2011～ 2012学年第一学期　A卷 参考答案及评分标准

一．单项选择题

（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）
A	B	D	B	A	C	D	C

二、填空题

9._存在且相等_ 10. _同_ 11._[-3/2 , -1]_ 12._f ’(a)_ 13._极小值_

14. $F(x)=\begin{cases}-1, x<0\\ -\cos x, x\geq 0\end{cases}$ 15. $2\arctan\frac{\pi}{4}$ 16._π_ 17._1_ 18._2_

三、求解下列各题（本大题共9小题，每小题6分，共54分）。

（19）解：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\ln(1+x^2)}{\sin x-\tan x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cdot x^2}{\sin x-\tan x}\cdots\cdots(2分)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x\cdot x^3}{\sin x(\cos x-1)}\cdots\cdots(1分)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x\cdot x^2}{-\frac{1}{2}x^2}\cdots\cdots(2分)$

$=-2\cdots\cdots(1分)$

（20）解：$\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x-a}{x+a})^{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{-2a}{x+a})^{\frac{x+a}{-2a}\cdot\frac{-2a}{x+a}\cdot(x+1)}\cdots\cdots\cdots(3分)$

$=e^{-2a}\cdots\cdots\cdots(3分)$

（21）解：$dy=d(e^{2x}\cos x)+d[\ln(\sin x)]\cdots\cdots(1分)$

$=(2e^{2x}\cos x-e^{2x}\sin x)dx+\cot x dx\cdots\cdots(4分)$

$=(2e^{2x}\cos x-e^{2x}\sin x+\cot x)dx\cdots\cdots(1分)$

（22）解：$1+\frac{y'}{1+y}=y'\cdots\cdots\cdots(2分)$

$y'=1+\frac{1}{y}\cdots\cdots\cdots(2分)$

$y''=-\frac{1}{y^2}\cdot y'=-\frac{1}{y^2}\cdot(1+\frac{1}{y})\cdots\cdots\cdots(2分)$

（23）解：$\int \frac{\sin x\cos x}{1+\sin^4 x}dx=\int \frac{\sin x}{1+\sin^4 x}d\sin x\cdots\cdots(2分)$

$$=\frac{1}{2}\int \frac{1}{1+\sin^4 x}d\sin^2 x\cdots\cdots(2分)$$

$$=\frac{1}{2}\arctan(\sin^2 x)+c\cdots\cdots(2分)$$

（24）解：$\int x^2\ln 2xdx=\frac{1}{3}\int \ln 2xdx^3\cdots\cdots(1分)$

$$=\frac{1}{3}(x^3\ln 2x-\int x^3 d\ln 2x)\cdots\cdots(2分)$$

$$=\frac{1}{3}(x^3\ln 2x-\int x^2 dx)\cdots\cdots(1分)$$

$$=\frac{1}{3}(x^3\ln 2x-\frac{1}{3}\cdot x^3)+c\cdots\cdots(2分)$$

（25）解：$\int_0^{\pi}\sqrt{\sin x-\sin^3 x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\sin x}\cos xdx-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sqrt{\sin x}\cos xdx\cdots\cdots(2分)$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\sin x}d\sin x-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sqrt{\sin x}d\sin x\cdots\cdots(1分)$$

$$=\frac{2}{3}\sin^{\frac{3}{2}}x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\frac{2}{3}\sin^{\frac{3}{2}}x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\cdots\cdots(2分)$$

$$=\frac{4}{3}\cdots\cdots(1分)$$

(26)解：$\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx$

$$=\int_0^1(1-x^2)dx+\int_1^2 xe^{-x^2}dx\cdots\cdots\cdots(2分)$$

$$=\left[x-\frac{1}{3}x^3\right]_0^1-\frac{1}{2}\int_1^2 e^{-x^2}d(-x^2)\cdots\cdots\cdots(2分)$$

$$=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}e^{-x^2}\Big|_1^2=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}(e^{-4}-e^{-1})\cdots\cdots\cdots(2分)$$

(27)解: $\int \frac{\sqrt{3+2\cot x}}{\sin^2 x}\mathrm{d}\,x = -\int \sqrt{3+2\cot x}\,\mathrm{d}\cot x \cdots\cdots\cdots(2分)$

$= -\frac{1}{2}\int \sqrt{3+2\cot x}\,\mathrm{d}(3+2\cot x) \cdots\cdots\cdots(1分)$

$= -\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(3+2\cot x)^{\frac{3}{2}} + c \cdots\cdots\cdots(2分)$

$= -\frac{1}{3}(3+2\cot x)^{\frac{3}{2}} + c(\text{c为任意常数}) \cdots\cdots\cdots(1分)$

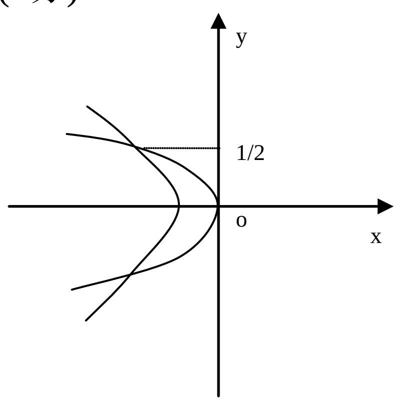
四、应用题和证明题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

（28）解：如图示两曲线的交点坐标为$(-\frac{5}{4},\pm\frac{1}{2})\cdots\cdots(1分)$

所求面积：$A = -2\int_0^{\frac{1}{2}}(-1-y^2+5y^2)dy \cdots\cdots(2分)$

$= -2(\frac{4}{3}y^3 - y)\Big|_0^{\frac{1}{2}} \cdots\cdots(1分)$

$= \frac{2}{3} \cdots\cdots(1分)$



（29）证：设 $f(x) = \frac{\ln x}{x} \cdots\cdots(1分)$

则 $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2} < 0 \ (x > e时) \cdots\cdots(1分)$

从而，$f(x)$当$x > e$时单调递减$\cdots\cdots(2分)$

$\therefore$ 当$b > a > e$时，$f(a) > f(b)$,即$\frac{\ln a}{a} > \frac{\ln b}{b} \cdots\cdots(1分)$

结论成立。