



一、选择题(本大题共8小题,每小题4分,共32分)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时,  $f(x) = x - \sin ax$ 与 $\varphi(x) = x^2 \ln(1 - bx)$ 为等价无穷小, 则常数 $a, b$ 的值为

( )

- A.  $a = 1, b = -\frac{1}{6}$       B.  $a = 1, b = \frac{1}{6}$   
C.  $a = -1, b = -\frac{1}{6}$       D.  $a = -1, b = \frac{1}{6}$

2.  $x=0$ 是函数 $f(x) = \frac{2^{\frac{1}{x}} + 1}{2^{\frac{1}{x}} - 1}$ 的( )

- A. 可去间断点      B. 跳跃间断点

- C. 无穷型间断点      D. 连续点

3. 设 $f'(0) = 1$ , 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(x)}{x} =$  ( )

- A. 2      B. -2

C. 1      D. -1

4. 下列函数中在 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是( )

- A.  $f(x) = |x|$       B.  $f(x) = \frac{1}{x^2}$   
C.  $f(x) = \sqrt{x+1}$       D.  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

5. 设 $D$ 是由直线 $y = x$ ,  $y = -x$ ,  $x = 1$ 所围成的平面闭区域,  $D_1$ 是 $D$ 位于第一象限的部分, 则 $\iint_D (x^2 \sin y + y^2 \sin x) dx dy =$  ( )

$$\iint_D (x^2 \sin y + y^2 \sin x) dx dy$$

A.  $2 \iint_{D_1} x^2 \sin y dxdy$

B.  $2 \iint_{D_1} y^2 \sin x dxdy$

C.  $2 \iint_D (x^2 \sin y + y^2 \sin x) dxdy$

D. 0

6. 常数  $k > 0$ , 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \tan \frac{1}{n+k}$  ( )

A. 绝对收敛

B. 条件收敛

C. 发散

D. 收敛性与  $k$  有关

7. 若  $\begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{12} - 3a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & 2a_{22} - 3a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & 2a_{32} - 3a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$ , 则  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$  ( )

A. -2

B. 2

C. -1

D. 1

8. 若向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  的秩为  $r$ , 则 ( )

A. 必有  $r < s$

B. 向量组中任意小于  $r$  个向量的部分组线性无关

C. 向量组中任意  $r$  个向量线性无关

D. 向量组中任意  $r+1$  个向量必定线性相关

## 二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{\sqrt{1+x}-1} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ x^2 + b & x < 0 \end{cases}$  在点  $x = 0$  处连续, 则常数  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_

10. 设  $f(x) = \ln x$ , 则  $\int \frac{f'(e^{-x})}{e^x} dx =$  \_\_\_\_\_

11.  $y = \ln(x+1)$ , 若  $y^{(n)}|_{x=0} = 2022$  !, 则  $n =$  \_\_\_\_\_

12. 设幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  的收敛半径为 3, 则幂级数  $\sum_{n=2}^{\infty} n a_n (x-1)^{n+1}$  的收敛区间为 \_\_\_\_\_

13. 设  $A$  是 4 阶可逆方阵, 且  $|A|=3$ ,  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 则  $|A^*| =$  \_\_\_\_\_

14.  $D$  是 4 阶行列式,  $M_{ij}$ ,  $A_{ij}$  分别表示  $(i, j)$  元素的余子式和代数余子式, 且  $M_{21} = 1$ ,

$$M_{22} = 2, M_{23} = 3, M_{24} = 4,$$

$$\text{则 } M_{21} + M_{22} + M_{23} + M_{24} + A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} = \underline{\hspace{2cm}}$$

### 三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{x \ln(1+x) - x^2}$

16. 求不定积分  $\int \frac{\ln \sin x}{\sin^2 x} dx$

17. 求定积分  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{x \sqrt{1-x^2}}$

18. 设  $z = z(x, y)$  由方程  $xy + yz + xz = 1$  所确定, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$

19. 计算二重积分  $\iint_D x^2 y dxdy$ , 其中  $D$  是由曲线  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \sqrt{x}$ , 直线  $x = 2$  及  $x$  轴所围

成的平面闭区域

20. 求微分方程  $y'' - 5y' + 6y = 2xe^{2x}$  的通解

21. 已知  $X = AX + B$ , 其中  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ , 求矩阵  $X$

22. 求非线性方程组  $\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 = -1 \end{cases}$  的通解

### 四、证明题 (本大题共 10 分)

23. 证明: 对任意实数  $x$ ,  $2x \arctan x \geq \ln(1+x^2)$

### 五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

24. 过点  $M(0,1)$  作曲线  $y = \ln x$  的切线, 求:

(1) 切点  $p$  的坐标及切线  $Mp$  的方程;

(2)由曲线  $y = \ln x$ , 切线  $M_p$  及两坐标轴所围成的平面图形  $D$  的面积;

(3)平面图形  $D$  绕  $y$  轴旋转一周所形成的旋转体的体积。

25. 设函数  $f(x)$  是微分方程  $xf'(x) - 3f(x) = 3x^2 + 18x$  满足  $f(1) = -11$  的解, 求:

(1)函数  $f(x)$  的表达式;

(2)函数  $y = f(x)$  的单调区间、极值;

(3)曲线  $y = f(x)$  的凹凸区间、拐点。



同方专转本

专注江苏专转本考试培训