БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

ИИТ БГУИР

Программное обеспечение информационных технологий.

Дисциплина: «Методы оптимизации»

Отчет

По лабораторной работе №2

«МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ПОСТАВОК, РАЗМЕЩЕНИЯ И КОНЦЕНТРАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА»

Выполнил студент группы 481064 Сорока А.А.

Проверил преподаватель: Бородина Т. А.

Минск 2016 г

**Цель:**

1. Освоить правила составления математических моделей многоэтапных и много продуктовых транспортных задач с учетом возможных ограничений.

**Задание:**

1. Решить транспортную задачу без учета дополнительных ограничений на перевозки;

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ai/Bi** | **20** | **20** | **40** | **40** |
| **20** | 4 | 5 | 2 | 4 |
| **40** | 3 | 1 | 3 | 5 |
| **80** | 2 | 7 | 6 | 8 |
| **40** | 3 | 3 | 1 | 4 |

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

∑a = 20 + 40 + 80 + 40 = 180

∑b = 20 + 20 + 40 + 40 = 120

Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения меньше запасов груза на базах. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) потребность, равной 60 (180—120). Тарифы перевозки единицы груза из базы во все магазины полагаем равны нулю.

Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ai/Bi** | **20** | **20** | **40** | **40** | **60** |
| **20** | 4 | 5 | 2 | 4 | 0 |
| **40** | 3 | 1 | 3 | 5 | 0 |
| **80** | 2 | 7 | 6 | 8 | 0 |
| **40** | 3 | 3 | 1 | 4 | 0 |

Используя метод наименьшей стоимости, построим первый опорный план транспортной задачи. Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел ai, или bj. Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя.

Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m + n - 1 = 8. Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 4\*20 + 1\*20 + 5\*20 + 2\*20 + 0\*60 + 1\*40 = 280

Для получения невырожденного плана принудительно добавляем нуль [0] в клетку (1;1); (1;2);

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ai/Bi** | **20** | **20** | **40** | **40** | **60** |
| **20** | 4[0] | 5[0] | 2 | 4[20] | 0 |
| **40** | 3 | 1[20] | 3 | 5[20] | 0 |
| **80** | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 0[60] |
| **40** | 3 | 3 | 1[40] | 4 | 0 |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 4; 0 + v1 = 4; v1 = 4

u3 + v1 = 2; 4 + u3 = 2; u3 = -2

u3 + v5 = 0; -2 + v5 = 0; v5 = 2

u1 + v2 = 5; 0 + v2 = 5; v2 = 5

u2 + v2 = 1; 5 + u2 = 1; u2 = -4

u2 + v4 = 5; -4 + v4 = 5; v4 = 9

u4 + v3 = 1; 0 + u4 = 1; u4 = 1

u4 + v3 = 1; 1 + v3 = 1; v3 = 0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **v1=4** | **v2=5** | **v3=0** | **v4=9** | **v5=2** |
| **u1=0** | 4[0] | 5[0] | 2 | 4[20] | 0 |
| **u2=-4** | 3 | 1[20] | 3 | 5[20] | 0 |
| **u3=-2** | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 0[60] |
| **u4=1** | 3 | 3 | 1[40] | 4 | 0 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;4): 0 + 9 > 4; ∆14 = 0 + 9 - 4 = 5

(1;5): 0 + 2 > 0; ∆15 = 0 + 2 - 0 = 2

(4;1): 1 + 4 > 3; ∆41 = 1 + 4 - 3 = 2

(4;2): 1 + 5 > 3; ∆42 = 1 + 5 - 3 = 3

(4;4): 1 + 9 > 4; ∆44 = 1 + 9 - 4 = 6

(4;5): 1 + 2 > 0; ∆45 = 1 + 2 - 0 = 3

max(5,2,2,3,6,3) = 6

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;4): 4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **Запасы** |
| **1** | 4[0] | 5[0] | 2 | 4[20] | 0 | 20 |
| **2** | 3 | 1[20] | 3 | 5[20] | 0 | 40 |
| **3** | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 0[60] | 80 |
| **4** | 3 | 3 | 1[40] | 4[0] | 0 | 40 |
| **Потребности** | 20 | 20 | 40 | 40 | 60 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 4; 0 + v1 = 4; v1 = 4

u3 + v1 = 2; 4 + u3 = 2; u3 = -2

u3 + v5 = 0; -2 + v5 = 0; v5 = 2

u1 + v2 = 5; 0 + v2 = 5; v2 = 5

u2 + v2 = 1; 5 + u2 = 1; u2 = -4

u2 + v4 = 5; -4 + v4 = 5; v4 = 9

u4 + v4 = 4; 9 + u4 = 4; u4 = -5

u4 + v3 = 1; -5 + v3 = 1; v3 = 6

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **v1=4** | **v2=5** | **v3=6** | **v4=9** | **v5=2** |
| **u1=0** | 4[0] | 5[0] | 2 | 4[20] | 0 |
| **u2=-4** | 3 | 1[20] | 3 | 5[20] | 0 |
| **u3=-2** | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 0[60] |
| **u4=-5** | 3 | 3 | 1[40] | 4[0] | 0 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;3): 0 + 6 > 2; ∆13 = 0 + 6 - 2 = 4

(1;4): 0 + 9 > 4; ∆14 = 0 + 9 - 4 = 5

(1;5): 0 + 2 > 0; ∆15 = 0 + 2 - 0 = 2

max(4,5,2) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;4): 4

Для этого в перспективную клетку (1;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **Запасы** |
| **1** | 4[0] | 5[0][-] | 2 | 4[20][+] | 0 | 20 |
| **2** | 3 | 1[20][+] | 3 | 5[20][-] | 0 | 40 |
| **3** | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 0[60] | 80 |
| **4** | 3 | 3 | 1[40] | 4[0] | 0 | 40 |
| **Потребности** | 20 | 20 | 40 | 40 | 60 |  |

Цикл приведен в таблице (1,4 → 1,2 → 2,2 → 2,4).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 2) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **Запасы** |
| **1** | 4[0] | 5 | 2 | 4[20] | 0 | 20 |
| **2** | 3 | 1[20] | 3 | 5[20] | 0 | 40 |
| **3** | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 0[60] | 80 |
| **4** | 3 | 3 | 1[40] | 4[0] | 0 | 40 |
| **Потребности** | 20 | 20 | 40 | 40 | 60 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 4; 0 + v1 = 4; v1 = 4

u3 + v1 = 2; 4 + u3 = 2; u3 = -2

u3 + v5 = 0; -2 + v5 = 0; v5 = 2

u1 + v4 = 4; 0 + v4 = 4; v4 = 4

u2 + v4 = 5; 4 + u2 = 5; u2 = 1

u2 + v2 = 1; 1 + v2 = 1; v2 = 0

u4 + v4 = 4; 4 + u4 = 4; u4 = 0

u4 + v3 = 1; 0 + v3 = 1; v3 = 1

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;5): 0 + 2 > 0; ∆15 = 0 + 2 - 0 = 2

(2;1): 1 + 4 > 3; ∆21 = 1 + 4 - 3 = 2

(2;5): 1 + 2 > 0; ∆25 = 1 + 2 - 0 = 3

(4;1): 0 + 4 > 3; ∆41 = 0 + 4 - 3 = 1

(4;5): 0 + 2 > 0; ∆45 = 0 + 2 - 0 = 2

max(2,2,3,1,2) = 3

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;5): 0

Для этого в перспективную клетку (2;5) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **Запасы** |
| **1** | 4[0][-] | 5 | 2 | 4[20][+] | 0 | 20 |
| **2** | 3 | 1[20] | 3 | 5[20][-] | 0[+] | 40 |
| **3** | 2[20][+] | 7 | 6 | 8 | 0[60][-] | 80 |
| **4** | 3 | 3 | 1[40] | 4[0] | 0 | 40 |
| **Потребности** | 20 | 20 | 40 | 40 | 60 |  |

Цикл приведен в таблице (2,5 → 2,4 → 1,4 → 1,1 → 3,1 → 3,5).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 1) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **Запасы** |
| **1** | 4 | 5 | 2 | 4[20] | 0 | 20 |
| **2** | 3 | 1[20] | 3 | 5[20] | 0[0] | 40 |
| **3** | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 0[60] | 80 |
| **4** | 3 | 3 | 1[40] | 4[0] | 0 | 40 |
| **Потребности** | 20 | 20 | 40 | 40 | 60 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 4; 0 + v4 = 4; v4 = 4

u2 + v4 = 5; 4 + u2 = 5; u2 = 1

u2 + v2 = 1; 1 + v2 = 1; v2 = 0

u2 + v5 = 0; 1 + v5 = 0; v5 = -1

u3 + v5 = 0; -1 + u3 = 0; u3 = 1

u3 + v1 = 2; 1 + v1 = 2; v1 = 1

u4 + v4 = 4; 4 + u4 = 4; u4 = 0

u4 + v3 = 1; 0 + v3 = 1; v3 = 1

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 4\*20 + 1\*20 + 5\*20 + 2\*20 + 0\*60 + 1\*40 = 280

Анализ оптимального плана.

Из 1-го склада необходимо часть груза (20) направить в 4-й магазин.

Из 2-го склада необходимо груз направить в 2-й магазин (20), в 4-й магазин (20)

Из 3-го склада необходимо часть груза (20) направить в 1-й магазин.

Из 4-го склада необходимо часть груза (40) направить в 3-й магазин.

На 3-ом складе остался невостребованным груз в количестве 60 ед.

Задача имеет множество оптимальных планов, поскольку оценка для (2;5),(4;4) равна 0.

2. Решить транспортную задачу с дополнительными ограничениями на перевозки X43<=20 и X32 >= 20

Для этого 3 поставщика и 2 потребителя мы уменьшаем на 20, а 3 потребителя разделяем на двух: потребитель 3 уменьшается до 20, а так же добавляется 5 потребитель с 20 и стоимость перевозок, как у потребителя 3.

Помимо этого, для того, чтобы задача осталась закрытой, добавляем фиктивного шестого потребителя.

Попытаемся найти первый опорный план, путем наименьшей стоимости:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | **Запасы** |
| 1 | 4[0] | 5[0] | 2 | 4 | 2[20] | 0 | **20** |
| 2 | 3 | 1 | 3 | 5[20] | 3 | 0[20] | **40** |
| 3 | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 6 | 0[40] | **60** |
| 4 | 3 | 3 | 1[20] | 4[20] | M | 0 | **40** |
| **Потребности** | **20** | **0** | **20** | **40** | **20** | **60** |  |

Методом потенциалов рассчитываем новые опорные планы и расставляем коэффициенты:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **v1=1** | **v2=0** | **v3=1** | **v4=4** | **v5=2** | **v6=-1** |
| **u1=0** | 4 | 5 | 2 | 4[0] | 2[20] | 0 |
| **u2=1** | 3 | 1[0] | 3 | 5[20] | 3 | 0[20] |
| **u3=1** | 2[20] | 7 | 6 | 8 | 6 | 0[40] |
| **u4=0** | 3 | 3 | 1[20] | 4[20] | 24 | 0 |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию Ui + Vj ≤ Cij.

Возвращаем все изменения, совершенные в начале:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ai/Bi** | **20** | **20** | **40** | **40** | **60** |
| **20** | 4 | 5 | 2[20] | 4[0] | 0 |
| **40** | 3 | 1[0] | 3 | 5[20] | 0[20] |
| **80** | 2[20] | 7[20] | 6 | 8 | 0[40] |
| **40** | 3 | 3 | 1[20] | 4[20] | 0 |

Вывод:

Анализ оптимального плана.

Из 1-го склада необходимо часть груза (20) направить в 5-й магазин.

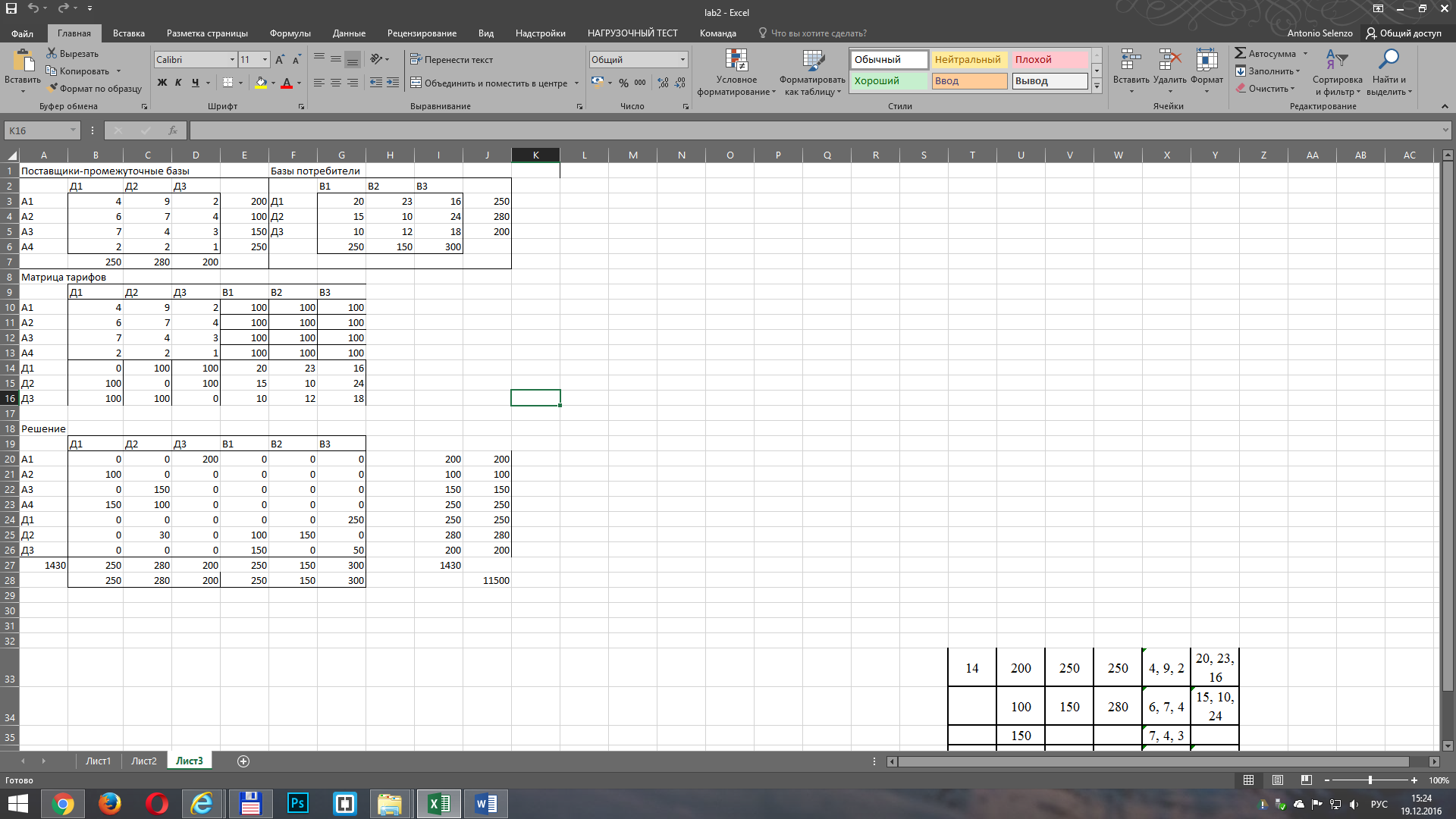
Из 2-го склада необходимо часть груза (20) направить в 4-й магазин.

Из 3-го склада необходимо часть груза (20) направить в 1-й магазин.

Из 4-го склада необходимо груз направить в 3-й магазин (20), в 4-й магазин (20)

На 2-ом складе остался невостребованным груз в количестве 20 ед.

2. Решить двухэтапную транспортную задачу:



**Общий вывод:**

В ходе выполнения лабораторной работы мы научились решать транспортные задачи, транспортные задачи с ограничениями, а также решили двухэтапную транспортную задачу при помощи Microsoft Excel.