

## 江苏省普通高校专转本选拔考试

## 高等数学 模拟试卷 1

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在下列每一小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项前的字母标号涂黑）

1. 设  $g(x) = \int_0^x \sin t^2 dt$ ，且当  $x \rightarrow 0$  时， $g(x)$  与  $x^n$  是同阶无穷小，则  $n = (\quad)$

- A. 3      B. 2      C. 1      D. 0

2. 函数  $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{e^{\frac{x}{x-1}} - 1}$  的间断点的个数为 ( )

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

3. 设  $f(x)$  在点  $x_0$  的某邻域内有定义，则  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导的一个充分条件是 ( )

- A.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0)}{h}$  存在      B.  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$  存在  
 C.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h}$  存在      D.  $\lim_{h \rightarrow +\infty} h \left[ f\left(x_0 + \frac{1}{h}\right) - f(x_0) \right]$  存在

4. 设  $\int f(x) dx = e^x + C$ ，则不定积分  $\int f(x) e^x dx = (\quad)$

- A.  $2e^x + C$       B.  $\frac{1}{2}e^x + C$       C.  $\frac{1}{2}e^{2x} + C$       D.  $2e^{2x} + C$

5.  $\int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_{\frac{1}{x}}^{4x} f(x, y) dy$  交换积分次序后可变为 ( )

A.  $\int_1^2 dy \int_{\frac{y}{4}}^1 f(x, y) dx + \int_2^4 dy \int_{\frac{1}{y}}^1 f(x, y) dx$

B.  $\int_1^2 dy \int_{\frac{1}{y}}^1 f(x, y) dx + \int_2^4 dy \int_{\frac{y}{4}}^1 f(x, y) dx$

C.  $\int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_{\frac{y}{4}}^1 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{\frac{1}{y}}^1 f(x, y) dx$

D.  $\int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_{\frac{1}{y}}^1 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{\frac{y}{4}}^1 f(x, y) dx$

6. 下列级数中条件收敛的是 ( )

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$

7. 如果  $n$  阶方阵  $A$ ,  $B$  满足条件  $AB = O$ , 则必有 ( )

A.  $|A + B| = 0$

B.  $A + B = O$

C.  $|A| = 0$  或  $|B| = 0$

D.  $|A| + |B| = 0$

8. 设 4 阶行列式  $D_4 = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ c & b & d & a \\ d & b & c & a \\ a & b & d & c \end{vmatrix}$ ,  $A_{ij}$  为其代数余子式, 则  $A_{14} + A_{24} + A_{34} + A_{44} =$  ( )

A. 0

B.  $abcd$

C.  $ab^2 - cd^2$

D.  $bc^2$

## 二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 要使函数  $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$  在  $x=4$  处连续, 须补充定义  $f(4) =$  \_\_\_\_\_.

10. 由参数方程  $\begin{cases} x = t^3 - 2t + 1, \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$  所确定的函数  $y = y(x)$  在点  $(0, 2)$  处的导数为 \_\_\_\_\_.

11. 已知  $y = \ln(2+x)$ , 则  $y^{(88)} =$  \_\_\_\_\_.

12. 设  $\int_a^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx = \frac{3}{32}\pi^2$ , 其中  $a > 0$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

13. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(n+1)}$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

14. 已知向量组  $\alpha_1 = (a, 2, 1)^T$ ,  $\alpha_2 = (2, a, 0)^T$ ,  $\alpha_3 = (1, -1, 1)^T$  线性相关, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - e^{2(x-1)}}{\sqrt{3x-2} - \sqrt{2x-1}}$ .

16. 设  $2\sin(x+2y-3z) = x+2y-3z$  确定了函数  $z = z(x, y)$ , 求  $dz$ .

17. 计算不定积分  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx (x > 1)$ .

18. 计算定积分  $\int_{\ln 2}^{2 \ln 2} \frac{1}{\sqrt{e^t - 1}} dt$ .

19. 计算二重积分  $\iint_D \ln \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

20. 设二阶常系数微分方程  $y'' + ay' + y = be^{2x}$  的一个特解为  $y^* = (2x - 1)e^{2x}$ , 求该微分方程及其通解.

21. 求矩阵  $X$ , 使得  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ .

22.求非齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 3x_4 = 7, \\ 3x_1 + 7x_2 + 10x_3 + 2x_4 = 12 \end{cases}$  的通解.

#### 四、证明题（本大题 10 分）

23) 证明: 当  $x > 1$  时,  $\frac{x-1}{x+1} < \ln \frac{x+1}{2} < \frac{x-1}{2}$ .

**五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)**

24. 设曲线  $y = \sin 2x \left( 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \right)$  与直线  $x = a$  及  $x$  轴所围成图形  $D_1$  的面积为  $s_1$ , 曲线  $y = \sin 2x \left( 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \right)$  与直线  $x = a$ 、 $y = 1$  所围成图形  $D_2$  的面积为  $s_2$ , 且  $0 < a < \frac{\pi}{4}$ .

(1)  $a$  为多少时,  $s = s_1 + s_2$  最小? 并求出最小值;

(2) 求  $s$  最小时, 两平面图形分别绕  $x$  轴旋转一周所得的旋转体的体积各是多少.

25. 设函数  $f(x) = \frac{ax+b}{(x+1)^2}$  在点  $x=1$  处取得极值  $-\frac{1}{4}$ , 试求:

(1) 常数  $a$ ,  $b$  的值;

(2) 曲线  $y=f(x)$  的凹凸区间与拐点;

(3) 曲线  $y=f(x)$  的水平渐近线和垂直渐近线.