

# 关于密立根油滴实验数据处理的新探讨

郑雪丽<sup>1</sup>, 李巧梅<sup>1</sup>, 汪 涛<sup>1</sup>, 韩 忠<sup>1</sup>, 雷 迪<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 物理学院 物理国家级实验教学示范中心, 重庆 401331; 2. 重庆大学 航空航天学院, 重庆 401331)

**摘要:** 密立根油滴实验是大学物理的经典实验, 通过处理实验测量数据即可得出基本电荷量. 各高校开展实验的方法基本相同, 但处理实验数据的方法却各式各样. 为了减小因数据处理带来的误差, 提出多种方法结合处理数据, 即在作图法的基础上增加分组法和最小二乘法处理数据, 结果显示误差明显减小. 通过 5 个教学班的试验教学, 验证了文中观点的可行性, 并取得了良好的效果, 可在实际教学中应用推广.

**关键词:** 密立根油滴实验; 减小误差; 作图法

**中图分类号:** O 4-33

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-0712 (2021) 02-0032-04

**【DOI】**10.16854/j.cnki.1000-0712.200070

密立根油滴实验的数据处理有多种方法, 如验证法、作图法、差值法、最小整数法、平均值最小整数法、最小二乘法、概率统计法<sup>[1-7]</sup>等. 上述方法中, 验证法、作图法在教学中已得到广泛应用, 而逆向验证法缺乏探索求解的思想, 作图法依赖最小带电油滴测量精度, 差值法数据处理的结果容易与公认值产生较大的偏差, 最小整数法及平均值最小整数法对测量数据的精度要求较高, 概率统计法对数据量要求大<sup>[8]</sup>, 都不是最理想的数据处理方法. 为了寻求普适性的理想数据处理方法, 本文提出在作图法的基础上增加分组法和最小二乘法处理数据.

作图法处理密立根油滴实验数据思路<sup>[9]</sup>: 1) 以间隔为 1 的整数为横坐标用  $m$  表示, 以油滴带电量为纵坐标用  $Q$  表示, 画出坐标系; 2) 作  $m = 1, 2, 3 \dots$  平行于纵轴的直线,  $Q = Q_1, Q_2, \dots, Q_m$  平行于横轴的直线, 从而在坐标系中形成网格; 3) 按照  $Q = me$  的假设,  $Q_m$  最少带一个基本电荷量, 假设带电量最少的  $Q_1$  只包含一个基本电荷量, 连  $Oa$  并作延长线, 检查  $Q_2 \dots Q_m$  与  $Oa$  交点是否与垂线重合或接近, 如果不符合条件则  $Q_1$  带基本电荷量不为 1; 4) 再假设  $Q_1 = 2e, 3e \dots$ , 依次连接  $Ob, Oc \dots$  并作延长线直到找到与  $Q = Q_2 \dots Q_m$  直线的交点和垂线重合或接近的直线. 如图 1 所示, 当  $m = 3$  时, 各相交点与垂线重合情况较好, 因此可以得出  $m_1 = 3, m_2 = 4, m_3 = 5, m_4 = 6 \dots$  作图法要求做实验时, 测量  $Q$  要准确才

能得出准确度较高的  $e$ .

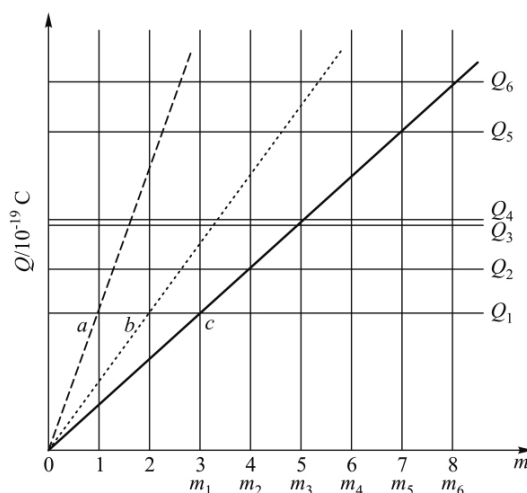


图 1  $Q-m$  关系图

## 1 实验原理

文中数据采用平衡测量法测量. 平衡测量法测量数据时用到两个平衡: 1) 油滴在电场中平衡, 如图 2(a); 2) 在重力场中匀速运动, 受力情况如图 2(b)<sup>[9]</sup>.

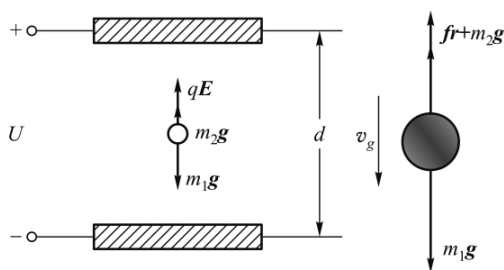
公式推导油滴带电量为

$$q = \frac{18\pi}{\sqrt{2(\rho_1 - \rho_2)g}} \left[ \frac{\eta l}{t_g \left( 1 + \frac{b}{pa} \right)} \right]^{\frac{3}{2}} \frac{d}{U} \quad (1)$$

收稿日期: 2020-03-02; 修回日期: 2020-05-09

**基金项目:** 2019 年重庆市高等教育教学改革研究项目(193008)、2018 年重庆大学教学改革研究立项项目(2018Y55)以及 2019 年重庆大学实验教学改革项目(2019S08)资助

**作者简介:** 郑雪丽(1989—), 女, 安徽宿州人, 重庆大学物理学院工程师, 硕士, 主要从事物理实验教学工作, 研究方向光电检测技术.



(a) 油滴在电场中受力图 (b) 油滴在重力场中受力图  
图2 平衡测量法原理

其中,  $a$  为油滴半径,  $a = \left[ \frac{9\eta l}{2g(\rho_1 - \rho_2)t_g} \right]^{\frac{1}{2}}$ ;  $d$  为极板间距,  $d = 5.00 \times 10^{-3} \text{ m}$ ;  $\eta$  为空气黏度,  $\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{ kg/(ms)}$ ;  $l$  为下落距离, 设置为  $1.6 \text{ mm}$ ;  $\rho_1$  为钟表油密度,  $\rho = 981 \text{ kg/m}^3$  ( $20^\circ\text{C}$ );  $\rho_2$  为空气密度,  $\rho_2 = 1.2928 \text{ kg/m}^3$  (标准大气压);  $g$  为重力加速度,  $g = 9.794 \text{ m/s}^2$ ;  $b$  为修正常数;  $p$  为标准大气压强,  $p = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$ ;  $U$  为平衡电压,  $t_g$  为油滴匀速下落时间。

## 2 数据记录及数据处理

在不同平衡电压和不同下落时间共测量了 90 组实验数据, 由于数据较多在此只列出其中一部分。如表 1 所示

表 1 不同平衡电压和下落时间油滴带电量表

平衡电压/V	下落时间/s	带电量 $q/(10^{-19} \text{ C})$
206	12.71	9.790
152	12.71	13.268
306	30.73	1.652
...	...	...

按照  $q = me$  的假设, 用 Matlab 将测量的 90 个数据作图, 如图 3。用 Matlab 编程分别求解当  $q_1 = e$ 、 $2e$ 、 $3e$  时, 与 90 条横线的交点并对交点的数值进行比较, 得出当  $q_1 = e$  时, 射线与横线的交点大都落在垂线或在垂线附近, 而  $q_1 = 2e$ 、 $3e$  时, 交点偏离垂线较远, 因此基本电荷量为

$$e_{\text{测1}} = \frac{1.502 \times 10^{-19}}{1} = 1.502 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (2)$$

与标准值比较, 相对误差为

$$\eta_1 = \frac{|1.502 - 1.602| \times 10^{-19}}{1.602 \times 10^{-19}} \times 100\% = 6.2\% \quad (3)$$

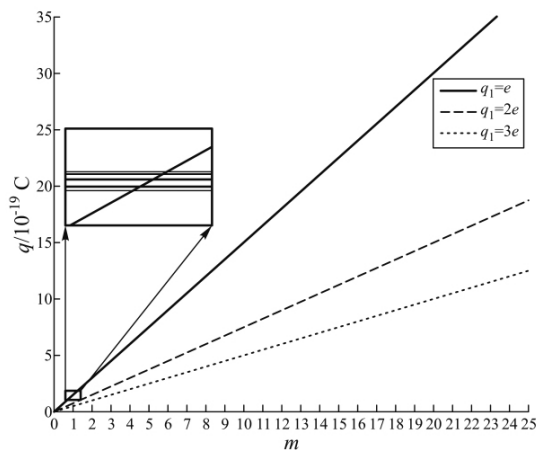


图3  $q$ - $m$  关系图(插图为  $m=1$  时放大图)

由上述结果可知, 直接用作图法处理数据误差较大。运用作图法处理数据时, 带电量最小的油滴的测量精度直接决定测量结果的精度。为了减小误差, 通过作图法求出每个油滴的基本电荷数后, 将相同电荷数的油滴分为一组, 每组油滴电量求平均值, 数据如表 2 所示, 再用作图法处理数据。这种方法的运用使数据处理结果不再取决于油滴最小带电量的单个油滴, 而是取决于所有带电荷数为 1 的所有油滴电量的平均值, 充分利用了测量数据, 因此可以一定程度减小误差。

表 2 原始数据分组取平均值数据表

组号	1	2	3	4	5	6	7
平均带电量 $10^{-19} \text{ C}$	1.644	3.117	4.758	6.106	8.059	11.058	12.347
组号	8	9	10	11	12	13	14
平均带电量 $10^{-19} \text{ C}$	13.383	15.623	18.519	19.682	21.265	22.166	23.641

由图 4 可以很直观看出  $\bar{q}_1 = e$  时, 射线与横线交点接近垂线或在垂线上。那么由作图法可知基本电荷量为  $1.644 \times 10^{-19} \text{ C}$ , 与标准值比较求出相对误差为

$$\eta_2 = \frac{|1.644 - 1.602| \times 10^{-19}}{1.602 \times 10^{-19}} \times 100\% = 2.6\% \quad (4)$$

将测量数据分组后再用作图法处理数据, 误差由作图法的 6.2% 减小为 2.6%, 误差减小了 3.6%。查看图 4 中的相交点, 交点临近哪条垂线, 就把油滴带的电荷数取垂线所对应的值。从图得出这 14 组数据所带基本电荷量如表。

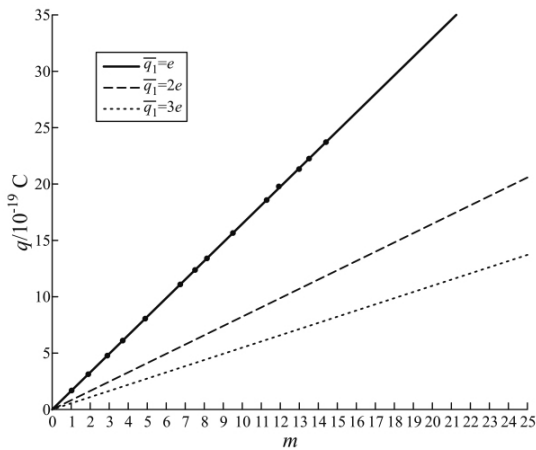


图 4 分组后  $q$ - $m$  关系图

表 3 从图 4 中观测油滴所带基本电荷数表

平均带电量 $10^{-19}\text{C}$	1.644	3.117	4.758	6.106	8.059	11.058	12.347
$m$	1	2	3	4	5	7	8

平均带电量 $10^{-19}\text{C}$	13.383	15.623	18.519	19.682	21.265	22.166	23.641
$m$	8	10	12	12	13	14	14

利用分组法作图,带电量最小的一组数据的平均值决定了数据处理结果的精度,为了将所有数据都得到充分利用,将表中数据用最小二乘法拟合最佳直线,如图 5 所示,直线斜率即是基本电荷量  $e_{\text{测}} = 1.63093 \times 10^{-19}\text{C}$  与标准值比较求出相对误差:

$$\eta_3 = \frac{|1.63093 - 1.602| \times 10^{-19}}{1.602 \times 10^{-19}} \times 100\% = 1.8\% \quad (5)$$

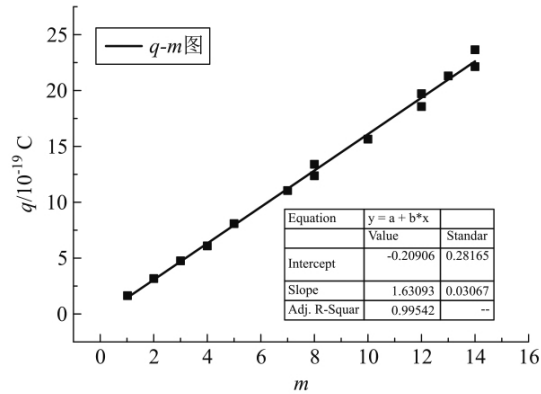


图 5 最小二乘法拟合  $q$ - $m$  关系图

利用最小二乘法处理实验数据,让每一组数据都到了充分的应用,所以进一步减小了误差,相对误

差为 1.8%.

3 教学中的应用

在本学期教学中,将文中提出的多种方法结合处理数据应用到 5 个教学班,分别为弘深电子专业化学大类建筑与工程专业航空航天专业车辆专业,选取个不同学院不同专业的教学班级,具有普遍意义.几个班级学生收集班内所有数据并对数据进行处理,处理结果如表 4,表中  $E_1$  为直接用作图法处理数据的结果,  $E_2$  为数据分组平均后作图的结果,  $E_3$  为多种方法相结合处理数据的结果.从图 6 可以直观看出,3 种方法结合使测量结果误差大大减小.

表 4 5 个教学班数据处理结果表

数据量	72	85	80	96	110
$E_1 / \%$	4.7	1.8	2.7	5.0	3.8
$E_2 / \%$	3.4	0.55	3.2	3.8	1.3
$E_3 / \%$	1.4	0.26	1.3	0.83	0.62

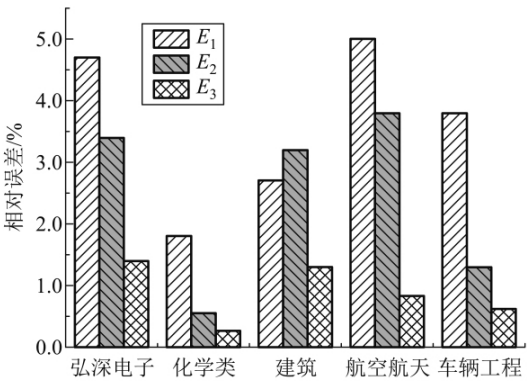


图 6 不同班级数据处理结果柱状图

4 结语

通过对 90 个实验数据处理,可知直接采用作图法处理数据得出数据相对误差为 6.2%,分组后用作图法得到基本电荷量的相对误差为 2.6%,再加上最小二乘法拟合最佳直线求出的基本电荷量的相对误差仅为 1.8%,较直接使用作图法处理实验数据,精度提升了 71%.通过 5 个教学班级学生分别用 72、85、80、96、110 个数据处理结果可见,如表 4 和图 6 所示,采用作图法、分组法和最小二乘法多种方法相结合的方式处理数据,可以大大减小因数据处理方法不当而引入的误差,直接验证了本文观点的可行性.但是这种数据处理的方式适合数据较多的情况,而

且数据越多误差越小. 在以后的教学中, 学生做实验并收集全班同学数据来进行数据处理, 不仅可以巩固所学知识, 更能学习 matlab、origin、excel 等作图软件, 提高学生综合能力.

### 参考文献:

- [1] 张鹏, 苏婷, 苏关东, 等. 计算机编程在工科物理实验教学中的应用现状及前景展望 [J]. 物理与工程, 2018, 28(6): 60-67.
- [2] 丁红星, 戴丽莉. 密立根油滴实验数据处理方法的分析与改进 [J]. 大学物理, 2005, 24(7): 40-43.
- [3] 赵仁. 密立根实验数据的一种处理方法 [J]. 物理实验, 2000, 20(6): 39-40.
- [4] 徐兵. 利用 Excel 对密立根油滴实验数据进行计算与分析 [J]. 计量与测试技术, 2011, 38(3): 44-45.
- [5] 陈森, 刘昶, 付硕, 等. 一种密立根油滴实验数据处理的新方法 [J]. 大学物理, 2014, 33(9): 32-34.
- [6] 杨会静. 密立根油滴实验数据处理方法分析与比较 [J]. 唐山师范学院学报, 2016, 38[5]: 126-129.
- [7] 阳劲松, 曾大鹏, 陈杰. 密立根油滴实验的理论与误差分析 [J]. 大学物理, 2018, 37(12): 37-40.
- [8] 亓东林, 鲍伟楠, 张师平, 等. 基于大数据分析思路的油滴实验数据处理方法 [J]. 物理与工程, 2018, 28(6): 91-94.
- [9] 何光宏, 汪涛, 韩忠. 大学物理实验 [M]. 北京: 科学出版社, 2017.

## New discussion on data processing of Millikan oil-drop experiment

ZHENG Xue-li<sup>1</sup>, LI Qiao-mei<sup>1</sup>, WANG Tao<sup>1</sup>, HAN Zhong<sup>1</sup>, LEI Di<sup>2</sup>

(1. College of Physics, Chongqing University, National Demonstration Center for Experimental Physics Education, Chongqing 401331, China;

2. College of Aeronautics and Astronautics, Chongqing University, Chongqing 401331, China)

**Abstract:** The Millikan oil-drop experiment is one of the classic experiments in university physics, and the elementary charge can be calculated by experimental data processing. The experimental methods used by each university are basically identical, but the experimental data processing methods are various. The data processing combined with multiple methods is put forward to reduce the error caused by the data processing method, in which the data is pre-processed by grouping and processed by the least square method based on graphic method and the result shows that the error is significantly reduced. The ideas in this paper confirmed by five teaching classes are feasible and valid, which can be applied and promoted in actual teaching.

**Key words:** Millikan oil-drop experiment; reduce error; graphic method

(上接 20 页)

## Study of the range of uniform magnetic field of Helmholtz rings

MO Yun-fei<sup>1</sup>, ZHOU Qun-yi<sup>2</sup>, HOU Zhao-yang<sup>3</sup>, ZHOU Li-li<sup>4</sup>

(1. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Changsha University, Changsha, Hunan 410022, China;

2. College of Tianhe, Guangdong Polytechnic Normal University, Guangzhou, Guangdong 510540, China;

3. School of Science, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China;

4. Department of Information Engineering, Gannan Medical University, Ganzhou. Guangdong 341000, China)

**Abstract:** The analytical solutions of the magnetic field of Helmholtz rings in the rectangular coordinate are derived, and they are dimensionless. The components of magnetic field are obtained by means of the complete elliptic integral of first and second kinds. The distribution of magnetic field is plotted by means of MATLAB. It is found that the range of uniform field is octopus shape. Furthermore, the change of the range of uniform field with the distance between two current coaxial rings is discussed

**Key words:** two current coaxial rings; magnetic field; Helmholtz rings; range of uniform field