



一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. 设当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = e^x + \ln(1-x) - 1$ 与 $\varphi(x) = x^k$ 为同阶无穷小, 则常数 k 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 函数 $f(x) = \frac{(1-x)(1-e^x)}{|x|(x^2-1)}$ 的第一类间断点个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 若函数 $f(x) = e^{ax} - x^2 - 2x$ 在点 $x=0$ 处取得极值, 则常数 a 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 设 $f(x)$ 的一个原函数是 xe^x , 则 $\int f'(2x+1)dx = ()$

- A. $(x+1)e^{2x+1} + c$ B. $2(x+1)e^{2x+1} + c$
 B. $\frac{1}{2}(x+1)e^{2x+1} + c$ D. $(2x+1)e^{2x+1} + c$

5. 二次积分 $\int_1^2 dx \int_{2-x}^1 f(x, y) dy$ 交换积分次序后得 ()

- A. $\int_1^2 dy \int_{2-y}^1 f(x, y) dx$ B. $\int_1^2 dy \int_{2-y}^2 f(x, y) dx$
 C. $\int_0^1 dy \int_{2-y}^1 f(x, y) dx$ D. $\int_0^1 dy \int_{2-y}^2 f(x, y) dx$

6. 下列级数中收敛的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{3n+2}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$
 C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n+1}}{n^2+2n+3}$

7. 设 A 是三阶方阵, 且 $|A|=3$, 则 $|-3A^{-1}| = ()$

- A. -9 B. -3 C. 3 D. 9

8. $f(x) = \begin{vmatrix} x & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ 的常数项为 $()$

- A. -14 B. -7 C. 7 D. 14

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 若直线 $y=2$ 是曲线 $y = \left(\frac{a-x}{2a-x} \right)^x$ 的水平渐近线, 则常数 $a =$ _____

10. 设 $\varphi(x) = \int_{x^2}^1 t \ln(1+t) dt$, 则 $\varphi'(x) =$ _____

11. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $z^2 - 2xyz - x^2 = 0$ 所确定, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____

12. 平面区域 D 由曲线 $y = \sqrt{1-x^2}$ 及 $y=0$ 所围成, 则 $\iint_D (xy^2 + 2) dx dy =$ _____

13. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{n+1}$ 的收敛域为 _____

14. 设 $A = (1, 2, -1)$, $B = (2, -1, 1)$, $C = A^T B$, 则 $C =$ _____

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \sin x}{x^2 \ln(1-x)}$

16. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = te^t \\ e^t + e^y = 2e \end{cases}$ 所确定, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1}$

17. 求不定积分 $\int \sqrt{x} \sin 2\sqrt{x} dx$

18. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt{1-x^2}}$

19. 设函数 $z = f(x^2 - y^2, xy)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

20. 计算二重积分 $\iint_D y dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = \sqrt{2x-x^2}$, $y = \sqrt{4-x^2}$ 及直线 $y=x$,

$x = 0$ 所围成的平面闭区域。

(21) 求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 2xe^x$ 的通解。

22. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, 且 $AX = B$, 求矩阵 X

四、证明题 (本大题共 10 分)

23. 证明: 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - \cos x}{x} & x < 0 \\ 2x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续但不可导。

五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

24. 设函数 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ 在 $x = 2$ 处取得极值, 且 $(1, 6)$ 是其图形的拐点, 求:

(1) 常数 a, b, c 的值;

(2) 函数 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ 的单调区间, 极值;

(3) 曲线 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ 的凹凸区间。

25. 求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 4 \\ -x_1 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 7 \end{cases}$ 的通解。

同方专转本

专注江苏专转本考试培训