

江苏省 2022 年普通高校专转本统一考试

高等数学 试卷

一、选择题

1. 要使函数 $f(x) = (1-x)^{\frac{2-x}{x}}$ 在区间 $(-1,1)$ 内连续，则应补充定义 $f(0) = ()$

- A. e^{-2} B. e^{-1} C. e D. e^2

2. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x(x^2-1)}$ 的第二类间断点的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 设 $f'(1)=1$, 且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-ah)-f(1+ah)}{h}=1$, 则常数 a 的值为 ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

4. 设 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 且 $f(x)$ 可导, 则下列等式正确的是 ()

A. $\int dF(x) = f(x) + c$ B. $\int df(x) = F(x) + c$

C. $\int F(x)dx = f(x) + c$ D. $\int f(x)dx = F(x) + c$

5. 设 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy = \pi$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0\}$, 则 R 的值为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt[3]{6}$ D. $\sqrt[3]{3}$

6. 下列级数条件收敛的是 ()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n^2}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^2 \frac{1}{n}$

7. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的秩为 2, 则常数 a 的值为 ()

- A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

8. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$, M_{ij} 是 D 中元素 a_{ij} 的余子式, 则 $M_{41} + M_{42} + M_{43} + M_{44} =$ ()
- A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

二、填空题

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n} =$ _____
10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\arctan x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 则 $f'(0) =$ _____
11. 设函数 $f(x) = \sin 3x$, 则 $f^{(2022)}(0) =$ _____
12. 若 $\int_a^{+\infty} 2e^{-2x} dx = e^4$, 则常数 $a =$ _____
13. 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{a^n} x^n$ 的收敛半径为 2, 则幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a^n (x-1)^n$ 的收敛区间为 _____
14. 若向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 2, 0)$, $\alpha_2 = (1, 0, 0, 2)$, $\alpha_3 = (0, 1, 1, 1)$, $\alpha_4 = (2, 1, k, 2)$ 线性相关, 则 $k =$ _____

专注江苏专转本考试培训

三、计算题

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - \sin x - 1}{x \sin x}$
16. 求不定积分 $\int x \arctan \frac{1}{x} dx$

17. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} & x < 1 \\ \frac{\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2x-1+1}} & x \geq 1 \end{cases}$, 求定积分 $\int_{-1}^5 f(x)dx$

18. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^z = xy + yz + zx$ 所确定的函数, 求全微分 dz

19. 求微分方程 $y'' + 2y' - 3y = 4e^x$ 的通解

20. 求二重积分 $\iint_D xy dxdy$, 其中 D 为由曲线 $y = \sqrt{x}$ 及直线 $x + y = 2$, $x = 0$ 所围成的闭区域

21. 设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求矩阵 X , 使 $AX = B$

22. 求方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 6 \\ x_1 - 5x_2 + x_3 + 3x_4 = -6 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$ 的通解

四、证明题

23. 证明: 当 $0 < x < \frac{\pi}{4}$ 时, $\int_0^x e^t \cos t dt > x$

五、综合题

24. 设 a 为大于零的常数, D 为由曲线 $y = ax^3 (x \geq 0)$ 与直线 $y = ax$ 所围成的平面图形, V_x 与 V_y 分别为 D 绕 x 轴与 y 轴旋转所形成的旋转体的体积。已知 $V_x = V_y$, 求常数 a 的值, 并求此时 D 的面积。

25. 设定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足方程 $xf'(x) - 4f(x) = 2x^3$, 且 $f(2) = 0$

求: (1) 函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点



扫码查看答案解析



同方专转本

专注江苏专转本考试培训