

江苏省 2025 年普通高校“专转本”选拔考试

高等数学 试题卷



扫码查看答案解析

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2}{(x-a)(x+b)} \right]^x = (\quad)$
- A. e^{a-b} B. e^{b-a} C. $e^{\frac{a}{b}}$ D. $e^{\frac{b}{a}}$
2. 设 $f(x) = 1 - \cos(1 - \cos x)$, $g(x) = \sin^n(\sin^n x)$, 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 与 $g(x)$ 为同阶无穷小, 则正整数 $n = (\quad)$
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
3. 设函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x_0 f(x) - x f(x_0)}{x - x_0} = (\quad)$
- A. $x_0 f'(x_0) - f(x_0)$ B. $f(x_0) - x_0 f'(x_0)$
C. $f'(x_0) - x_0 f(x_0)$ D. $x_0 f(x_0) - f'(x_0)$
4. 曲线 $y = x \sin \frac{1}{x-1}$ 的渐近线方程为 ()
- A. $x = 0$ B. $y = 0$ C. $x = 1$ D. $y = 1$
5. 设 $f(x) = x \int_0^x \cos t^2 dt$, 则 $f''(0) = (\quad)$
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
6. 设 k 为常数, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^k \frac{1}{\sqrt{n}}$ 条件收敛的充分必要条件是 ()

A. $0 < k \leq 1$

B. $1 < k < +\infty$

C. $0 < k \leq 2$

D. $2 < k < +\infty$

7. 设 A, B 为同阶方阵, 且 $AB = A - B$, 则一定可逆的矩阵为 ()

A. $A + E$ 与 $B + E$

B. $A + E$ 与 $B - E$

C. $A - E$ 与 $B + E$

D. $A - E$ 与 $B - E$

8. 设向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} k \\ k-1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 线性相关, 而向量组 $\beta_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\beta_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$,

$$\beta_3 = \begin{pmatrix} -5 \\ k \\ 0 \end{pmatrix}$$
 线性无关, 则常数 $k = ()$

A. -3

B. -1

C. 1

D. 3

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 若 $x=0$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & x < 0 \\ \sin kx & x > 0 \end{cases}$ 的可去间断点, 则常数 $k = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 设函数 $y = (2 + \cos x)^x$, 则 $dy|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$

11. 设函数 $g(x) = f^2(2x-3)$, 其中 $f(x)$ 是可导函数, 若 $f'(3)=2$, $g'(3)=16$, 则 $f(3)=\underline{\hspace{2cm}}$

12. 若 $x=0$ 是函数 $f(x) = (x+a)e^x$ (其中 a 为常数) 的极值点, 则曲线 $y=f(x)$ 的拐点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$

专注江苏专转本考试培训

13. 设 a, b 为常数, 且 $a > 0$, 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n} (x-b)^n$ 的收敛区间为 $(-3, 5)$,

则 $a-b=\underline{\hspace{2cm}}$

14. 设矩阵 X 满足方程 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 5 & 9 & -4 \end{pmatrix}$, 则 $X = \underline{\hspace{2cm}}$

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x [\ln(e-t)-1] dt}{\sqrt{1+x^3}-1}$

16. 求不定积分 $\int \frac{x^3+4}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx$

17. 求定积分 $\int_0^1 \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x^3 + 1} dx$

18. 求微分方程 $(x+1)y' + y = x \cos x$ 满足初始条件 $y(0)=1$ 的特解

19. 已知 $z = f(x, y)$ 是由方程 $e^z - 2xz - 3yz = e$ 所确定的函数，求 $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{x=0, y=0}$

20. 求二重积分 $\iint_D (x^2 + \sin x \cos y) dxdy$ ，其中 D 是由直线 $y=1-x$ 与 $y=1+x$ 及 x 轴所围成的闭区域

21. 设 A, B, C 均为 4 阶方阵，满足 $AB = C$ ，已知 $|A|=3$ ， $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$ ，求 $|B|$

22. 已知非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_2 - 7x_3 + kx_4 = k \end{cases}$ (其中 k 为常数) 有无穷多解，求其通解

四、证明题 (本题 10 分)

23. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上具有二阶导数，且 $f(0)=1, f(1)=0$ ，证明：

(1) 在开区间 $(0,1)$ 内至少存在一点 ξ ，使得 $f'(\xi)=-1$ ；

(2) 在开区间 $(0,1)$ 内至少存在一点 η ，使得 $f'(\eta)+\eta f''(\eta)=-1$

五、综合题 (本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分)

24. 设 D 是由抛物线 $y=x^2$ 与 $y=(x-2)^2$ 及 x 轴所围成的平面图形，求：

(1) D 的面积；

(2) D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积;

(3) D 绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积

25. 设二阶可导函数 $f(x)$ 满足方程 $f''(x)+2f'(x)+2f(x)=0$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}=1$, 求

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx$$



同方专转本

专注江苏专转本考试培训