重庆理工大学考试试卷

2019～2020 学年第 1 学期

班级__________ 学号__________ 姓名__________ 考试科目 高等数学[(1)机电] (期中) A 卷 闭卷

说明：试卷分为试题册和答题册，请将答案写在答题册上，请标明大小题号，并按照题号顺序答题！注意答题字迹工整！答在试题册上的答案无效！

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1、 若 $f(x)=\sin x$， $f[\varphi(x)]=1-x^2$，则 $\varphi(x)$ 的定义域是(　　　)

（A） $[-1,1]$　　（B） $[-2,2]$　　（C） $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　　（D） $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

2、 设 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$，则当 $x\to 0$ 时， $f(x)$ 是（　　　）

(A) 无穷小　(B) 无穷大　(C)有界，但不是无穷小　(D)无界，但不是无穷大

3、 函数 $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0 \\ 1 & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处(　　　)

(A) 连续且可导　　(B) 连续不可导

(C) 不连续　　(D)不仅可导，导数也连续

4、函数 $f(x)$ 的 $n\ (n>4)$ 阶泰勒公式中 $(x-x_0)^4$ 项的系数是(　　　)

（A） $\dfrac{f^{(4)}(x_0)}{4!}$　　（B） $\dfrac{1}{4!}$　　（C） $f^{(4)}(x_0)$　　（D） $\dfrac{1}{4!}f^{(4)}(\xi)$

5、函数 $y=3\ln\dfrac{x+2}{x}+1$ 的水平渐近线方程为(　　　)

（A） $y=0$　　（B） $y=1$　　（C） $y=2$　　（D） $y=3$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6、 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{\ln(1+2x)}=$______________.

7、 $\lim\limits_{x\to-\infty} x(\sqrt{x^2+100}+x)=$______________.

8、设 $y=\ln(1+2\sin x)$，则 $dy\big|_{x=0}=$________.

9、设 $y=f(x^2)$, 其中函数 $f(x)$ 具有二阶导数, 则 $y''=$________.

10、椭圆 $4x^2+y^2=4$ 在点 $(0,2)$ 处的曲率为________.

重庆理工大学考试试卷

2019～2020 学年第 1 学期

班级__________ 学号__________ 姓名__________ 考试科目 高等数学[(1)机电] (期中) A 卷 闭卷

三、解答题（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

（注意：请写出解答步骤，没有步骤只有答案的零分）

11、求极限：（1）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x\tan x}\right)$；（5 分） （2）$\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{2}{\sin x}}$.（5 分）

12、设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)x+2n}{nx^2-4(n+1)}$，求

（1）函数 $f(x)$ 的表达式； (2) 函数 $f(x)$ 的间断点，并说明间断点的类型.

13、（1） 设 $y=\ln\sqrt{e^x-1}$，求 y'；（5 分）

（2）设 $\begin{cases} x=e^{-3t} \\ y=e^{2t} \end{cases}$，求 $\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}$ （5 分）

14、设函数 $y=f(x)$ 由方程 $e^{2x+y}-\cos(xy)=e-1$ 所确定，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线和法线方程.

15、设函数 $y=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$，求

（1）函数 $f(x)$ 的单调区间及极值； (2) 函数 $f(x)$ 图形的凹凸区间及拐点.

16、设 $a>1$， $f(x)=a^x-ax$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内的驻点为 $x(a)$，问 a 为何值时， $x(a)$ 最小？并求出最小值.

四、证明题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

17、证明方程 $x^5-3x=1$ 至少有一个根介于 1 和 2 之间.

18、设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(1)=0$，证明：至少存在一点 $\xi\in(0,1)$ 使 $f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$.