

江苏省 2020 年普通高校专转本统一考试

高等数学 试卷

一、选择题

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \sin \frac{2}{x} + 2^{\frac{\sin x}{x}} \right)$ 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a}{x - 2}, & x \neq 2 \\ b, & x = 2 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, a, b 为常数, 则 $a - b =$ ()

- A. -2 B. 0 C. 2 D. 4

3. 设函数 f 在点 $x = 0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = 2$, 则 $f'(0) =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 6

4. 已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln|3x - 1|$, 则 $\int f(3x) dx =$ ()

- A. $\frac{1}{3} \ln|9x - 1| + c$ B. $\frac{1}{3} \ln|3x - 1| + c$

- C. $\ln|9x - 1| + c$ D. $3 \ln|9x - 1| + c$

5. 下列反常积分中收敛的是 ()

- A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ B. $\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$

- C. $\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{1+x^2} dx$ D. $\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{x^3} dx$

6. 设 $f(x) = \int_0^{2x} \cos t^2 dt$, 则 $f'(x) =$ ()

- A. $\cos 4x^2$ B. $\cos 4x^2 - 1$

- C. $2 \cos 4x^2$ D. $2(\cos 4x^2 - 1)$

7. 二次积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 (x^2 + y^2) dy$ 在极坐标系下可化为 ()

A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos \theta}} \rho^2 d\rho$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos \theta}} \rho^3 d\rho$

C. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\sin \theta}} \rho^2 d\rho$

D. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\sin \theta}} \rho^3 d\rho$

8. 设函数 $f(x) = \frac{1}{x+5}$ 在 $(-5,5)$ 内的可展开成幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, 则 $a_{2020} = (\quad)$

(不在新大纲范围内)

A. $\frac{1}{5^{2020}}$

B. $-\frac{1}{5^{2020}}$

C. $\frac{1}{5^{2021}}$

D. $-\frac{1}{5^{2021}}$

二、填空题

9. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+kx}-1}{x}$, 则常数 $k = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 设 $f(x) = e^{2x}$, 则 $f^{(n)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

11. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 3t \\ y = 3t^5 + 5t^3 \end{cases}$ 确定, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 已知 $\vec{a} = (-2, 6, \lambda)$ 与 $\vec{b} = (1, \lambda, -4)$ 垂直, 则常数 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ (不在新大纲范围内)

13. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 y}{1+x^3}$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$

14. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 8, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n x^n}{3^n}$ 的收敛半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{x - \ln(1+x)}$

16. 求不定积分 $\int (x - \sin^2 x) \cos x dx$

17. 计算定积分 $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}} dx$

18. 设 $z = f(2x+3y, y^2)$, 其中函数 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

19. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $yz + \ln z = x - y$ 所确定的函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$

20. 求过点 $(-1, 0, 2)$, 且与直线 $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y + z - 6 = 0 \end{cases}$ 平行的直线方程. (不在大纲范围内)

21. 已知函数 $y = e^{2x}$ 是微分方程 $y'' - 2y' + y = f(x)$ 的一个特解, 求该微分方程满足 $y|_{x=0} = 2, y'|_{x=0} = 5$ 的特解

22. 计算二重积分 $\iint_D (x+y) dx dy$, 其中 D 是由 $y = x$ 与直线 $y = -x$ 及 $y = 1$ 所围成的平面闭区域

四、证明题 (本大题 10 分)

23. 证明: 当 $x \neq 0$ 时, $e^x + e^{-x} > x^2 + 2$

五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

24. 设平面图形 D 由曲线 $y = e^x$ 与其在点 $(0, 1)$ 处的法线及直线 $x = 1$ 所围成。试求:

(1) 平面图形 D 的面积

(2) 平面图形 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积

25. 设 $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + c$, 其中 a, b, c 为常数。已知曲线 $y = f(x)$ 具有水平渐近

线 $y = 1$, 且有拐点 $(-1, 0)$, 试求:

(1) a, b, c 的值

(2) 函数 $y = f(x)$ 的单调区间与极值



扫码查看答案解析