Копировать в буфер обмена  
**Симплекс-метод**.  
Решим прямую задачу линейного программирования симплексным методом, с использованием симплексной таблицы.  
Определим максимальное значение целевой функции F(X) = 1800x1+2400x2 при следующих условиях-ограничений.  
2x1+5x2≤600  
7x1+20x2≤2500  
x1+x2≤210  
Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (**переход к канонической форме**).  
В 1-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x3. В 2-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x4. В 3-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x5.   
2x1 + 5x2 + 1x3 + 0x4 + 0x5 = 600  
7x1 + 20x2 + 0x3 + 1x4 + 0x5 = 2500  
1x1 + 1x2 + 0x3 + 0x4 + 1x5 = 210  
Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A = | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | 2 | 5 | 1 | 0 | 0 | | 7 | 20 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | |  | |

**Базисные переменные** это переменные, которые входят только в одно уравнение системы ограничений и притом с единичным коэффициентом.  
**Экономический смысл дополнительных переменных**: дополнительные переменные задачи ЛП обозначают излишки сырья, времени, других ресурсов, остающихся в производстве данного оптимального плана.  
Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x3, x4, x5  
Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:  
X0 = (0,0,600,2500,210)  
**Базисное решение** называется допустимым, если оно неотрицательно.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | 600 | 2 | 5 | 1 | 0 | 0 |
| x4 | 2500 | 7 | 20 | 0 | 1 | 0 |
| x5 | 210 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -1800 | -2400 | 0 | 0 | 0 |

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.  
**Итерация №0**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2  
и из них выберем наименьшее:  
min (600 : 5 , 2500 : 20 , 210 : 1 ) = 120  
Следовательно, 1-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | min |
| x3 | 600 | 2 | **5** | 1 | 0 | 0 | **120** |
| x4 | 2500 | 7 | 20 | 0 | 1 | 0 | 125 |
| x5 | 210 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 210 |
| F(X1) | 0 | -1800 | **-2400** | 0 | 0 | 0 | 0 |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x3 в план 1 войдет переменная x2.  
Строка, соответствующая переменной x2 в плане 1, получена в результате деления всех элементов строки x3 плана 0 на разрешающий элемент РЭ=5. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x2 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 1 заполнены строка x2 и столбец x2. Все остальные элементы нового плана 1, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.  
НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ  
СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (5), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| 600 : 5 | 2 : 5 | 5 : 5 | 1 : 5 | 0 : 5 | 0 : 5 |
| 2500-(600 • 20):5 | 7-(2 • 20):5 | 20-(5 • 20):5 | 0-(1 • 20):5 | 1-(0 • 20):5 | 0-(0 • 20):5 |
| 210-(600 • 1):5 | 1-(2 • 1):5 | 1-(5 • 1):5 | 0-(1 • 1):5 | 0-(0 • 1):5 | 1-(0 • 1):5 |
| 0-(600 • -2400):5 | -1800-(2 • -2400):5 | -2400-(5 • -2400):5 | 0-(1 • -2400):5 | 0-(0 • -2400):5 | 0-(0 • -2400):5 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 120 | 2/5 | 1 | 1/5 | 0 | 0 |
| x4 | 100 | -1 | 0 | -4 | 1 | 0 |
| x5 | 90 | 3/5 | 0 | -1/5 | 0 | 1 |
| F(X1) | 288000 | -840 | 0 | 480 | 0 | 0 |

**Итерация №1**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x1, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai1  
и из них выберем наименьшее:  
min (120 : 2/5 , - , 90 : 3/5 ) = 150  
Следовательно, 3-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (3/5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | min |
| x2 | 120 | 2/5 | 1 | 1/5 | 0 | 0 | 300 |
| x4 | 100 | -1 | 0 | -4 | 1 | 0 | - |
| x5 | 90 | **3/5** | 0 | -1/5 | 0 | 1 | **150** |
| F(X2) | 288000 | **-840** | 0 | 480 | 0 | 0 | 0 |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x5 в план 2 войдет переменная x1.  
Строка, соответствующая переменной x1 в плане 2, получена в результате деления всех элементов строки x5 плана 1 на разрешающий элемент РЭ=3/5. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x1 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 2 заполнены строка x1 и столбец x1. Все остальные элементы нового плана 2, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| 120-(90 • 2/5):3/5 | 2/5-(3/5 • 2/5):3/5 | 1-(0 • 2/5):3/5 | 1/5-(-1/5 • 2/5):3/5 | 0-(0 • 2/5):3/5 | 0-(1 • 2/5):3/5 |
| 100-(90 • -1):3/5 | -1-(3/5 • -1):3/5 | 0-(0 • -1):3/5 | -4-(-1/5 • -1):3/5 | 1-(0 • -1):3/5 | 0-(1 • -1):3/5 |
| 90 : 3/5 | 3/5 : 3/5 | 0 : 3/5 | -1/5 : 3/5 | 0 : 3/5 | 1 : 3/5 |
| 288000-(90 • -840):3/5 | -840-(3/5 • -840):3/5 | 0-(0 • -840):3/5 | 480-(-1/5 • -840):3/5 | 0-(0 • -840):3/5 | 0-(1 • -840):3/5 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 60 | 0 | 1 | 1/3 | 0 | -2/3 |
| x4 | 250 | 0 | 0 | -41/3 | 1 | 12/3 |
| x1 | 150 | 1 | 0 | -1/3 | 0 | 12/3 |
| F(X2) | 414000 | 0 | 0 | 200 | 0 | 1400 |

**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.  
Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 60 | 0 | 1 | 1/3 | 0 | -2/3 |
| x4 | 250 | 0 | 0 | -41/3 | 1 | 12/3 |
| x1 | 150 | 1 | 0 | -1/3 | 0 | 12/3 |
| F(X3) | 414000 | 0 | 0 | 200 | 0 | 1400 |

Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 150, x2 = 60  
F(X) = 1800•150 + 2400•60 = 414000  
Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:  
[Решение симплекс-методом](http://math.semestr.ru/simplex/simplex.php)  
Вместе с этой задачей решают также:  
[Графический метод решения задач линейного программирования](http://math.semestr.ru/lp/index.php)  
[Двойственный симплекс-метод](http://math.semestr.ru/simplex/pmethod.php)  
[Двойственная задача линейного программирования](http://math.semestr.ru/simplex/msimplex.php)  
[Метод Гомори](http://math.semestr.ru/simplex/integer.php)  
[Транспортная задача](http://math.semestr.ru/transp/index.php)  
[Расчет сетевого графика](http://math.semestr.ru/setm/index.php)