重庆理工大学本科生课程考试试卷

2020 ～ 2021 学年第 1 学期

开课学院 理学院 课程名称 高等数学【(1) 机电】 半期 考核方式 闭卷

考试时间 120 分钟 A 卷 共 3 页第 1 页

考生姓名＿＿＿＿ 考生班级＿＿＿＿ 考生学号＿＿＿＿

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，总计 30 分）

1. 函数 $y=\ln(1-x)+\arccos\frac{x+1}{2}$ 的定义域是（　　）

（A）$x<1$　（B）$-3\le x<1$　（C）$-3<x\le 1$　（D）$\{x|x\le 1\}$I $\{x|-3\le x\le 1\}$

2. 对函数 $f(x)$，已知 $f(1)=2$，$f'(1)=-2$，则 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=$（　　）

（A）-2　（B）2　（C）1　（D）0

3. 函数 $f(x)=\dfrac{\ln(x^2)}{x^3-x}$ 有（　　）个可去间断点．

（A）0　（B）1　（C）2　（D）3

4. 设函数 $f(x)$ 在点 a 满足：$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^{2020}}=2021$，则 $f(x)$ 在点 a 处（　　）

(A) 不可导　(B) 可导且 $f'(a)=2021$　(C) 取得极小值　(D) 取得极大值

5. 对函数 $f(x)$，已知 $f(0)=1$，$f'(0)=-1$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}n\left[f(\frac{1}{n})-1\right]=$（　　）

（A）-1　（B）0　（C）1　（D）∞

6. 设函数 $f(x)=(e^x-1)(e^{2x}-2)\cdots(e^{nx}-n)$，其中 n 为正整数，则 $f'(0)=$(　　)

（A）$(-1)^n(n-1)!$　（B）$(-1)^{n-1}(n-1)!$　（C）$(-1)^n n!$　（D）$(-1)^{n-1}n!$

7. 设 $f(x)=e^{2-x}$，则其 n 阶导数 $f^{(n)}(x)=$（　　）

（A）e^{2-x}　(B) $(-1)^n e^{2-x}$　（C）$-e^{2-x}$　(D) $(-2)^n e^{2-x}$

8. 设 $y=f(x^2)$，其中函数 $f(x)$ 可导，则 $\dfrac{dy}{dx}=$(　　)

(A) $f'(x^2)$　(B) $f'(2x)$　(C) $2xf'(x^2)$　(D) $x^2f'(x^2)$

9. 函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 按 $(x-4)$ 的幂展开的带有佩亚诺余项的 2 阶泰勒公式是（　　）

（A）$2+\frac{1}{4}(x-4)-\frac{1}{32}(x-4)^2+o((x-4)^2)$　（B）$2+\frac{1}{4}(x-4)-\frac{1}{32}(x-4)^2+o((x-4)^n)$

(C) $2+\frac{1}{4}(x-4)-\frac{1}{64}(x-4)^2+o\left((x-4)^2\right)$ (D) $2+\frac{1}{4}(x-4)-\frac{1}{64}(x-4)^2+o\left((x-4)^n\right)$

10. 函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2-1}$ 的铅直渐近线方程为( )

(A) $y=0$ (B) $y=1$ (C) $x=1$ (D) $x=-1$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，总计 20 分）

11. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)^x=$______.

12. 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4}{x^2+1}, & x\le 1\\ -x+k, & x>1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续，则 $k=$______.

13. 设 $f(x)$ 是可导函数，且 $f'(x)=\sin^2\left[\ln(x+1)+\dfrac{\pi}{4}\right]$，$f(0)=3$，$f(x)$ 的反函数是 $y=\varphi(x)$，则 $\varphi'(3)=$______.

14. 曲线 $y=x^4(12\ln x-7)$ 的拐点坐标是______.

15. 抛物线 $y=x^2-4x+3$ 在其顶点处的曲率为______.

三、解答题（本大题共 5 小题，每小题 10 分，总计 50 分）

16. 求极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{1}{\ln(1+x)}\right]$； (2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+x^2\sin\frac{1}{x}}{\sqrt{1+x}-1}$.

17. (1) 设 $y=e^{-x}\sin x+\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$，求 $dy\big|_{x=0}$.

(2) 设 $y=f(x)$ 由 $\begin{cases}x=\sqrt{t^2+1}\\ y=\ln(t+\sqrt{t^2+1})\end{cases}$ 所确定，求 $\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=1}$.

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2020 ～ 2021 学年第 1 学期

考核方式 闭卷

开课学院 理学院　　课程名称 高等数学【(1) 机电】 半期

共 3 页第 3 页

考试时间 120 分钟　　A 卷

考生学号 ________

考生姓名 ________　　考生班级 ________

18. 设曲线 $y=x^2+ax+b$ 和 $2y=-1+xy^3$ 在点 $(1,-1)$ 处相切，其中 a,b 为常数.

（1）求 a,b 的值；

（2）求曲线 $y=x^2+ax+b$ 和 $2y=-1+xy^3$ 在点 $(1,-1)$ 处的公切线与法线方程.

19. 函数 $f(x)=a\sin x+\dfrac{1}{3}\sin 3x$ 在 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 处取得极值.

（1）求 a 的值；

（2）求此极值，并说明是极大值还是极小值.

20. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上可导，$f(0)=0$，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$，证明：

（1） 存在 $a>0$，使得 $f(a)=1$；

（2）对（1）中的 a，存在 $\xi\in(0,a)$，使得 $f'(\xi)=\dfrac{1}{a}$.