第33卷 第2期
2020年4月

大 学 物 理 实 验
PHYSICAL EXPERIMENT OF COLLEGE

Vol.33 No.2
Apr.2020

文章编号: 1007-2934(2020) 02-0112-04

牛顿环实验数据处理
——应用误差估算和不确定度评定两种评价体系

朱 楠[1],段嗣妍[2],张学智[1],丁双红[1]
(1.烟台大学,山东 烟台 264005; 2.烟台大学文经学院,山东 烟台 264005)

摘 要: 应用逐差法处理实验数据,可以充分利用测量数据,减小误差,提高实验数据的精确性。因此,逐差法在物理实验中被广泛采用。本文以牛顿环实验为例,在逐差法的基础上,利用误差处理和不确定度估算两种评定方法进行数据分析和处理,比较和探讨了两种评价体系对实验结果的影响,从而帮助实验工作者在数据处理中更好地理解和应用这两种评价方法。

关 键 词: 数据处理; 逐差法; 误差; 不确定度

中图分类号: O 4 **文献标志码**: A **DOI**: 10.14139/j.cnki.cn22-1228.2020.02.029

物理学是一门实验科学。物理实验的目的是为了研究自然现象,揭示自然规律。了解并掌握物理实验的基本方法,对于提高科学实验能力、强化科学实验素质具有十分重要的作用。物理实验中涉及的基本实验方法有比较法、放大法、平衡测量法、补偿测量法、转换测量法、模拟法等。通过一定的实验技术和方法测量获得了大量的实验数据,只有通过正确的数据处理方法处理这些数据才能得到可靠的实验结果,从而实现对物理规律的认识和证实。物理实验中常用的数据处理方法有列表法、作图法、逐差法和最小二乘法等。本文以牛顿环实验为例,探讨物理实验中的数据处理。牛顿环实验常用的数据处理方法有逐差法、加权平均法、最小二乘法。实验中,测量 k 个不同组 (m,n) 牛顿环左、右侧的位置,并非对同一牛顿环直径进行多次重复测量,因此对曲率半径 R 的测量为非等精度测量。在处理非等精度测量数据时,理应利用加权平均法[1-5]进行加权处理。加权平均法考虑到了如何消除实验的系统误差,又对测量数据进行加权来处理非等精度测量量,是处理牛顿环实验数据中比较好的方法,但缺点是计算过程相当繁琐,因此在实验数据处理中不被广泛使用。最小二乘法[3,6]将测量近似成等精度测量,利用等精度条件下的最小二乘法计算曲率半径 R,比较严重的缺陷是未考虑到实验的系统误差。逐差法处理实验数据,是将逐差后的结果 $D_m^2-D_n^2$ 近似看成等精度测量,用 $D_m^2-D_n^2$ 的平均值 $\overline{D_m^2-D_n^2}$ 计算测量结果 R 的最佳值,方法简单,易于操作。另一方面,由于玻璃的弹性形变,导致干涉环的中心和级次判断不准确,从而引入系统误差;采用逐差法则可以消除由于玻璃形变带来的这两类系统误差。测量时只要适当增大干涉条纹级次及环序之差,逐差法依然是牛顿环实验数据处理中优先选择的方法。采用逐差法处理实验数据,应用简化误差处理和不确定度估算两种评定方法进行计算和分析,比较和探讨了两种评价体系的可靠程度以及在实验数据处理中的优劣,并给出合理性的意见和建议,使实验数据处理更加科学合理。

1 基本原理

牛顿环装置是由一块曲率半径较大的平凸透镜,以其凸面放在光学玻璃平板上构成,如图1所示。若用平行单色光垂直照射到牛顿环上,经平凸透镜与玻璃板之间的空气层上、下表面反射的两光束存在光程差,这两束光线在平凸透镜的凸面相遇后,将发生干涉,形成以玻璃接触点为中心的一系列明暗相间的圆环,如图2所示。实验中,可以发现,由于接触压力引起玻璃的弹性形变,球面透镜与平面玻璃板接触处为一圆面,而不是理

收稿日期: 2019-12-24

想的一个点，这样就会引起两束光线的附加光程差，给测量带来较大地系统误差。为此，不直接用牛顿环的直径去计算曲率半径 R，而是采用逐差法，通过测量两个暗环直径的平方差来消除附加光程差带来的误差，如图 2 所示。

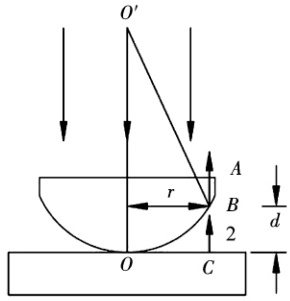

图 1　牛顿环装置示意图

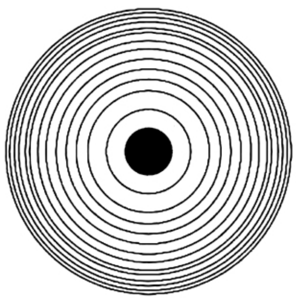

图 2　牛顿环干涉

这样，透镜的曲率半径为[7,8]：

$$R=\frac{D_m^2-D_n^2}{4(m-n)\lambda} \tag{1}$$

其中 λ 为单色光波长，实验中入射光采用钠黄光(波长 $\lambda=589.3$ nm)；D_m、D_n 分别为第 m 级和第 n 级暗圆环的直径，m 和 n 为圆环的序数。实验中对 D_m、D_n 分别测量 k 组，因而可得 k 个 R 值，于是得

$$\overline{R}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}R_i \tag{2}$$

2　测量及实验数据

实验中，取 $\lambda=5.893$ nm，$m-n=20$，采用显微镜分别测量暗环左、右切点位置 $X_{左}$、$X_{右}$，计算暗环直径 D_m、D_n。测量中，环序数 m 取 30，29，28，27，26；n 取 10，9，8，7，6。测量的原始数据和部分计算记录在表 1 中。

表 1　牛顿环测曲率半径实验数据

分组	k	1	2	3	4	5
级数	m	30	29	28	27	26
位置	$X_{左}$/mm	32.125	32.074	31.996	31.927	31.830
	$X_{右}$/mm	24.127	24.195	24.261	24.325	24.392
直径	$D_m=X_{左}-X_{右}$/mm	7.998	7.879	7.735	7.602	7.438
级数	n	10	9	8	7	6
位置	$X_{左}$/mm	30.525	30.415	30.304	30.185	30.059
	$X_{右}$/mm	25.730	25.841	25.950	26.075	26.198
直径	$D_n=X_{左}-X_{右}$/mm	4.795	4.574	4.354	4.110	3.861
直径平方差	$D_m^2-D_n^2$/mm^2	40.976	41.157	40.873	40.900	40.417
$\overline{D_m^2-D_n^2}$/mm^2			40.865			

3　误差分析及计算

用算术平均偏差这种简化的方法来处理实验数据，一方面实验工作者可以更加清楚地理解物理概念和过程以及分析误差的性质和来源，以便找到合适的方法减小误差，来获得更加可靠的测量结果。另一方面，曲率半径 R 是间接测得量，在处理实验数据的时候要用到间接测得量误差传递理论，通过具体的案例分析，可以帮助实验工作者更好的理解和应用间接测得量误差处理方法。

测量中，$X_{左}$、$X_{右}$ 是牛顿环暗环左右切点位置，D_m、D_n 则由左、右切点坐标位置相减得到。对于同一级数牛顿环左、右切点位置的测量为等精度测量，而实验中测量的是多组不同的切点位置，因此为非等精度测量。处理数据时做了近似，将逐差后的结果 $D_m^2-D_n^2$ 近似看成等精度测量，用 $D_m^2-D_n^2$ 的平均值 $\overline{D_m^2-D_n^2}$ 计算测量结果 R 的最佳值。

由式(1)可知，曲率半径 R 是间接测得量，是通过与直接测得量 $D_m^2-D_n^2$，环序 m,n 和钠光波长 λ 之间的函数关系求得。因此，每一个直接测得量的误差都将影响到曲率半径的测量精度。曲率半径 R 与各直接测得量之间的函数关系为乘除形式，因此，先计算相对误差。

式(1)两边同时取自然对数得

$$\ln R=\ln(D_m^2-D_n^2)-\ln 4-\ln(m-n)-\ln\lambda \tag{3}$$

对上式两边求全微分得

$$\frac{dR}{R}=\frac{d(D_m^2-D_n^2)}{D_m^2-D_n^2}-\frac{d(m-n)}{m-n}-\frac{d\lambda}{\lambda} \tag{4}$$

用误差符号 Δ 代替全微分符号 d，根据误差理论得到相对误差公式

$$\frac{\Delta R}{R}=\frac{\Delta(D_m^2-D_n^2)}{D_m^2-D_n^2}+\frac{\Delta(m-n)}{m-n}+\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \tag{5}$$

由式(5)可知：第一项误差来自圆环直径的测量误差。第二项，当十字叉丝不能精确对准暗环中心时，必然会产生目视对准暗环中心的误差。由[9]知，此项对准误差通常取纹宽的1/10。本文中，m,n 取精确整数，m-n 取20，此项为0。第三项由入射光波长 λ 所具有的一定宽度 $\Delta\lambda$ 引起的误差。钠黄光灯有589.0 nm和589.6 nm两条谱线，实验中我们平均值 $\lambda=589.3$ nm，λ 的最大偏差为0.3 nm，$\Delta\lambda/\lambda$ 很小，完全可忽略不计。于是，

$$\frac{\Delta R}{R}=\frac{\Delta(D_m^2-D_n^2)}{D_m^2-D_n^2} \tag{6}$$

$\Delta(D_m^2-D_n^2)$ 可通过 $D_m^2-D_n^2$ 与 $\overline{D_m^2-D_n^2}$ 之间的算术平均偏差来计算，由此，

$$\frac{\Delta R}{R}=\frac{\Delta(D_m^2-D_n^2)}{\overline{D_m^2-D_n^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{k}\left|(D_m^2-D_n^2)-\overline{D_m^2-D_n^2}\right|}{k\,\overline{D_m^2-D_n^2}} \tag{7}$$

由绝对误差与相对误差之间的关系，得

$$\Delta R=\frac{\Delta R}{R}\times\overline{R} \tag{8}$$

计算结果表达

$$\overline{R}=866.812\,3\ \text{mm}$$

$$U_r=\frac{\Delta R}{R}=0.44\%$$

$$\Delta R=U_r\times\overline{R}=4\ \text{mm}$$

$$R=\overline{R}\pm\Delta R=(867\pm4)\ \text{mm}$$

4 不确定度估算

不确定度是建立在误差理论基础上的新概念，物理实验中正逐步推广使用不确定度来评价测量结果的可靠程度。测量结果的不确定度主要分成A类不确定度分量和B类不确定度分量。牛顿环测曲率半径实验中，我们采用简化的不确定度评定方法来评价实验结果[10,11]。

不确定度评定时，是将逐差后的结果 $D_m^2-D_n^2$ 近似看成等精度测量，这些量值的不同包含了压线误差、估读误差以及测量过程中因温度、振动的微小变化造成干涉环漂移的误差等[8]。这些误差综合起来具有随机分布的性质，符合统计规律，可用统计方法计算它们引起的不确定度。此类不确定度为 A 类不确定度分量

$$U_A=t_{0.68}\sqrt{\frac{1}{k(k-1)}\sum_{i=1}^{k}(R_i-\overline{R})^2}$$

查表 $n=5$ 时，$t_{0.68}=1.14$，故

$$U_A=3.0\ \text{mm}$$

B类分量主要反映非随机量的影响，是由非统计的方法估算的不确定度。简化方法中，B类不确定度分量仅考虑读数显微镜引起的仪器误差，$\Delta_{仪}=0.01$ mm。因此，B类不确定度分量

$$U_B=\sigma_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{3}=0.003\,3\ \text{mm}$$

合成不确定度

$$U_R=\sqrt{{U_A}^2+{U_B}^2}=3\ \text{mm}$$

相对不确定度

$$U_r=\frac{U_R}{\overline{R}}\times100\%=0.35\%$$

测量结果表示为

$$\begin{cases}R=\overline{R}\pm U_R=(867\pm3)\ \text{mm}\\ U_r=0.35\%\end{cases}\qquad (P=68\%)$$

5 结　论

从数据处理结果来看，用误差表示和不确定度表示的实验结果是相吻合的，两种不同的评定

方法对实验结果的影响不大。结果表达方面,不确定度给出了测量值在置信区间内的置信度,通过置信区间和置信度可以表达出测量结果的精确程度。而误差是不可知的,我们只能按照偏差近似计算。从这个意义上来看,评价实验结果时不确定度评定则更符合实际情况。

参考文献:

[1] 孟尔熹.实验误差与数据处理[M].上海: 上海科学技术出版社,1988.
[2] 钱仰德.对间接测量量非等精度的判别与其数据处理的方法[J].南京工程学院学报 2001,9: 59-62.
[3] 何晓明.牛顿环测透镜曲率半径数据处理[J].青海师范大学学报(自然科学版),2007,2: 23-26.
[4] 赵纪平,徐庆强.牛顿环实验数据处理的最佳方法[J].徐州师范大学学报(自然科学版),2001,4: 48-50.
[5] 周克省,赵新闻,胡照文.关于牛顿环实验不确定度分析[J].广西物理,2001,3: 14-15.
[6] 关文翠,徐炳兴.牛顿环实验数据处理分析[J].吉林化工学院学报,2011,1: 74-76.
[7] 马颖,梁鸿东,徐丽琴,等.大学物理实验教程[M].北京: 清华大学出版社,2013.
[8] 朱基珍,莫济成,黄榜标.大学物理实验[M].武汉: 华中科技大学出版社,2010.
[9] 龚镇维.普通物理实验中的数据处理[M].陕西: 西北电讯工程学院出版社,1985.
[10] 徐海英,唐曙光,阚彩侠,等.逐差法和 Origaio7.0 软件在牛顿环实验数据处理中的比较[J].大学物理实验,2015,29(1): 99-100.
[11] 郭晓春.逐差法和 Excel 在牛顿环实验数据处理中的比较[J].大学物理实验,2017,30(1): 128-130.

Physical Experiment Technology and Data Processing
——Using Two Evaluation Systems of Error Estimation and Uncertainty Evaluation

ZHU Nan[1], DUAN Siyan[2], ZHANG Xuezhi[1], DING Shuanghong[1]

(1. College of Optoelectronic Infomation Technology, Yantai University, Yantai 264005, China; 2. Wenjing College, Yantai University, Yantai 264005, China)

Abstract: Using the method of successive difference to process the experimental data can make full use of the measured data, reduce the error and improve the accuracy of the experimental data. Therefore, the successive difference method is widely used in physical experiments. Taking Newton's ring experiment as an example, on the basis of successive difference method, it uses two evaluation methods, simple error processing and uncertainty estimation, to carry out data analysis and processing. After comparing and discussing the effects of the two evaluation systems on the experimental results, we can help the experimenters deepen the understanding and application of the two evaluation methods in dealing with experimental data.

Key words: data processing; successive difference method; error; uncertainty