



一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin ax$ 与 $\varphi(x) = x^2 \ln(1 - bx)$ 为等价无穷小, 则常数 a, b 的值为

()

A. $a = 1, b = -\frac{1}{6}$

B. $a = 1, b = \frac{1}{6}$

C. $a = -1, b = -\frac{1}{6}$

D. $a = -1, b = \frac{1}{6}$

2. $x = 0$ 是函数 $f(x) = \frac{2^{\frac{1}{x}} + 1}{2^{\frac{1}{x}} - 1}$ 的 ()

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 无穷型间断点

D. 连续点

3. 设 $f'(0) = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(x)}{x} =$ ()

A. 2

B. -2

C. 1

D. -1

4. 下列函数中在 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是 ()

A. $f(x) = |x|$

B. $f(x) = \frac{1}{x^2}$

C. $f(x) = \sqrt{x+1}$

D. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

5. 设 D 是由直线 $y = x$, $y = -x$, $x = 1$ 所围成的平面闭区域, D_1 是 D 位于第一象限的部分, 则 $\iint_D (x^2 \sin y + y^2 \sin x) dx dy =$ ()

D

- A. $2 \iint_{D_1} x^2 \sin y dx dy$ B. $2 \iint_{D_1} y^2 \sin x dx dy$
 C. $2 \iint_D (x^2 \sin y + y^2 \sin x) dx dy$ D. 0

6. 常数 $k > 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \tan \frac{1}{n+k}$ ()

- A. 绝对收敛 B. 条件收敛
 C. 发散 D. 敛散性与 k 有关

7. 若 $\begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{12} - 3a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & 2a_{22} - 3a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & 2a_{32} - 3a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$, 则 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$ ()

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

8. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 的秩为 r , 则 ()

- A. 必有 $r < s$
 B. 向量组中任意小于 r 个向量的部分组线性无关
 C. 向量组中任意 r 个向量线性无关
 D. 向量组中任意 $r+1$ 个向量必定线性相关

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{\sqrt{1+x}-1} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ x^2 + b & x < 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则常数 $a =$ _____, $b =$ _____

10. 设 $f(x) = \ln x$, 则 $\int \frac{f'(e^{-x})}{e^x} dx =$ _____

11. $y = \ln(x+1)$, 若 $y^{(n)}|_{x=0} = 2022 !$, 则 $n =$ _____

12. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 3, 则幂级数 $\sum_{n=2}^{\infty} n a_n (x-1)^{n+1}$ 的收敛区间为 _____

13. 设 A 是 4 阶可逆方阵, 且 $|A| = 3$, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则 $|A^*| =$ _____

14. D 是 4 阶行列式, M_{ij} , A_{ij} 分别表示 (i, j) 元素的余子式和代数余子式, 且 $M_{21} = 1$,

$$M_{22} = 2, M_{23} = 3, M_{24} = 4,$$

$$\text{则 } M_{21} + M_{22} + M_{23} + M_{24} + A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} = \underline{\hspace{2cm}}$$

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{x \ln(1+x) - x^2}$

16. 求不定积分 $\int \frac{\ln \sin x}{\sin^2 x} dx$

17. 求定积分 $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$

18. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $xy + yz + xz = 1$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$

19. 计算二重积分 $\iint_D x^2 y dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = \frac{1}{x}$, $y = \sqrt{x}$, 直线 $x = 2$ 及 x 轴所围

成的平面闭区域

20. 求微分方程 $y'' - 5y' + 6y = 2xe^{2x}$ 的通解

21. 已知 $X' = AX + B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, 求矩阵 X

22. 求非线性方程组 $\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 = -1 \end{cases}$ 的通解

四、证明题 (本大题共 10 分)

23. 证明: 对任意实数 x , $2x \arctan x \geq \ln(1+x^2)$

五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

24. 过点 $M(0,1)$ 作曲线 $y = \ln x$ 的切线, 求:

(1) 切点 p 的坐标及切线 Mp 的方程;

(2)由曲线 $y = \ln x$, 切线 M_p 及两坐标轴所围成的平面图形 D 的面积;

(3)平面图形 D 绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积。

25. 设函数 $f(x)$ 是微分方程 $xf'(x) - 3f(x) = 3x^2 + 18x$ 满足 $f(1) = -11$ 的解, 求:

(1)函数 $f(x)$ 的表达式;

(2)函数 $y = f(x)$ 的单调区间、极值;

(3)曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间、拐点。



同方专转本

专注江苏专转本考试培训