

江苏省普通高校专转本选拔考试

高等数学 模拟试卷 3

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在下列每一小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项前的字母标号涂黑）

1. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时， $x^2 \ln(1+x^2)$ 是 $\sin^n x$ 的高阶无穷小，而 $\sin^n x$ 又是 $1-\cos x$ 的高阶无穷小，则正整数

$$n = (\quad)$$

A.1

B.2

C.3

D.4

2. $x=0$ 是函数 $f(x)=\frac{1}{e^x+1}$ 的 ()

A. 跳跃间断点

B. 可去间断点

C. 无穷间断点

D. 振荡间断点

3. 曲线 $y=\frac{2x+1}{(x-1)^2}$ 的渐近线的条数为 ()

A.1

B.2

C.3

D.4

4. 已知 $f(x+3)=x^3+8$ ，则 $f'(x)=$ ()

A. $3x^2$ B. $3(x-3)^2$ C. $3(x+3)^2$ D. $3x^2+6x$

5. 曲线 $\begin{cases} x=2t+\cos t, \\ y=\ln\frac{(3+t)^2}{9} \end{cases}$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程为 ()

A. $x-3y-1=0$ B. $x-3y+1=0$ C. $x+3y-1=0$ D. $x+3y+1=0$

6. 下列反常积分收敛的是 ()

$$\text{A. } \int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$$

$$\text{B. } \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$\text{C. } \int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$$

$$\text{D. } \int_e^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$$

7. 设 $|\alpha, \beta, \gamma|=3$ ，则 $|2\alpha, 2\beta, 2\gamma| =$ ()

A.3

B.6

C.12

D.24

8. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & t & 2 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ ，若 $r(A)=2$ ，则参数 $t =$ ()

A.0

B.-9

C.9

D.5

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 要使函数 $f(x) = (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则需补充定义 $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设 $\begin{cases} x = te^t, \\ y = 2t + t^2, \end{cases}$ 则 $\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=0} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^x = \int_{-\infty}^a e^x dx$, 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 定积分 $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} (1+x \cos^3 x) dx$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 函数 $f(x) = xe^x$ 的 n 阶导数 $f^{(n)}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设三阶矩阵 A 的行列式为 2, 则 $|5A^{-1} - 3A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}x^2 - \int_0^x \arctant dt}{\int_0^{x^2} \sin t dt}$.

16. 设函数 $z = x^3 \sin xy + y^2 e^x$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

17. 计算不定积分 $\int \left[\frac{1}{x(1+2\ln x)} + \frac{1}{\sqrt{x}} e^{3\sqrt{x}} \right] dx .$

18. 求定积分 $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}} dx .$

19. 设 $z = x^2 f\left(e^y, \frac{y^2}{x}\right)$, 其中 $f(u, v)$ 具有一阶连续偏导数, 求 $dz .$

20.求微分方程 $y'' + y' = 2x^2 e^x$ 的通解.

21.已知 $\alpha_1 = (1, 0, 2, 3)$, $\alpha_2 = (1, 1, 3, 5)$, $\alpha_3 = (1, -1, a+2, 1)$, $\alpha_4 = (1, 2, 4, a+8)$ 及 $\beta = (1, 1, b+3, 5)$.

(1) a, b 为何值时, β 不能表示成 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的线性组合?

(2) a, b 为何值时, β 有 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的唯一的线性表示式? 并写出该表示式.

22.解线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$

四、证明题（本大题 10 分）

23. 证明: 当 $x > 1$ 时, $e^{x-1} > \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$.

五、综合题（本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分）

24. 设平面图形由曲线 $y = 1 - x^2$ ($x \geq 0$) 及两坐标轴围成.

- (1) 求该平面图形绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积;
- (2) 求常数 a 的值, 使直线 $y = a$ 将该平面图形分成面积相等的两部分.

25. 设定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的可导函数 $f(x)$ 满足方程 $xf(x) - 4 \int_1^x f(t)dt = x^3 - 3$, 求:

- (1) 函数 $f(x)$ 的表达式;
- (2) 函数 $f(x)$ 的单调区间与极值;
- (3) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点.