摄像机标定结果精度评价

评价摄像机标定结果优良的指标有很多, 最常用的两种摄像机标定结果精度评价指标: 特征点重投 RMS 误差和归一化标定误差(NCE)。特征点重投 RMS 误差和 NCE 计算公式如下。

$$rms = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(x_{di} - \hat{x}_{di})^2 + (y_{di} - \hat{y}_{di})^2]} \quad (23)$$

$$NCE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{(x_{ci} - \hat{x}_{ci})^2 + (y_{ci} - \hat{y}_{ci})^2}{\hat{z}_{ci}^2 (f_x^{-2} + f_y^{-2})/12}} \quad (24)$$

式中 (x_{di}, y_{di}) ——角点的真实图像像素坐标

$(\hat{x}_{di}, \hat{y}_{di})$ ——根据模型计算所得角点的图像像素坐标

(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}) ——真实的角点在摄像机坐标系下的三维坐标

$(\hat{x}_{ci}, \hat{y}_{ci}, \hat{z}_{ci})$ ——根据模型计算所得角点在摄像机坐标系下的三维坐标

1.3 畸变校正原理及方法

畸变校正是指利用已知的畸变系数对图像的光学畸变进行修正。从数字图像处理的观点来考察畸变校正，实际上是一个图像恢复的过程，是对一幅退化了的图像进行恢复。几何畸变失真主要是表现在图像中像素点发生位移，从而使图像中物体扭曲变形。几何校正，就是通过几何变换来校正失真图像中的各像素位置以重新得到像素间原来的空间关系。对图像的几何校正主要包括以下两个步骤：

- (1)空间变换：对图像平面上的像素进行重新排列以恢复空间关系；
- (2)灰度插值：对空间变换后的像素赋予相应的灰度值以恢复原位置的灰度值。

1.3.1 空间变换

空间变换是指理想无畸变投影平面到畸变图像平面的映射变换，其实是摄像机镜头产生非线性畸变的逆过程，目的是要找到每一个无畸变图像整数坐标 (x^u, y^u) 所对应的畸变图像坐标 (x^d, y^d) 。由于已知畸变模型和畸变系数，很容易得到从畸变图像坐标到无畸变图像坐标的映射关系 $\mathcal{U}: (x^d, y^d) \rightarrow (x^u, y^u)$ ，如式(13)。

$$\begin{cases} x^u = x^d(1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) + [p_1 (r_d^2 + 2\overline{x^d}^2) + 2p_2 \overline{x^d} y^d] \\ y^u = y^d(1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) + [p_2 (r_d^2 + 2\overline{y^d}^2) + 2p_1 \overline{x^d} y^d] \end{cases} \quad (25)$$

而求解 $(x^u, y^u) \rightarrow (x^d, y^d)$ 的映射关系是一个求解二元四次联立方程的过程，很复杂，甚至不存在确切的根。但是可以通过设定目标函数，用非线性优化方法进行求解

$$f(x^d, y^d) = \sum_{y^r=1}^v \sum_{x^r=1}^u \{(x^u(x^d, y^d) - x^r)^2 + (y^u(x^d, y^d) - y^r)^2\} \quad (26)$$

其中， (x^r, y^r) 是无畸变图像中的整数坐标， (x^d, y^d) 是 (x^r, y^r) 对应的畸变图像中的坐标，是待优化的参数。而 $x^u(x^d, y^d)$ ， $y^u(x^d, y^d)$ 是根据畸变模型 $\mathcal{U}: (x^d, y^d) \rightarrow (x^u, y^u)$ ，由畸变图像坐标映射得到的无畸变图像中的坐标。为了提高优化的精度，这两种坐标都设定为双精度浮点小数，而非为整数坐标。

选取 (x^r, y^r) 作为 (x^d, y^d) 非线性优化的初值，对目标函数 $f(x^d, y^d)$ 进行非线性搜索使 (x^d, y^d) 取得最优值。这样就找到每一个无畸变图像整数坐标 (x^u, y^u) 所对应的畸变图像坐标 (x^d, y^d) ，从而实现了图像平面上像素点坐标位置的恢复。

1.3.2 灰度插值

对无畸变图像上的每个坐标 (x^u, y^u) 进行非线性变换，得到了对应的畸变图像坐标 (x^d, y^d) 。实际数字图像中的 (x^u, y^u) 总是整数，但由上述空间变换方法得到的 (x^d, y^d) 值却可能不是整数。而畸变图像是数字图像，其像素值仅在坐标为整数时有定义。

如果根据无畸变图像上的某点坐标 (x^u, y^u) 计算得到畸变图像坐标 (x^d, y^d) 恰好为整数

值，则畸变图像坐标 (x^d, y^d) 的灰度值就是无畸变图像上 (x^u, y^u) 的灰度值；如果变换后的坐标 (x^d, y^d) 没有落在畸变图像的像素点上，就需要通过一定的手段求出这个非整数坐标点的灰度值。在非整数坐标处的像素值采用邻域像素的像素灰度值来计算，这叫灰度插值。

确定新像素灰度值的灰度插值方法有许多种。最简单的是最近邻插值，也叫零阶插值。最近邻插值就是将离 (x^d, y^d) 点最近的像素灰度值作为 (x^d, y^d) 点的灰度值赋给无畸变图像上对应的 (x^u, y^u) 坐标处像素。这种方法的缺点是有时候不够准确。

双线性内插法，也称为一阶插值算法，是一种精度更高的方法。它利用 (x^d, y^d) 点的4个最近邻像素灰度值在两个方向上作线性插值，其产生的图像没有灰度不连续的缺点。双线性内插法往往优于最近邻插值法，而且在程序复杂性和运算时间上，仅有少量增加。它的原理如图9所示。

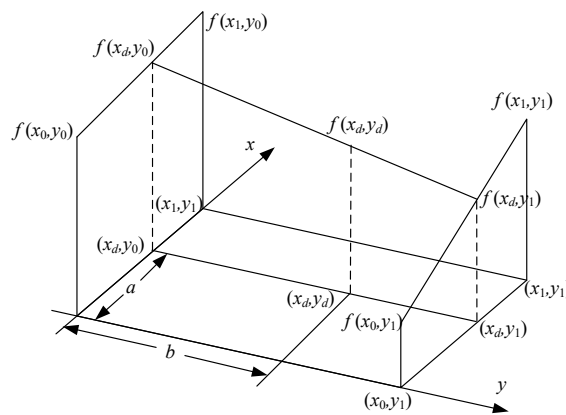


图9 双线性插值示意图

假设双精度浮点型图像坐标 (x_d, y_d) 为无畸变图像整数坐标 (x_u, y_u) 所对应的畸变图像坐标，坐标点 (x_d, y_d) 邻近的四个整数坐标点分别为 (x_0, y_0) 、 (x_1, y_0) 、 (x_0, y_1) 、 (x_1, y_1) ，其中 $0 < x_0 < x_d < x_1$ ， $0 < y_0 < y_d < y_1$ ， $a = x_d - x_0$ ， $b = y_d - y_0$ 。

如图4.3所示，首先经过X轴方向上的一阶线性插值分别得到畸变图像中坐标点 (x_d, y_0) 和 (x_d, y_1) 所对应的灰度值：

$$\begin{cases} f(x_d, y_0) = f(x_0, y_0) + a[f(x_1, y_0) - f(x_0, y_0)] \\ f(x_d, y_1) = f(x_0, y_1) + a[f(x_1, y_1) - f(x_0, y_1)] \end{cases} \quad (27)$$

最后，在Y轴方向上进行一阶线性插值，得到双精度浮点型畸变图像坐标 (x_d, y_d) 所对应的灰度值 $f(x_d, y_d)$ 为：

$$f(x_d, y_d) = f(x_d, y_1) + b[f(x_d, y_0) - f(x_d, y_1)] \quad (28)$$

对于灰度校正这里补充说明一下：在实际操作时，对于桶形畸变由于畸变校正后的图像尺寸比原尺寸要大，只进行逐点畸变校正所得到的新图像中将存在空洞，即存在一些点与原图像中的点没有对应关系。为了克服这种缺陷，可以采用以下两种方法来解决：

- 1) 在逐点畸变校正操作结束后，对新图像中存在的空洞点进行插值，取其周围点来拟合而成。
- 2) 反向进行畸变校正。即通过对以上所述的4个步骤进行反向操作，从新图像中的每个点，

计算其畸变后应到达的点位置，然后根据这个位置在原图像中找到其最近邻的点，实现畸变的校正。

前面所述原理是基于图像畸变为桶形畸变的情况来讨论的，而对于枕形图像畸变，将校正点的坐标位置计算出来，然后利用畸变点的灰度作为校正点的灰度，就可以达到对枕形畸变的校正，此处不再赘述。

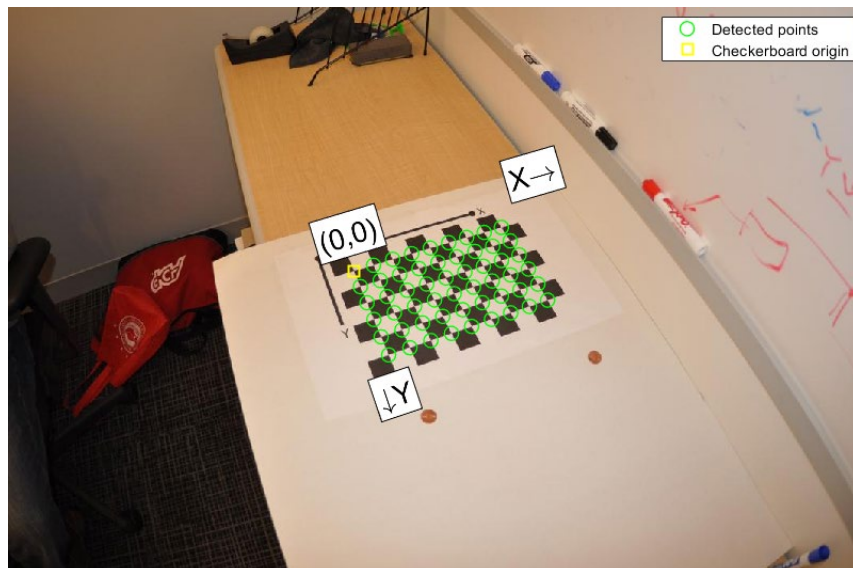
1.4 摄像机标定工具

1.4.1 Matlab 标定工具箱

MATLAB 从 2013b 之后开始包含了标定工具包,相比于过程复杂的 `toolbox_calib` 标定,APP 的可视化效果更强且操作起来十分便捷,并且包含了单目、双目的标定功能。下面就单目标定流程进行说明:

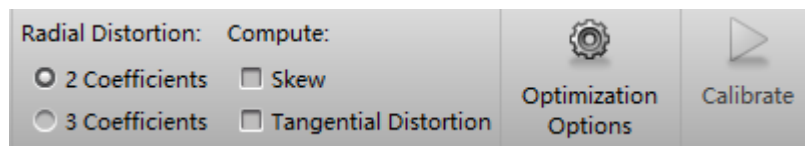
1、 添加图片

首先添加图片,选择保存图片的文件夹,将同一相机拍摄的放进文件夹中。在图片添加时可以更改棋盘标定板中一个格子的尺寸,默认是 25mm。加载图片完成之后会直接标记出内角点,不需要像标定工具箱一样手动点出四个顶点的位置。



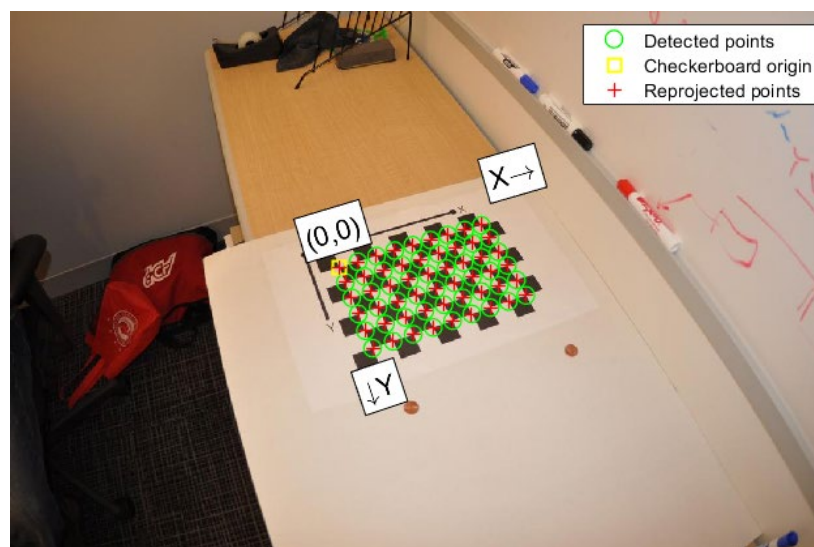
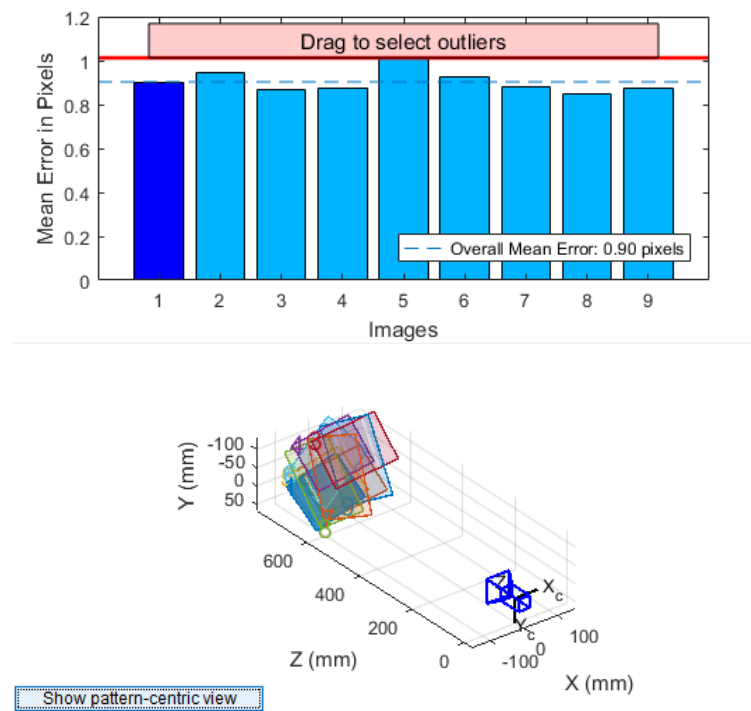
2、 选择标定内容

图片加载后我们可以选择需要标定的参数,包括是径向畸变、切向畸变和不垂直因子,默认是只标定两个径向畸变系数,选择之后直接点 Calibrate 按钮进行标定。



3、 显示结果

标定后的结果会显示重投影误差、相机标定板的相对位置关系和畸变矫正结果。重投影误差一定程度上反应了标定结果的好坏。



4、 结果输出

可以选择 Export Camera Patameters 输出标定结果，这个结果可以是参数矩阵，也可以是直接输出成 script 进行下一步的程序编写，输出的程序更方便的学习 matlab 的标定函数，能够自定义的完成需要的操作，单独输出的参数也可以保存下来被其他程序调用。

1.4.2 OpenCV 标定程序

Matlab 标定工具箱使用较为方便,但现有工具箱只能针对棋盘格靶标进行标定,不能采用圆形靶标进行标定。OpenCV 开源库中包含了 `calib3d` 模块,能够满足常见的标定需求。OpenCV 中集成了棋盘格角点提取函数,圆形靶标圆心阵列提取函数等,包含了摄像机单目,双目的标定功能。OpenCV 中自带了标定程序的例程,下面就单目标定程序简单思路进行说明:

1、 设置特征点坐标

建立靶标坐标系,靶标坐标系 Z 轴与二维靶标平面垂直。并根据靶标特征点之间的距离,设置靶标坐标系下特征点的三维坐标,存储在程序中。

2、 读取图片并提取特征点

OpenCV 采用 `Mat` 类型存储图片数据。将拍摄的靶标图像通过图像读取函数读到 `Mat` 类型中,根据靶标类型,提取棋盘格角点图像坐标或圆心点中心图像坐标,并与所设置的靶标三维点坐标对应。

3、 调用标定函数

将设置的特征点三维坐标和提取的特征点图像坐标作为参数,调用 OpenCV 中自带的标定函数,输出标定结果。标定函数返回值为摄像机标定的重投影误差,可以在一定程度上反应标定结果的好坏。

1.5 摄像机标定实验

一、实验目的

1. 了解图像坐标系、摄像机坐标系和世界坐标系的定义及相互之间的变换关系，掌握摄像机透视投影原理及模型；
2. 了解摄像机标定的意义，掌握基于自由移动平面靶标的摄像机标定原理及标定精度的评价方法；
3. 了解摄像机镜头光学畸变模型，掌握摄像机镜头畸变校正原理和实现方法；
4. 学习使用 MATLAB 工具箱进行摄像机参数标定，精度评价以及畸变校正。

二、实验软件平台

MATLAB 摄像机标定工具箱（要求 Matlab 版本 2014 以上）或 OpenCV 标定程序。

三、实验内容及步骤

1. 先用 AutoCAD 或者图像编程制作一个方格棋盘黑白靶标，并用打印机打印在 A4 纸上，贴在某个平整的物面上，然后用摄像机从多个角度拍摄靶标图像 7 至 10 幅。
2. 对拍摄得到的图像进行摄像机标定，精度分析。
3. 利用标定获得的畸变系数，用 MATLAB 工具箱或 OpenCV 标定程序对拍摄得到的图像进行畸变校正。
4. 利用标定后的摄像机，自行设计单摄像机二维测量实验内容进行实际测量实验。

四、实验设计及报告

1. 完成摄像机标定实验，查阅相关文献资料，给出摄像机标定精度的评价方法，并通过摄像机标定实验，给出标定结果及精度指标。
2. 完成摄像机镜头畸变校正实验，查阅相关畸变校正文献，对校正结果进行分析。
3. 利用标定后的摄像机，自行设计相应的实验内容，进行标定摄像机测量实验，对结果进行分析。

第二部分 双目立体视觉测量实验

2.1 双目立体视觉模型及标定方法

在摄像机透视投影模型中，摄像机将空间三维点投影到二维图像坐标，这一过程是非可逆的，因此，通过单摄像机无法测量物体的真实尺寸。由两个相机组成的双目视觉系统基于三角测量原理，通过两相机同时拍摄的物体图像测量物体的三维信息。双目立体视觉测量系统的测量原理如图 2.1 所示

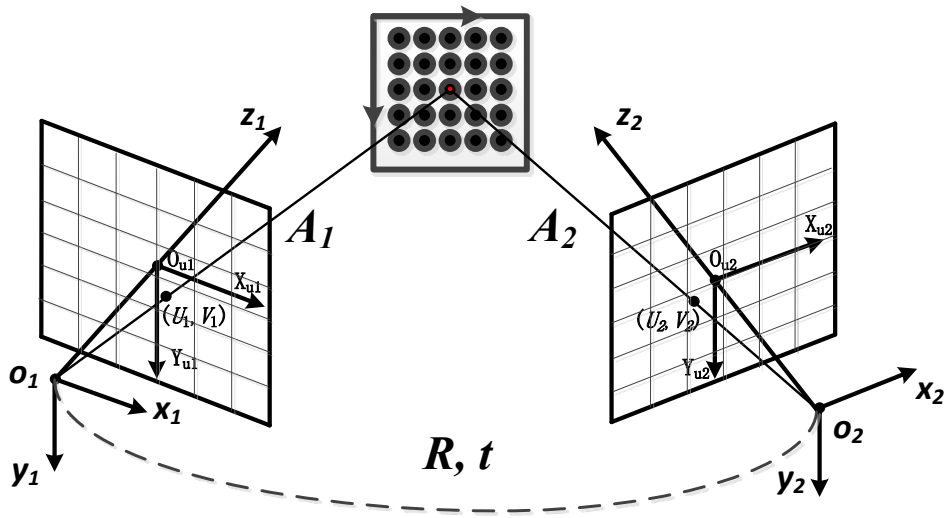


图 2.1 双目立体视觉测量系统测量原理示意图

选取左摄像机坐标系为测量坐标系。若组成双目系统的两摄像机已经标定，且两摄像机坐标系之间的转换关系已知，根据两相机公共视场中的三维点 X 在左摄像机图像和右摄像机图像中的坐标 x_1, x_2 ，可由下式计算三维点在测量坐标系下的三维坐标

$$\begin{cases} \lambda_1 x_1 = A_1(I|0)X \\ \lambda_2 x_2 = A_2(R|T)X \end{cases}$$

其中， $R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}$ ， $T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$ 两摄像机坐标系之间的旋转矩阵和原点间的平移变换矢量。可以通过双目立体视觉标定获得。双目立体视觉标定的示意图如图 2.2 所示。在两摄像机的公共视场中，仿照单目摄像机标定流程，多次移动靶标，拍摄靶标图像，并计算每个靶标位姿下左右相机的外部参数，即靶标坐标系与左右摄像机坐标系之间的旋转矩阵和平移向量。若两摄像机针对同一靶标位姿的外部参数已知，则两摄像机坐标系之间的旋转矩阵和平移矢量可通过如下关系给出：

$$R = R_2 R_1^{-1}, T = T_2 - R_2 R_1^{-1} T_1$$

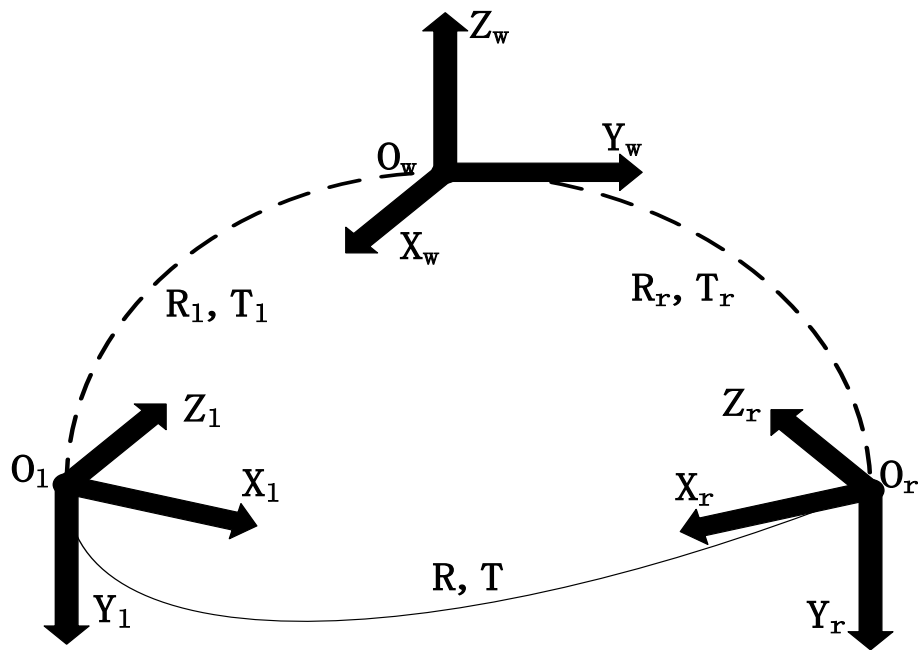


图 2.2 双目立体视觉标定示意图

实际标定过程中，大多通过多次拍摄标定图像，通过优化重投影误差，获得立体视觉标定的最终结果。

2.2 双目立体视觉标定实验

一、实验目的

- 1、学习掌握双目立体视觉三维测量数学模型；
- 2、掌握双目立体视觉标定方法；
- 3、利用标定后的双目立体视觉传感器进行三维测量实验。

二、实验内容以及步骤

- 1、采用两个相同的工业相机与三脚架，搭建双目立体视觉系统。用双目立体视觉系统拍摄靶标图像 7 至 10 组。
- 2、利用 MATLAB 工具箱或 OpenCV 程序对拍摄得到的图像标定双目立体视觉系统测量所需参数。
- 3、利用标定好双目立体视觉系统进行测量实验，要求自行设计实验内容。

三、实验设计及报告

完成双目立体视觉系统标定实验，查阅相关文献资料，给出双目立体视觉系统标定精度的评价方法，并通过双目立体视觉系统标定实验，给出标定结果及精度指标。结合双目立体视觉测量的一些应用及实验，撰写技术报告。

第三部分 基于 Opencv 的增强现实实验

本部分实验要求实验者具备图像处理和计算机视觉知识背景，同时熟悉 OpenCV，具有 VC++ 编程能力。建议没有这些相关技能的同学与别的学生同组进行，参与到实验过程。

增强现实（Augmented Reality, AR）是真实环境的实时视图，其中，真实环境的元素被计算机生成的图形增强。因此，该技术可提高当前人们对现实世界的感受。增强通常指有环境元素的实时性和语义上下文。受益于先进 AR 技术（如：将计算机视觉和对象识别加到 AR 技术中），用户周围的环境信息可变得互动并可通过数字化方式进行操控。环境及相关对象上的虚拟信息可叠加到真实环境中。

本实验使用标记在图像上画一些虚拟物体，这些图像是从摄像机上得到的。从内置摄像头中获取实际环境的视频，使用 OpenGL 进行 3D 场景渲染，解释一个常规的 AR 应用的生成过程。

无标记 AR 是基于现实世界的对象识别技术。可采用无标记 AR 的几个例子：杂志封面，公司标志、玩具等。通常，若任何对象对场景其它部分有足够多的描述和判别信息就能成为无标记 AR 的对象。

无标记 AR 系统可以在三维空间使用真实图像和对象定位摄像机，然后在真实图像的顶部呈现炫丽的效果。无标记 AR 的核心是图像识别和目标检测算法。无标记 AR 计算量很大，所以移动设备往往不能够保持流畅的 FPS。

完成该实验后，应该可以写自己的目标对象检测算法，能在三维空间中根据摄像机位置来估计标记位置，并利用它们之间的这种变换（摄像机位置与标记位置之间是一个仿射变换）来可视化任意三维物体。

3.1 有标记 AR 实验

一、实验目的

- 1、了解图像坐标系、摄像机坐标系和世界坐标系的定义及相互之间的变换关系，掌握摄像机透视投影原理及模型；
- 2、了解有标记 AR 应用的处理流程，包括数字图像中基础 AR 标记的提取，标记中的角点提取与标记编码信息的解析以及投影成像显示过程；
- 3、编程实现完整的有标记 AR 工程，并尝试对已有算法进行优化，实现移动端实时演示 AR 效果。

二、实验内容

基于标记的 AR 依赖事先制作好的 Marker，将 Marker 放到现实中的一个位置上，相当于确定一个现实场景中的平面，然后通过摄像头对 Marker 进行识别和姿态评估（Pose

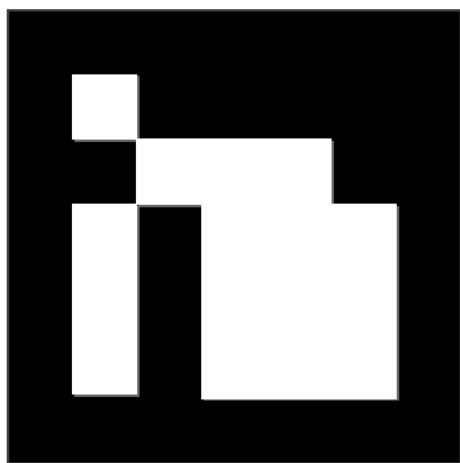
Estimate)，并确定其位置，寻找 Marker 坐标系和图像坐标系之间的变换关系，然后根据此变换在屏幕上画出的图形就可以达到该图形依附在 Marker 上的效果。

基于标记的 AR 的实现中分为三个部分，摄像机标定、Marker 的识别和位姿估计以及 AR 效果图的绘制。本实验内容及步骤可参考《Mastering OpenCV with Practical Computer Vision Projects》第二章相关内容。

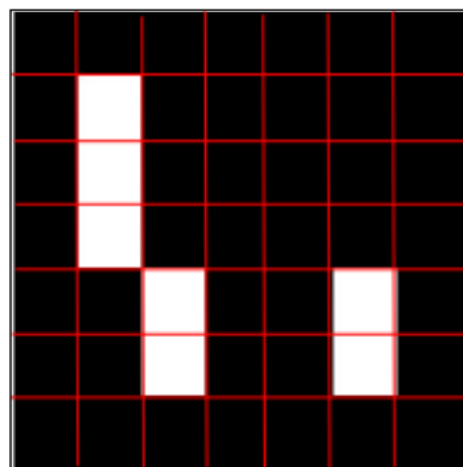
1、Marker 介绍

Marker 是增强现实中绘制图形时选取的依据。Marker 的选取应该具有以下两个准则：

(1)能被摄像机清晰的采集到，易于识别以及辨认；(2)形状规则，以简单图形为佳，且 Marker 具有内部编码。本项目实现中选取的标记如图 3.1(a)所示，标记被分成 7×7 的网格，其中内部 5×5 的网格包含 ID 信息，其余部分是黑色边界。对 Marker 进行编码，每个标记可以划分成 7×7 个方格，黑格子表示 0，白格子表示 1(如图 3.1 (b) 所示)。这样标记内部将有 5 个数字，而每个数字由 5 个 bit 表示。具体编码方式类似于海明码，3 个 bit 用于校验，2 个 bit 用于存放数据，因此每 5 个 bit 可以表达 4 种数据，而 5 行这样的编码可以表达 $4^5=1024$ 个数据。在 Marker 的识别过程中，需要对识别的候选区域依据参考标记编码判断其是否为我们所要识别的 Marker。



(a) Marker 示例图



(b) Marker 编码原理示意图

图 3.1. Marker 示例

2、Marker 位姿估计算法介绍

设置以 Marker 中心为原点的坐标系称为模板坐标系(Marker Coordinates) $O_m-X_mY_mZ_m$ ，摄像机坐标系 (Camera Coordinates) 为 $O_c-X_cY_cZ_c$ ，屏幕坐标系 (Screen Coordinates) 为 $O-uv$ 。

根据 3D 射影几何知识，从模板坐标系变换到屏幕坐标系需要先旋转平移到摄像机坐标系，再从摄像机坐标系映射到屏幕坐标系。

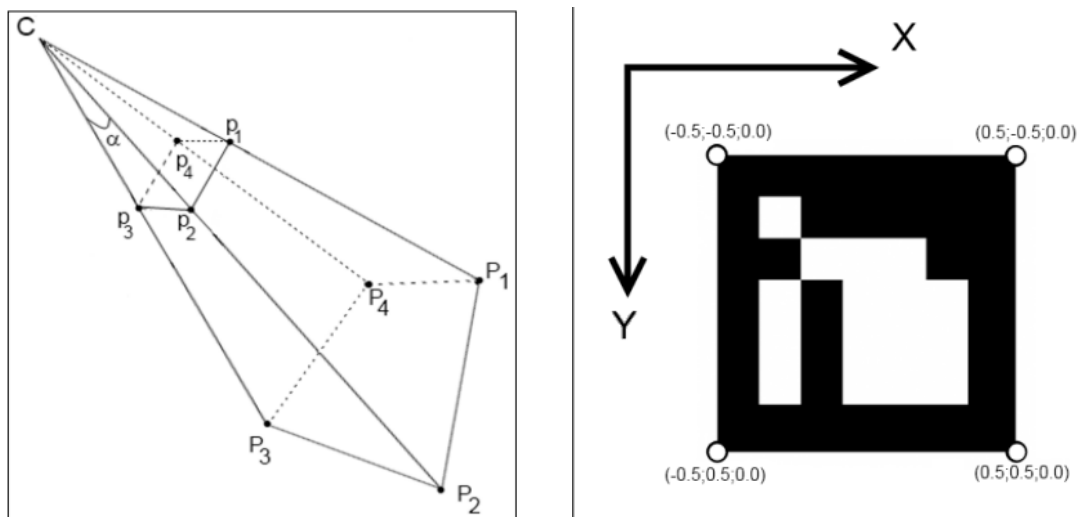
$$\rho \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [R \quad T] \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

式中， C 矩阵为摄像机内参矩阵，内参矩阵通过摄像机标定获得， R 和 T 是摄像机外参矩阵，外参的获得需要我们先根据屏幕坐标 (u, v) 和事先定义好的 Marker 坐标系以及内参矩阵来估计，也就是对 Marker 位姿进行估计的过程，在下图 3.2 (a) 中， C 代表摄像机中心， P_1 - P_4 是现实三维世界中的点， p_1 - p_4 是物体在相机图像二维平面投影上的点。 p_1 - p_4 的获取基于对输入图像的预处理，识别出图像中的 Marker，并对其细化角点， P_1 - P_4 的获取假设世界坐标系的 XOY 平面就是 Marker 所在的平面，Z 分量为 0，坐标系统的起始处就是标记的中心（图 3.2 (b) 所示）。根据透视投影模型的关系式，即可采用 PnP 算法求解每个标记相对于相机的转换矩阵，为下一步绘制图像做准备。

3、效果图绘制

正方体投影显示原理：通过设置立方体的 8 个顶点的 3 维坐标，然后经过公式 (3.1) 计算得到其分别对应的 2 维图像上的点的位置坐标，然后按照一定顺序将点连接起来便可实现正方体在相机平面上的成像结果。

贴图显示原理：通过设置 4 个顶点的三维坐标，然后经过公式 (3.1) 计算得到其分别对应的二维图像上的点的位置坐标，然后将贴图通过计算单应矩阵进行投影然后替换原来图像的相应位置的图像。



(a) 透视投影模型

(b) Marker 世界坐标系建立

图 3.2. Marker 位姿估计算法原理示意图

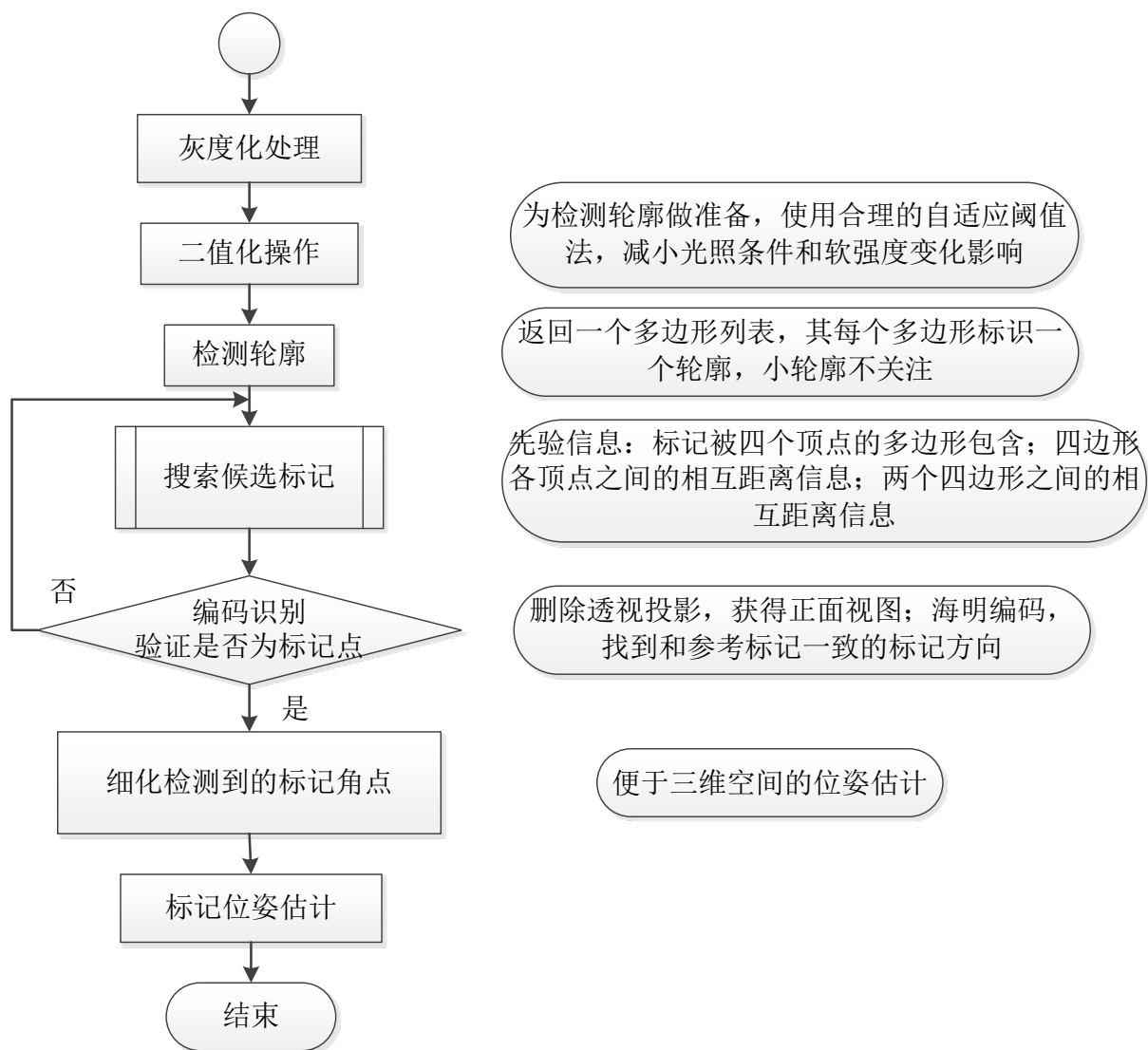


图 3.3. Marker 检测处理算法原理示意图

三、实验步骤

- 1、摄像头内参标定，方案可参考本实验指导书第一部分内容。
- 2、使用 AutoCAD 或 Visio 绘制并打印 AR 标记，可参考附录。
- 3、采集 AR 标记图像，参考图 3.3 进行 Marker 的检测和编码内容解析。
- 4、自行设计并实现 AR 效果展示方案。
- 5、尝试对步骤 3 中的算法进行优化，如添加 Marker 跟踪算法等，提高图像处理效率，并实现移动端实时处理。

四、实验设计及报告

完成有标记 AR 实验，查阅相关文献资料，给出有标记 AR 的实现原理及工程实现，结合实际应用及相关算法优化，撰写技术报告。

3.2 无标记 AR 实验

一、实验目的

- 1、了解图像坐标系、摄像机坐标系和世界坐标系的定义及相互之间的变换关系，掌握摄像机透视投影原理及模型；
- 2、从基于标记 AR 转移到无标记 AR，了解无标记 AR 的处理过程，包括检测现实世界的对象，位姿估计以及投影成像显示过程；
- 3、编程实现完整的无标记 AR 工程，并尝试对已有算法进行优化，实现 AR 效果演示。

二、实验内容

无标记的 AR 是基于现实世界的对象，如杂志封面、公司标志、玩具等具有足够描述信息和判别信息的对象进行识别，使用真实图像和对象来定位摄像机，对其进行姿态估计找到相应的三维变换，然后根据此变换在屏幕上画出的图形就可以达到该图形依附在对象上的效果。

无标记的 AR 的实现中分为三个部分，摄像机标定、图像特征检测和位姿估计以及 AR 效果图的绘制。本实验内容及步骤可参考《Mastering OpenCV with Practical Computer Vision Projects》第三章相关内容。

1. 特征点检测与匹配

特征检测即从图像中寻找感兴趣区域，其中特征点包括边缘、角点、斑点等。特征点具有方向和幅值两个特性，方向通过计算特定区域中占主导图像梯度的方向来获得，具有旋转不变性。对于特征点大小，一些特征检测算法使用固定大小的特征，另一些算法则对特征点选取最佳大小，知道了特征大小，就可找到被缩放图像的相同特征点，即特征尺度不变性。本实验采取 OpenCV 中已有的特征点检测算法即可，如 Harris, SIFT, SURF 特征检测算法等。

对相邻两帧分别进行特征点检测，通过特征点匹配来寻找帧与帧之间的对应关系，匹配过程可看成一组描述符与另一组中每一个元素的最邻近搜索，OpenCV 中描述匹配的算法主要有两种：暴力匹配和基于 flann 的匹配。匹配结束后寻找图像帧之间的单应性变换关系。

2. 模式姿态估计

与有标记的 AR 实验中姿态估计类似，通常需要 2D-3D 的对应关系来估计相机的外参数，分配四个三维点以协调单位矩形的角点和与位图图像角点对应的二维点，其中单位矩形的角点谓 XY 平面内（Z 轴向上）。模式坐标系直接放置在模式位置中心，该位置在 XY 平面内，Z 轴可看成是摄像机方向。根据透视投影模型，寻找模式对象参考三维点以及对应的二维投影之间的转换关系，为下一步的绘图做准备。

无标记的 AR 模式对象检测处理算法流程图见图 3.4。

3. 效果图绘制

正方体投影显示原理：通过设置立方体的 8 个顶点的 3 维坐标，然后经过 2D-3D 转换关系计算得到其分别对应的 2 维图像上的点的位置坐标，然后按照一定顺序将点连接起来便可实现正方体在相机平面上的成像结果。

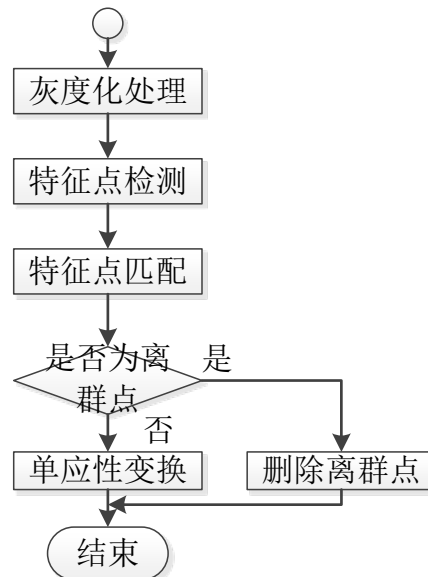


图 3.4. 模式对象检测处理算法原理示意图

三、实验步骤

- 1、摄像头内参标定，方案可参考本实验指导书第一部分内容。
- 2、选取合适目标作为模式对象，采集模式对象图像，参考图 3.4 进行模式的检测位姿求解。
- 3、自行设计并实现 AR 效果展示方案。
- 4、尝试对步骤 2 中的算法进行优化，如添加相应跟踪算法等，提高图像处理效率，并实现移动端实时处理。

四、实验设计及报告

完成无标记 AR 实验，查阅相关文献资料，给出无标记 AR 的实现原理及工程实现，结合实际应用及相关算法优化，撰写技术报告。

第四部分 结构光视觉系统标定实验

4.1 线结构光视觉模型及标定方法

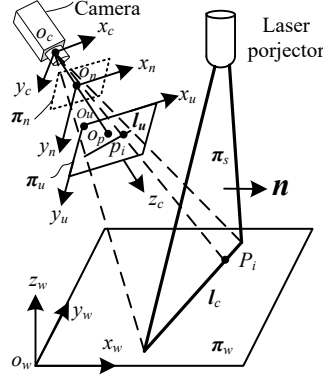


图 2.1 结构光传感器的数学模型

由摄像机和激光投射器组成的结构光传感器的数学模型如图 2.1 所示。 $o_c - x_c y_c z_c$ 为三维摄像机坐标系， $o_w - x_w y_w z_w$ 为三维世界坐标系， $o_u - x_u y_u$ 为无畸变图像坐标系， $o_n - x_n y_n$ 为归一化图像坐标系。 π_n 为归一化图像平面， π_u 为无畸变图像平面， π_s 为光平面。 o_p 为主点。定义 $o_c x_c // o_u x_u // o_n x_n$ ， $o_c y_c // o_u y_u // o_n y_n$ ， $o_c z_c \perp \pi_u$ 和 $\pi_n // \pi_u$ 。任意空间点 P_i 在 π_u 上的投影点 p_i 是直线 $\overrightarrow{o_c P_i}$ 与 π_u 的交点。设 P_i 的三维世界坐标为 $\mathbf{X}_{wi} = [x_{wi}, y_{wi}, z_{wi}]^T$ ，摄像机坐标为 $\mathbf{X}_{ci} = [x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}]^T$ ，则 $o_w - x_w y_w z_w$ 到 $o_c - x_c y_c z_c$ 的变换为

$$\mathbf{X}_{ci} = \mathbf{R}_c^w \mathbf{X}_{wi} + \mathbf{T}_c^w \quad (1)$$

其中 \mathbf{R}_c^w 为 3×3 的正交旋转矩阵， \mathbf{T}_c^w 为 3×1 的平移矢量。

设点 p_i 的归一化图像坐标为 $\mathbf{X}_{ni} = [x_{ni} \ y_{ni}]^T$ ，无畸变图像坐标为 $\mathbf{X}_{ui} = [x_{ui} \ y_{ui}]^T$ ，摄像机在 x 、 y 方向上的有效焦距为 f_x 和 f_y ，摄像机的主点坐标为 (u_0, v_0) ，则有

$$\mathbf{X}_{ni} = [x_{ci} / z_{ci} \ y_{ci} / z_{ci}]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_{ui} = [f_x x_{ni} + u_0 \ f_y y_{ni} + v_0]^T \quad (3)$$

若考虑摄像机镜头的一次和二次径向畸变，设点 p_i 的畸变图像坐标为 $\mathbf{X}_{di} = [x_{di} \ y_{di}]^T$ ，

则有

$$\mathbf{X}_{di} = [1 + k_1(x_{ui}^2 + y_{ui}^2) + k_2(x_{ui}^2 + y_{ui}^2)^2] \mathbf{X}_{ui} \quad (4)$$

式中 k_1, k_2 —— 径向畸变系数

设 $\mathbf{n} = [n_1 \ n_2 \ n_3]^T$ 为光平面的单位法向矢量， \mathbf{X}_{ci} 为光平面上控制点 P_i 的三维摄像机坐标，则光平面 π_s 在 $o_c - x_c y_c z_c$ 下的方程为

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{X}_{ci} = c \quad (5)$$

其中 c 为常数项。

公式(1)~(3)表示了空间点到实际图像坐标的投影模型，空间任意点 P_i 可以确定惟一图像投影点 p_i 。反之，如果已知摄像机内部参数，根据公式(1)~(3)，由实际图像坐标可以求得空间点的投影点的归一化图像坐标，从而获得投影点在 $o_c - x_c y_c z_c$ 下的坐标，由此可以确定射线 $\overrightarrow{o_c P_i}$ 在 $o_c - x_c y_c z_c$ 下的方程，由 $\overrightarrow{o_c P_i}$ 和光平面的交点可以惟一确定光平面上点的摄像机三维坐标。

根据公式(1)~(3)表示的摄像机实际模型，由特征点的世界坐标 \mathbf{X}_{wi} ，得到特征点的计算图像坐标 $\mathbf{X}'_{di} = [x'_{di} \ y'_{di}]^T$ 。若摄像机参数不够准确，则 \mathbf{X}'_{di} 与 \mathbf{X}_{di} 存在误差，由此可以建立摄像机标定的优化目标函数

$$f(f_x, f_y, u_0, v_0, k_1, k_2, \mathbf{R}_c^w, \mathbf{T}_c^w) = \sum_{i=1}^N d^2(\mathbf{X}'_{di}, \mathbf{X}_{di}) \quad (6)$$

其中 $d(\mathbf{X}'_{di}, \mathbf{X}_{di})$ 表示计算投影点到实际投影点的距离。根据式(6)可以估算出全部摄像机内部参数，包括摄像机的两个焦距(f_x, f_y)、主点(u_0, v_0)，以及径向畸变(k_1, k_2)和外部参数($\mathbf{R}_c^w, \mathbf{T}_c^w$)。若摄像机内部参数已知，则根据式(6)，采用 Levenberg-Marquardt 非线性优化方法可以直接估计摄像机的外部参数($\mathbf{R}_c^w, \mathbf{T}_c^w$)。

如图 2.1 所示， π_w 为标定靶标平面，其上分布有至少 6 个已知世界坐标的标定特征点。同时位于靶标平面和光平面上的点，称为控制点，可用于标定结构光传感器。光条直线 l_c 为平面 π_w 和 π_s 的交线，直线 l_u 为 l_c 在 π_u 上的无畸变投影，控制点 P_i 为 l_c 上任意一点，点 p_i 为点 P_i 的投影，位于直线 l_u 上。已知摄像机内部参数，由靶标平面上的已知世界坐标的标定特征点，根据式(8)可以得到 π_w 在 $o_c - x_c y_c z_c$ 下的平面方程。由摄像机的模型，由光条图像上点 p_i 可以惟一确定的直线 $\overrightarrow{o_c P_i}$ 在 $o_c - x_c y_c z_c$ 下的方程，由直线 $\overrightarrow{o_c P_i}$ 和平面 π_w 的交点，直接得到光平面上控制点 P_i 在 $o_c - x_c y_c z_c$ 下的方程。同样可以得到更多位于靶标平面上同一光条上控制点的摄像机三维坐标。当随机移动靶标到新的位置，采用类似的方法，可以获得更多与 l_c 不共线的光平面上控制点的摄像机坐标，从而得到摄像机坐标系下的光平面方程。

4.2 线结构光视觉标定实验

一、实验目的

- 1、学习掌握线结构光视觉三维测量数学模型；
- 2、掌握线结构光视觉标定方法；
- 3、利用标定后的线结构光视觉传感器进行三维测量实验。

二、实验内容以及步骤

1、先用 AutoCAD 或者图像编程制作一个方格棋盘黑白靶标，并用打印机打印在 A4 纸上，贴在某个平整的物面上，在遮挡激光投射条纹情况下，用线结构光视觉系统拍摄靶标图像 7 至 10 幅。

- 2、利用 MATLAB 工具箱 TOOL_BOX 对拍摄得到的图像标定摄像机参数。
- 3、采集带激光投射条纹的靶标图像至少 3 幅以上，每拍摄一次，移动一次靶标。
- 4、编写光平面标定程序，提取结构光条纹中心坐标，标定光平面方程。
- 5、利用标定好的线结构光进行测量实验，要求自行设计实验内容。

三、实验设计及报告

完成线结构光视觉系统标定实验，查阅相关文献资料，给出线结构光视觉系统标定精度的评价方法，并通过线结构光立体视觉系统标定实验，给出标定结果及精度指标。结合线结构光视觉测量的一些应用及实验，撰写技术报告。

第五部分 实时位姿估计实验

5.1 PnP 算法原理及模型

在计算机视觉中，通过图像点与对应的世界坐标系下三维点坐标估计相机位姿是一个常见的需求，又称为 PnP（Perspective-n-Points）问题。摄像机透视投影模型由下式表示：

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A(R|T) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 A 为摄像机内参数矩阵，可通过摄像机标定获得。 λ 为尺度因子， $(X, Y, Z, 1)$ 为三维点在世界坐标系下的坐标， $(u, v, 1)$ 三维点在以像素为单位的图像坐标系下的齐次坐标。图 5.1 为 PnP 算法示意图。摄像机经过标定后，摄像机内参数已知，可以计算出二维图像点在摄像机坐标系下的坐标。可以通过摄像机坐标系下的三维点坐标和世界坐标系下的三维点坐标，计算摄像机坐标系与世界坐标系之间的旋转矩阵 R 与平移向量 T 。旋转矩阵为 3×3 的单位正交矩阵，有三个自由度，所以两坐标系之间的转换关系有六个自由度。一对 3d-2d 点对能够提供两个自由度的约束。因此，若摄像机经过标定，以及已知 3 个以上的三维点在世界坐标系下的坐标以及对应的图像坐标，则可以计算摄像机坐标系与世界坐标系之间的转换关系。

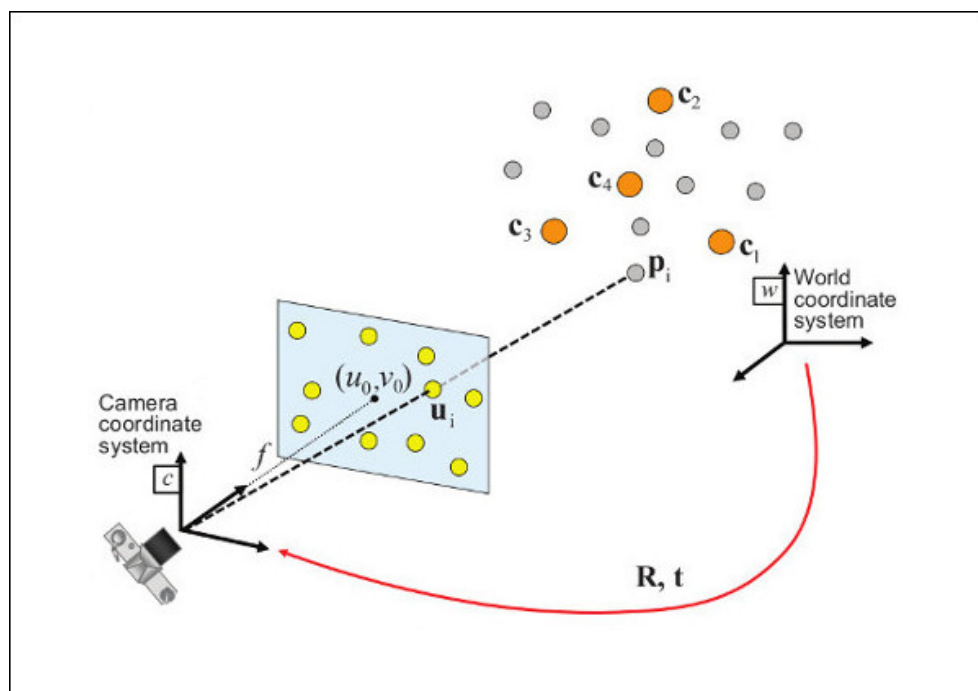


图 5.1 PnP 算法示意图

5.2 实时位姿估计实验

一、实验目的

1. 学习掌握 PnP 位姿估计算法；
2. 利用视觉传感器以及设置的标志物进行实时位姿估计实验。

二、实验内容以及步骤

1. 参考实验一，利用 MATLAB 或 OpenCV 进行摄像机标定。
2. 设计标志物，要求标志物有明显，容易提取的特征点，特征点在标志物所在的坐标系下的坐标已知。
3. 在标志物图像中，提取标志物特征点的图像坐标，并与标志物特征点在标志物所在的坐标系下的三维坐标匹配。
4. 利用 3d-2d 点对，通过 PnP 算法计算摄像机坐标系与标志物坐标系的转换关系，计算摄像机位姿。可参考 OpenCV 官网中 Real time pose estimation of a textured object 教程，自行设计实验内容。

三、实验设计及报告

完成摄像机标定与标志物设计，设计实时位姿估计算法。查阅相关文献，对比常见 PnP 算法，给出计算结果与精度指标。结合相关资料与实验设计，撰写技术报告。