

# 江苏省 2020 年普通高校专转本统一考试

## 高等数学 试卷

### 一、选择题

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( x \sin \frac{2}{x} + 2^{\frac{\sin x}{x}} \right)$  的值为 ( )

A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

2. 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a}{x - 2}, & x \neq 2 \\ b, & x = 2 \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续,  $a, b$  为常数, 则  $a - b =$  ( )

A. -2      B. 0      C. 2      D. 4

3. 设函数  $f$  在点  $x = 0$  处连续, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = 2$ , 则  $f'(0) =$  ( )

A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{3}{2}$       C. 3      D. 6

4. 已知  $f(x)$  的一个原函数是  $\ln|3x - 1|$ , 则  $\int f(3x) dx =$  ( )

A.  $\frac{1}{3} \ln|9x - 1| + c$       B.  $\frac{1}{3} \ln|3x - 1| + c$

C.  $\ln|9x - 1| + c$       D.  $3 \ln|9x - 1| + c$

5. 下列反常积分中收敛的是 ( )

A.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$       B.  $\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$

C.  $\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{1+x^2} dx$       D.  $\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{x^3} dx$

6. 设  $f(x) = \int_0^{2x} \cos t^2 dt$ , 则  $f'(x) =$  ( )

A.  $\cos 4x^2$       B.  $\cos 4x^2 - 1$

C.  $2 \cos 4x^2$       D.  $2(\cos 4x^2 - 1)$

7. 二次积分  $\int_0^1 dx \int_x^1 (x^2 + y^2) dy$  在极坐标系下可化为 ( )

A.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta}} \rho^2 d\rho$

B.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta}} \rho^3 d\rho$

C.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\sin\theta}} \rho^2 d\rho$

D.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\sin\theta}} \rho^3 d\rho$

8. 设函数  $f(x) = \frac{1}{x+5}$  在  $(-5, 5)$  内的可展开成幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ , 则  $a_{2020} = (\quad)$

(不在新大纲范围内)

A.  $\frac{1}{5^{2020}}$

B.  $-\frac{1}{5^{2020}}$

C.  $\frac{1}{5^{2021}}$

D.  $-\frac{1}{5^{2021}}$

## 二、填空题

9. 已知  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+kx} - 1}{x}$ , 则常数  $k = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 设  $f(x) = e^{2x}$ , 则  $f^{(n)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

11. 设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = t^3 + 3t \\ y = 3t^5 + 5t^3 \end{cases}$  确定, 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 已知  $\vec{a} = (-2, 6, \lambda)$  与  $\vec{b} = (1, \lambda, -4)$  垂直, 则常数  $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$  (不在新大纲范围内)

13. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 y}{1+x^3}$  的通解为  $\underline{\hspace{2cm}}$

14. 设幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  的收敛半径为 8, 则幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n x^n}{3^n}$  的收敛半径为  $\underline{\hspace{2cm}}$

## 三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{x - \ln(1+x)}$

16. 求不定积分  $\int (x - \sin^2 x) \cos x dx$

17. 计算定积分  $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}} dx$

18. 设  $z = f(2x+3y, y^2)$ , 其中函数  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

19. 设  $z = z(x, y)$  由方程  $yz + \ln z = x - y$  所确定的函数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$
20. 求过点  $(-1, 0, 2)$ , 且与直线  $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y + z - 6 = 0 \end{cases}$  平行的直线方程. (不在新大纲范围内)
21. 已知函数  $y = e^{2x}$  是微分方程  $y'' - 2y' + y = f(x)$  的一个特解, 求该微分方程满足  $y|_{x=0} = 2, y'|_{x=0} = 5$  的特解
22. 计算二重积分  $\iint_D (x + y) dx dy$ , 其中  $D$  是由  $y = x$  与直线  $y = -x$  及  $y = 1$  所围成的平面闭区域

#### 四、证明题 (本大题 10 分)

23. 证明: 当  $x \neq 0$  时,  $e^x + e^{-x} > x^2 + 2$

#### 五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

24. 设平面图形  $D$  由曲线  $y = e^x$  与其在点  $(0,1)$  处的法线及直线  $x = 1$  所围成. 试求:

- (1) 平面图形  $D$  的面积  
 (2) 平面图形  $D$  绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积

25. 设  $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + c$ , 其中  $a, b, c$  为常数. 已知曲线  $y = f(x)$  具有水平渐近线  $y = 1$ , 且有拐点  $(-1, 0)$ , 试求:

- (1)  $a, b, c$  的值  
 (2) 函数  $y = f(x)$  的单调区间与极值



扫码查看答案解析