计算（写出计算过程）

1. 求由 $y=2x-x^2, y=0, y=x$ 所围成平面图形的面积 A，并求该图形绕 y 轴旋转一周得到的旋转体的体积 V 。

解 $A=\int_0^1[(1+\sqrt{1+y})-y]dy=1+\int_0^1\sqrt{1+y}dy-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{7}{6}$；

这里 $\int_0^1\sqrt{1+y}dy \xlongequal{t=\sqrt{1-y},dy=-2tdt} 2\int_0^1 t^2dt=\frac{2}{3}$；

$V=\pi\int_0^1[(1+\sqrt{1+y})^2-y^2]=\pi\int_0^1[2-y+2\sqrt{1+y}-y^2]dy=\pi[2-\frac{1}{2}+2\times\frac{2}{3}-\frac{1}{3}]=\frac{5}{2}\pi$ 。

2. 计算曲线段 $y=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{x}\sqrt{\cos t}dt, -\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ 的长度 s 。

解 按弧长公式

$$s=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1+(y')^2}dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1+(\sqrt{\cos x})^2}dx=\sqrt{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left|\cos\frac{x}{2}\right|dx=\sqrt{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\frac{x}{2}dx$$

$$=2\sqrt{2}\sin\frac{x}{2}\Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=2\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}-(-\frac{\sqrt{2}}{2}))=4$$