

江苏省 2017 年普通高校专转本统一考试

高等数学 试卷

一、选择题

1. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $f'(x_0)=0$ 是 $f(x)$ 在点 x_0 处取得极值的 ()

- A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充分必要条件 D. 非充分非必要条件

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小中与 x 等价的是 ()

- A. $\tan x - \sin x$ B. $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$

- C. $\sqrt{1+x} - 1$ D. $1 - \cos x$

3. $x=0$ 为函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$ 的 ()

- A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 连续点

4. 曲线 $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 4x}$ 的渐近线共有 ()

- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

5. 设函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处可导, 则有 ()

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(-x)}{x} = f'(0)$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(3x)}{x} = f'(0)$

- C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x} = f'(0)$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = f'(0)$

6. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$ 条件收敛, 则常数 p 的取值范围为 ()

- A. $[1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(0, 1]$ D. $(0, 1)$

二、填空题

7. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^x = \int_{-\infty}^a e^x dx$, 则常数 $a =$ _____
8. 设函数 $y = f(x)$ 的微分为 $dy = e^{2x} dx$, 则 $f''(x) =$ _____
9. 设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ 所确定的函数, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{(1,1)} =$ _____
10. 设 $F(x) = \cos x$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x f(x) dx =$ _____
11. 略 (不在新大纲范围内)
12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n} x^n$ 的收敛半径为 _____

三、计算题

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1) dt}{\tan x - x}$
14. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $z + \ln z - xy = 0$ 确定的二元函数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$
15. 求不定积分 $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+3}} dx$
16. 计算定积分 $\int_0^{\frac{1}{2}} x \arcsin x dx$
17. 设 $z = y f(y^2, xy)$, 其中函数 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$
18. 略 (不在新大纲范围内)
19. 求微分方程 $y'' - 2y' + 3y = 3x$ 的通解
20. 计算二重积分 $\iint_D \frac{2x}{y} dx dy$, 其中 D 是由曲线 $x = \sqrt{y-1}$ 与两直线 $x+y=3, y=1$ 所围

成的平面闭区域

四、证明题

21. 证明：当 $0 < x \leq \pi$ 时， $x \sin x + 2 \cos x < 2$

22. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[-a, a]$ 上连续，且 $f(x)$ 为基函数，证明：

$$(1) \int_{-a}^0 f(x) dx = -\int_0^a f(x) dx$$

$$(2) \int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

五、综合题

23. 设平面图形 D 由曲线 $y = e^x$ 与其过原点的切线及 y 轴所围成，试求：

(1) 平面图形 D 的面积

(2) 平面图形 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积

24. 已知曲线 $y = f(x)$ 通过点 $(-1, 5)$ ，且函数 $f(x)$ 满足方程 $3xf'(x) - 8f(x) = 12x^{\frac{5}{3}}$ ，

试求：

(1) 函数 $f(x)$ 的解析式

(2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点



扫码查看答案解析