

江苏省专转本 2023 届高等数学真题试卷

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. 若 $x=1$ 是函数 $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - a}$ 的第一类间断点, 则 $ab = ()$

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

2. 设函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$, 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) - \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 是 ax^k 的等价无穷小, 则 a, k

的值依次为 ()

- A. 2, 1 B. 1, 2 C. $\frac{1}{2}, 1$ D. $\frac{1}{2}, 2$

3. 设函数 $y = f(x)$ 的微分为 $dy = \frac{1}{1+x} dx$, 则 $f^{(2023)}(0) = ()$

- A. -2022! B. 2022! C. -2023! D. 2023!

4. 若函数 $f(x)$ 的一个原函数为 $\sin 2x$, 则 $f'(1) = ()$

- A. $2 \cos 2$ B. $-\frac{1}{2} \cos 2$ C. $-2 \sin 2$ D. $-4 \sin 2$

5. 设二元函数 $f(u, v)$ 具有连续偏导数, 且满足 $f(x+y, x-y) = x^2 - y^2$, 则 $f_u'(2, 0)$ 与 $f_v'(2, 0)$ 依次为 ()

- A. 2, -2 B. 2, 2 C. 0, 2 D. 4, 0

6. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$ 收敛, 而级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p^n}$ 发散, 则 ()

- A. $0 < p < 1$ B. $0 < p \leq 1$ C. $p > 1$ D. $p \geq 1$

7. 设 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, 若 A 的秩为 2, 则 $a = ()$

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

8. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, k 为非零常数, 则向量组 $\alpha_1 + k\alpha_2, \alpha_2 + k\alpha_3, \alpha_3 + k\alpha_1$,

线性相关的充分必要条件为 ()

A. $k \neq 1$

B. $k \neq -1$

C. $k = 1$

D. $k = -1$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 设 $f(x) = x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin 2x - \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____

10. 设直线 $y = 3x + m$ 是曲线 $\begin{cases} x = t^2 - t + 1 \\ y = t^2 + t - 1 \end{cases}$ 的一条切线, 则 $m =$ _____

11. 设 $f(x)$ 是可导的奇函数, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} n f\left(\frac{2}{n}\right) = 1$, 则 $f'(0) =$ _____

12. 设 $y = \int_1^x \frac{1}{\sqrt{1+t^3}} dt$, 则 $\left. \frac{dx}{dy} \right|_{x=1} =$ _____

13. 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{na^n}$ 的收敛域为 $[-3, 1)$, 则常数 $a =$ _____

14. 设 A, B 均为 3 阶方阵, 且 $|A| = 4$, $AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $|B| =$ _____

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x + 2 \cos x - 2}{x^2 - x^2 \cos x}$

16. 已知 $\int x f(x) dx = x^2 \arctan x + c$, 求 $\int f(x) dx$

17. 计算定积分 $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$

18. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $z^3 - 3xz + 6y = 1$ 所确定的函数, 求 $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{\substack{x=0 \\ y=0}}$

19. 已知 $y = xe^x$ 为微分方程 $y'' + py' + qy = -e^x$ 的一个特解, 求微分方程满足初始条件

$y|_{x=0} = 1, y'|_{x=0} = 2$ 的特解

20. 计算二重积分 $\iint_D (2y - \cos x) dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = \cos x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ 与两直线

$x = \frac{\pi}{2}, y = 1$ 所围成的平面闭区域

21. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 X , 使得 $AX = A - X$

22. 问 λ 取何值时, 线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = \lambda + 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = \lambda^2 \end{cases}$ 有解, 并求其解

四、证明题 (本大题共 10 分)

23. 证明: 当 $x > 0$ 时, $\sin x + \cos x > 1 + x - x^2$

五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

24. 设函数 $f(x) = \frac{ax^2 + 2x - 1}{x^2 + bx + 1}$, 已知直线 $x = 1$ 与 $y = 0$ 均为曲线 $y = f(x)$ 的渐近线, 求:

(1) 常数 a, b 的值

(2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点

25. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的正值连续函数, 且 $f(0) = 1$, D 为由曲线 $y = f(x)$ 与

直线 $x = 0, x = t (t > 0)$ 及 x 轴所围成的曲边梯形, D 的面积记为 $A(t)$, D 绕 y 轴旋转

所形成的旋转体体积记为 $V(t)$, 已知 $A(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} f(t)$, 求 $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(t)$



扫码查看答案解析