

# 江苏省 2018 年普通高校专转本统一考试

## 高等数学 试卷

### 一、选择题

1. 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列无穷小中与  $f(x) = x \sin^2 x$  同阶的是 ( )
- A.  $\cos x^2 - 1$       B.  $\sqrt{1+x^3} - 1$       C.  $3^x - 1$       D.  $(1+x^2)^3 - 1$
2. 设函数  $f(x) = \frac{x-a}{x^2+x+b}$ , 若  $x=1$  为其可去间断点, 则常数  $a, b$  的值分别为 ( )
- A. 1, -2      B. -1, 2      C. -1, -2      D. 1, 2
3. 设  $f(x) = \varphi\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ , 其中  $\varphi(x)$  为可导函数, 且  $\varphi'(1) = 3$ , 则  $\varphi'(0)$  等于 ( )
- A. -6      B. 6      C. -3      D. 3
4. 设  $F(x) = e^{2x}$  是函数  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int xf'(x)dx$  等于 ( )
- A.  $e^{2x}\left(\frac{1}{2}x-1\right)+c$       B.  $e^{2x}(2x-1)+c$
- C.  $e^{2x}\left(\frac{1}{2}x+1\right)+c$       D.  $e^{2x}(2x+1)+c$
5. 下列反常积分中发散的是 ( )
- A.  $\int_{-\infty}^0 e^x dx$       B.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$       C.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$       D.  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x} dx$
6. 下列级数中绝对收敛的是 ( )
- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$       B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2(-1)^n}{n}$       C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$       D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n^3}$

### 二、填空题

7. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x}$ , 则常数  $a =$  \_\_\_\_\_
8. 设  $y = x^{\sqrt{x}} (x > 0)$ , 则  $y' =$  \_\_\_\_\_

9. 设  $z = z(x, y)$  是由方程  $z^2 + xyz = 1$  所确定的函数, 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_

10. 曲线  $y = 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 12x$  的凸区间为 \_\_\_\_\_

11. 略 (不在新大纲范围内)

12. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n \cdot 5^n}$  的收敛域为 \_\_\_\_\_

### 三、计算题

13. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\ln(1+x^2)} \right]$

14. 设  $y = y(x)$  是由参数方程  $\begin{cases} x^3 - xt^2 + t - 1 = 0 \\ y = y^3 + t + 1 \end{cases}$  所确定的函数, 求  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$

15. 求不定积分  $\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$

16. 计算定积分  $\int_1^2 (2x+1) \ln x dx$

17. 略 (不在新大纲范围内)

18. 求微分方程  $(y^3 - 2x^2y)dx + 2x^3dy = 0$  的通解

19. 设  $z = xf\left(y, \frac{x}{y}\right)$ , 其中函数  $f$  具有一阶连续偏导数, 求全微分  $dz$

20. 计算二重积分  $\iint_D xy dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) | (x-1)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$

### 四、证明题

21. 证明: 当  $x > 0$  时,  $\ln x \leq \frac{2}{e} \sqrt{x}$

22. 设函数  $F(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ , 其中  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ ,

证明:  $F'(x)$  在点  $x = 0$  处连续

## 五、综合题

23. 设  $D$  是由曲线弧  $y = \cos x \left( \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$  与  $y = \sin x \left( \frac{\pi}{4} \leq x \leq \pi \right)$  及  $x$  轴所围成的平面

图形, 试求:

(1)  $D$  的面积

(2)  $D$  绕  $x$  轴旋转一周所形成的旋转体的体积

24. 设函数  $f(x)$  满足方程  $f''(x) - 3f'(x) + 2f(x) = 0$ , 且在  $x = 0$  处取得极值 1, 试求:

(1) 函数  $f(x)$  的解析式

(2) 曲线  $y = \frac{f'(x)}{f(x)}$  的渐近线



扫码查看答案解析

同本  
专注江苏各大学入学考试培训