重庆理工大学本科生课程考试
参考答案及评分标准

2022 —2023 学年第一学期

课程编号：10031　　课程名称：高等数学【机电（1)】　　试卷类别：A 卷

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
D	**B**	**C**	**A**	**D**

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，总计 30 分）

(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
e^2	-1	$\sqrt{2}$	$(-1)^n n!$	$y=2$
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
2	$x^x(\ln x+1)$	1	0	$\frac{32}{3}$

三、解答题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，总计 40 分）

16、解：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^x(1-\cos t^2)dt}{2x^4+x^3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x^2}{8x^3+3x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\frac{1}{2}x^4}{8x^3+3x^2}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\frac{1}{2}x^2}{8x+3}=0$　　（5 分）

17、解：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\tan 2x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{2x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}=1$　　（5 分）

18、解：$y'=\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}}+\dfrac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$　（3 分）

$dy\big|_{x=0}=y'\big|_{x=0}dx=\dfrac{1}{2}dx$　　（2 分）

19、解：方程两边对 x 求导，得 $1-y'+\dfrac{1}{2}\cos y\cdot y'=0$　　（2 分）

于是 $y'=\dfrac{2}{2-\cos y}$，则 $y'\Big|_{\substack{x=3\\y=0}}=2$。

所以曲线在点 $(3,0)$ 处的切线方程为 $y=2(x-3)$，即 $y=2x-6$。　　（3 分）

20、解：$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{-\frac{1}{3-t}}{-\frac{1}{(3-t)^2}}=3-t$（2 分），$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\frac{d(\frac{dy}{dx})}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{-1}{-\frac{1}{(3-t)^2}}=(3-t)^2$，故 $\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=1}=4$（3 分）

21、解：令 $\sqrt{x}=t$，$\int\frac{1}{\sqrt{x}(1+2\sqrt{x})}dx=\int\frac{2t}{t(1+2t)}dt=\int\frac{2}{1+2t}dt$　（3 分）

$$=\ln|1+2t|+C=\ln(1+2\sqrt{x})+C$$　（2 分）

22、解：$\int_0^1 x\arctan xdx=\int_0^1\arctan xd\frac{x^2}{2}=\left[\frac{x^2}{2}\arctan x\right]_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1\frac{x^2}{1+x^2}dx$　（3 分）

$$=\frac{\pi}{8}-\frac{1}{2}\left[x-\arctan x\right]_0^1=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$$　（2 分）

23、解：令 $k=\int_0^2 f(x)dx$，则 $f(x)=\sqrt{(x-1)^2}+kx$，　（2分）

于是 $\int_0^2 f(x)dx=\int_0^2\left(\sqrt{(x-1)^2}+kx\right)dx=\int_0^1(1-x)dx+\int_1^2(x-1)dx+\int_0^2 kxdx$，$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2k$

故 $k=1+2k$，则 $k=-1$，即 $\int_0^2 f(x)dx=-1$.　（3 分）

四、综合题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，总计 15 分）

24、证明：令 $f(x)=1+\frac{1}{2}x-\sqrt{1+x}$，

由于 $f'(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{1+x}}=\frac{\sqrt{1+x}-1}{2\sqrt{1+x}}=\frac{x}{2\sqrt{1+x}(\sqrt{1+x}+1)}$，　（2 分）

故当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)=1+\frac{1}{2}x-\sqrt{1+x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调增加，

于是当 $x>0$ 时，$f(x)>f(0)$，即当 $x>0$ 时，$1+\frac{1}{2}x>\sqrt{1+x}$.　（3 分）

25、解：令 $f'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{1-x}}=\frac{2\sqrt{1-x}-1}{2\sqrt{1-x}}=0$，得 $x=\frac{3}{4}$　（2 分）

由 $f''(x)=-\frac{1}{4}(1-x)^{-\frac{3}{2}}$ 得，$f''(\frac{3}{4})=-\frac{1}{4}(1-\frac{3}{4})^{-\frac{3}{2}}=-2<0$

故函数极大值为 $f(\frac{3}{4})=\frac{5}{4}$.　（3 分）

26、解：所求体积为

$V_y=2\pi\int_0^1 x\cdot x^3dy=2\pi\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^1=\frac{2\pi}{5}$（5 分）

或 $V_y=\pi\cdot 1^2\cdot 1-\pi\int_0^1\pi(\sqrt[3]{y})^2dy=\pi-\left[\frac{3\pi y^{\frac{5}{3}}}{5}\right]_0^1=\frac{2\pi}{5}$（5 分）