

绝密★启用前

江苏省普通高校专转本统一命题考试

高等数学

考生注意事项:

- 1.试卷分为试题卷和答题卡两部分，全卷满分 150 分，考试时间 100 分钟。
- 2.须在答题卡上作答，作答在试题卷上无效。作答前务必将自己的姓名和准考证号准确清晰的填写在试题卷和答题卡上的指定位置。
- 3.考试结束时，须将试题卷和答题卡一并交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生编号													
考生姓名													

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在下列每小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项的字母标号涂黑）

1. 下列四种趋势中，函数 $y = \frac{x(x-1)\sqrt{x+1}}{x^3-1}$ 不是无穷小的是（ ）。

- A. $x \rightarrow 0$
- B. $x \rightarrow 1$
- C. $x \rightarrow -1$
- D. $x \rightarrow +\infty$

2. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上连续，则 $x = 0$ 是函数 $g(x) = \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$ 的（ ）。

- A. 跳跃间断点
- B. 可去间断点
- C. 无穷间断点
- D. 振荡间断点

3. 设 $y = f(x)$ 是可导函数，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为（ ）。

- A. -1
- B. -2
- C. 0
- D. 1

4. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$ ，则 x^3 的系数为（ ）。

- A. 1
- B. -1
- C. 2
- D. -2

5. 下列广义积分收敛的是（ ）。

- A. $\int_1^{+\infty} \cos x dx$
- B. $\int_1^{+\infty} \sqrt{x} dx$

C. $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$

D. $\int_1^{+\infty} e^x dx$

6. 设有 n 元非齐次方程 $Ax = b$, 则 ()。

A. 若 $Ax = 0$ 只有零解, 则 $Ax = b$ 有惟一解

B. $Ax = b$ 有惟一解的充要条件是 $R(A) = n$

C. $Ax = b$ 有两个不同的解, 则 $Ax = 0$ 有无限多解

D. $Ax = b$ 有两个不同的解, 则 $Ax = 0$ 的基础解系中含有两个以上向量

7. 累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$ 可以写成 ()。

A. $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$

B. $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

C. $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$

D. $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

8. 下列级数中条件收敛的是 ()。

A. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{2}{3}\right)^n$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{\sqrt{2n^2+1}}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{2n^3+4}}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[3]{n^2}}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分。请将答案写在答题卡指定位置的边框区域内。)

9. 设 $f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & x \leq 0 \\ \frac{\sin bx}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 间断, 则常数 a 与 b 应满足的关系式_____。

10. 曲线 $\tan\left(x + y + \frac{\pi}{4}\right) = e^y$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____。

11. 设 $f(x) = x \ln x$, 则 $f^{(n)}(1) (n \geq 3) =$ _____。

12. 设 $A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3k \\ -1 & 2k & -3 \\ k & -2 & 3 \end{vmatrix}$, 若 $r(A) = 3$, 则 k _____。

13. 若 $\beta = (0, k, k^2)$ 能由 $\alpha_1 = (1+k, 1, 1)$, $\alpha_2 = (1, 1+k, 1)$, $\alpha_3 = (1, 1, 1+k)$ 唯一线性表示, 则 k _____。

14. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^{\sqrt{n}}}$ 的收敛区间是_____。

三、计算题(本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分。请将答案写在答题卡指定位置的边框区域内。)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{\sin 2t}{\sqrt{4+t^2}} dt}{\int_0^x (\sqrt{t+1}-1) dt}$ 。

16. 求 $\int \sin(\ln x) dx$ 。

17. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2} dx$ 。

18. 设 $z = f(x^2 - y^2, e^{xy})$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

19. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $(z + y)^x = xy$ 确定, 求 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,2)}$ 。

20. 求解矩阵方程 $AX = B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ 。

21. 求微分方程 $y'' + 3y' + 2y = 3xe^{-x}$ 的通解。

22. 计算二重积分 $\int_0^e dy \int_1^2 \frac{\ln x}{e^x} dx + \int_e^{e^2} dy \int_{\ln y}^2 \frac{\ln x}{e^x} dx$ 。

四、证明题（本大题 10 分。请将答案写在答题卡指定位置的边框区域内。）

23. 证明：当 $x > 1$ 时， $\frac{\ln(1+x)}{\ln x} > \frac{x}{1+x}$

五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分。请将答案写在答题卡指定位置的边框区域内。）

24. 设曲线 $y = f(x)$ ，其中 $f(x)$ 是可导函数，且 $f(x) > 0$ 。已知曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = 0, x = 1$ 及 $x = t (t > 1)$ 所围成的曲边梯形绕 x 轴旋转一周所得的立体体积值是该曲边梯形面积的 πt 倍，求该曲线的方程。

25. 设
$$\begin{cases} 2x_1 - ax_2 + x_3 = 1 \\ ax_1 + (2a+1)x_2 - x_3 = 1 \\ (a^2-4)x_1 - x_2 - x_3 = 2a-1 \end{cases}$$
 问： a 取何值时，方程组无解？有唯一解？解不唯一？解不唯一时，请求出通解。