

****大学本科生课程考试试卷

2019 ~ 2020 学年第 2 学期

开课学院 理学院 课程名称 概率论与数理统计【理工】 考核方式 闭卷
考试时间 120 分钟 B 卷 共 3 页第 页
考生姓名 考生班级 考生学号

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，总计 30 分）

1. 从一批产品中，每次取出一个（取后不放回），抽取三次，用 $A_i (i=1,2,3)$ 表示“第 i 次取到的是正品”，则抽到的三个产品中，只有一个是次品（ ）

- (A) $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3}$ (B) $\overline{A_1} A_2 A_3 \cup A_1 \overline{A_2} A_3 \cup A_1 A_2 \overline{A_3}$
(C) $\overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3}$ (D) $A_1 A_2 \cup A_2 A_3 \cup A_1 A_3$

2. 设 A, B 为两事件， A 与 B 相互独立，且 $P(A)=0.4, P(A \cup B)=0.7$ ，则 $P(B)=$ （ ）

- (A) 0.2 (B) 0.3 (C) 0.5 (D) 0.7

3. 设随机变量 X 的分布律为 $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ，则 $P\{X > 1\} =$ （ ）

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) 1

4. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.4, & -1 \leq x < 1 \\ 0.8, & 1 \leq x < 3 \\ 1, & 3 \leq x < +\infty \end{cases}$ ，则 $E(X) =$ （ ）

- (A) 0.2 (B) 0.6 (C) 1 (D) 1.4

5. 设随机变量 $X \sim N(2, 3^2)$ ，若 $P\{X < c\} = P\{X > c\}$ ，则 $c =$ （ ）.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim U(0,1), Y \sim U(0,2)$ ，则 $P\{X < Y\} =$ （ ）.

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$

7. 设 X, Y 独立， $E(X) = E(Y) = 0, D(X) = D(Y) = 1$ ，则 $E(X + 2Y)^2 =$ （ ）.

- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5

8. $D(X \pm Y) = D(X) + D(Y)$ 的充要条件是（ ）

- (A) X 与 Y 不相关 (B) X 与 Y 相关 (C) X 与 Y 独立 (D) X 与 Y 不独立

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2019 ~ 2020 学年第 2 学期

开课学院 理学院 课程名称 概率论与数理统计【理工】 考核方式 闭卷
考试时间 120 分钟 B 卷 共 3 页第 页
考生姓名 考生班级 考生学号

9. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, μ, σ^2 均未知, 则下列是统计量的是 ()

(A) $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ (B) $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\sigma}\right)^2$ (C) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ (D) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^3$

10. 设正态总体 X 的方差未知, 根据来自 X 的容量为 n 的简单随机样本测得样本均值为 \bar{X} , 样本标准差 S , 则未知参数 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为 ()

(A) $\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}\right)$ (B) $\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1)\right)$
(C) $\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha}\right)$ (D) $\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha}(n-1), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha}(n-1)\right)$

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

11. 袋中有 10 个形状相同的小球, 其中 4 白 6 黑, 现随机地将球一个一个地取出(不放回), 则第 4 次取得白球的概率为 .

12. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, 则 $P\{X=0\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设 X_1, X_2 都服从参数 $\lambda=2$ 的指数分布, 则 $E(X_1 + X_2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 随机变量 X, Y 相互独立, 均服从正态分布 $N(1, 2)$, 则 $D(X-2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 0 < x < 2, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 则 X 的边缘密度函数为 .

三、解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 11 分, 总计 55 分)

16. 设某商店购买的一批的产品分别来自工厂 A 和工厂 B, 已知工厂 A 和工厂 B 的产品次品率分别为 1% 和 2%, 工厂 A 和工厂 B 的产品分别占 60% 和 40%, 计算:

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2019 ~ 2020 学年第 2 学期

开课学院 理学院 课程名称 概率论与数理统计【理工】 考核方式 闭卷
考试时间 120 分钟 B 卷 共 3 页第 页
考生姓名 考生班级 考生学号

(1) 从这批产品中任取一件是次品的概率；(2) 已知从中随机取出的一件是次品，则这件产品来自工厂 A 的概率为多少？

17. 连续型随机变量 X 的概率密度函数为： $f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，(1) 求系数 k ；

(2) 若 $Y = 2X + 1$ ，求 Y 的概率密度函数.

18. 设 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
-2	0.2	0.3
-1	0.2	0.1
2	0.1	0.1

求：(1) X, Y 的边缘分布律；(2) 判断 X, Y 的独立性；(3) $Cov(X, Y)$.

19. 设总体 X 的密度函数为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{\theta}} & x > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ， $\theta > 0$ 为未知参数， X_1, X_2, \dots, X_n 是

取自总体 X 的一个样本，求 θ 的极大似然估计量.

20. 设某厂生产的零件长度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (单位: cm)，现从生产出的一批零件中随机抽取

了 9 件，经测量并算得零件长度的平均值 $\bar{x} = 196$ ，标准差 $s = 12$ ，如果 σ^2 未知，在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下，是否可以认为该厂生产的零件的平均长度是 202cm?

($z_{0.05} = 1.645$, $z_{0.025} = 1.96$, $t_{0.025}(8) = 2.306$, $t_{0.025}(9) = 2.262$)

2019~ 2020 学年第二学期概率论与数理统计【理工】

期末 B 卷参考答案及评分标准

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，总计 30 分）

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
B	C	B	B	C	C	D	A	D	B

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
0.4	0	1	10	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

三、解答题（本大题共 5 小题，每小题 11 分，总计 55 分）

16、解：设 $A = \{\text{产品由工厂 A 生产的}\}$, $B = \{\text{产品由工厂 B 生产的}\}$, C 表示事件“抽到次品”
..... (3 分)

$$P(A) = 60\%, P(B) = 40\%, P(C|A) = 1\%, P(C|B) = 2\%$$

$$(1) P(C) = P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B)$$

$$= 60\% \times 1\% + 40\% \times 2\% = 0.014 \quad \text{..... (4 分)}$$

$$(2) P(A|C) = \frac{P(AC)}{P(C)} = \frac{P(C|A)P(A)}{P(C)} = \frac{60\% \times 1\%}{0.014} = \frac{3}{7} \quad \text{..... (4 分)}$$

17、解：(1) 由 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ 得 $\int_0^3 kx^2 dx = 1$, 解得 $k = \frac{1}{9}$ (5 分)

$$(2) \text{由 } Y = 2X + 1 \text{ 得 } y = 2x + 1, \text{ 于是 } x = \frac{y-1}{2}, x' = \frac{1}{2}$$

$$\text{故 } f_Y(y) = |x'| f_X\left(\frac{y-1}{2}\right) = \begin{cases} \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \times \left(\frac{y-1}{2}\right)^2, & 0 < \frac{y-1}{2} < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} = \begin{cases} \frac{(y-1)^2}{72}, & 1 < y < 7 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad \text{..... (6 分)}$$

18、解：(1) X 与 Y 的边缘分布分别为

X	-2	-1	2
p	0.5	0.3	0.2

Y	0	1
p	0.5	0.5

..... (4 分)

(2) 由于 $P\{X=-2\}P\{Y=0\}=0.5\times 0.5=0.25$, $P\{X=-2,Y=0\}=0.2$, 于是

$P\{X=-2\}P\{Y=0\}\neq P\{X=-2,Y=0\}$, 所以 X 与 Y 不独立 (3 分)

(3) $E(X)=-0.9$, $E(Y)=0.5$, $E(XY)=-0.5$,

$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=-0.05$ (4 分)

19、解：似然函数为：

$$L(\theta, x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) = \begin{cases} \frac{2^n (\prod_{i=1}^n x_i)}{\theta^n} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\theta}}, & x_i > 0, i=1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad \text{..... (3 分)}$$

当 $x_i > 0, i=1, 2, \dots, n$ 时，取对数： $\ln L(\theta) = n \ln 2 + \sum_{i=1}^n \ln x_i - n \ln \theta - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\theta}$ (3 分)

$$\text{令 } \frac{d \ln L(\theta)}{d \theta} = -\frac{n}{\theta} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\theta^2} = 0 \quad \text{..... (3 分)}$$

解得 $\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$ 为极大似然估计值，即 $\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}$ 为极大似然估计量。..... (2 分)

20、解：假设 $H_0: \mu = \mu_0 = 202$ $H_1: \mu \neq \mu_0$ (3 分)

检验统计量为： $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

拒绝域为： $|t| \geq t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.025}(8) = 2.306$ (4 分)

由样本值算得， $|t| = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{196 - 202}{12/\sqrt{9}} \right| = 1.5 < 2.306$

于是接受 H_0 ，可以认为该厂生产的零件的平均长度是 202cm。 (4 分)