一. 填空

1. $\int_0^2 \sqrt{2x-x^2}\,dx =$ _____。

2. (1) 若 $f(x)=\int_x^{x^2} e^{-t^2}dt$，则 $f'(x)=$ _____。

(2) 若 $f(x)=\int_0^x xf(t)dt$，则 $f'(x)=$ _____。

3. 对连续函数 $f(x)$，若 $f(x)=x+3\int_0^1 f(t)dt$，则函数 $f(x)=$ _____。

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{\sqrt{1+x}}dx =$ _____。

二. 选择题

1. 设 $f(x)=\int_0^{\sin x} t^2dt, g(x)=x^3+x^4$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的（　　）

A. 等价无穷小　B. 同阶但非等价的无穷小　C. 高阶无穷小　D. 低阶无穷小

三. 计算（写出计算过程）

1. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, x<0, \\ e^{x+1}, x\geq 0 \end{cases}$，求 $\int_0^2 f(x-1)dx$。

2. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x\sin x dx$。

3. 求由参数方程 $\begin{cases} x=\int_0^t \sin u^2 du \\ y=\int_0^t \cos u^2 du \end{cases}$ 确定的函数 $y=y(x)$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$。

4. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \sin t^2 dt}{x^2}$

四. 证明题

1. 证明 对常数 $a>0$，有 $\int_0^a x^3 f(x^2)dx=\dfrac{1}{2}\int_0^{a^2} xf(x)dx$.