江苏省普通高校专转本选拔考试

高等数学 模拟试卷 2

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分.在下列每一小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项前的字母标号涂黑）

1.设 $f(x)$ 的一个原函数是 e^{-2x}，则 $f(x)=$（　　）

A. e^{-2x}　　B. $-2\mathrm{e}^{-2x}$　　C. $-4\mathrm{e}^{-2x}$　　D. $4\mathrm{e}^{-2x}$

2.设函数 $f\left(x\right)=\int_0^x\left(\mathrm{e}^{-t}+t^2\right)\mathrm{d}t$，则 $f'\left(x\right)=$（　　）

A. $-\mathrm{e}^{-x}+\dfrac{1}{3}x^3$　　B. $-\mathrm{e}^{-x}+2x$　　C. $\mathrm{e}^{-x}+x^2$　　D. $\mathrm{e}^{-x}+2x$

3.下列反常积分发散的是（　　）

A. $\int_0^{+\infty}6x\mathrm{e}^{-3x^2}\mathrm{d}x$　　B. $\int_2^{+\infty}\dfrac{1}{\left(x-1\right)^2}\mathrm{d}x$

C. $\int_{\mathrm{e}}^{+\infty}\dfrac{1}{x\left(\ln\sqrt{x}\right)^2}\mathrm{d}x$　　D. $\int_{-\infty}^{+\infty}2^x\mathrm{d}x$

4. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[\dfrac{2\left(x^4+3x^2+1\right)\sin x}{1+x^2}+\cos x\right]\mathrm{d}x=$（　　）

A.2　　B.3　　C.4　　D.5

5.级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{kx^n}{n!}$ 在 $k>0$ 时的收敛区间为（　　）

A. $\left(-1,1\right)$　　B. $\left(-\dfrac{1}{k},\dfrac{1}{k}\right)$　　C. $\left(-k,k\right)$　　D. $\left(-\infty,+\infty\right)$

6.级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^n\dfrac{an^2-2n+1}{n^3}\left(a\neq 0\right)$（　　）

A.绝对收敛　　B.条件收敛　　C.发散　　D.敛散性与 a 有关

7.设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}k&1&1\\-1&1&0\\1&2&1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&2&0\\2&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$,若 $R(\boldsymbol{AB})=2$，则 $k=$（　　）

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

8.已知四阶行列式 D 的第三行元素分别为 $-1,0,2,4$，第四行元素对应的代数余子式依次为 5，10，a，4，则 a 的值是(　　)

A. -5.5　　B.5.5　　C.10.5　　D. -10.5

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

9.设 $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{k}{x}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}$，则常数 $k=$______.

10.设函数由参数方程 $\begin{cases} x=t^2+1 \\ y=t^3-1 \end{cases}$ 所确定，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{t=1}=$______.

11.设 $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$，则 $f^{(n)}(x)=$______.

12.若 $f\left(x\right)$ 是 $\ln x$ 的一个原函数，则 $\dfrac{\mathrm{d}f\left(x^2\right)}{\mathrm{d}x}=$_______.

13.交换积分次序 $\int_0^2 \mathrm{d}x\int_x^{2x} f(x,y)\mathrm{d}y=$______.

14.设 $\boldsymbol{\alpha}_1$，$\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 均为非零向量，若 $R\left(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4\right)=2$，$R\left(\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4\right)=1$,则 $R\left(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2\right)=$______.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分）

15.求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{\ln\left(1+\sin x\right)}$.

16.设 $z=x^2 f\left(x^2+y^2\right)$，且函数 $f\left(u\right)$ 具有二阶连续的导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

17.计算不定积分 $\int x\left(x+2\right)^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x$.

18.设 $f\left(x\right)$ 具有二阶连续导数，并且 $f\left(0\right)=3$ ， $f\left(\pi\right)=2$ ，求 $\int_0^{\pi}\left[f\left(x\right)+f''\left(x\right)\right]\sin x\mathrm{d}x$.

19.交换二次积分 $\int_0^1\mathrm{d}y\int_y^{\sqrt{y}}\frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x$ 的积分次序，并计算其值.

20 求微分方程 $y''+y=(x-2)\mathrm{e}^{3x}$ 的通解.

21.设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}4 & 1 & -2\\ 2 & 2 & 1\\ 3 & 1 & -1\end{bmatrix}$， $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1 & -3\\ 2 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}$，求 $\boldsymbol{X}$，使 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$.

22.求解线性方程组$\begin{cases}x_1-x_2-x_3+x_4=0,\\ x_1-x_2+x_3-3x_4=0,\\ x_1-x_2-2x_3+3x_4=0.\end{cases}$

四、证明题（本大题 10 分）

23.证明：当 $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ 时，$\cos x\le 1-\frac{1}{\pi}x^2$ 成立.

五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

24.设平面区域 D 由曲线 $y=\ln x$ 与直线 $x+y=0$ 、 $y=1$ 及 x 轴所围成，求：

（1）平面区域 D 的面积；

（2）平面区域 D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积.

25.若函数 $y=x^3+ax^2+bx+27$ 在点 $x=-1$ 处取得极大值，在点 $x=3$ 处取得极小值，求：

（1）a，b 的值；

（2）y 的单调区间；

（3）y 的凹凸区间和拐点.