重庆理工大学考试试题卷

2008～2009 学年第二学期

班级＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 考试科目 高等数学 **2**（机电） **A** 卷 闭卷 共 **2** 页

……………………………… 密 ……………………… 封 ……………………… 线 ………………………………

学生答题不得超过此线

题号	一	二	三	四	五	总分	总分人
分数							

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 **2** 分，共 **20** 分）。

得分	评卷人

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 微分方程 $\frac{dy}{dx}=e^{x+y}$ 的通解是（　　）

A、$e^{-y}+e^{x}=C$　　B、$e^{y}+e^{-x}=C$　　C、$e^{-y}-e^{x}=C$　　D、$e^{y}-e^{-x}=C$

2. 函数 $u=xy^2z$ 在点 $(1,1,2)$ 处沿 $\vec{l}=$（　　　）的方向导数最大

A. $(2,4,1)$　　B. $(4,2,1)$　　C. $(2,-4,1)$　　D. $(-2,4,1)$

3. $x+y+z=e^z$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{\partial z}{\partial y}=$（　　）

A. 2　　B. -1　　C. 0　　D. 2

4. 原点到平面 $3x-2y+6z+14=0$ 的距离 $d=$（　　）

A. 14　　B. $\sqrt{17}$　　C. 7　　D. 2

5. 曲线 $\begin{cases} x-y^2+z=1 \\ y=2 \end{cases}$ 在 xoz 面上的投影曲线为(　　)

A. 直线　　B. 抛物线　　C. 圆　　D. 点

6. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛 $(u_n\neq 0, n=1,2,\cdots)$，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{u_n}$（　　）

A、收敛　　B、发散　　C、收敛且 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{u_n}=\frac{1}{\sum_{n=1}^{\infty}u_n}$　　D、可能收敛可能发散

7. L 是抛物线 $y=x^2$ 上从点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的一段弧，则曲线积分 $\int_L xdy$ 为（　　）

A、1/2　　B、3/2　　C、2/3　　D、1

8. D 为环形域：$1\le x^2+y^2\le 4, I_1=\iint\limits_D\left(x^2+y^2\right)d\sigma, I_2=\iint\limits_D\left(x^2+y^2\right)^2d\sigma,$，则（　　）

A. $I_1<1/2$　　B. $I_2<1$　　C. $I_1>I_2$　　D. $I_1<I_2$

9. 设 Σ 是平面 $x+y+z=4$ 被柱面 $x^2+y^2=1$ 截出的有限部分，则 $\iint\limits_{\Sigma}yds=$（　　　）

A、π　　B、0　　C、$4\sqrt{3}$　　D、$\frac{4}{3}\sqrt{3}$

10. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi]$ 上的表达式为 $f(x)=|x|$，则 $f(x)$ 展开成傅里叶级数，其系数 $b_n=$（　　　）

A、$\frac{4}{n\pi}$　　B、$\frac{2}{n\pi}$　　C、$\begin{cases} 0 & n\text{为偶数} \\ -\frac{4}{n^2\pi} & n\text{为奇数} \end{cases}$　　D、0

重庆理工大学考试试题卷

2008～2009 学年第二学期

班级______ 学号______ 姓名______ 考试科目 高等数学 **2**（机电） **A** 卷 闭卷 共 **2** 页

……………………………… 密 ……………………… 封 ……………………… 线 ………………………………

学生答题不得超过此线

二、填空题（本大题共 **10** 小题，每小题 **2** 分，共 **20** 分）

得分	评卷人

请在每小题的空格中填上正确答案。

11. 函数 $z=\dfrac{x^2}{y}$ 当 $x=2, y=1$ 时的全微分 $dz=$______.

12. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)}\dfrac{\sin(xy)}{y}=$______.

13. $z=f(x^2-y^2,xy)$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$______.

14. 设 $z=y^2\sin x$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$______.

15. 交换积分次序 $\int_0^1 dy\int_{3y}^3 f(x,y)dx=$______

16. 设 $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{j}+5\vec{k}$，$\vec{b}=-\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 之间的夹角为____

17. $\int_{(1,1)}^{(2,3)} xy^2dx+x^2ydy=$______.

18. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{4-x}$ 展开成 x 的幂级数为 $f(x)=$______

19. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\cdot 3^n}x^n$ 的收敛半径是______.

20. 若过曲面 $z=4-x^2-y^2$ 上点 P 处的切平面平行于平面 $2x+2y+z-1=0$，则点 P 的坐标为______

三、求解下列各题（本大题共 **6** 小题，每小题 **8** 分，共 **48** 分）。

得分	评卷人

21．过点 $A(2,1,-1)$ 作平面 $2x+y+3z-9=0$ 的垂线，求该直线的方程及垂足的坐标。.

22. 求函数 $u=x-2y-2z$ 在条件 $x^2+y^2+z^2=1$ 下可能的极值点。

23. 计算 $\oint_L (2x-y+4)dx+(5y+3x-6)dy$，其中 L 为圆周 $x^2+y^2=1$，取逆时针方向。

24. 求 $\iint\limits_{\Sigma}(x+y)dydz+(y-z)dzdx+(x+y+z)dxdy$, 其中 Σ 是介于 $z=0, z=1$ 之间的圆柱体 $x^2+y^2\le 9$ 的整个表面的外侧。.

25. 求 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}dv$，其中 Ω 是由 $z=1$ 和 $z=x^2+y^2$ 围成的区域。

26. 求微分方程 $y''+2y'-3y=4x$ 的通解。

四、应用题（本题 **6** 分）

得分	评卷人

27. 设平面薄片所占的闭区域 D 由直线 $x+y=2, y=x$ 和 x 轴所围成，它的面密度 $\mu=xy$，求该薄片的质量。

五、**证明题**（**6** 分）

28. 用级数收敛的必要条件证明：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4^n}{n!}=0$

高等数学 2（机电）（A 卷）参考答案与评分标准

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）。

A A C D A, B C D B D

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

11. $4dx-4dy$ 12. 2 13. $2xf_1'+yf_2'$ 14. $2y\cos x$ 15. $\int_0^3 dx\int_0^{\frac{x}{3}} f(x,y)dy$ 16. $\frac{\pi}{4}$ 17. $\frac{35}{2}$ 18. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{4^{n+1}}$ $(-4<x<4)$ 19. 3 20. $(1,1,2)$

三、求解下列各题（本大题共 6 小题，每小题 8 分，共 48 分）

21. 解：直线方程为$\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{3}$ （4 分）

即参数方程为$\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=-1+3t \end{cases}$ 代入平面方程得：$t=\frac{1}{2}$ （6 分）

故垂足为$(3,\frac{3}{2},\frac{1}{2})$ （8 分）

22.解：拉格朗日函数为$L=x-2y-2z+\lambda(x^2+y^2+z^2-1)$ （3 分）

$L_x=1+2\lambda x$

$L_y=-2+2\lambda y$ （5 分）

$L_z=-2+2\lambda z$

解方程组 $\begin{cases} 1+2\lambda x=0 \\ -2+2\lambda y=0 \\ -2+2\lambda z=0 \\ x^2+y^2+z^2=1 \end{cases}$ 得：$\lambda=\pm\frac{3}{2}\Rightarrow\begin{cases} x=\mp\frac{1}{3} \\ y=\pm\frac{2}{3} \\ z=\pm\frac{2}{3} \end{cases}$ （7 分）

故可能的极值点是$(-\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3})$及$(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},-\frac{2}{3})$ （8 分）

23. 解：$P=2x-y+4,Q=5y+3x-6$ （2 分）

原式$=\iint\limits_D(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y})d\sigma=\iint\limits_D 4d\sigma=4\pi$ （8 分）

24. 解：$P=x+y,Q=y-z,R=x+y+z$ （3 分）

原式$=\iiint\limits_\Omega(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z})dv=\iiint\limits_\Omega 3dv=27\pi$ （8 分）

25. 解：原式$=\iiint\limits_\Omega \rho^2 d\rho d\varphi dz=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^1 d\rho\int_{\rho^2}^1\rho^2 dz$ （6 分）

$=\frac{4\pi}{15}$ （8 分）

26. 解：特征方程为：$r^2+2r-3=0$

$r_1=-3,r_2=1$

所以 $y''+2y'-3y=0$ 的通解为$Y=C_1e^{-3x}+C_2e^x$ （4 分）

设特解为 $y^*=ax+b$ （6 分）

代入原方程求得：$a=-\frac{4}{3},b=-\frac{8}{9}$

故通解为 $y=C_1e^{-3x}+C_2e^x-\frac{4}{3}x-\frac{8}{9}$ （8 分）

四、应用题（本题 6 分）

27. 解：$M=\iint\limits_{D} xyd\sigma=\int_{0}^{1}dy\int_{y}^{2-y}xydx=\frac{1}{3}$ （6 分）

五、证明题（6 分）

28、证明：对正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n!}$

$$\rho=\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+1}}{(n+1)!}\cdot\frac{n!}{4^n}=0<1$$ （4 分）

所以$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n!}$收敛

故：$\lim_{n\to\infty}\frac{4^n}{n!}=0$ （6 分）