

# 江苏省 2014 年普通高校专转本统一考试

## 高等数学 试卷

### 一、选择题

1. 若  $x=1$  时函数  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + a}{x^2 - 3x + 2}$  得可去间断点, 则  $a = (\ )$

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

2. 曲线  $y = x^4 - 2x^3$  的凸区间为 ( )

- A.  $(-\infty, 0], [1, +\infty)$       B.  $[0, 1]$   
C.  $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$       D.  $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$

3. 若函数  $f(x)$  的一个原函数为  $x \sin x$ , 则  $\int f''(x) dx = (\ )$

- A.  $x \sin x + c$       B.  $2 \cos x - x \sin x + c$   
C.  $\sin x - x \cos x + c$       D.  $\sin x + x \cos x + c$

4. 已知函数  $z = z(x, y)$  是由方程  $z^3 - 3xyz + x^3 - 2 = 0$  所确定, 则  $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1 \\ y=0}} = (\ )$

- A. -1      B. 0      C. 1      D. 2

5. 二次积分  $\int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$  交换积分次序后得 ( )

- A.  $\int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$       B.  $\int_0^1 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$   
C.  $\int_0^1 dy \int_{2-y}^2 f(x, y) dx$       D.  $\int_0^1 dy \int_1^{2-y} f(x, y) dx$

6. 下列级数发散的是 ( )

- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$       B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$       C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2^n} + \frac{1}{n^2} \right)$       D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$

### 二、填空题

7. 曲线  $y = \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$  的水平渐近线方程为\_\_\_\_\_
8. 设函数  $f(x) = ax^3 - 9x^2 + 12x$  在  $x = 2$  处取得极小值, 则  $f(x)$  的极大值为\_\_\_\_\_
9. 定积分  $\int_{-1}^1 (x^3 + 1) \sqrt{1-x^2} dx = _____$
10. 函数  $z = \arctan \frac{y}{x}$  的全微分  $dz = _____$
11. 略 (不在新大纲范围内)

12. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$  的收敛域为\_\_\_\_\_

### 三、计算题

13. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \arcsin x} - \frac{1}{x^2} \right)$
14. 设函数  $y = f(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = (t+1)e^{2t} \\ e^y + ty = e \end{cases}$  所确定, 求  $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0}$
15. 求不定积分  $\int x \ln^2 x dx$
16. 计算不定积分  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{5}{2}} \frac{\sqrt{2x-1}}{2x+3} dx$
17. 略 (不在新大纲范围内)
18. 设  $z = f(\sin x, x^2 - y^2)$ , 其中函数  $f$  有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$
19. 计算二重积分  $\iint_D (x+y) dxdy$ , 其中  $D$  是由三直线  $y = -x, y = 1, x = 0$  所围成的平面闭区域
20. 求微分方程  $y'' - 2y' = xe^{2x}$

### 四、证明题

21. 证明: 方程  $x \ln x = 3$  在区间  $[2, 3]$  内有且仅有一个实根

22. 证明: 当  $x > 0$  时,  $e^x - 1 > \frac{1}{2}x^2 + \ln(x+1)$

## 五、综合题

23. 设平面图形  $D$  由抛物线  $y = 1 - x^2$  及在点  $(1, 0)$  处的切线以及  $y$  轴所围成, 试求:

(1) 平面图形  $D$  的面积

(2) 平面图形  $D$  绕  $y$  轴旋转一周所形成的旋转体的体积

24. 设  $\varphi(x)$  是定义在  $(-\infty, +\infty)$  上的连续函数, 且满足方程  $\int_0^x t\varphi(t)dt = 1 - \varphi(x)$

(1) 求函数  $\varphi(x)$  的解析式

(2) 讨论函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\varphi(x)-1}{x^2} & x \neq 0 \\ -\frac{1}{2} & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处的连续性与可导性



扫码查看答案解析