



算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

aijuan321@foxmail.com

重庆理工大学 计算机科学与工程学院

August 22, 2024



目录

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 1 课程介绍
- 2 最大公约数问题
- 3 算法概念
- 4 算法问题求解基础
- 5 重要问题类型



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程性质：专业核心课程

总学时：48学时（理论32学时，实验16学时）

为什么要学习算法？

- 有两种思想，就像摆放在天鹅绒上的宝石那样熠熠生辉，一个是微积分，另一个就是算法。微积分以及在微积分基础上建立起来的数学分析体系造就了现代科学，而算法则造就现代世界。——大卫·柏林斯基（David Berlinski）
- 算法是计算机科学的核心
- 没有算法就没有计算机程序
- 理论角度：对算法的研究被公认为计算机科学的基石
- 实践角度：必须了解计算领域中不同问题的一系列标准算法，掌握一些通用的算法设计技术

课程主要目的：

- 培养学生的分析能力
- 具备设计新算法和分析其效率的能力
- 培养学生程序设计思维



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程性质：专业核心课程

总学时：48学时（理论32学时，实验16学时）

为什么要学习算法？

- 有两种思想，就像摆放在天鹅绒上的宝石那样熠熠生辉，一个是微积分，另一个就是算法。微积分以及在微积分基础上建立起来的数学分析体系造就了现代科学，而算法则造就现代世界。——大卫·柏林斯基（David Berlinski）
- **算法是计算机科学的核心**
- 没有算法就没有计算机程序
- 理论角度：对算法的研究被公认为计算机科学的基石
- 实践角度：必须了解计算领域中不同问题的一系列标准算法，掌握一些通用的算法设计技术

课程主要目的：

- 培养学生的分析能力
- 具备设计新算法和分析其效率的能力
- 培养学生程序设计思维



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程性质：专业核心课程

总学时：48学时（理论32学时，实验16学时）

为什么要学习算法？

- 有两种思想，就像摆放在天鹅绒上的宝石那样熠熠生辉，一个是微积分，另一个就是算法。微积分以及在微积分基础上建立起来的数学分析体系造就了现代科学，而算法则造就现代世界。——大卫·柏林斯基（David Berlinski）
- 算法是计算机科学的核心
- 没有算法就没有计算机程序
- 理论角度：对算法的研究被公认为计算机科学的基石
- 实践角度：必须了解计算领域中不同问题的一系列标准算法，掌握一些通用的算法设计技术

课程主要目的：

- 培养学生的分析能力
- 具备设计新算法和分析其效率的能力
- 培养学生程序设计思维



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程性质：专业核心课程

总学时：48学时（理论32学时，实验16学时）

为什么要学习算法？

- 有两种思想，就像摆放在天鹅绒上的宝石那样熠熠生辉，一个是微积分，另一个就是算法。微积分以及在微积分基础上建立起来的数学分析体系造就了现代科学，而算法则造就现代世界。——大卫·柏林斯基（David Berlinski）
- 算法是计算机科学的核心
- 没有算法就没有计算机程序
- 理论角度：对算法的研究被公认为计算机科学的基石
- 实践角度：必须了解计算领域中不同问题的一系列标准算法，掌握一些通用的算法设计技术

课程主要目的：

- 培养学生的分析能力
- 具备设计新算法和分析其效率的能力
- 培养学生程序设计思维



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程性质：专业核心课程

总学时：48学时（理论32学时，实验16学时）

为什么要学习算法？

- 有两种思想，就像摆放在天鹅绒上的宝石那样熠熠生辉，一个是微积分，另一个就是算法。微积分以及在微积分基础上建立起来的数学分析体系造就了现代科学，而算法则造就现代世界。——大卫·柏林斯基（David Berlinski）
- 算法是计算机科学的核心
- 没有算法就没有计算机程序
- 理论角度：对算法的研究被公认为计算机科学的基石
- 实践角度：必须了解计算领域中不同问题的一系列标准算法，掌握一些通用的算法设计技术

课程主要目的：

- 培养学生的分析能力
- 具备设计新算法和分析其效率的能力
- 培养学生程序设计思维



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程性质：专业核心课程

总学时：48学时（理论32学时，实验16学时）

为什么要学习算法？

- 有两种思想，就像摆放在天鹅绒上的宝石那样熠熠生辉，一个是微积分，另一个就是算法。微积分以及在微积分基础上建立起来的数学分析体系造就了现代科学，而算法则造就现代世界。——大卫·柏林斯基（David Berlinski）
- 算法是计算机科学的核心
- 没有算法就没有计算机程序
- 理论角度：对算法的研究被公认为计算机科学的基石
- 实践角度：必须了解计算领域中不同问题的一系列标准算法，掌握一些通用的算法设计技术

课程主要目的：

- 培养学生的分析能力
- 具备设计新算法和分析其效率的能力
- 培养学生程序设计思维



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程性质：专业核心课程

总学时：48学时（理论32学时，实验16学时）

为什么要学习算法？

- 有两种思想，就像摆放在天鹅绒上的宝石那样熠熠生辉，一个是微积分，另一个就是算法。微积分以及在微积分基础上建立起来的数学分析体系造就了现代科学，而算法则造就现代世界。——大卫·柏林斯基（David Berlinski）
- 算法是计算机科学的核心
- 没有算法就没有计算机程序
- 理论角度：对算法的研究被公认为计算机科学的基石
- 实践角度：必须了解计算领域中不同问题的一系列标准算法，掌握一些通用的算法设计技术

课程主要目的：

- 培养学生的分析能力
- 具备设计新算法和分析其效率的能力
- 培养学生程序设计思维



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程性质：专业核心课程

总学时：48学时（理论32学时，实验16学时）

为什么要学习算法？

- 有两种思想，就像摆放在天鹅绒上的宝石那样熠熠生辉，一个是微积分，另一个就是算法。微积分以及在微积分基础上建立起来的数学分析体系造就了现代科学，而算法则造就现代世界。——大卫·柏林斯基（David Berlinski）
- 算法是计算机科学的核心
- 没有算法就没有计算机程序
- 理论角度：对算法的研究被公认为计算机科学的基石
- 实践角度：必须了解计算领域中不同问题的一系列标准算法，掌握一些通用的算法设计技术

课程主要目的：

- 培养学生的分析能力
- 具备设计新算法和分析其效率的能力
- 培养学生程序设计思维



课程介绍

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是一种一般性的智能工具。

学习要求：

- 了解掌握常用算法的设计思想与方法
- 分析算法的性能—时间开销
- 分析算法的性能—空间开销
- 设计新算法解决实际问题

学习建议：

- 重点了解掌握算法的思想（核心）
- 注重算法的编程实现（提高）

课程考核方法：

- 平时成绩40%(实验、作业、考勤、提问等)
- 期末考试60%

希望通过学习学会如何构造算法、操作算法、理解算法以及分析算法。



课程内容

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

课程主要内容及学时分配：

(1) 算法概述

- 理论

- 算法定义
- 时间复杂度
- 空间复杂度
- 最优算法
- 最优，最坏及平均情况复杂度分析

- 实验：算法运行时间与数据规模的关系

- 分别设计并实现“最大公约数”问题的三种算法
- 统计算法执行时间与数据规模大小的关系



课程内容

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

(2) 递归与分治策略

理论：

- 概述
 - 递归与分治策略的基本思想、要素
 - 分治的基本步骤
 - 适用条件
- 分治法算法例子
 - 合并排序
 - 快速排序
 - 堆和堆排序
 - 大整数乘法、Strassen矩阵乘法

实验：递归与分治实验

- 快速排序、合并排序算法实现
- 设计并实现寻找第k小元素算法



课程内容

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

(3) 动态规划

理论：

- 概述
 - 动态规划的基本思想、要素
 - 动态规划的步骤
 - 动态规划的适用条件
- 动态规划算法实例
 - 编辑距离问题
 - 背包问题
 - 最长递增子序列问题
 - 矩阵链乘问题

实验：动态规划实验

- 实现0-1背包问题的动态规划求解、矩阵链乘算法，并与分治算法和贪心法比较
- 设计并实现数塔算法



课程内容

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

(4) 贪心算法

理论:

- 概述
 - 贪心算法的基本思想、要素
 - 贪心算法适用的条件、局限
- 贪心算法实例
 - Prim算法
 - Kruskal算法
 - 最短路径问题、Dijkstra算法
 - 哈夫曼算法及编码

实验: 贪心法实验

- 最小生成树之Prim算法实现
- 最小生成树之Kruskal算法实现



课程内容

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

(5) 回溯法与分支限界法 理论:

- 回溯法的基本思想、要素、解空间、回溯法的基本步骤与搜索策略
- 分支限界法的基本思想、要素、基本步骤与搜索策略, 以及与回溯法的异同
- n-皇后问题
- 哈密顿回路问题
- 旅行商问题
- 图的m着色问题

实验: 分支限界法和回溯实验

- 设计并实现地图着色算法
- 验证旅行商问题的分支限界算法



课程内容

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

(6) 算法能力的极限

理论:

- 判定问题
- NP问题、NP完全问题



最大公约数问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解
基础

重要问题类型

- 问题: 求取两个不全为零的非负整数 m, n 的最大公约数, 记为 $\gcd(m, n)$.



最大公约数问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 问题: 求取两个不全为零的非负整数 m, n 的最大公约数, 记为 $\gcd(m, n)$.
- 最大公约数 (greatest common divider) : 能够同时整除 m, n 的最大正整数。 $\gcd(60, 0) = 60$.



最大公约数问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 问题: 求取两个不全为零的非负整数 m, n 的最大公约数, 记为 $\gcd(m, n)$.
- 最大公约数 (greatest common divider) : 能够同时整除 m, n 的最大正整数。 $\gcd(60, 0) = 60$.

例子: 计算 $\gcd(60, 24)$



最大公约数问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 问题: 求取两个不全为零的非负整数 m, n 的最大公约数, 记为 $\gcd(m, n)$.
- 最大公约数 (greatest common divider) : 能够同时整除 m, n 的最大正整数。 $\gcd(60, 0) = 60$.

例子: 计算 $\gcd(60, 24)$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$



最大公约数问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 问题: 求取两个不全为零的非负整数 m, n 的最大公约数, 记为 $\gcd(m, n)$.
- 最大公约数 (greatest common divider) : 能够同时整除 m, n 的最大正整数。 $\gcd(60, 0) = 60$.

例子: 计算 $\gcd(60, 24)$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\gcd(60, 24) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$



最大公约数问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 问题: 求取两个不全为零的非负整数 m, n 的最大公约数, 记为 $\gcd(m, n)$.
- 最大公约数 (greatest common divider) : 能够同时整除 m, n 的最大正整数。 $\gcd(60, 0) = 60$.

例子: 计算 $\gcd(60, 24)$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\gcd(60, 24) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

方法一: 中学时计算 $\gcd(m, n)$ 的步骤

- 第1步: 找到 m 的所有质因数
- 第2步: 找到 n 的所有质因数
- 第3步: 找出所有的公因数
- 第4步: 将第3步中找到的质因数相乘, 即为 $\gcd(m, n)$



最大公约数问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 问题: 求取两个不全为零的非负整数 m, n 的最大公约数, 记为 $\gcd(m, n)$.
- 最大公约数 (greatest common divider) : 能够同时整除 m, n 的最大正整数。 $\gcd(60, 0) = 60$.

例子: 计算 $\gcd(60, 24)$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\gcd(60, 24) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

方法一: 中学时计算 $\gcd(m, n)$ 的步聚

- 第1步: 找到 m 的所有质因数
- 第2步: 找到 n 的所有质因数
- 第3步: 找出所有的公因数
- 第4步: 将第3步中找到的质因数相乘, 即为 $\gcd(m, n)$

用上述方法计算 $\gcd(31415, 14142)$?



最大公约数问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 问题: 求取两个不全为零的非负整数 m, n 的最大公约数, 记为 $\gcd(m, n)$.
- 最大公约数 (greatest common divider) : 能够同时整除 m, n 的最大正整数。 $\gcd(60, 0) = 60$.

例子: 计算 $\gcd(60, 24)$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\gcd(60, 24) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

方法一: 中学时计算 $\gcd(m, n)$ 的步骤

- 第1步: 找到 m 的所有质因数
- 第2步: 找到 n 的所有质因数
- 第3步: 找出所有的公因数
- 第4步: 将第3步中找到的质因数相乘, 即为 $\gcd(m, n)$

用上述方法计算 $\gcd(31415, 14142)$?

方法一如何用程序实现?



最大公约数问题-连续整数检测法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

基于最大公约数的定义： m 和 n 的最大公约数就是能够同时整除它们的最大正整数。



最大公约数问题-连续整数检测法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

基于最大公约数的定义： m 和 n 的最大公约数就是能够同时整除它们的最大正整数。

方法二：连续整数检测法

- 第1步：将 $\min\{m, n\}$ 的值赋给 t
- 第2步： m 除以 t 。如果余数是0, 进入第3步；否则, 进入第4步
- 第3步： n 除以 t 。如果余数是0, 返回 t 的值作为结果；否则, 进入第4步
- 第4步：把 t 的值减1。返回第2步。



最大公约数问题-连续整数检测法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

基于最大公约数的定义： m 和 n 的最大公约数就是能够同时整除它们的最大正整数。

方法二：连续整数检测法

- 第1步：将 $\min\{m, n\}$ 的值赋给 t
- 第2步： m 除以 t 。如果余数是0, 进入第3步；否则, 进入第4步
- 第3步： n 除以 t 。如果余数是0, 返回 t 的值作为结果；否则, 进入第4步
- 第4步：把 t 的值减1。返回第2步。

注：对于上述方法，当一个输入为0时，计算出来的结果是错误的。这说明了为什么必须认真、清晰地规定算法输入的值域。



方法三：欧几里得方法(Euclid's Algorithm)

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型



位于牛津大学自然历史博物馆的欧几里得石像

求解方法---欧几里得方法：

$$\gcd(m, n) = \gcd(n, m \bmod n)$$

$$= \gcd(r, n \bmod r) \quad r = m \bmod n$$

$$\gcd(m, 0) = m$$



方法三：欧几里得方法(Euclid's Algorithm)

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型



位于牛津大学自然历史博物馆的欧几里得石像

求解方法---欧几里得方法：

$$\gcd(m, n) = \gcd(n, m \bmod n)$$

$$= \gcd(r, n \bmod r) \quad r = m \bmod n$$

$$\gcd(m, 0) = m$$

方法特点

- 在计算过程中，原参数 m 被原参数 n 替换
- 原参数 n 被 $m \bmod n$ 替换
- 反复计算，直至出现特殊数字0



欧几里得方法：实例

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

$$\gcd(60, 24) = ? \quad m = 60, n = 24$$

$$\begin{aligned} \gcd(60, 24) &= \gcd(24, r) & r &= 60 \bmod 24 \\ & & &= 12 \\ &= \gcd(24, 12) & m &= 24, n = 12 \\ &= \gcd(12, r) & r &= 24 \bmod 12 \\ & & &= 0 \\ &= \gcd(12, 0) & m &= 12, n = 0 \end{aligned}$$

$$\gcd(m, 0) = m$$

$$\text{最终结果 } \gcd(60, 24) = 12$$



欧几里得方法：实例

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

$$\gcd(60, 24) = ? \quad m = 60, n = 24$$

$$\begin{aligned} \gcd(60, 24) &= \gcd(24, r) & r &= 60 \bmod 24 \\ & & &= 12 \\ &= \gcd(24, 12) & m &= 24, n = 12 \\ &= \gcd(12, r) & r &= 24 \bmod 12 \\ & & &= 0 \\ &= \gcd(12, 0) & m &= 12, n = 0 \end{aligned}$$

$$\gcd(m, 0) = m$$

最终结果 $\gcd(60, 24) = 12$

注意

- 每一步计算都是明确的，无歧义！
- 最终求取出m和n的最大公约数—解决了问题



欧几里得方法的文字描述与伪代码表示

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

文字描述

- ❶ 如果 $n = 0$ ，返回 m 的值作为结果，操作结束。否则，跳转到第2步
- ❷ m 除以 n ，并将其余数赋予 r
- ❸ n 赋值于 m ， r 赋值于 n ，跳转到第1步



欧几里得方法的文字描述与伪代码表示

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

文字描述

- 1 如果 $n = 0$ ，返回 m 的值作为结果，操作结束。否则，跳转到第2步
- 2 m 除以 n ，并将其余数赋予 r
- 3 n 赋值于 m ， r 赋值于 n ，跳转到第1步

伪代码表示

```
while  $n \neq 0$  do  
     $r \leftarrow m \bmod n$ ;  
     $m \leftarrow n$ ;  
     $n \leftarrow r$ ;  
end while  
return  $m$ 
```

练习：用上述方法计算 $\gcd(31415, 14142)$?



计算 $\gcd(31415, 14142)$

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

$\gcd(31415, 14142) = ? \quad m = 31415, n = 14142$

$\gcd(31415, 14142) = \gcd(14142, r) \quad r = 31415 \bmod 14142 = 3131$
 $= \gcd(14142, 3131) \quad m = 14142, n = 3131$
 $= \gcd(3131, r) \quad r = 14142 \bmod 3131 = 1618$
 $= \gcd(3131, 1618) \quad m = 3131, n = 1618$
 $= \gcd(1618, r) \quad r = 3131 \bmod 1618 = 1513$
 $= \gcd(1618, 1513) \quad m = 1618, n = 1513$
 $= \gcd(1513, r) \quad r = 1618 \bmod 1513 = 105$
 $= \gcd(1513, 105) \quad m = 1513, n = 105$
 $= \gcd(105, r) \quad r = 1513 \bmod 105 = 43$
 $= \gcd(43, r) \quad r = 105 \bmod 43 = 19$
 $= \gcd(19, r) \quad r = 43 \bmod 19 = 5$
 $= \gcd(5, r) \quad r = 19 \bmod 5 = 4$
 $= \gcd(4, r) \quad r = 5 \bmod 4 = 1$
 $= \gcd(1, r) \quad r = 4 \bmod 1 = 0$
 $= \gcd(1, 0) = 1$

$\gcd(m, 0) = m$. 最终结果 $\gcd(31415, 14142) = 1$



什么是算法(Algorithm)?

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型



阿尔·花拉子米(Al-Khwarizmi)雕像 (乌兹别克斯坦花刺子模州)

- 现代数学中“算法”(algorithm)一词即来源于《花拉子模算术》这部著作，即花拉子模的人名。
- 另一著作《们尔热巴拉和阿尔穆卡巴拉》意为还原与对消，暗示方程两端的移项和合并同类项。此书名后来衍变成algebra，即“代数”。



什么是算法(Algorithm)?

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型



阿尔·花拉子米(Al-Khwarizmi)雕像（乌兹别克斯坦花刺子模州）

- 现代数学中“算法”(algorithm)一词即来源于《花拉子模算术》这部著作，即花拉子模的人名。
- 另一著作《们尔热巴拉和阿尔穆卡巴拉》意为还原与对消，暗示方程两端的移项和合并同类项。此书名后来衍变成algebra，即“代数”。

定义

- (1) 广义地说，就是为**解决问题**而采取的方法和步骤。
- (2) 一系列解决问题的明确指令，也就是说，对于符合一定规范的输入，能够在有限时间内获得要求的输出。
 - 解决问题
 - 步骤—没有歧义，不能含糊不清，模棱两可



算法要点

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 算法的每一个步骤都必须没有歧义，不能有半点儿含糊
- 必须认真确定算法所处理的输入的值域
- 同一算法可以用几种不同的形式来描述
- 同一问题，可能存在几种不同的算法
- 针对同一问题的算法可能基于完全不同的解题思路，而且解题速度也会有显著不同



算法要点

算法分析与设计

讲者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 算法的每一个步骤都必须没有歧义，不能有半点儿含糊
- 必须认真确定算法所处理的输入的值域
- 同一算法可以用几种不同的形式来描述
- 同一问题，可能存在几种不同的算法
- 针对同一问题的算法可能基于完全不同的解题思路，而且解题速度也会有显著不同

上面的文字描述或伪代码表示能否称为算法？

满足算法的两个基本要求

- 是否解决了问题
- 是否有明确的解决步骤，步骤是否没有歧义



算法要点

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 算法的每一个步骤都必须没有歧义，不能有半点儿含糊
- 必须认真确定算法所处理的输入的值域
- 同一算法可以用几种不同的形式来描述
- 同一问题，可能存在几种不同的算法
- 针对同一问题的算法可能基于完全不同的解题思路，而且解题速度也会有显著不同

上面的文字描述或伪代码表示能否称为算法？

满足算法的两个基本要求

- 是否解决了问题
- 是否有明确的解决步骤，步骤是否没有歧义

欧几里得算法

上面的文字描述或伪代码表示能称为算法——欧几里得算法



算法的主要特征

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 有穷性(finiteness)。算法必须在执行**有穷步骤**后终止, 且每一步骤均在**有限时间**内完成—简称有限步骤有限时间内完成



算法的主要特征

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 有穷性(finiteness)。算法必须在执行**有穷步骤**后终止,且每一步骤均在**有限时间**内完成—简称有限步骤有限时间内完成

为什么需要有穷性?

- 用户是否愿意等待计算机永远执行下去?
- 例子: 如果MP3播放器的音频解码算法不具备有穷性,则它将不停地执行解码音频操作,但总是无法输出音乐!!!



算法的主要特征

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- **有穷性(finiteness)**。算法必须在执行**有穷步骤**后终止，且每一步骤均在**有限时间**内完成——简称有限步骤有限时间内完成

为什么需要有穷性？

- 用户是否愿意等待计算机永远执行下去？
- 例子：如果MP3播放器的音频解码算法不具备有穷性，则它将不停地执行解码音频操作，但总是无法输出音乐！！
- **确定性(definiteness)**。算法的每个步骤必须有明确的没有歧义的操作，不能模棱两可。



算法的主要特征

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- **有穷性**(finiteness)。算法必须在执行**有穷步骤**后终止,且每一步骤均在**有限时间**内完成——简称有限步骤有限时间内完成

为什么需要有穷性?

- 用户是否愿意等待计算机永远执行下去?
- 例子: 如果MP3播放器的音频解码算法不具备有穷性,则它将不停地执行解码音频操作,但总是无法输出音乐!!!
- **确定性**(definiteness)。算法的每个步骤必须有明确的没有歧义的操作,不能模棱两可。
- **能行性**(effectiveness)。算法中的每个步骤是能够实现的,算法执行结果要达到预期目的。算法的执行载体为计算机,因此算法的每一步骤必须是计算可执行的,能够实现的。



算法的主要特征

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- **有穷性(finiteness)**。算法必须在执行**有穷步骤**后终止,且每一步骤均在**有限时间**内完成—简称有限步骤有限时间内完成

为什么需要有穷性?

- 用户是否愿意等待计算机永远执行下去?
- 例子: 如果MP3播放器的音频解码算法不具备有穷性, 则它将不停地执行解码音频操作, 但总是无法输出音乐!!!
- **确定性(definiteness)**。算法的每个步骤必须有明确的没有歧义的操作, 不能模棱两可。
- **能行性(effectiveness)**。算法中的每个步骤是能够实现的, 算法执行结果要达到预期目的。算法的执行载体为计算机, 因此算法的每一步骤必须是计算可执行的, 能够实现的。
- **有0个或多个输入项, 至少有一个输出项**
 - 算法就是为解决一个问题而采取的方法和步骤
 - 问题就是算法的天然输入源
 - 解决问题就是给出其答案, 因此答案就是算法输出源



算法的主要特征总结

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法的主要特征总结：

- ① 有穷性(finiteness)
- ② 确定性(definiteness)
- ③ 能行性(effectiveness)
- ④ 有0个或多个输入项,至少有一个输出项



算法的基本要素

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 数据
 - 输入数据 $A[0] \sim A[n]$
 - 中间数据 $A[p] = 0, j = p * p$
 - 最终数据 $L[0] \sim L[k]$
- 对数据的操作：赋值,算术和逻辑运算等等
 - $A[j]=0$
 - $j=j+p$
- 对操作的控制
 - while循环
 - if条件
 - ...



算法的基本要素

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 数据
 - 输入数据 $A[0] \sim A[n]$
 - 中间数据 $A[p] = 0, j = p * p$
 - 最终数据 $L[0] \sim L[k]$
- 对数据的操作：赋值,算术和逻辑运算等等
 - $A[j]=0$
 - $j=j+p$
- 对操作的控制
 - while循环
 - if条件
 - ...

算法的基本要素

数据、操作和控制是算法的基本要素



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ 选用合适的算法设计技术
- ⑤ 确定适当的数据结构
- ⑥ 详细表述算法
- ⑦ 证明算法的正确性
- ⑧ 分析算法的性能
- ⑨ 为算法写代码



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ 选用合适的算法设计技术
- ⑤ 确定适当的数据结构
- ⑥ 详细表述算法
- ⑦ 证明算法的正确性
- ⑧ 分析算法的性能
- ⑨ 为算法写代码



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ 选用合适的算法设计技术
- ⑤ 确定适当的数据结构
- ⑥ 详细表述算法
- ⑦ 证明算法的正确性
- ⑧ 分析算法的性能
- ⑨ 为算法写代码



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ **选用合适的算法设计技术**
- ⑤ 确定适当的数据结构
- ⑥ 详细表述算法
- ⑦ 证明算法的正确性
- ⑧ 分析算法的性能
- ⑨ 为算法写代码



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ 选用合适的算法设计技术
- ⑤ **确定适当的数据结构**
- ⑥ 详细表述算法
- ⑦ 证明算法的正确性
- ⑧ 分析算法的性能
- ⑨ 为算法写代码



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ 选用合适的算法设计技术
- ⑤ 确定适当的数据结构
- ⑥ **详细表述算法**
- ⑦ 证明算法的正确性
- ⑧ 分析算法的性能
- ⑨ 为算法写代码



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ 选用合适的算法设计技术
- ⑤ 确定适当的数据结构
- ⑥ 详细表述算法
- ⑦ **证明算法的正确性**
- ⑧ 分析算法的性能
- ⑨ 为算法写代码



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ 选用合适的算法设计技术
- ⑤ 确定适当的数据结构
- ⑥ 详细表述算法
- ⑦ 证明算法的正确性
- ⑧ **分析算法的性能**
- ⑨ 为算法写代码



算法问题求解基础

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法是问题的**程序化**解决方案

- 算法是解决问题的方法或步骤
- 算法的运行载体是计算机

算法设计与分析过程的典型步骤:

- ① 了解问题的本质
- ② 了解计算设备的性能—PC机与手机
- ③ 在精确解法和近似解法之间选择
- ④ 选用合适的算法设计技术
- ⑤ 确定适当的数据结构
- ⑥ 详细表述算法
- ⑦ 证明算法的正确性
- ⑧ 分析算法的性能
- ⑨ 为算法写代码



1. 了解问题的本质

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

当遇到一个问题时，首先要清楚这个问题的本质。这个步骤是十分重要：

- 确定问题具有什么样的输入
- 确定得到什么样的输出
- 问题的解决才可能继续进行下去



1. 了解问题的本质

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

当遇到一个问题时，首先要清楚这个问题的本质。这个步骤是十分重要：

- 确定问题具有什么样的输入
- 确定得到什么样的输出
- 问题的解决才可能继续进行下去

关键

理解了问题的本质是问题求解的关键



2. 了解计算设备的性能

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

在清楚了解了问题的内容之后，下一步是确定用于解决问题的设备的能力。目前一般使用的计算机都是冯诺依曼（von Neumann）体系架构的。它的一个最重要假设是：

- 程序指令的执行是顺序的
- 针对这一类计算机设计的算法被称为顺序算法（sequential algorithms）



2. 了解计算设备的性能

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

在清楚了解了问题的内容之后，下一步是确定用于解决问题的设备的能力。目前一般使用的计算机都是冯诺依曼（von Neumann）体系架构的。它的一个最重要假设是：

- 程序指令的执行是顺序的
- 针对这一类计算机设计的算法被称为顺序算法（sequential algorithms）

并行算法（parallel algorithm）

- 多条指令能够同时执行——效率大大提高
- 额外需要考虑的指令执行之间的逻辑顺序，导致额外问题：同步等问题
- 针对并行计算的算法被称为并行算法
- 它的设计有一套相应的理论，本课程不予考虑



3.选择精确或者近似的算法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 并不是每一个可解的问题都有精确的算法
 - 例如求一个数的平方根，其原因是一些实数计算机无法精确表示；解非线性方程和求定积分。
- 有时候一个问题有精确的解法，但是算法的执行效率很差，例如旅行家问题(NP难问题)



3.选择精确或者近似的算法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 并不是每一个可解的问题都有精确的算法
 - 例如求一个数的平方根，其原因是一些实数计算机无法精确表示；解非线性方程和求定积分。
- 有时候一个问题有精确的解法，但是算法的执行效率很差，例如旅行家问题(NP难问题)

精确或者近似

因此如果待处理的问题涉及到上述那些方面，则要考虑是选择精确的还是近似的算法。



4.选择算法设计技术

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法设计技术 (algorithm design technique) 或者算法设计策略 (strategy) 指的是解决一系列不同问题的通用设计思想与方法。常用的设计技术包括:

- 分治法 (Divide and Conquer)
- 贪心法 (Greedy Technique)
- 动态规划 (Dynamic Programming)
- 回溯法 (Backtracking)
- 分支限定法 (Branch and Bound)



5. 确定合适的数据结构

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 算法三要素：数据、操作和控制
- 数据结构的本质：数据的存储与操作
- 算法需要使用数据结构来表示它的其中两个要素



5. 确定合适的数据结构

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 算法三要素：数据、操作和控制
- 数据结构的本质：数据的存储与操作
- 算法需要使用数据结构来表示它的其中两个要素

筛法算法

- 数据结构：数组。
- 数组的操作—赋值， $A[p] = 0$

为什么不使用链表？



5. 确定合适的数据结构

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 算法三要素：数据、操作和控制
- 数据结构的本质：数据的存储与操作
- 算法需要使用数据结构来表示它的其中两个要素

筛法算法

- 数据结构：数组。
- 数组的操作—赋值， $A[p] = 0$

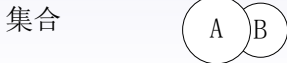
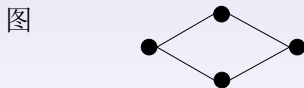
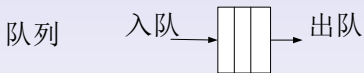
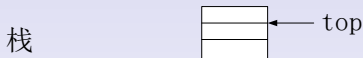
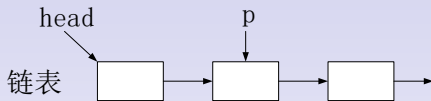
为什么不使用链表？

- 不同的数据结构有不同的特性：存储空间大小，操作效率等，比如链表和数组
 - 存储空间
 - 操作效率：添加、查找、删除和修改
- 算法需要根据问题的需要，选择合适的数据结构



5.确定合适的数据结构

算法常用的数据结构



算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型



6.算法的描述方法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 自然语言 (nature language)
 - 使用方便
 - 不够精确, 容易导致二义性
- 伪代码 (pseudocode)
 - 自然语言与程序语言的混合体
 - 使用方便, 也较为精确, 被广泛使用
- 程序流程图 (flow chart)
 - 除了一些非常简单的算法以外, 表示非常不便

本书伪代码的描述中忽略了对变量的定义, 使用缩进来表示for, if 和while 语句的作用域, 采用" \leftarrow "表示赋值操作, 用双斜线"/"表示注释。



7. 确认算法的正确性

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

算法的正确性是指：

- 对于任意合法的输入，在有限时间内都能得到正确的结果
- 如果是一个近似算法，那么输出结果与理论结果在允许的误差范围内

算法的错误性验证：

- 当给算法一个合法输入，而该算法给出一个错误的结果

算法的正确性验证：

- 没有错误性验证简单，有一套完整的验证理论，一般采用归纳证明，这里不作详细叙述



8.对算法的分析

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 空间性：算法需要多少存储空间
- 时间性：算法运行有多快
- 简单性：算法容易理解的程度



9. 为算法写代码

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

大部分的算法最后还是需要通过程序语言进行实现

- 针对不同的问题，需要考虑什么样的程序语言才是最适合
 - 数学计算问题matlab, fortran
 - 系统开发问题C/C++
- 编程人员的水平与组成结构有关



算法解决的主要问题类型

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 排序问题 (Sorting)
- 查找/搜索问题 (Searching)
- 串处理问题 (String problems)
- 图论问题 (Graph problems)
- 组合问题 (Combinatorial problems)
- 几何问题 (Geometric problems)
- 数值计算问题 (Numerical problems)



1.排序问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

“排序”就是把一组杂乱的数据按照一定的规律顺次排列起来

- 对学生信息的维护，需按序号排序
- 平均学生的能力，需要按能力排序



1.排序问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

“排序”就是把一组杂乱的数据按照一定的规律顺次排列起来

- 对学生信息的维护，需按序号排序
- 平均学生的能力，需要按能力排序

能力如何定义？

- 成绩？
- 创新力？
- ...



1.排序问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

“排序”就是把一组杂乱的数据按照一定的规律顺次排列起来

- 对学生信息的维护，需按序号排序
- 平均学生的能力，需要按能力排序

能力如何定义？

- 成绩？
- 创新力？
- ...

目前已发明很多的排序算法，然而这些排序算法中并不存在一种算法是绝对最优的，它们都存在各种的局限性

- 执行效率较高，但是空间开销较大
- 空间开销较小，但执行效率较低
- 空间开销与执行效率较为均衡



1.排序问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

“排序”就是把一组杂乱的数据按照一定的规律顺次排列起来

- 对学生信息的维护，需按序号排序
- 平均学生的能力，需要按能力排序

能力如何定义？

- 成绩？
- 创新力？
- ...

目前已发明很多的排序算法，然而这些排序算法中并不存在一种算法是绝对最优的，它们都存在各种的局限性

- 执行效率较高，但是空间开销较大
- 空间开销较小，但执行效率较低
- 空间开销与执行效率较为均衡

算法的选择

算法设计人员根据实际问题选择相应的排序算法



排序算法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

选择排序算法

算法要点：

扫描整个列表，找到它的最小元素，然后和第1个元素交换；然后从第2个元素开始扫描列表，找到后面 $n - 1$ 个元素的最小值，和第2个元素交换位置；如此重复。



排序算法

算法分析与设计

讲者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

选择排序算法

算法要点:

扫描整个列表，找到它的最小元素，然后和第1个元素交换；然后从第2个元素开始扫描列表，找到后面 $n-1$ 个元素的最小值，和第2个元素交换位置；如此重复。

例子

1	89	45	68	90	29	34	17
2	17	45	68	90	29	34	89
3	17	29	68	90	45	34	89
4	17	29	34	90	45	68	89
5	17	29	34	45	90	68	89
6	17	29	34	45	68	90	89
7	17	29	34	45	68	89	90

比较次数

- 第1次找最小需要 $n-1$ 次比较
- 第2次找最小需要 $n-2$ 次比较
- 依次类推.....
- 总次数: $n(n-1)/2$



排序算法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

选择排序伪代码

算法：选择排序对给定数组排序

输入：一个杂乱的数据 $A[0 \dots n - 1]$

输出：升序排列的数据 $A[0 \dots n - 1]$

```
1: function Selection_Sort( $A[0 \dots n - 1]$ )
2:   for  $i \leftarrow 0 \rightarrow n - 2$  do
3:      $min \leftarrow i$  //  $min$  为最小元素索引
4:     for  $j \leftarrow i + 1 \rightarrow n - 1$  do
5:       if  $A[j] < A[min]$  then
6:          $min \leftarrow j$ 
7:       end if
8:     end for
9:     swap  $A[i]$  and  $A[min]$ 
10:   end for
11: end function
```




排序算法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

冒泡排序算法

算法要点：

比较相邻元素，如果它们逆序就交换它们的位置，重复多次以后最大的元素就放置至最后的位置，如此重复放置次大的元素至倒数第2个位置，直到所有元素放好位置。



排序算法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

冒泡排序算法

算法要点:

比较相邻元素，如果它们逆序就交换它们的位置，重复多次以后最大的元素就放置至最后的位置，如此重复放置次大的元素至倒数第2个位置，直到所有元素放好位置。

例子：放置最大元素

1	89	45	68	90	29	34	17
2	45	89	68	90	29	34	17
3	45	68	89	90	29	34	17
4	45	68	89	90	29	34	17
5	45	68	89	29	90	34	17
6	45	68	89	29	34	90	17
7	45	68	89	29	34	17	90

比较次数

- 找最大的元素需要 $n-1$ 次比较
- 找次大的元素需要 $n-2$ 次比较
- 依次类推.....
- 总次数: $n(n-1)/2$



排序算法

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

冒泡排序伪代码

算法：冒泡排序对给定数组排序

输入：一个杂乱的数据 $A[0 \dots n - 1]$

输出：升序排列的数据 $A[0 \dots n - 1]$

```
1: function Bubble_Sort( $A[0 \dots n - 1]$ )
2:   for  $i \leftarrow 0 \rightarrow n - 2$  do
3:     for  $j \leftarrow 0 \rightarrow n - 2 - i$  do
4:       if  $A[j + 1] < A[j]$  then
5:         swap  $A[j]$  and  $A[j + 1]$ 
6:       end if
7:     end for
8:   end for
9: end function
```



2.查找/搜索问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

查找/搜索，就是在数据集合中寻找满足某种条件的数据，比如：

- 查找指定学生的信息
- 查找所有高数不及格的学生

对于搜索问题，通常需要返回的结果可能有两种：

- 查找不到，返回不存在信息
- 查找成功，返回满足搜索条件的对象



2.查找/搜索问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

查找/搜索，就是在数据集合中寻找满足某种条件的数据，比如：

- 查找指定学生的信息
- 查找所有高数不及格的学生

对于搜索问题，通常需要返回的结果可能有两种：

- 查找不到，返回不存在信息
- 查找成功，返回满足搜索条件的对象

例子：

从有序序列3, 14, 27, 31, 39, 42, 55, 70, 74, 81, 85, 93, 98中寻找元素70所在的位置。



2.查找/搜索问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

查找/搜索，就是在数据集中寻找满足某种条件的数据，比如：

- 查找指定学生的信息
- 查找所有高数不及格的学生

对于搜索问题，通常需要返回的结果可能有两种：

- 查找不到，返回不存在信息
- 查找成功，返回满足搜索条件的对象

例子：

从有序序列3, 14, 27, 31, 39, 42, 55, 70, 74, 81, 85, 93, 98中寻找元素70所在的位置。

简单的方法—顺序查找

- 序列中的元素依次和70比较，需比较8次。
- 对于 n 个元素的序列，最坏情况下需要比较 n 次。



查找问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

顺序查找伪代码

算法：顺序查找

```
1: function Seq_Search( $A[0 \dots n - 1], K$ )
2:    $i \leftarrow 0$ 
3:   while  $A[i] \neq K$  do
4:      $i \leftarrow i + 1$ 
5:   end while
6:   if  $i < n$  then
7:     return  $i$            //首个值为 $K$ 的元素的位置
8:   else
9:     return  $-1$           //找不到返回 $-1$ 
10:  end if
11: end function
```



3.串处理问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

关于字符串处理的问题，本课程只对其中一类特殊的问题进行讨论：字符串模式匹配问题（string matching）

- 一篇文章(或一部分)中找出指定单词第一次出现的位置
- 所有出现的位置
- 包含指定单词的所有单词
- ...



3.串处理问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

关于字符串处理的问题，本课程只对其中一类特殊的问题进行讨论：字符串模式匹配问题（string matching）

- 一篇文章(或一部分)中找出指定单词第一次出现的位置
- 所有出现的位置
- 包含指定单词的所有单词
- ...



4.图论问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

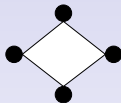
最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- “图”指的是一些顶点 (Vertex) 与边 (Edge) 的集合。



- 许多实际应用都可以抽象表示为图，比如通信网络，交通网络，工程计划等
- 图论问题主要包括：
 - 一图的遍历问题 (Graph Traversal)



4.图论问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

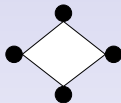
最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- “图”指的是一些顶点 (Vertex) 与边 (Edge) 的集合。



- 许多实际应用都可以抽象表示为图，比如通信网络，交通网络，工程计划等
- 图论问题主要包括：
 - 一图的遍历问题 (Graph Traversal)
 - 快递员投递 n 个客户的最短路径



4.图论问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

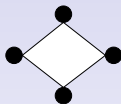
最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- “图”指的是—些顶点 (Vertex) 与边 (Edge) 的集合。



- 许多实际应用都可以抽象表示为图，比如通信网络，交通网络，工程计划等
- 图论问题主要包括：
 - 图的遍历问题 (Graph Traversal)
 - 快递员投递 n 个客户的最短路径
 - 最短路径问题



4.图论问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

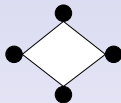
最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- “图”指的是—些顶点 (Vertex) 与边 (Edge) 的集合。



- 许多实际应用都可以抽象表示为图，比如通信网络，交通网络，工程计划等
- 图论问题主要包括：
 - 图的遍历问题 (Graph Traversal)
 - 快递员投递 n 个客户的最短路径
 - 最短路径问题
 - 重庆理工大学到解放碑的最短路径



5.组合问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

问题描述：寻找一些组合对象（例如一个排列，一个组合或者一个子集），这些对象能够满足特定的条件并具有我们想要的特性，如价值最大化或者成本最小化。图问题中的最短路径、旅行商和图着色问题都是组合问题。

- 线性规划
- 博弈论
- 图论
- ...



5.组合问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

问题描述：寻找一些组合对象（例如一个排列，一个组合或者一个子集），这些对象能够满足特定的条件并具有我们想要的特性，如价值最大化或者成本最小化。图问题中的最短路径、旅行商和图着色问题都是组合问题。

- 线性规划
- 博弈论
- 图论
- ...

组合问题是计算机领域中最难的问题

随着问题的输入量的增加，问题的规模也急剧增长，到达或超过计算机的处理能力的极限，所以可以说组合数学问题是最难的一类问题。



6.几何问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 最近对问题(closed-pair problem)
 - 在给定平面上的 n 个点，发现距离最近的两个点
- 凸包问题(convex-hull problem)
 - 对于平面上的一个点的集合，如果任意两个点的连线都在集合中，就称为凸集合。
 - 可以包含给定集合所有点的最小凸边型



7.数值问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 数值计算问题是算法需要解决的另一大类问题
 - 求解方程或者方程组
 - 求数值积分



7.数值问题

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 数值计算问题是算法需要解决的另一大类问题
 - 求解方程或者方程组
 - 求数值积分

精确性问题

- 由于计算机无法精确地表示数字，这些问题常常只能给出一个近似的结果，而不是精确的解。
- 算法考虑近似解的误差



计算机算法研究的两个方向

算法分析与设计

讲授者 王爱娟

目录

课程介绍

最大公约数问题

算法概念

算法问题求解基础

重要问题类型

- 优化
 - 寻找更好的算法
 - 设计技巧
- 可能性
 - 说明难以得到更好的算法
 - 证明技巧
 - 对问题的更好认识（下界）