

江苏省 2019 年普通高校专转本统一考试

高等数学 试卷

一、选择题

1. 设当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $f(x) = \ln(1+kx^2)$ 与 $g(x) = 1 - \cos x$ 是等价无穷小, 则常数 k 的值为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

2. $x=0$ 是函数 $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ 的 ()

- A. 跳跃间断点 B. 可去间断点
C. 无穷间断点 D. 振荡间断点

3. 设函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin 2x} = 1$, 则 $f'(0)$ 等于 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

4. 设 $f(x)$ 是函数 $\cos 2x$ 的一个原函数, 且 $f(0) = 0$, 则 $\int f(x) dx$ 等于 ()

- A. $-\frac{1}{4} \cos 2x + c$ B. $-\frac{1}{2} \cos 2x + c$
C. $-\cos 2x + c$ D. $\cos 2x + c$

5. 设 $\int_a^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx = \frac{1}{2 \ln 2}$, 则积分下限 a 的值为 ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

6. 设 $f(x)$ 为 R 上的连续函数, 则与 $\int_1^2 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ 的值相等的定积分为 ()

- A. $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2} dx$ B. $\int_2^1 \frac{f(x)}{x^2} dx$
C. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(x)}{x^2} dx$ D. $\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{f(x)}{x^2} dx$

7. 二次积分 $\int_{-2}^0 dx \int_{-x}^2 f(x, y) dy$ 交换积分次序得

A. $\int_{-2}^0 dy \int_{-y}^2 f(x, y) dx$

B. $\int_0^2 dy \int_0^{-y} f(x, y) dx$

C. $\int_0^2 dy \int_{-y}^2 f(x, y) dx$

D. $\int_0^2 dy \int_{-y}^0 f(x, y) dx$

8. 设 $u_n = (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$, $v_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$, 则

A. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都收敛

B. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都发散

C. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 而级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散

D. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散, 而级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛

二、填空题

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (2-x)^{\frac{1}{x-1}} & x < 1 \\ a & x \geq 1 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处连续, 则常数 $a =$ _____

10. 曲线 $\begin{cases} x = te^t \\ y = 1 - e^t \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 _____

11. 设 $y = \ln(1+x)$, 若 $y^{(n)}|_{x=0} = 2018!$, 则 $n =$ _____

12. 定积分 $\int_{-1}^1 (x \cos^4 x + |x|) dx =$ _____

13. 略 (不在新大纲范围内)

14. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{3+n^3} x^n$ 的收敛半径为 _____

三、计算题

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x [\ln(1+t) - t] dt}{e^{x^3} - 1}$

16. 求不定积分 $\int (x^2 + x) e^x dx$

17. 计算定积分 $\int_0^7 \frac{1}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$

18. 设 $z = f(x^2y, x-y)$, 其中函数 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

19. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\sin(y+z) + xy + z^2 = 1$ 所确定的函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$

20. 略 (不在新大纲范围内)

21. 求微分方程 $y'' - y' = e^x$ 的通解

22. 计算二重积分 $\iint_D y dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 与直线 $y = 1$ 及 $x = 0$ 所围成的闭区域

四、证明题

23. 证明: 当 $0 < x < 2$ 时, $e^x < \frac{2+x}{2-x}$

五、综合题

24. 已知函数 $f(x) = ax^4 + bx^3$ 在点 $x = 3$ 处取得极值 -27 , 试求:

(1) 常数 a, b 的值;

(2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点;

(3) 曲线 $y = \frac{1}{f(x)}$ 的渐近线.

25. $f(x)$ 为定义在 $[0, +\infty)$ 上的单调连续函数, 曲线 $c: y = f(x)$ 通过点 $(0, 0)$ 及 $(1, 1)$, 过曲线 c 上任一点 $M(x, y)$ 分别作垂直于 x 轴的直线 l_x 和垂直于 y 轴的直线 l_y , 由曲线 c 和直线 l_x 及 x 轴所围成的平面图形的面积记为 S_1 ; 由曲线 c 和直线 l_y 及 y 轴所围成的平面图形的面积记为 S_2 ; 已知 $S_1 = 2S_2$, 试求:

(1)曲线 c 的方程;

(2)曲线 c 与直线 $y = x$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积



扫码查看答案解析



同方专转本

专注江苏专转本考试培训