

江苏省 2015 年普通高校专转本统一考试

高等数学 试卷

一、选择题

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $f(x) = 1 - e^{\sin x}$ 与函数 $g(x) = x$ 的 ()

- A. 高阶无穷小 B. 低阶无穷小 C. 同阶无穷小 D. 等价无穷小

2. 函数 $y = (1-x)^x$ ($x < 1$) 的微分 dy 为 ()

A. $(1-x)^x \left[\ln(1+x) + \frac{x}{1-x} \right] dx$ B. $(1-x)^x \left[\ln(1-x) - \frac{x}{1-x} \right] dx$

C. $x(1-x)^{x-1} dx$ D. $-x(1-x)^{x-1} dx$

3. $x=0$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ 的 ()

- A. 无穷间断点 B. 跳跃间断点 C. 可去间断点 D. 连续点

4. 设 $F(x)$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int f(3-2x) dx =$ ()

A. $-\frac{1}{2} F(3-2x) + c$ B. $\frac{1}{2} F(3-2x) + c$

C. $-2F(3-2x) + c$ D. $2F(3-2x) + c$

5. 下列级数条件收敛的是 ()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - n}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2n-1}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}$

6. 二次积分 $\int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f(x, y) dx =$ ()

A. $\int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f(x, y) dy$

B. $\int_0^1 dx \int_{e^x}^1 f(x, y) dy$

C. $\int_0^1 dx \int_0^{e^x} f(x, y) dy$

D. $\int_0^1 dx \int_1^{e^x} f(x, y) dy$

二、填空题

7. 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n$, 则 $f(\ln 2) =$ _____

8. 曲线 $\begin{cases} x = t^2 - 2t + 1 \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$ 在点 $(0, 2)$ 处的切线方程为 _____

9. 略 (不在新大纲范围内)

10. 设 $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, 则 $f^{(n)}(x) =$ _____

11. 微分方程 $xy' - y = x^2$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 2$ 的特解为 _____

12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n}} (x-1)^n$ 的收敛域为 _____

三、计算题

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \arcsin t dt}{2e^x - x^2 - 2x - 2}$

14. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sin x}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$

15. 略 (不在新大纲范围内)

16. 求不定积分 $\int \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}} dx$

17. 计算定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + x) \sin x dx$

18. 设 $z = f\left(\frac{x}{y}, \varphi(x)\right)$, 其中函数 f 有二阶连续偏导数, 函数 φ 具有连续导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

19. 计算二重积分 $\iint_D xy dx dy$, 其中 D 为由曲线 $y = \sqrt{4-x^2}$ 与直线 $y = x$ 及直线 $y = 2$ 所围成的平面闭区域

20. 已知 $y = c_1 e^x + c_2 e^{2x} + x e^{3x}$ 是二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' + p y' + q y = f(x)$ 的通解, 试求该微分方程

四、综合题

21. 设 D 是由曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = ax$ ($a > 0$) 所围成的平面图形, 已知 D 分别绕两坐标轴旋转一周所形成的旋转体的体积相等, 试求:

(1) 常数 a 的值

(2) 平面图形 D 的面积

22. 设函数 $f(x) = \frac{ax+b}{(x+1)^2}$ 在点 $x=1$ 处取得极值 $-\frac{1}{4}$, 试求

(1) 常数 a, b 的值

(2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点

(3) 曲线 $y = f(x)$ 的渐近线

五、证明题

23. 证明: 当 $0 < x < 1$ 时, $(x-2)\ln(1-x) > 2x$

24. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $y + z = x f(y^2 - z^2)$ 所确定的函数, 其中 f 为可导函数, 证明:

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + z \frac{\partial z}{\partial y} = y$$



扫码查看答案解析