

《信息论与编码(B)》第二章作业

学号：_____ 姓名：_____ 班级：_____

2.5

设离散无记忆信源 $\begin{bmatrix} X \\ P(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 = 0 & a_2 = 1 & a_3 = 2 & a_4 = 3 \\ 3/8 & 1/4 & 1/4 & 1/8 \end{bmatrix}$ ，其发出的消息为 (2021 2013 0213 0012 0321 0110 3210 1002 1032 0112 2321 0)，求

- 1) 此消息的自信息是多少？
- 2) 在此消息中平均每个符号携带的信息量是多少？

2.17

设有一个信源，它产生 0、1 序列的消息。它在任意时间而且不论以前输出过什么符号，均按 $P(0) = 0.4, P(1) = 0.6$ 的概率输出符号。

- 1) 试问这个信源是否是平稳的？
- 2) 试计算 $H(X^2)$, $H(X_3|X_1X_2)$ 及 $\lim_{N \rightarrow \infty} H_N(X)$;
- 3) 试计算 $H(X^4)$ 并写出 X^4 信源中可能有的所有符号。

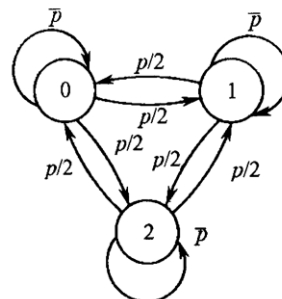
2.20

设有一个信源，它在开始时以 $P(a) = 0.6, P(b) = 0.3, P(c) = 0.1$ 的概率输出 X_1 。如果 X_1 为 a 时，则 X_2 为 a、b、c 的概率为 $1/3$ ；如果 X_1 为 b，则 X_2 为 a、b、c 的概率为 $1/3$ ；如果 X_1 为 c，则 X_2 为 a、b 的概率为 $1/2$ ，为 c 的概率为 0。而且后面输出 X_i 的概率只与 X_{i-1} 有关，又 $P(X_i|X_{i-1}) = P(X_2|X_1) \quad i \geq 3$ 。试利用马尔可夫信源的图示法画出状态转移图，并计算信息熵 H_∞ 。

2.21

一阶马尔可夫信源的状态图如图所示，信源 X 的符号集为 $\{0,1,2\}$ 并定义 $\bar{p} = 1 - p$ 。

- 1) 求信源平稳后的概率分布 $P(0)$ 、 $P(1)$ 和 $P(2)$;
- 2) 求此信源的熵;
- 3) 近似认为此信源为无记忆时，符号的概率分布等于平稳分布。
求近似信源的熵 $H(X)$ 并与 H_∞ 进行比较;
- 4) 对一阶马尔可夫信源 p 取何值时 H_∞ 取最大值，
当 $p = 0$ 和 $p = 1$ 时结果又如何?



黑白气象传真图的消息只有黑色和白色两种, 即信源 $X=\{\text{黑}, \text{白}\}$, 设黑色出现的概率为 $P(\text{黑})=0.3$, 白色出现的概率 $P(\text{白})=0.7$ 。

- 1) 假设图上黑白消息出现前后没有关联, 求熵 $H(X)$;
- 2) 假设消息出现前后有关联, 其依赖关系为 $P(\text{白}|\text{白})=0.9$, $P(\text{黑}|\text{白})=0.1$, $P(\text{白}|\text{黑})=0.2$, $P(\text{黑}|\text{黑})=0.8$, 求此一阶马尔可夫信源的熵 H_2 ;
- 3) 分别求上述两种信源的剩余度, 并比较 $H(X)$ 和 H_2 的大小, 并说明其物理意义。