

江苏省 2014 年普通高校专转本统一考试

高等数学 试卷

一、选择题

1. 若 $x=1$ 是函数 $f(x) = \frac{x^2 - 4x + a}{x^2 - 3x + 2}$ 的可去间断点, 则 $a = ()$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 曲线 $y = x^4 - 2x^3$ 的凸区间为 $()$

- A. $(-\infty, 0], [1, +\infty)$ B. $[0, 1]$
C. $(-\infty, \frac{3}{2}]$ D. $[\frac{2}{3}, +\infty)$

3. 若函数 $f(x)$ 的一个原函数为 $x \sin x$, 则 $\int f''(x) dx = ()$

- A. $x \sin x + c$ B. $2 \cos x - x \sin x + c$
C. $\sin x - x \cos x + c$ D. $\sin x + x \cos x + c$

4. 已知函数 $z = z(x, y)$ 是由方程 $z^3 - 3xyz + x^3 - 2 = 0$ 所确定, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=0}} = ()$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

5. 二次积分 $\int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$ 交换积分次序后得 $()$

- A. $\int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$ B. $\int_0^1 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$
C. $\int_0^1 dy \int_{2-y}^2 f(x, y) dx$ D. $\int_0^1 dy \int_1^{2-y} f(x, y) dx$

6. 下列级数发散的是 $()$

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{n^2} \right)$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$

二、填空题

7. 曲线 $y = \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$ 的水平渐近线方程为_____

8. 设函数 $f(x) = ax^3 - 9x^2 + 12x$ 在 $x = 2$ 处取得极小值, 则 $f(x)$ 的极大值为_____

9. 定积分 $\int_{-1}^1 (x^3 + 1)\sqrt{1-x^2} dx =$ _____

10. 函数 $z = \arctan \frac{y}{x}$ 的全微分 $dz =$ _____

11. 略 (不在新大纲范围内)

12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛域为_____

三、计算题

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \arcsin x} - \frac{1}{x^2} \right)$

14. 设函数 $y = f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = (t+1)e^{2t} \\ e^y + ty = e \end{cases}$ 所确定, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$

15. 求不定积分 $\int x \ln^2 x dx$

16. 计算不定积分 $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{5}{2}} \frac{\sqrt{2x-1}}{2x+3} dx$

17. 略 (不在新大纲范围内)

18. 设 $z = f(\sin x, x^2 - y^2)$, 其中函数 f 有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

19. 计算二重积分 $\iint_D (x+y) dx dy$, 其中 D 是由三直线 $y = -x, y = 1, x = 0$ 所围成的平面闭

区域

20. 求微分方程 $y'' - 2y' = xe^{2x}$

四、证明题

21. 证明: 方程 $x \ln x = 3$ 在区间 $[2, 3]$ 内有且仅有一个实根

22. 证明: 当 $x > 0$ 时, $e^x - 1 > \frac{1}{2}x^2 + \ln(x+1)$

五、综合题

23. 设平面图形 D 由抛物线 $y = 1 - x^2$ 及在点 $(1, 0)$ 处的切线以及 y 轴所围成, 试求:

(1) 平面图形 D 的面积

(2) 平面图形 D 绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积

24. 设 $\varphi(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数, 且满足方程 $\int_0^x t\varphi(t)dt = 1 - \varphi(x)$

(1) 求函数 $\varphi(x)$ 的解析式

(2) 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\varphi(x)-1}{x^2} & x \neq 0 \\ -\frac{1}{2} & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处的连续性与可导性



扫码查看答案解析