第5章 时域离散系统的网络结构

1. ① 网络结构作用：分析表示系统的运算结构（$H(z)$）
   - FIR 有限长单位脉冲响应网络：$h(n)$有限长，无反馈支路
   - IIR 无限长单位脉冲响应网络：$h(n)$无限长，有反馈支路

② 表示方法：信号流图
- 加法：$x_1(n)$ → $x_1(n)+x_2(n)$ ← $x_2(n)$　网络节点表示加法
- 乘法：$x(n) \xrightarrow{a} ax(n)$　箭头旁的系数表示增益系数；未标，默认$a=1$
- 单位延迟：$x(n) \xrightarrow{z^{-1}} x(n-1)$　箭头旁的z^{-1}表示单位延迟

2. IIR 系统的基本网络结构：直接型、级联型和并联型

要求：
- 按系统函数$H(z)$或差分方程画出直接型、级联型、并联型信号流图
- 由系统~~函数~~流图写出系统函数

① 直接型　$y(n)=\sum_{i=0}^{M} b_i x(n-i)+\sum_{i=1}^{N} a_i y(n-i)$

设$M=N=2$

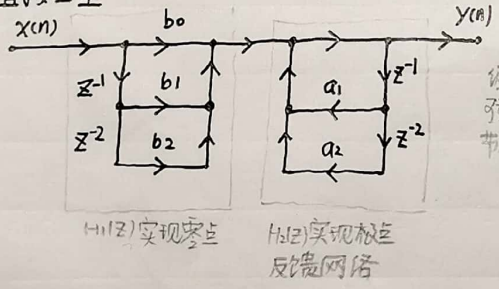
$$y(n)=b_0x(n)+b_1x(n-1)+b_2x(n-2)+a_1y(n-1)+a_2y(n-2)$$ 差分方程

$$Y(z)=b_0X(z)+b_1X(z)z^{-1}+b_2X(z)z^{-2}+a_1Y(z)z^{-1}+a_2Y(z)z^{-2}$$

$$(1-a_1z^{-1}-a_2z^{-2})Y(z)=(b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2})X(z)$$

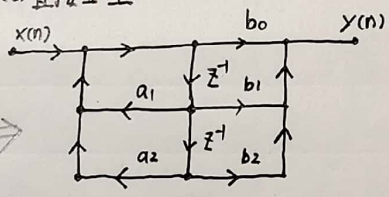
$$\Rightarrow H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1-a_1z^{-1}-a_2z^{-2}}$$ 系统函数

(a) 直接Ⅰ型



级联关系，交换，可合并，节省延时单元 ⇒

(b) 直接Ⅱ型



采用 $H(z)$画流图

$H(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1-a_1z^{-1}-a_2z^{-2}}$ 分子 输入系数一致；分母 输出系数相反（反馈）

例 5.3.1

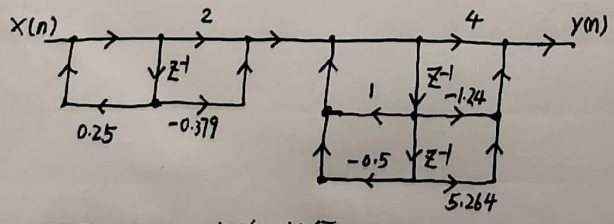
② 级联型：将系统函数$H(z)$因式分解为几个一阶或二阶数字网络的级联形式　$H(z)=A\cdot H_1(z)\cdot H_2(z)\cdots H_K(z)$

每个子网络$H_i(z)$采用直接型网络结构

例 5.3.2

$$H(z)=\frac{8-4z^{-1}+11z^{-2}-2z^{-3}}{1-1.25z^{-1}+0.75z^{-2}-0.125z^{-3}}=\frac{(2-0.379z^{-1})\cdot(4-1.24z^{-1}+5.264z^{-2})}{(1-0.25z^{-1})\cdot(1-z^{-1}+0.5z^{-2})}=\frac{2-0.379z^{-1}}{1-0.25z^{-1}}\cdot\frac{4-1.24z^{-1}+5.264z^{-2}}{1-z^{-1}+0.5z^{-2}}=H_1(z)\cdot H_2(z)$$

一阶 二阶

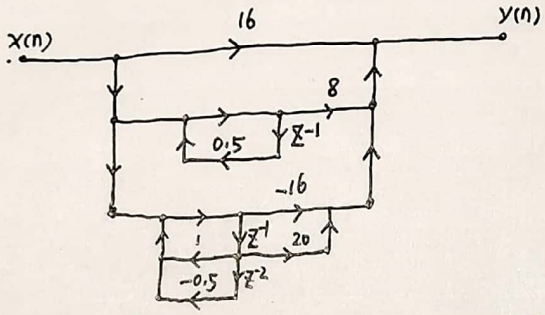


级联型特点：
- 调整零极点比直接型方便
- $H_2(z)$输出不再流向前，运算积累误差比直接型小

③并联型：将系统函数展开成部分分式形式，则 $H(z)=H_1(z)+H_2(z)+\cdots+H_k(z)$　$H_i(z)$通常为一阶或两阶网络

例 5.3.3　将例5.3.2的$H(z)$展开成部分分式形式

$$H(z)=16+\frac{8}{1-0.5z^{-1}}+\frac{-16+20z^{-1}}{1-z^{-1}+0.5z^{-2}}$$

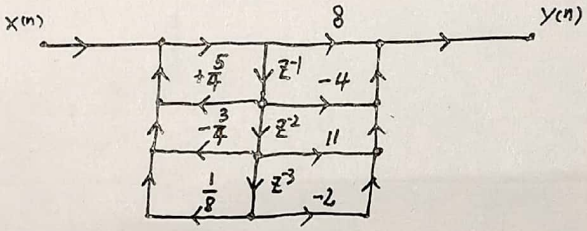


优点：①并联网络产生的运算误差互不影响
②运算速度最高.

例 5.3.1　$H(z)=\dfrac{8-4z^{-1}+11z^{-2}-2z^{-3}}{1-\frac{5}{4}z^{-1}+\frac{3}{4}z^{-2}-\frac{1}{8}z^{-3}}$　分母 $Y(z)$，分子 $X(z)$　$\Rightarrow$

与$H(z)$：分子系数一致，分母系数相反，合田常数"1"$\Rightarrow y(n)$系数

$$y(n)=\frac{5}{4}y(n-1)-\frac{3}{4}y(n-2)+\frac{1}{8}y(n-3)+8x(n)-4x(n-1)+11x(n-2)-2x(n-3)$$

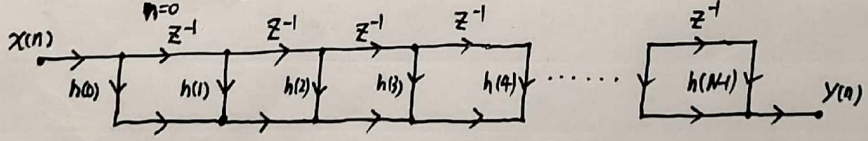


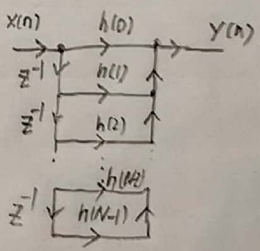
习题5.1, 5.5, 5.6

3. FIR系统的基本网络结构：直接型，级联型，线性相位结构

①直接型　$y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$$



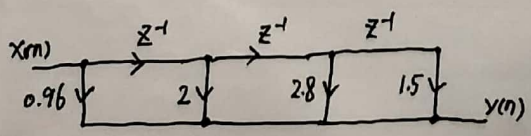


②级联型：将$H(z)$进行因式分解　$H(z)=H_1(z)H_2(z)\cdots\cdots H_k(z)$　$H_i(z)$为一阶或二阶网络结构

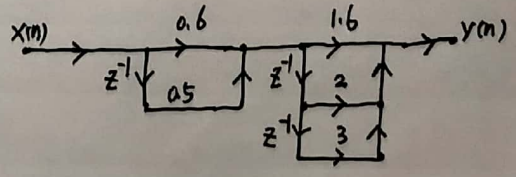
例 5.4.1　$H(z)=0.96+2z^{-1}+2.8z^{-2}+1.5z^{-3}$

$=(0.6+0.5z^{-1})(1.6+2z^{-1}+3z^{-2})$

写出直接型或两个级联型结构流图



直接型.



③ 线性相位结构 → FIR直接型的简化网络结构

(a) 特点：{ 网络具有线性相位特性
比直接型结构节约一半乘法器.

(b) { 第一类线性相位滤波器 $h(n)=h(N-n-1)$
第二类线性相位滤波器 $h(n)=-h(N-n-1)$

(c) 若N为偶数 $H(z)=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n)\left[z^{-n}\pm z^{-(N-n-1)}\right]$

若N为奇数 $H(z)=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n)\left[z^{-n}\pm z^{-(N-n-1)}\right]+h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$

图 5.5.2 习题9

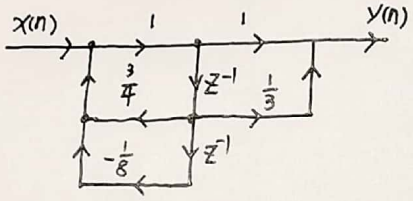
第五章习题

5.1 $y(n)=\frac{3}{4}y(n-1)-\frac{1}{8}y(n-2)+x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)$

H(z)、y(n)、x(n) → 流图

① 直接型

{ y系数 $[1, \frac{3}{4}, -\frac{1}{8}]$ 2阶
{ x系数 $[1, \frac{1}{3}]$ 1阶

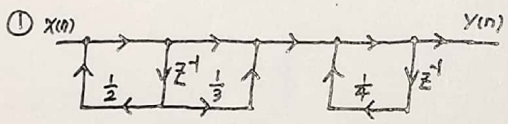


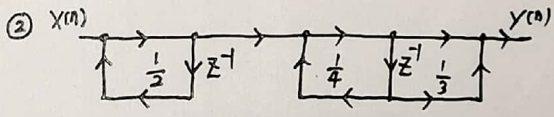
$$\Rightarrow H(z)=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}$$

② 级联型：因式分解

$$H(z)=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})}=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}=\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\cdot\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$$

① ②





③ 并联型：部分分式展开

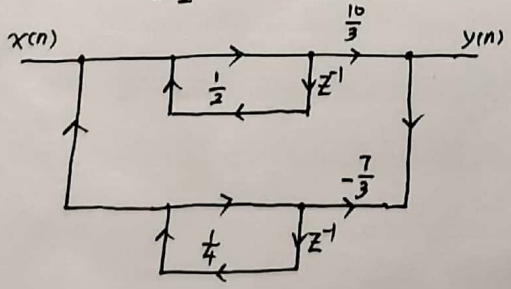
$$H(z)=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\frac{(z+\frac{1}{3})z}{z^2-\frac{3}{4}z+\frac{1}{8}}=\frac{(z+\frac{1}{3})z}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}=\frac{A}{z-\frac{1}{2}}+\frac{B}{z-\frac{1}{4}}$$

$$\frac{H(z)}{z}=\frac{z+\frac{1}{3}}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}=\frac{A}{z-\frac{1}{2}}+\frac{B}{z-\frac{1}{4}}$$

$$A=\text{Res}\left[\frac{H(z)}{z},\frac{1}{2}\right]=\left.\frac{H(z)}{z}\cdot(z-\frac{1}{2})\right|_{z=\frac{1}{2}}=\left.\frac{z+\frac{1}{3}}{z-\frac{1}{4}}\right|_{z=\frac{1}{2}}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{10}{3}$$

$$B=\text{Res}\left[\frac{H(z)}{z},\frac{1}{4}\right]=\left.\frac{H(z)}{z}\cdot(z-\frac{1}{4})\right|_{z=\frac{1}{4}}=\left.\frac{z+\frac{1}{3}}{z-\frac{1}{2}}\right|_{z=\frac{1}{4}}=\frac{\frac{7}{12}}{-\frac{1}{4}}=-\frac{7}{3}$$

$$\therefore H(z)=\frac{\frac{10}{3}z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{-\frac{7}{3}z}{z-\frac{1}{4}}=\frac{\frac{10}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{-\frac{7}{3}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$$



级联 → 卷积

5.5 (a) $h(n) = h_1(n) * h_2(n) * h_3(n)$

时域卷积 频域乘积 $H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) \cdot H_3(z)$

→ 加法

(b) 并联 $h(n) = h_1(n) + h_2(n) + h_3(n)$

$H(z) = H_1(z) + H_2(z) + H_3(z)$

(c) $h(n) = h_1(n) * h_2(n) + h_3(n)$

$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) + H_3(z)$

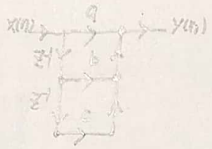
(d) $h(n) = h_1(n) * [h_2(n) + h_3(n) * h_4(n)] + h_5(n) = h_1(n) * h_2(n) + h_1(n) * h_3(n) * h_4(n) + h_5(n)$

$H(z) = H_1(z) \cdot [H_2(z) + H_1(z) \cdot H_3(z) \cdot H_4(z) + H_5(z)$

5.6 (a) $H(z) = \dfrac{1}{1-az^{-1}}$ 直接

已知流图 → H(z)

直接 (b) $H(z) = \dfrac{1+0.5z^{-1}}{1-0.3z^{-1}}$

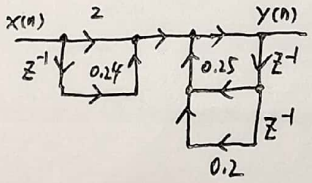


FIR (c) $H(z) = a + bz^{-1} + cz^{-2}$

并联 (d) $H(z) = \dfrac{1}{1-az^{-1}} + \dfrac{1}{1-bz^{-1}}$

(e) $H(z) = \dfrac{2+0.24z^{-1}}{1-0.25z^{-1}-0.2z^{-2}}$

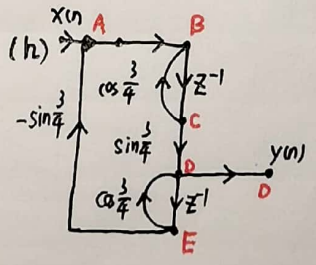
(e)

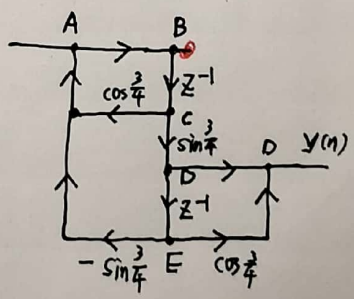


级联 (f) $H(z) = \dfrac{1}{1-0.5z^{-1}} \cdot \dfrac{1}{1+0.75z^{-1}}$

(g) $H(z) = \dfrac{2+0.25z^{-1}}{1-0.25z^{-1}+\frac{3}{8}z^{-2}}$

× (h) $H(z) = \dfrac{\sin\frac{3}{4}z^{-1} + \sin\frac{3}{4}\cos\frac{3}{4}z^{-2}}{1-\cos\frac{3}{4}z^{-1}+\sin^2\frac{3}{4}z^{-2}}$



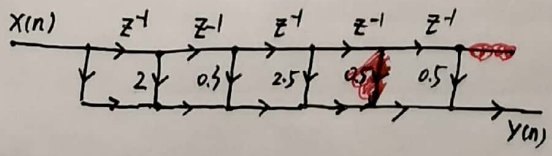


级联 ✓ (i) $H(z) = \dfrac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1-a_1z^{-1}-a_2z^{-2}} \cdot \dfrac{1}{1-a_3z^{-1}}$

并联 ✓ (j) $H(z) = \dfrac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1-a_1z^{-1}-a_2z^{-2}} + \dfrac{b_3+b_4z^{-1}}{1-a_3z^{-1}}$

5.8 $h(n) = \delta(n) + 2\delta(n-1) + 0.3\delta(n-2) + 2.5\delta(n-3) + 0.5\delta(n-5)$

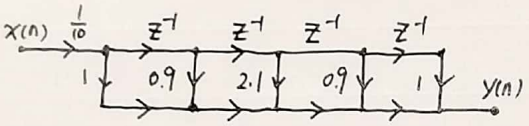
FIR $H(z) = 1 + 2z^{-1} + 0.3z^{-2} + 2.5z^{-3} + 0.5z^{-5}$



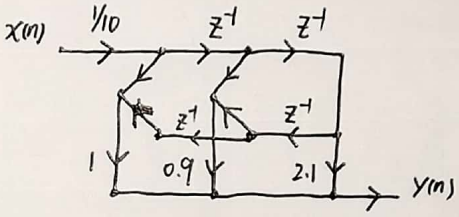
FIR 5.9 $H(z)=\frac{1}{10}(1+0.9z^{-1}+2.1z^{-2}+0.9z^{-3}+z^{-4})$

$=\frac{1}{10}(h(0)+h(1)z^{-1}+h(2)z^{-2}+h(3)z^{-3}+h(4)z^{-4})$

$h(n)=\frac{1}{10}\{\overset{h(0)}{1},\ \overset{h(1)}{0.9},\ \overset{h(2)}{2.1},\ \overset{h(3)}{0.9},\ \overset{h(4)}{1}\}$ $N=5$ 奇数 第一类线性相位滤波器



直接型.



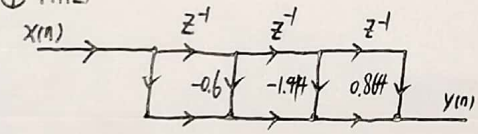
FIR 5.14 令 $H_1(z)=1-0.6z^{-1}-1.414z^{-2}+0.864z^{-3}$

$H_2(z)=1-0.98z^{-1}+0.9z^{-2}-0.898z^{-3}$

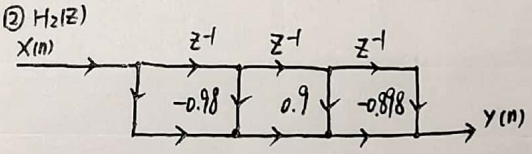
$H_3(z)=\frac{H_1(z)}{H_2(z)}=\frac{1-0.6z^{-1}-1.414z^{-2}+0.864z^{-3}}{1-0.98z^{-1}+0.9z^{-2}-0.898z^{-3}}$

分别画出直接型结构

① $H_1(z)$



② $H_2(z)$



③