

# 江苏省 2021 年普通高校专转本统一考试

## 高等数学 试卷

### 一、选择题

1. 将  $x \rightarrow 0$  的无穷小  $\alpha(x) = 1 - \cos x^2$ ,  $\beta(x) = e^{x^2} - 1$ ,  $\gamma(x) = x \tan^2 x$  排列起来, 使排

在后面的一个是前面一个的高阶无穷小, 则正确的排序是 ( )

A.  $\alpha(x), \gamma(x), \beta(x)$       B.  $\beta(x), \gamma(x), \alpha(x)$

C.  $\beta(x), \alpha(x), \gamma(x)$       D.  $\gamma(x), \beta(x), \alpha(x)$

2. 若函数  $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{a}{x}} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{\sin x}{x^a} & x > 0 \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内处处连续, 则常数  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $(-\infty, 0)$       B.  $(0, +\infty)$       C.  $(0, 1)$       D.  $(1, +\infty)$

3. 若函数  $f(x)$  在  $x=1$  处连续, 且  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 2$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-2x)}{x} =$  ( )

A. -4      B. -1      C. 1      D. 4

4. 若函数  $f(x) = \begin{cases} ax+b & x \leq 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{x} & x > 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处可导, 则常数  $a, b$  的值分别为 ( )

A.  $-\frac{1}{2}, 1$       B.  $\frac{1}{2}, 1$       C.  $-2, 0$       D.  $0, 1$

5. 设  $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$ , 其中  $f$  函数具有二阶导数, 则  $\frac{d^2y}{dx^2} =$  ( )

A.  $\frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x^2} f''\left(\frac{1}{x}\right)$       B.  $-\frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x^2} f''\left(\frac{1}{x}\right)$

C.  $\frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^4} f''\left(\frac{1}{x}\right)$       D.  $-\frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^4} f''\left(\frac{1}{x}\right)$

6. 设常数  $p \in (0, 1)$ , 则反常积分  $I_1 = \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$ ,  $I_2 = \int_1^{+\infty} p^x dx$  的敛散性为 ( )

A.  $I_1$  与  $I_2$  都收敛      B.  $I_1$  与  $I_2$  都发散

C.  $I_1$  收敛,  $I_2$  发散

D.  $I_1$  发散,  $I_2$  收敛

7. 下面级数发散的是 ( )

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n+1}{n}$

8. 二次积分  $I = \int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x^2 + y^2) dy$  在极坐标系下可表示为 ( )

A.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_1^{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}} f(\rho^2) \rho d\rho$

B.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^1 f(\rho^2) \rho d\rho$

C.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\sin\theta}^{1-\cos\theta} f(\rho^2) \rho d\rho$

D.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{1-\cos\theta}^{\sin\theta} f(\rho^2) \rho d\rho$

## 二、填空题

9. 设  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left( 1 + \frac{k}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ , 则常数  $k = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 已知  $\vec{a} = (2, -3, 4)$ ,  $\vec{b} = (2, 2, -1)$ , 则  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$  (不在大纲范围内)

11. 设函数  $f(x) = \frac{x^{2021} - 1}{x}$ , 则  $f^{(2021)}(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 设曲线  $\begin{cases} x = 3 + t + t^2 \\ y = 12 + 10t - 2t^2 \end{cases}$  在点  $p$  处的切线方程为  $y = 2x + 10$ , 则切点  $p$  的坐标

专注江苏专转本考试培训

13. 设  $\ln(1 + x^2)$  是函数  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int_0^1 f'(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 设常数  $a > 0$ , 若幂级数  $\sum \frac{(x-1)^n}{a^n}$  的收敛区间为  $(-1, 3)$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$

## 三、计算题

15. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \arctan x} \right)$

16. 求不定积分  $\int x \cos(2x - 3) dx$

17. 求定积分  $\int_1^2 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$

18. 已知直线  $L$  在平面  $\Pi_1: x + y + z - 1 = 0$ , 且通过平面  $\Pi_1$  与  $x$  轴的交点, 又与平面  $\Pi_2:$

$x + 2y + 3z + 6 = 0$  平行, 求直线  $L$  的方程 (不在大纲范围内)

19. 设函数  $z = y^3 f\left(\frac{x}{y}, e^x\right)$ , 其中函数  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

20. 设  $z = z(x, y)$  是由方程  $z^3 - 3x^2 z - 6yz + 3x - 3y = 1$  所确定的二元函数, 求  $dz|_{x=0, y=0}$

21. 计算二重积分  $\iint_D (x+y) dxdy$ , 其中  $D$  是由曲线  $y = x^2$  ( $x \leq 0$ ) 与直线  $y = x$  及  $y = 1$

所围成的平面闭区域

22. 设函数  $f(x)$  是微分方程  $y'' - 3y' + 2y = 0$  满足初始条件  $y(0) = y'(0) = 1$  的特解, 求微分方程  $y'' - 3y' + 2y = f(x)$  的通解

#### 四、证明题

23. 证明: 当  $x > 0$  时  $2 - \frac{e}{x} \leq \ln x \leq \frac{x}{e}$

专注江苏专转本考试培训

#### 五、综合题

24. 设  $D$  是由曲线  $y = 1 - ax^2$ ,  $y = \frac{1}{a}x^2$  ( $x \geq 0, a > 0$ ) 与  $y$  轴围成的平面图形:

(1)求  $D$  绕  $y$  轴旋转一周所形成的旋转体的体积  $V_{(a)}$ ;

(2)问  $a$  为何值时,  $V_{(a)}$  取得最大值? 并求此时  $D$  的面积

25. 设可导函数  $f(x)$  满足  $f(x) + \int_0^x t f(t) dt = 1$ , 求:

(1)函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 曲线  $y = f(x)$  的凹凸区间与拐点；

(3) 曲线  $y = f(x)$  的渐近线。



扫码查看答案解析



同方专转本

专注江苏专转本考试培训