1． 系统的激励是$e(t)$，响应为$r(t)$，若满足$r(t)=\frac{de(t)}{dt}$，则该系统为 线性、时不变、因果。（是否线性、时不变、因果？）

2． 求积分$\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+1)\delta(t-2)dt$的值为 5 。

3． 当信号是脉冲信号 $f(t)$时，其 低频分量 主要影响脉冲的顶部，其 高频分量 主要影响脉冲的跳变沿。

4． 若信号 $f(t)$的最高频率是 2kHz，则 $f(2t)$的乃奎斯特抽样频率为 8kHz 。

5． 信号在通过线性系统不产生失真，必须在信号的全部频带内，要求系统幅频特性为 一常数相频特性为 一过原点的直线（群时延）。

6． 系统阶跃响应的上升时间和系统的 截止频率 成反比。

7． 若信号的$F(s)=\frac{3s}{(s+4)(s+2)}$，求该信号的$F(j\omega)=\frac{j3\omega}{(j\omega+4)(j\omega+2)}$。

8． 为使 LTI 连续系统是稳定的，其系统函数$H(s)$的极点必须在 S 平面的 左半平面 。

9． 已知信号的频谱函数是$F(j\omega)=\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)$，则其时间信号 $f(t)$为 $\frac{1}{j\pi}\sin(\omega_0 t)$。

10． 若信号 $f(t)$的$F(s)=\frac{s-1}{(s+1)^2}$，则其初始值 $f(0_+)=$ 1 。

二、判断下列说法的正误，正确请在括号里打“√”，错误请打“×”。（每小题 2 分，共 10 分）

得　分	

1. 单位冲激函数总是满足$\delta(t)=\delta(-t)$ （ √ ）

2. 满足绝对可积条件$\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|dt<\infty$的信号一定存在傅立叶变换，不满足这一条件的信号一定不存在傅立叶变换。 （ × ）

3. 非周期信号的脉冲宽度越小，其频带宽度越宽。　　（ √ ）

4. 连续 LTI 系统的冲激响应的形式取决于系统的特征根，于系统的零点无关。（ √ ）

5. 所有周期信号的频谱都是离散谱，并且随频率的增高，幅度谱总是渐小的。（ × ）

得　分	

三、计算分析题（1、3、4、5 题每题 10 分，2 题 5 分，6 题 15 分，共 60 分）

1. 信号 $f_1(t)=2e^{-t}u(t)$，信号 $f_2(t)=\begin{cases}1, & 0<t<1\\ 0 & 其他\end{cases}$，试求 $f_1(t)*f_2(t)$。（10 分）

解法一：当 $t\le 0$ 时，$f_1(t)*f_2(t)$=0

当 $1>t>0$ 时，$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t 2e^{-(t-\tau)}d\tau=2-2e^{-t}$

当 $t>1$ 时，$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^1 2e^{-(t-\tau)}d\tau=2e^{-t}(e-1)$

解法二：

$$\mathrm{L}[f_1(t)*f_2(t)]=\frac{2}{s+2}\frac{(1-e^{-s})}{s}=\frac{2}{s(s+2)}-\frac{2e^{-s}}{s(s+2)}$$

$$=\frac{2}{s}-\frac{2}{s+2}-(\frac{2}{s}-\frac{2}{s+2})e^{-s}$$

$$f_1(t)*f_2(t)=2u(t)-2e^{-t}u(t)-2u(t-1)+2e^{1-t}u(t-1)$$

2. 已知 $X(z)=\dfrac{10z}{(z-1)(z-2)}$，$|z|>2$，求 $x(n)$。（5 分）

解：

$\dfrac{X(z)}{z}=\dfrac{10z}{(z-1)(z-2)}=\dfrac{10}{z-2}-\dfrac{10}{z-1}$，收敛域为 $|z|>2$

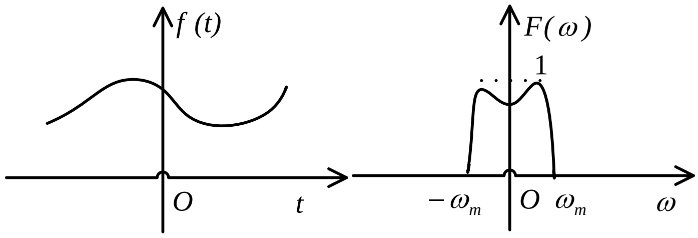
由 $X(z)=\dfrac{10z}{z-2}-\dfrac{10z}{z-1}$，可以得到 $x(n)=10(2^n-1)u(n)$

3. 若连续信号 $f(t)$ 的波形和频谱如下图所示，抽样脉冲为冲激抽样 $\delta_T(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$。

（1）求抽样脉冲的频谱；（3 分）

（2）求连续信号 $f(t)$ 经过冲激抽样后 $f_s(t)$ 的频谱 $F_s(\omega)$；（5 分）

（3）画出 $F_s(\omega)$ 的示意图，说明若从 $f_s(t)$ 无失真还原 $f(t)$，冲激抽样的 T_s 应该满足什么条件？（2 分）



解：（1）$\delta_T(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$，所以抽样脉冲的频谱

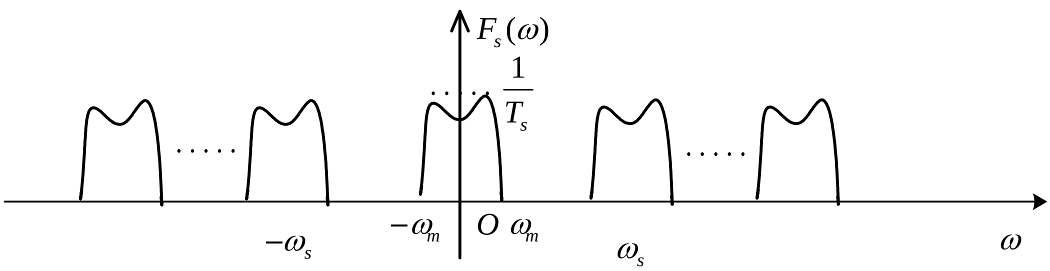
$$F[\delta_T(t)]=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_n\delta(\omega-n\omega_s)\qquad F_n=\frac{1}{T_s}。$$

（2）因为 $f_s(t)=f(t)\delta_T(t)$，由频域抽样定理得到：

$$F[f_s(t)]=F[f(t)\delta_T(t)]=\frac{1}{2\pi}F(\omega)*\omega_s\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

$$=\frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}F(\omega-n\omega_s)$$

（3）$F_s(\omega)$ 的示意图如下



$F_s(\omega)$ 的频谱是 $F(\omega)$ 的频谱以 ω_s 为周期重复，重复过程中被 $\frac{1}{T_s}$ 所加权，若从

$f_s(t)$无失真还原 $f(t)$，冲激抽样的T_s应该满足若$\omega_s \geq 2\omega_m$，　$T_s \leq \dfrac{\pi}{\omega_m}$。

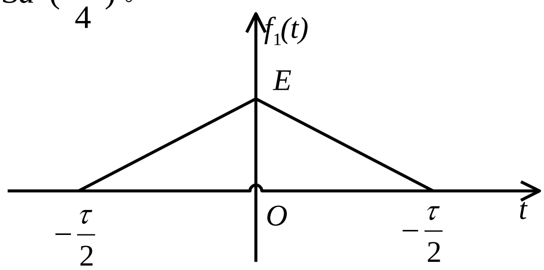
4. 已知三角脉冲信号 $f_1(t)$的波形如图所示

（1）求其傅立叶变换 $F_1(\omega)$；（5 分）

（2）试用有关性质求信号 $f_2(t)=f_1(t-\dfrac{\tau}{2})cos(\omega_0 t)$的傅立叶变换$F_2(\omega)$。（5 分）

解：（1）对三角脉冲信号求导可得：$\dfrac{df_1(t)}{dt}=\dfrac{2E}{\tau}[u(t+\dfrac{\tau}{2})-u(t)]-\dfrac{2E}{\tau}[u(t)-u(t-\dfrac{\tau}{2})]$

$F[\dfrac{df_1(t)}{dt}]=\dfrac{1}{j\omega}[-\dfrac{8E}{\tau}\sin^2(\dfrac{\omega\tau}{4})]$，可以得到 $F_1(\omega)=\dfrac{E\tau}{2}Sa^2(\dfrac{\omega\tau}{4})$。

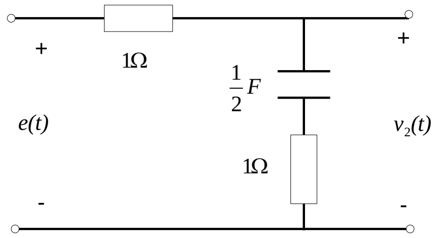


（2）因为 $f_2(t)=f_1(t-\dfrac{\tau}{2})cos(\omega_0 t)$

$$F[f(t-\frac{\tau}{2})]=e^{-j\omega\frac{\tau}{2}}\frac{E\tau}{2}Sa^2(\frac{\omega\tau}{4})$$

$$F[f(t-\frac{\tau}{2})\cos(\omega_0 t)]=\frac{1}{2}e^{-j(\omega-\omega_0)\frac{\tau}{2}}\frac{E\tau}{2}Sa^2\frac{(\omega-\omega_0)}{4}\tau+\frac{1}{2}e^{-j(\omega+\omega_0)\frac{\tau}{2}}\frac{E\tau}{2}Sa^2\frac{(\omega+\omega_0)}{4}\tau$$

5. 电路如图所示，若激励信号$e(t)=(3e^{-2t}+2e^{-3t})u(t)$，求响应$v_2(t)$并指出响应中的强迫分量、自由分量、瞬态分量与稳态分量。（10 分）



解：由 S 域模型可以得到系统函数为

$$H(s)=\frac{V_2(s)}{E(s)}=\frac{1+\frac{2}{s}}{2+\frac{2}{s}}=\frac{s+2}{2s+2}$$

由$e(t)=(3e^{-2t}+2e^{-3t})u(t)$，可以得到

$E(s)=\dfrac{3}{s+2}+\dfrac{2}{s+3}$ ，在此信号激励下，系统的输出为

$$V_2(s)=H(s)E(s)=\frac{s+2}{2s+2}(\frac{3}{s+2}+\frac{2}{s+3})=\frac{3}{s+1}+\frac{\frac{1}{2}}{s+3}$$

则

$$v_2(t)=(2e^{-t}+\frac{1}{2}e^{-3t})u(t)$$

强迫响应分量：$\frac{1}{2}e^{-3t}u(t)$

自由响应分量：$2e^{-t}u(t)$

瞬态响应分量：$v_2(t)=(2e^{-t}+\frac{1}{2}e^{-3t})u(t)$

稳态响应分量：0

6. 若离散系统的差分方程为

$$y(n)-\frac{3}{4}y(n-1)+\frac{1}{8}y(n-2)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)$$

（1）求系统函数和单位样值响应；（4 分）

（2）讨论此因果系统的收敛域和稳定性；（4 分）

（3）画出系统的零、极点分布图；（3 分）

（4）定性地画出幅频响应特性曲线；（4 分）

解：（1）利用 Z 变换的性质可得系统函数为：

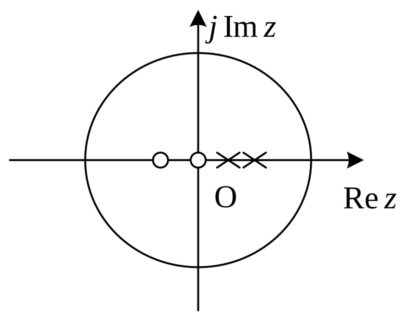
$$H(z)=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\frac{z(z+\frac{1}{3})}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}=\frac{\frac{10}{3}z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{-\frac{7}{3}z}{z-\frac{1}{4}}\qquad |z|>\frac{1}{2}$$

，则单位样值响应为

$$h(n)=[\frac{10}{3}(\frac{1}{2})^n-\frac{7}{3}(\frac{1}{4})^n]u(n)$$

（2）因果系统 z 变换存在的收敛域是$|z|>\frac{1}{2}$，由于$H(z)$的两个极点都在 z 平面的单位圆内，所以该系统是稳定的。

（3）系统的零极点分布图

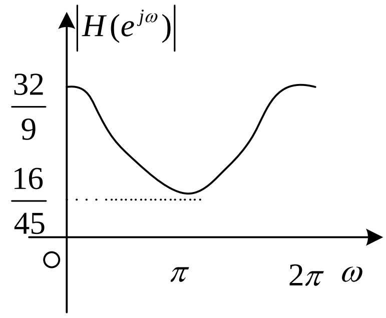


（4）系统的频率响应为

$$H(e^{j\omega})=\frac{e^{j\omega}(e^{j\omega}+\frac{1}{3})}{e^{j2\omega}-\frac{3}{4}e^{j\omega}+\frac{1}{8}} \qquad \left|H(e^{j\omega})\right|=\frac{\left|e^{j\omega}+\frac{1}{3}\right|}{\left|e^{j\omega}-\frac{1}{2}\right|\left|e^{j\omega}-\frac{1}{4}\right|}$$

当$\omega=0$时，$\left|H(e^{j\omega})\right|=\frac{32}{9}$

当$\omega=\pi$时，$\left|H(e^{j\omega})\right|=\frac{16}{45}$



四、简答题（1、2 二题中任选一题解答，两题都做只计第 1 题的分数，共 10 分）

得　分	

1. 利用已经具备的知识，简述如何由周期信号的傅立叶级数出发，推导出非周期信号的傅立叶变换。（10 分）

2. 利用已经具备的知识，简述 LTI 连续时间系统卷积积分的物理意义。（10 分）

1.解：从周期信号 FS 推导非周期信号的 FT $f(t)=\sum_{n=-\omega}^{\infty}F(n\omega_1).e^{jn\omega_1 t}$

对于非周期信号，T1→∞，则重复频率$\omega_1\to 0$，谱线间隔$\Delta(\mathrm{n}\omega_1)\to \mathrm{d}\omega$，离散频率变成连续频率$\omega$。

$$F(n\omega_1)=\frac{1}{T_1}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}}f(t).e^{-jn\omega_1 t}.dt$$

在这种极限情况下$F(n\omega_1)\to 0$，但$F(n\omega_1).\frac{2\pi}{\omega_1}$可望不趋于零，而趋于一个有限值，且变成一个连续函数。

$$F(\omega)=\lim_{\omega_1\to 0}F(n\omega_1).\frac{2\pi}{\omega_1}=\lim_{T_1\to 0}F(n\omega_1).T_1$$

$$=\lim_{T_1\to\infty}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f(t)e^{-jn\omega_1 t}dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

考察函数 $F(n\omega_1).\dfrac{2\pi}{\omega_1}$ 或 $F(n\omega_1).T_1$，并定义一个新的函数 F(w) 傅立叶变换：

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

F(w)称为原函数 f(t)的频谱密度函数(简称频谱函数).

傅立叶逆变换 $$f(t)=\sum_{n=-\omega}^{\infty}F(n\omega_1).e^{jn\omega_1 t}$$

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{F(n\omega_1)}{\omega_1}.e^{jn\omega_1 t}.\omega_1$$

$$F(n\omega_1)\to F(\omega)\quad \sum_{n=-\omega}^{\infty}\to\int_{-\infty}^{\infty}\quad =\sum_{n\omega_1=-\infty}^{\infty}\frac{F(\omega)}{2\pi}.e^{jn\omega_1 t}.\Delta(n\omega_1)$$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega\ ).e^{j\omega\, t}\mathrm{d}\omega$$

$$T_1\to\infty\qquad \omega_1\to 0\qquad n\omega_1\to\omega\qquad \Delta(n\omega_1)\to d\omega$$

2.解：线性系统在单位冲激信号的作用下，系统的零状态的响应为单位冲激响应：

$$\delta(t)\to h(t)$$

利用线性系统的时不变特性：

$$\delta(t-\tau)\to h(t-\tau)$$

利用线性系统的均匀性：

$$e(\tau)\delta(t-\tau)\to e(\tau)h(t-\tau)$$

利用信号的分解，任意信号可以分解成冲激信号的线性组合：

$$e(t)=\int_{-\infty}^{\infty}e(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$$

利用线性系统的叠加定理：

$$e(t)=\int_{-\infty}^{\infty} e(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \rightarrow r(t)=\int_{-\infty}^{\infty} e(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

1. $\int_{-\infty}^{\infty}(2-\cos 5t)\delta(t)dt=$ ________ 。

2. $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2t}\delta(t-1)dt$ =_________。

3. 已知 $f(t)$的傅里叶变换为 $F(j\omega)$, 则 $f(2t\text{-}3)$的傅里叶变换为___________ 。

4. 已知 $F(s)=\dfrac{s+1}{s^2+5s+6}$，则 $f(0_+)=$______； $f(\infty)=$________。

5. 已知 $FT[\varepsilon(t)]=\pi\delta(\omega)+\dfrac{1}{j\omega}$，则 $FT[t\varepsilon(t)]=$___________________。

6. 已知周期信号 $f(t)=\cos(2t)+\sin(4t)$，其基波频率为________rad/s；

周期为_______s。

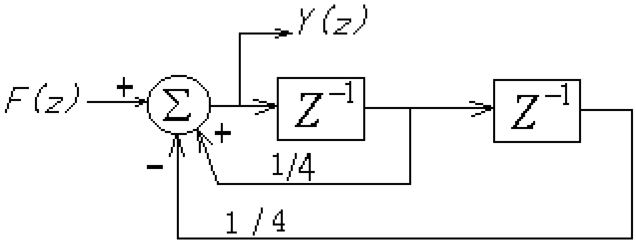
7. 已知 $f(k)=3\delta(n-2)+2\delta(n-5)$，其 Z 变换

$F(Z)=$________________；收敛域为________________。

8. 已知连续系统函数 $H(s)=\dfrac{3s+2}{s^3-4s^2-3s+1}$，试判断系统的稳定性：__________。

9. 已知离散系统函数 $H(z)=\dfrac{z+2}{z^2-0.7z+0.1}$，试判断系统的稳定性：__________。

10. 如图所示是离散系统的 Z 域框图，该系统的系统函数 H(z)=_______________。



二．(15 分) 如下方程和非零起始条件表示的连续时间因果 LTI 系统，

$$\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dt^2}+5\dfrac{dy}{dt}+4y(t)=2\dfrac{df}{dt}+5f(t) \\ y(0_-)=2, y'(0_-)=5 \end{cases}$$

已知输入 $f(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$ 时，试用拉普拉斯变换的方法求系统的零状态响应 $y_{zs}(t)$ 和零输入响应 $y_{zi}(t)$， $t\ge 0$ 以及系统的全响应 $y(t), t\ge 0$ 。

三.（14 分）

① 已知 $F(s)=\dfrac{2s^2+6s+6}{s^2+3s+2}$, $\mathrm{Re}[s]>-2$,试求其拉氏逆变换 $f(t)$；

② 已知 $X(z)=\dfrac{5z}{z^2-3z+2}$ $(|z|>2)$ ，试求其逆 Z 变换 $x(n)$ 。

四 （10 分）计算下列卷积：

1. $f_1(k) * f_2(k) = \{1,2,1,4\} * \{-3,4,6,0,-1\}$；

2. $2e^{-3t}\varepsilon(t) * 3e^{-t}\varepsilon(t)$ 。

五.（16 分）已知系统的差分方程和初始条件为：

$y(n)+3y(n-1)+2y(n-2)=\varepsilon(n)$， $y(-1)=0,\qquad y(-2)=0.5$

1. 求系统的全响应 $y(n)$；

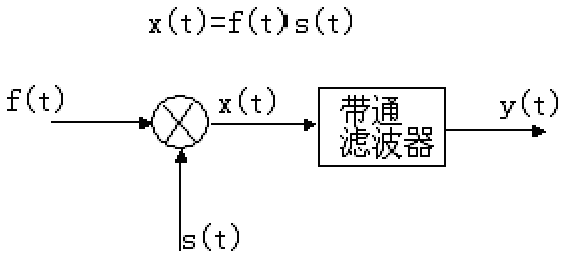
2. 求系统函数 $H(z)$，并画出其模拟框图；

六.（15 分）如图所示图（a）的系统，带通滤波器的频率响应如图(b)

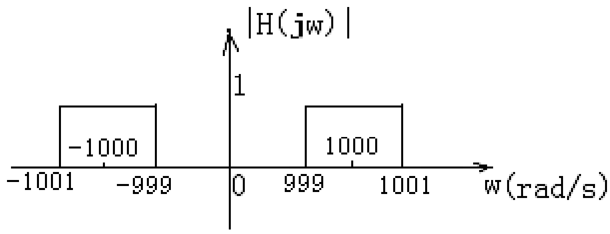
所示，其相位特性 $\varphi(\omega)=0$，若输入信号为:

$$f(t)=\frac{\sin(2t)}{2\pi t},\qquad s(t)=\cos(1000t)$$

试求其输出信号 y(t)，并画出 y(t)的频谱图。



图（a）



图(b)

参考答案

一填空题（30 分，每小题 3 分）

2. 1 ； 2. e^{-2} ； 3. $\frac{1}{2}e^{-j\frac{3}{2}\omega}F(j\frac{\omega}{2})$ ；

4. 1 ，0 ；

5. $j\pi\delta'(\omega)-\frac{1}{\omega^2}$ ； 6. 2 л ；

7. $F(z)=3z^{-2}+2z^{-5}$ ，|z|>0； 8. 不稳定； 9. 稳定

10. $H(z)=\dfrac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}+\frac{1}{4}z^{-2}}$

二．（15 分）$\begin{cases}\dfrac{d^2y}{dt^2}+5\dfrac{dy}{dt}+4y(t)=2\dfrac{df}{dt}+5f(t)\\ y(0_-)=2, y'(0_-)=5\end{cases}$

方程两边取拉氏变换：

$$Y(s)=Y_{zs}(s)+Y_{zi}(s)=\frac{sy(0_-)+y'(0_-)+5y(0_-)}{s^2+5s+4}+\frac{2s+5}{s^2+5s+4}\cdot F(s)$$

$$=\frac{2s+9}{s^2+5s+4}+\frac{1}{s+2}\cdot\frac{2s+5}{s^2+5s+4}$$

$$Y_{zi}(s)=\frac{2s+9}{s^2+5s+4}=\frac{13/3}{s+1}-\frac{7/3}{s+4});\qquad y_{zi}(t)=(\frac{13}{3}e^{-t}-\frac{7}{3}e^{-4t})\varepsilon(t)$$

$$Y_{zs}(s)=\frac{1}{s+2}\cdot\frac{2s+9}{s^2+5s+4}=\frac{1}{s+1}-\frac{1/2}{s+2}-\frac{1/2}{s+4}$$

$$y_{zi}(t)=(e^{-t}-\frac{1}{2}e^{-2t}-\frac{1}{2}e^{-4t})\varepsilon(t);$$

$$y(t)=y_{zs}(t)+y_{zi}(t)=(\frac{16}{3}e^{-t}-\frac{1}{2}e^{-2t}-\frac{17}{6}e^{-4t})\varepsilon(t)$$

三．1.（7 分）

$$F(s)=\frac{2s^2+6s+6}{s^2+3s+2}=2+\frac{2}{s^2+3s+2}=2+\frac{2}{s+1}+\frac{-2}{s+2}$$

$$f(t)=2\delta(t)+2e^{-t}-2e^{-2t}\qquad (t\ge 0)$$

2.（7 分）

$F(z)=\frac{5z}{z^2-3z+2}$ ；$\frac{F(z)}{z}=\frac{5}{(z-1)(z-2)}=\frac{-5}{z-1}+\frac{5}{z-2}$;

$\because |z|>2,$为右边序列

$f(k)=5(2^n-1)\varepsilon(k)$

四． 1. （5 分） $f(k)=\{-3,-2,11,4,21,22,-1,-4\}$

2.（5 分）

$$2e^{-3t}\varepsilon(t)*3e^{-t}\varepsilon(t)=6\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}\varepsilon(\tau)\cdot e^{-(t-\tau)}\varepsilon(t-\tau)d\tau$$

$$=6\int_{0}^{t} e^{-t}e^{-2\tau}d\tau=3e^{-t}\cdot(-e^{-2\tau})|_0^t=3(e^{-t}-e^{-3t})\varepsilon(t)$$

五． 解：（16 分）

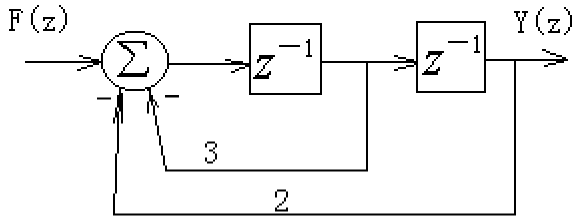
（1）对原方程两边同时 Z 变换有：

$$Y(z)+3[z^{-1}Y(z)+y(-1)]+2[z^{-2}Y(z)+y(-2)+z^{-1}y(-1)]=\frac{z}{z-1}$$

$$\therefore Y(z)=\frac{z^2}{(z-1)(z+1)(z+2)}=\frac{1}{6}\frac{z}{z-1}+\frac{1}{2}\frac{z}{z+1}-\frac{2}{3}\frac{z}{z+2}$$

$$y(n)=[\frac{1}{6}+\frac{1}{2}(-1)^n-\frac{2}{3}(-2)^n]\varepsilon(n)$$

（2）$H(z)=\frac{1}{1+3z^{-1}+2z^{-2}}$



六（15 分）

$$f(t)=\frac{\sin(2t)}{2\pi t}, \qquad s(t)=\cos(1000t)$$

$$f(t)=\frac{\sin(2t)}{2\pi t}=\frac{1}{4\pi}\times 4\times\frac{\sin(2t)}{2t}$$

$$F(j\omega)=2\pi\times\frac{1}{4\pi}\times g_4(\omega)=0.5g_4(\omega)$$

$$x(t)=f(t)s(t)=\frac{\sin 2t}{2\pi t}\cdot\cos(1000t)$$

$$X(j\omega)=\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*S(j\omega)$$

$$=\frac{\pi}{4\pi}g_4(\omega)*[\delta(\omega+1000)+\delta(\omega-1000)]$$

$$y(t)=x(t)*h(t)$$

$$Y(j\omega)=X(j\omega)H(j\omega)$$

$$=\{\frac{1}{4}g_\tau(\omega)*[\delta(\omega+1000)+\delta(\omega-1000)]\}H(j\omega)$$

$$H(j\omega)=\begin{cases}1, & 999\le|\omega|\le 1001\\ 0, & 其它\end{cases}$$

$$\therefore Y(j\omega)=X(j\omega)H(j\omega)=X(j\omega)$$

$$y(t)=x(t)=\frac{\sin 2t}{2\pi t}\cdot\cos(1000t)$$

课程名称______信号与系统（A）1__

一　填空题（30 分，每小题 3 分）

1. 10 ；　　2. 0.707 ；　　3. 课本 152

4. $ke^{-j\omega t_d}$；　　5. 0， 1/3 ；　　6. 30kHz；

7. $\dfrac{z}{z-0.5}$，|z|>0.5；　　8. 稳定；

9. 不稳定；　　10. $H(s)=\dfrac{s}{s+2}$

二．　解：（15 分）

$$(1)(s^2+3s+2)Y(s)-sy(0_-)-y'(0_-)-3y(0_-)=(2s+1)F(s)$$

$$F(s)=\frac{1}{s+3};\quad Y(s)=\frac{2s+1}{s^2+3s+2}\cdot\frac{1}{s+3}+\frac{2s+3+6}{s^2+3s+2}$$

$$(2)Y_{zs}(s)=\frac{2s+1}{s^2+3s+2}\cdot\frac{1}{s+3}=\frac{-5/2}{s+3}+\frac{3}{s+2}+\frac{-1/2}{s+1}$$

$$y_{zs}(t)=(-\frac{5}{2}e^{-3t}+3e^{-2t}-\frac{1}{2}e^{-t})\varepsilon(t)$$

$$(3)Y_{zi}(s)=\frac{2s+9}{s^2+3s+2}=\frac{-5}{s+2}+\frac{7}{s+1}$$

$$y_{zi}(t)=(-5e^{-2t}+7e^{-t})\varepsilon(t)$$

$$y(t)=(-\frac{5}{2}e^{-3t}-2e^{-2t}+\frac{13}{2}e^{-t})\varepsilon(t)$$

湖南工程学院试卷参考答案及评分标准（A 卷）

专业班级_电子信息 0201/02/03 命题老师 陈爱萍 2003 至 2004 学年第 2 学期 共 2 页 第 2 页

课程名称 **信号与系统 (A) 2**

五． 解：（15 分）

$$(1).Y(z)=F(z)+(\frac{3}{4}z^{-1}-\frac{1}{8}z^{-2})Y(z)$$

$$H(z)=\frac{z^2}{z^2-\frac{3}{4}z+\frac{1}{8}}=-\frac{z}{z-\frac{1}{4}}+\frac{2z}{z-\frac{1}{2}},$$

$$h(k)=[2\cdot(\frac{1}{2})^k-(\frac{1}{4})^k]\varepsilon(k)$$

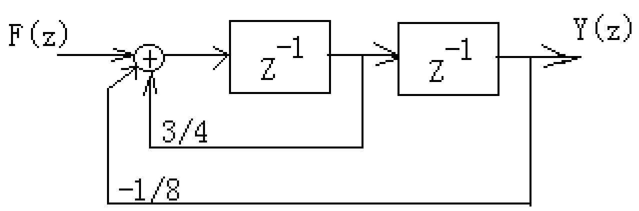
$$(2).Y_f(z)=H(z)F(z),$$

$$f(k)=\varepsilon(k),\qquad F(z)=\frac{z}{z-1}$$

$$Y_f(z)=\frac{z^3}{(z-\frac{1}{4})(z-\frac{1}{2})(z-1)}=\frac{8}{3}\cdot\frac{z}{z-1}-\frac{2z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{1}{3}\cdot\frac{z}{z-\frac{1}{4}},$$

$$y_f(t)=[\frac{8}{3}-2\cdot(\frac{1}{2})^k+\frac{1}{3}\cdot(\frac{1}{4})^k]\varepsilon(k)$$

（3）模拟框图



湖南工程学院试卷用纸 ___2003_____至___2004__学年第__1__学期 专业班级 ___________姓名_________ 学号_____ 共_3_ 页 第__1__页

（装订线内不准答题）

审核

命题教师 陈爱萍

课程名称 **信号与系统** 考（试） **A** （A 卷）

适用专业班级 电子信息 0201/02/03 考试形式 **闭** （闭）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	
计分												

一、填空题：（30 分，每小题 3 分）

1. $\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+2t-5)\delta(t-3)dt=$ ________

2. $\int_{-\infty}^{+\infty}\cos(2t+\frac{\pi}{4})\delta(t)dt=$ ________

3. 已知 $FT[f(t)]=F(j\omega)$, 则 $FT[f(t)\cdot\cos(\omega_0 t)]=$ ____________ 。

4. 为信号传输无失真，系统的频率响应函数为 $H(j\omega)=$ ____________。

5. 已知：$F(s)=\frac{1}{s(s+3)}$， 则 $f(0_+)=$ ______； $f(\infty)=$ ________。

6. 要传送频带为 15kHz 的音乐信号，为了保证不丢失信息，其最低采样频为________。

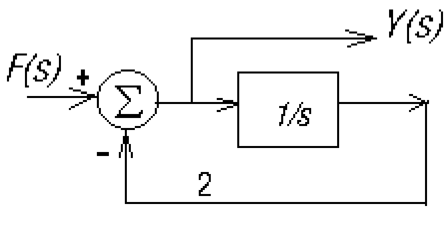
7. 已知 $f(k)=(0.5)^k$，其 Z 变换 $F(z)=$ __________；收敛域为________。

8．已知连续系统函数 $H(s)=\frac{3s+2}{s^3+2s^2+3s+1}$，试判断系统的稳定性：________。

9．已知离散系统函数 $H(z)=\frac{z+2}{z^2+3z+2}$，试判断系统的稳定性：__________。

10．如图所示是 LTI 系统的 S 域框图，

该系统的系统函数



$H(s)$= ______________。

湖南工程学院试卷用纸 专

（装订线内不准答题）

三.（14 分）

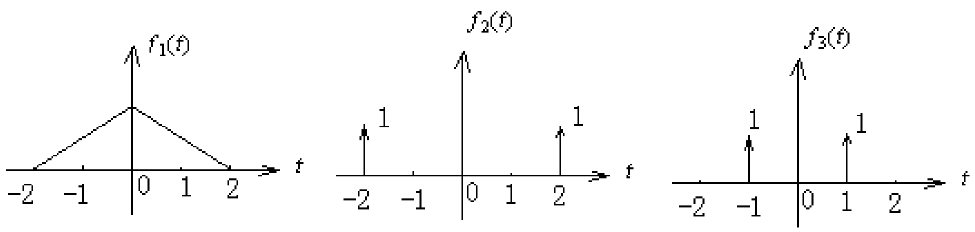
① 已知 $F(s)=\dfrac{s+2}{s^2+4s+3}$， 试求其拉氏逆变换 $f(t)$；

② 已知 $F(z)=\dfrac{-5z}{3z^2-7z+2}$ $(\dfrac{1}{3}<|z|<2)$ ，试求其逆 Z 变换 $f(n)$ 。

四.（5 分）1. 已知 $f_1(n)=\begin{cases}1, & n=0\\ 3, & n=1\\ 2, & n=2\\ 0, & 其它\end{cases}$ $f_2(n)=\begin{cases}4-n, & n=0,1,2,3\\ 0, & 其它\end{cases}$；

求 $f_1(n)*f_2(n)$ 。

2.（6 分）已知 $f_1(t)$、 $f_2(t)$、 $f_3(t)$的波形如图所示，$f_2(t)$、 $f_3(t)$为单位冲激函数，画出 $f_4(t)=f_1(t)*f_2(t)$ 和 $f_5(t)=f_1(t)*f_2(t)*f_3(t)$ 的波形图。



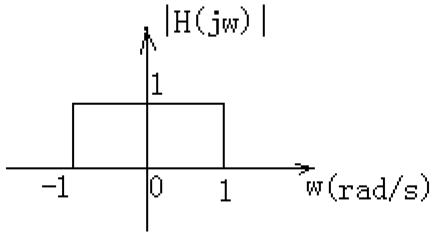
（装订线内不准答题）

六．（15 分）如图所示图（a）是抑制载波振幅调制的接收系统。若输入信号为

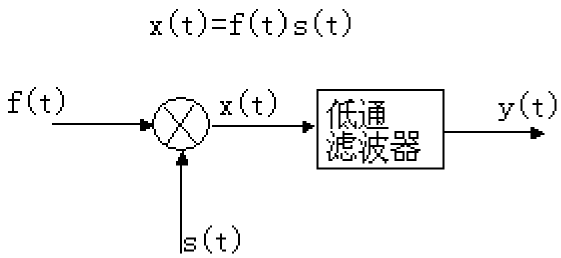
$f(t)=\dfrac{\sin t}{\pi t}\cos(1000t)$, $s(t)=\cos(1000t)$，$x(t)=f(t)s(t)$，低通滤波器的

率响应如图(b)所示，其相位特性 $\varphi(\omega)=0$。试求其输出信号 y(t)，并画出 x

和 y(t)的频谱图。



图（a）



图（b）

一、选择题（每小题可能有一个或几个正确答案，将正确的题号填入[ ]内）

1．f（5-2t）是如下运算的结果————————————（ ）

（A）f（$-2t$）右移 5　　　（B）f（$-2t$）左移 5

（C）f（$-2t$）右移 $\frac{5}{2}$　　　（D）f（$-2t$）左移 $\frac{5}{2}$

2．已知 $f_1(t)=u(t), f_2(t)=e^{-at}u(t)$，可以求得 $f_1(t)*f_2(t)=$——————（）

（A）$1-e^{-at}$　　　（B）e^{-at}

（C）$\frac{1}{a}(1-e^{-at})$　　　（D）$\frac{1}{a}e^{-at}$

3．线性系统响应满足以下规律————————————（ ）

（A）若起始状态为零，则零输入响应为零。

（B）若起始状态为零，则零状态响应为零。

（C）若系统的零状态响应为零，则强迫响应也为零。

（D）若激励信号为零，零输入响应就是自由响应。

4．若对 f（t）进行理想取样，其奈奎斯特取样频率为 f_s，则对 $f(\frac{1}{3}t-2)$ 进行取样，其奈奎斯特取样频率为————————（ ）

（A）$3f_s$　（B）$\frac{1}{3}f_s$　（C）3（f_s-2）　（D）$\frac{1}{3}(f_s-2)$

5．理想不失真传输系统的传输函数 H（$j\omega$）是 ————————（ ）

（A）$Ke^{-j\omega_0 t}$　（B）$Ke^{-j\omega t_0}$　（C）$Ke^{-j\omega t_0}\left[u(\omega+\omega_c)-u(\omega-\omega_c)\right]$

（D）$Ke^{-j\omega_0 t_0}$　（t_0,ω_0,ω_c,k 为常数）

6．已知 Z 变换 $\mathcal{Z}[x(n)]=\frac{1}{1-3z^{-1}}$，收敛域 $|z|>3$，则逆变换 x（n）为——（ ）

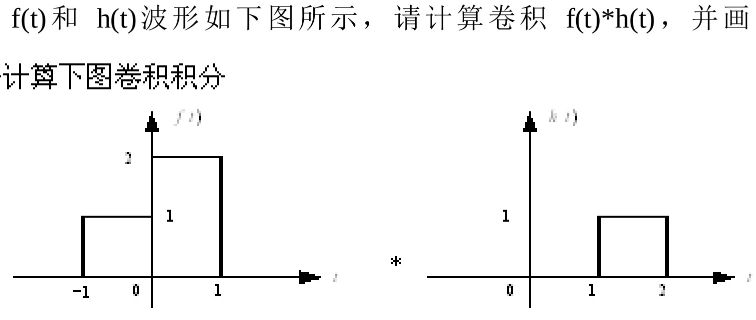
（A）$3^n u(n)$　　　（C）$3^n u(n-1)$

（B）$-3^n u(-n)$　　　（D）$-3^{-n}u(-n-1)$

二.（15 分）

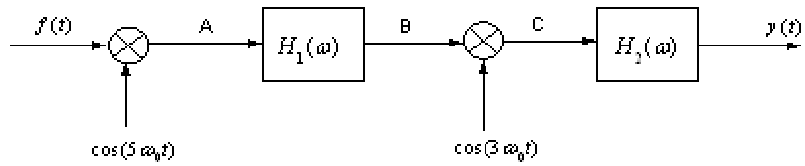
已知 f(t)和 h(t)波形如下图所示，请计算卷积 f(t)*h(t)，并画出 f(t)*h(t)波形。

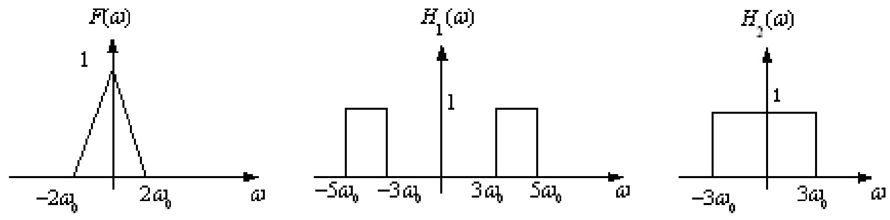
用图解法计算下图卷积积分



三、（15 分）

下图是一个输入信号为$f(t)$，输出信号为$y(t)$的调制解调系统。已知输入信号$f(t)$的Fourier 变换为$F(\omega)$，试概略画出 A,B,C 各点信号的频谱及$y(t)$频谱$Y(\omega)$。





四.（20 分）

已知连续时间系统函数 H(s),请画出三种系统模拟框图(直接型/级联型/并联型)。

.

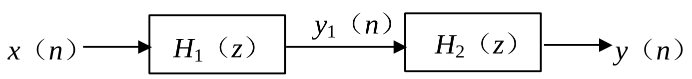
$$H(s)=\frac{5s+5}{s^3+7s^2+10s}$$

五.（20 分）

某因果离散时间系统由两个子系统级联而成，如题图所示，若描述两个子系统的差分方程分别为：

$$y_1(n)=0.4x(n)+0.6x(n-1)$$

$$y(n)-\frac{1}{3}y(n-1)=y_1(n)$$



1．求每个子系统的系统函数 H_1（z）和 H_2（z）;

2．求整个系统的单位样值响应 h（n）;

3．粗略画出子系统 H_2（z）的幅频特性曲线;

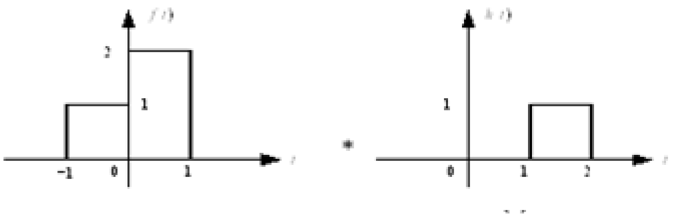
《信号与系统》试题一标准答案

说明：考虑的学生现场答题情况，由于时间问题，时间考试分数进行如下变化：1）第六题改为选做题，不计成绩，答对可适当加分；2）第五题改为 20 分。

一、

1．C　2. C　3. AD　4. B　5.B　6.A

二、



【解】 利用图解法计算信号卷积 $y(t)=f(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$ 的基本过程是：

(1) 将 $f(t)$, $h(t)$ 中的自变量由 t 改为 τ，τ 成为函数的自变量；

(2) 把其中一个信号翻转，如将 $h(\tau)$ 翻转得 $h(-\tau)$；

(3) 把 $h(-\tau)$ 平移 t，成为 $h(t-\tau)$，t 是参变量。$t>0$ 时，图形右移；$t<0$ 时，图形左移。

(4) 将 $f(\tau)$ 与 $h(t-\tau)$ 相乘；

(5) 对乘积后的图形积分。

(a) $y(t)=f(t)*h(t)$，

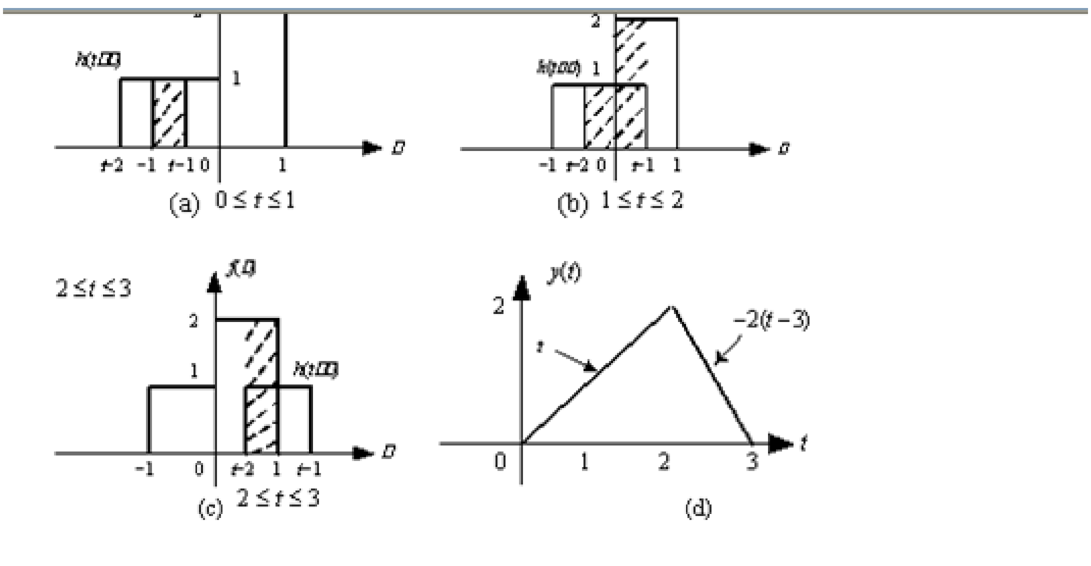
(1) 当 $t<0$ 时，　$y(t)=0$

(2) 当 $0\le t\le 1$ 时，$y(t)=\int_{-1}^{t-1} 1\,d\tau = t$

(3) 当 $1\le t\le 2$ 时，$y(t)=\int_{t-2}^{0} 1\,d\tau+\int_{0}^{t-1} 2\,d\tau = t$

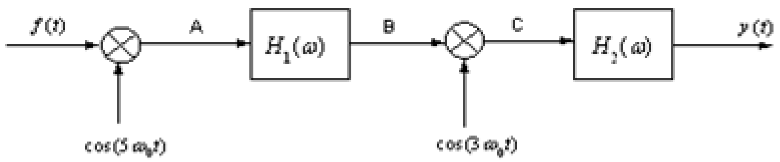
(4) 当 $2\le t\le 3$ 时，$y(t)=\int_{t-2}^{1} 2\,d\tau = 6-2t$

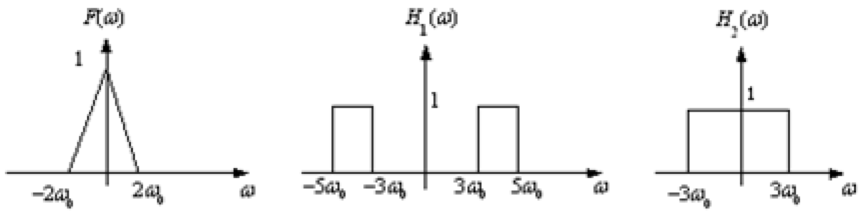
(5) 当 $t>3$ 时，　$y(t)=0$



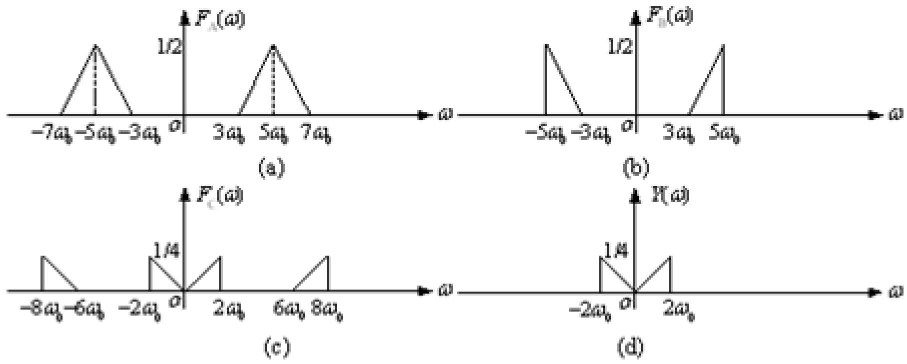
三、

15 下图是一个输入信号为$f(t)$，输出信号为$y(t)$的调制解调系统。已知输入信号$f(t)$的 Fourier 变换为$F(\omega)$，试概略画出 A,B,C 各点信号的频谱及$y(t)$频谱$Y(\omega)$。





解：A,B,C 各点信号的频谱及$y(t)$频谱分别为



四.（20 分）

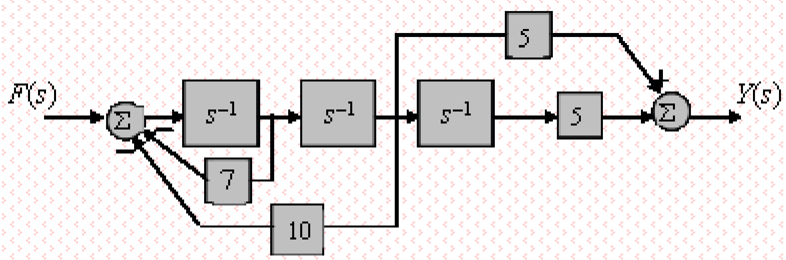
已知连续时间系统函数 H(s),请画出三种系统模拟框图(直接型/级联型/并联型)。

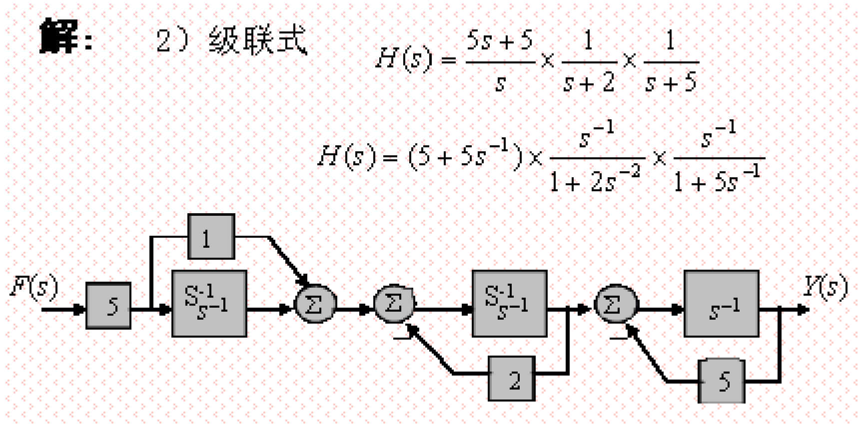
.

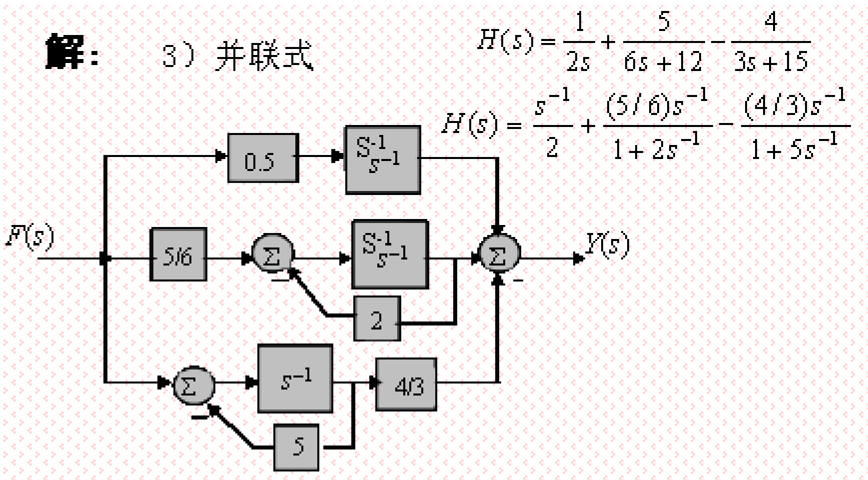
$$H(s)=\frac{5s+5}{s^3+7s^2+10s}$$

解： 1）直接型框图

$$H(s)=\frac{5s^{-2}+5s^{-3}}{1+7s^{-1}+10s^{-2}}$$







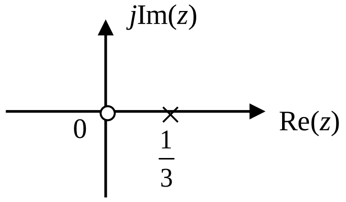
五、答案：

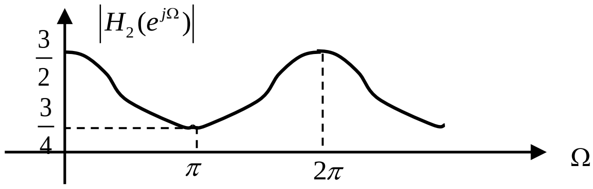
1. $H_1(z)=0.4+0.6z^{-1}=\dfrac{\frac{2}{5}(z+\frac{3}{2})}{z}$ $\quad |z|>0$

$$H_2(z)=\frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}=\frac{z}{z-\frac{1}{3}} \qquad |z|>\frac{1}{3}$$

2. $h(n)=\frac{2}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)+\frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}u(n-1)=\frac{2}{15}\delta(n)+\frac{11}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n-1)$

3.





一． 选择题（共 **10** 题，**20** 分）

1、 $x[n]=e^{j(\frac{2\pi}{3})n}+e^{j(\frac{4\pi}{3})n}$，该序列是______________。

A.非周期序列　　B.周期 $N=3$　　C.周期 $N=3/8$　　D. 周期 $N=24$

2、一连续时间系统 y(t)= x(sint)，该系统是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

A.因果时不变　　B.因果时变　　C.非因果时不变　　D. 非因果时变

3、一连续时间 LTI 系统的单位冲激响应 $h(t)=e^{-4t}u(t-2)$，该系统是＿＿＿＿＿。

A.因果稳定　　B.因果不稳定　　C.非因果稳定　　D. 非因果不稳定

4、若周期信号 x[n]是实信号和奇信号，则其傅立叶级数系数 a_k 是＿＿＿＿＿＿。

A.实且偶　　B.实且为奇　　C.纯虚且偶　　D. 纯虚且奇

5、一信号 x(t)的傅立叶变换 $X(j\omega)=\begin{cases}1, |\omega|<2\\0, |\omega|>2\end{cases}$，则 x(t)为＿＿＿＿＿＿＿＿。

A. $\dfrac{\sin 2t}{2t}$　　B. $\dfrac{\sin 2t}{\pi t}$　　C. $\dfrac{\sin 4t}{4t}$　　D. $\dfrac{\sin 4t}{\pi t}$

6、一周期信号 $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-5n)$，其傅立叶变换 $X(j\omega)$ 为＿＿＿＿＿＿＿＿。

A. $\dfrac{2\pi}{5}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-\dfrac{2\pi k}{5})$　　B. $\dfrac{5}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-\dfrac{2\pi k}{5})$

C. $10\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-10\pi k)$　　D. $\dfrac{1}{10\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-\dfrac{\pi k}{10})$

7、一实信号 x[n]的傅立叶变换为 $X(e^{j\omega})$，则 x[n]奇部的傅立叶变换为＿＿＿＿＿＿＿＿。

A. $j\mathrm{Re}\{X(e^{j\omega})\}$　　B. $\mathrm{Re}\{X(e^{j\omega})\}$　　C. $j\mathrm{Im}\{X(e^{j\omega})\}$　　D. $\mathrm{Im}\{X(e^{j\omega})\}$

8、一信号 x(t)的最高频率为 500Hz，则利用冲激串采样得到的采样信号 x(nT)能唯一表示出原信号的最大采样周期为＿＿＿＿＿＿＿＿。

A. 500　　B. 1000　　C. 0.05　　D. 0.001

9、一信号 x(t)的有理拉普拉斯共有两个极点 s=－3 和 s=－5，若 $g(t)=e^{4t}x(t)$，其傅立叶变换 $G(j\omega)$ 收敛，则 x(t)是＿＿＿＿＿＿＿＿。

A. 左边　　B. 右边　　C. 双边　　D. 不确定

10、一系统函数 $H(s)=\dfrac{e^{s}}{s+1},\mathrm{Re}\{s\}>-1$，该系统是＿＿＿＿＿＿＿＿。

A. 因果稳定　　　B. 因果不稳定　　　C. 非因果稳定　　　D. 非因果不稳定

简答题（共 6 题，40 分）

1、（10 分）下列系统是否是（1）无记忆；（2）时不变；（3）线性；（4）因果；（5）稳定，并说明理由。

(1) y(t)=x(t)sin(2t)；

（2）y(n)= $e^{x(n)}$

2、（8 分）求以下两个信号的卷积。

$$x(t)=\begin{cases}1 & 0<t<T\\ 0 & \text{其余}t\text{值}\end{cases}\qquad h(t)=\begin{cases}t & 0<t<2T\\ 0 & \text{其余}t\text{值}\end{cases}$$

3、(共 12 分，每小题 4 分)已知 $x(t)\Leftrightarrow X(j\omega)$，求下列信号的傅里叶变换。

（1）tx(2t)　　（2） (1-t)x(1-t)　　（3）$t\dfrac{dx(t)}{dt}$

4. 求 $F(s)=\dfrac{s^2e^{-s}}{s^2+2s+2}$ 的拉氏逆变换（5 分）

5、已知信号 $f(t)=\dfrac{\sin 4\pi t}{\pi t},-\infty<t<\infty$，当对该信号取样时，试求能恢复原信号的最大抽样周期 T_{max}。（5 分）

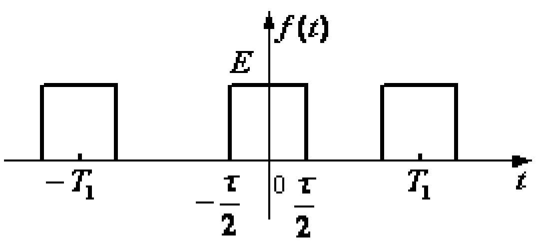
三、（共10分）一因果LTI系统的输入和输出，由下列微分方程表征：

$$\frac{dy^2(t)}{dt^2}+8\frac{dy(t)}{dt}+15y(t)=2x(t)$$

⑴ 求系统的单位冲激响应；

(2）若$x(t)=e^{-4t}u(t)$，求系统的响应。

四、(10 分）求周期矩形脉冲信号的傅立叶级数（指数形式），并大概画出其频谱图。



五、（共20分）一连续时间LTI系统的输入和输出，由下列微分方程表征：

$$\frac{dy^2(t)}{dt^2}-\frac{dy(t)}{dt}-2y(t)=x(t)$$

⑴ 求该系统的系统函数$H(s)$，并画出$H(s)$的零极点图；

（2）求下列每一种情况下系统的单位冲激响应$h(t)$

(a)系统是稳定的；

（b）系统是因果的；

（c）系统既不是稳定的又不是因果的。

注：$f(t)=e^{-\alpha t}u(t)\Leftrightarrow F(\omega)=\dfrac{1}{\alpha+j\omega}$；　　$Sa(t)=\dfrac{\sin t}{t}$

$L[\delta(t)]=1$；$L[\cos(\omega t)]=\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$；$L[e^{-\alpha t}]=\dfrac{1}{s+\alpha}$

DCADBACDCC

二、　简答题（共 6 题，40 分）

1、（1）无记忆，线性，时变，因果，稳的；（5 分）

（2）无记忆，非线性，时不变，因果，稳定（5 分）

2、$$y(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \frac{1}{2}t^2 & 0<t<T\\ Tt-\frac{1}{2}T^2 & T<t<2T\\ -\frac{1}{2}t^2+Tt+\frac{3}{2}T^2 & 2T<t<3T\\ 0 & 3T<t\end{cases}$$

3、（3×4 分＝12 分）

（1）　$tx(2t)\Leftrightarrow \dfrac{j}{2}\dfrac{dX(j\omega/2)}{d\omega}$

（2）　$$\begin{aligned}&(1-t)x(1-t)=x(1-t)-tx(1-t)\\&\Leftrightarrow X(-j\omega)e^{-j\omega}-j\frac{d}{d\omega}[X(-j\omega)e^{-j\omega}]=-jX'(-j\omega)e^{-j\omega}\end{aligned}$$

（3）　$t\dfrac{dx(t)}{dt}\Leftrightarrow -X(j\omega)-\omega\dfrac{dX(j\omega)}{d\omega}$

4、（5 分）解：$\dfrac{s^2}{s^2+2s+2}=1-\dfrac{2s+2}{s^2+2s+2}$

$$F(s)=e^{-s}-\frac{2(s+1)}{(s+1)^2+1}e^{-s}$$

$$f(t)=\delta(t-1)-2e^{-(t-1)}\cos(t-1)u(t-1)$$

5、（5 分）因为 f(t)=4Sa(4πt)，所以 X(jω)＝$R_{8\pi}$(jω),其最高角频率 ω=4π。根据时域抽样定理，可得恢复原信号的最大抽样周期为$T_{\max}=\dfrac{\pi}{\omega_m}=\dfrac{1}{4}$

三、（10 分）（1） $H(j\omega)=\dfrac{2}{(j\omega)^2+8j\omega+15}=\dfrac{1}{j\omega+3}-\dfrac{1}{j\omega+5}$　　2 分

$h(t)=e^{-3t}u(t)-e^{-5t}u(t)$　　3 分

（2） $X(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega+4}$　　2分

$$Y(j\omega)=\frac{2}{(j\omega+4)(j\omega+3)(j\omega+5)}=\frac{1}{j\omega+3}+\frac{1}{j\omega+5}-\frac{2}{j\omega+4}$$

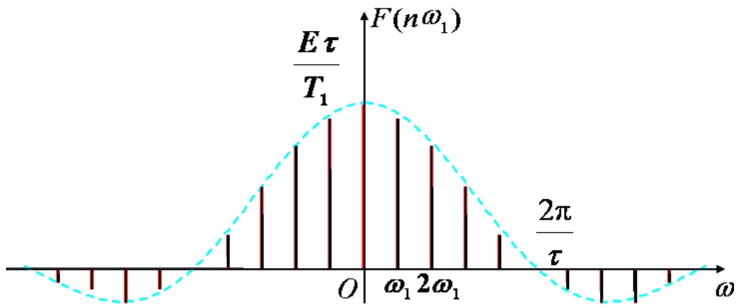
$y(t)=e^{-3t}u(t)+e^{-5t}u(t)-2e^{-4t}u(t)$　　3分

四、（10 分）

$a_0=\dfrac{1}{T_1}\displaystyle\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}}f(t)dt=\dfrac{1}{T_1}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}Edt=\dfrac{E\tau}{T_1}$　　2分

$a_n==\dfrac{2E}{n\pi}\sin(\dfrac{n\pi\tau}{T_1})=\dfrac{2E\tau}{T_1}Sa(\dfrac{n\pi\tau}{T_1})=\dfrac{E\tau\omega_1}{\pi}Sa(\dfrac{n\omega_1\tau}{2})$　　3分

$F(n\omega_1)=\dfrac{2E}{n\omega_1T_1}\sin\left(n\omega_1\dfrac{\tau}{2}\right)=\dfrac{E\tau}{T_1}\mathrm{Sa}\left(n\omega_1\dfrac{\tau}{2}\right)$　　2分



3 分

五、（20 分）

(1) $H(s)=\dfrac{1}{s^2-s-2}=\dfrac{1/3}{s-2}-\dfrac{1/3}{s+1}$，极点−1,2（8 分）

(2)(a)若系统稳定，则$-1 < \mathrm{Re}\{s\} < 2$，$h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$　　4分

(b)若系统因果，则$\mathrm{Re}\{s\} > 2$，$h(t) = \frac{1}{3}e^{2t}u(t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$　　4分

(c)若系统非稳定非因果，则$\mathrm{Re}\{s\} < -1$，$h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) + \frac{1}{3}e^{-t}u(-t)$　　4分