

# 江苏省 2017 年普通高校专转本统一考试

## 高等数学 试卷

### 一、选择题

1. 设  $f(x)$  为连续函数, 则  $f'(x_0) = 0$  是  $f(x)$  在点  $x_0$  处取得极值的 ( )
- A. 充分条件      B. 必要条件      C. 充分必要条件      D. 非充分非必要条件
2. 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列无穷小中与  $x$  等价的是 ( )
- A.  $\tan x - \sin x$       B.  $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$   
C.  $\sqrt{1+x} - 1$       D.  $1 - \cos x$
3.  $x=0$  为函数  $f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$  的 ( )
- A. 可去间断点      B. 跳跃间断点      C. 无穷间断点      D. 连续点
4. 曲线  $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 4x}$  的渐近线共有 ( )
- A. 1 条      B. 2 条      C. 3 条      D. 4 条
5. 设函数  $f(x)$  在点  $x=0$  处可导, 则有 ( )
- A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(-x)}{x} = f'(0)$       B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(3x)}{x} = f'(0)$   
C.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x} = f'(0)$       D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = f'(0)$
6. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$  条件收敛, 则常数  $p$  的取值范围为 ( )
- A.  $[1, +\infty)$       B.  $(1, +\infty)$       C.  $(0, 1]$       D.  $(0, 1)$

## 二、填空题

7. 设  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x} \right)^x = \int_{-\infty}^a e^x dx$ , 则常数  $a = \underline{\hspace{2cm}}$

8. 设函数  $y = f(x)$  的微分为  $dy = e^{2x}dx$ , 则  $f''(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 设  $y = y(x)$  是由参数方程  $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$  所确定的函数, 则  $\frac{dy}{dx} \Big|_{(1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 设  $F(x) = \cos x$  是函数  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int xf(x)dx = \underline{\hspace{2cm}}$

11. 略 (不在新大纲范围内)

12. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n} x^n$  的收敛半径为  $\underline{\hspace{2cm}}$

## 三、计算题

13. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1) dt}{\tan x - x}$

14. 设  $z = z(x, y)$  是由方程  $z + \ln z - xy = 0$  确定的二元函数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

15. 求不定积分  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+3}} dx$

16. 计算定积分  $\int_0^1 x \arcsin x dx$

17. 设  $z = yf(y^2, xy)$ , 其中函数  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

18. 略 (不在新大纲范围内)

19. 求微分方程  $y'' - 2y' + 3y = 3x$  的通解

20. 计算二重积分  $\iint_D \frac{2x}{y} dxdy$ , 其中  $D$  是由曲线  $x = \sqrt{y-1}$  与两直线  $x+y=3, y=1$  所围成的平面闭区域

#### 四、证明题

21. 证明: 当  $0 < x \leq \pi$  时,  $x \sin x + 2 \cos x < 2$

22. 设函数  $f(x)$  在闭区间  $[-a, a]$  上连续, 且  $f(x)$  为基函数, 证明:

$$(1) \int_{-a}^0 f(x) dx = - \int_0^a f(x) dx$$

$$(2) \int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

#### 五、综合题

23. 设平面图形  $D$  由曲线  $y = e^x$  与其过原点的切线及  $y$  轴所围成, 试求:

(1) 平面图形  $D$  的面积

(2) 平面图形  $D$  绕  $x$  轴旋转一周所形成的旋转体的体积

24. 已知曲线  $y = f(x)$  通过点  $(-1, 5)$ , 且函数  $f(x)$  满足方程  $3xf'(x) - 8f(x) = 12x^{\frac{5}{3}}$ ,

试求:

(1) 函数  $f(x)$  的解析式

(2) 曲线  $y = f(x)$  的凹凸区间与拐点



扫码查看答案解析