

江苏省 2018 年普通高校专转本统一考试

高等数学 试卷

一、选择题

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小中与 $f(x) = x \sin^2 x$ 同阶的是 ()
- A. $\cos x^2 - 1$ B. $\sqrt{1+x^3} - 1$ C. $3^x - 1$ D. $(1+x^2)^3 - 1$
2. 设函数 $f(x) = \frac{x-a}{x^2+x+b}$, 若 $x=1$ 为其可去间断点, 则常数 a, b 的值分别为 ()
- A. 1, -2 B. -1, 2 C. -1, -2 D. 1, 2
3. 设 $f(x) = \varphi\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, 其中 $\varphi(x)$ 为可导函数, 且 $\varphi'(1) = 3$, 则 $\varphi'(0)$ 等于 ()
- A. -6 B. 6 C. -3 D. 3
4. 设 $F(x) = e^{2x}$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int xf'(x)dx$ 等于 ()
- A. $e^{2x}\left(\frac{1}{2}x-1\right)+c$ B. $e^{2x}(2x-1)+c$
C. $e^{2x}\left(\frac{1}{2}x+1\right)+c$ D. $e^{2x}(2x+1)+c$
5. 下列反常积分中发散的是 ()
- A. $\int_{-\infty}^0 e^x dx$ B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ C. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ D. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x} dx$
6. 下列级数中绝对收敛的是 ()
- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2(-1)^n}{n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n^3}$

二、填空题

7. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x}$, 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$
8. 设 $y = x^{\sqrt{x}}$ ($x > 0$), 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $z^2 + xyz = 1$ 所确定的函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 曲线 $y = 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 12x$ 的凸区间为 $\underline{\hspace{2cm}}$

11. 略 (不在新大纲范围内)

12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n \cdot 5^n}$ 的收敛域为 $\underline{\hspace{2cm}}$

三、计算题

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\ln(1+x^2)} \right]$

14. 设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x^3 - xt^2 + t - 1 = 0 \\ y = y^3 + t + 1 \end{cases}$ 所确定的函数, 求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0}$

15. 求不定积分 $\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$

16. 计算定积分 $\int_1^2 (2x+1) \ln x dx$

17. 略 (不在新大纲范围内)

18. 求微分方程 $(y^3 - 2x^2 y)dx + 2x^3 dy = 0$ 的通解

19. 设 $z = xf\left(y, \frac{x}{y}\right)$, 其中函数 f 具有一阶连续偏导数, 求全微分 dz

20. 计算二重积分 $\iint_D xy dxdy$, 其中 $D = \{(x, y) | (x-1)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$

四、证明题

21. 证明: 当 $x > 0$ 时, $\ln x \leq \frac{2}{e} \sqrt{x}$

22. 设函数 $F(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 其中 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$,

证明: $F'(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续

五、综合题

23. 设 D 是由曲线弧 $y = \cos x \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$ 与 $y = \sin x \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq \pi \right)$ 及 x 轴所围成的平面

图形，试求：

(1) D 的面积

(2) D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积

24. 设函数 $f(x)$ 满足方程 $f''(x) - 3f'(x) + 2f(x) = 0$ ，且在 $x = 0$ 处取得极值 1，试求：

(1) 函数 $f(x)$ 的解析式

(2) 曲线 $y = \frac{f'(x)}{f(x)}$ 的渐近线



扫码查看答案解析

同济

本

专注江苏职称评审培训