班级：　　　　　　　　　　　　　　　　姓名：

1、试判断以下系统是否为：（1）线性（2）移不变 （3）因果性 （4）稳定性

（1）$T[x(n)] = e^{x(n)}$　　　　　　　　（2）$T[x(n)] = n \cdot x(n)$

4、　$y(n) = e^{x(n)}$

解：

(1) 令$y_1(n) = e^{x_1(n)}$，$y_2(n) = e^{x_2(n)}$

则$ay_1(n) + by_2(n) = ae^{x_1(n)} + be^{x_2(n)}$

若输入信号为$ax_1(n) + bx_2(n)$，

则输出$T[ax_1(n) + bx_2(n)] = e^{ax_1(n)+bx_2(n)} = e^{ax_1(n)} \cdot e^{bx_2(n)} \neq ay_1(n) + by_2(n)$

因此系统为非线性系统

(2)若输入信号移位后为$x(n-m)$，则输出信号为$T[x(n-m)] = e^{x(n-m)}$

若将输出信号$y(n)$直接移位，得到$y(n-m) = e^{x(n-m)}$

因为$T[x(n-m)] = y(n-m)$，因此系统为移不变系统。

(3)因为系统的输入只与当前的输入值有关，因此是因果系统。

(4) 若$|x(n)| \leq M$，则输出$|y(n)| = |e^{x(n)}| \leq e^{M}$

因为输入有界，输出也有界，所以系统为稳定系统。

$T[x(n)] = n \cdot x(n)$

线性，移变，因果，非稳定

2、已知系统的单位抽样响应h(n)，试判断系统是否是（1）因果的 （2）稳定的

（1） $h(n)=3^n u(n)$　　　　　（2） $h(n)=0.3^n u(-n-1)$

3、已知系统的差分方程为

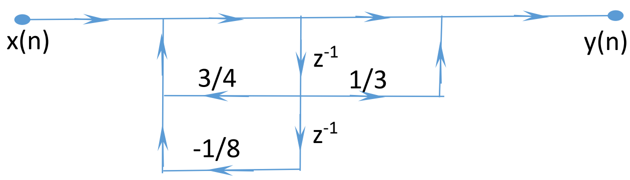
$$y(n) - \frac{3}{4}y(n-1) + \frac{1}{8}y(n-2) = x(n) + \frac{1}{3}x(n-1)$$

（1） 求系统的系统函数H（Z），并画出系统的直接II型结构流图；

（2） 指出系统可能存在的几种收敛域；

（3） 若系统为因果系统，求相应的h(n)，并判断系统是否为稳定系统？

（1）$H(z) = \frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}} = \frac{z(z+\frac{1}{3})}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}$



（2）

可能存在三个收敛域，$[z] < \frac{1}{4}$，$\frac{1}{4} < [z] < \frac{1}{2}$，$[z] > \frac{1}{2}$

（3）已知系统是因果系统，因此收敛域为$[z] > \frac{1}{2}$

$$\frac{H(z)}{z}=\frac{A_1}{z-\frac{1}{4}}+\frac{A_2}{z-\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{H(z)}=\frac{-\frac{7}{3}z}{z-\frac{1}{4}}+\frac{\frac{10}{3}z}{z-\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{h(n)}=\left[-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n+\frac{10}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]u(n)$$

因为极点全部在单位圆内，因此这个系统是稳定系统。

4、已知序列 x(n)={$\underline{1}$,-1,2,3，1},求

（1） x(2n) ⑤ x(n)

（2） x(2n) ＊ x(n)

（3）试分析线性卷积与圆周卷积之间的关系。

解：（1）x(2n)={$\underline{1}$，2，1}，

x(2n)⑤x(n)={6，2，1，6，9}

（2） x(2n)*x(n)={$\underline{1}$，1，1，6，9，5，1}

（3）若两个序列的长度分别为 N_1 和 N_2，当作 L 点的圆周卷积，$L \geqslant N_1+N_2-1$ 时，此时的圆周卷积等于两序列的线性卷积。

5、已知 x(n)={2,1,4,2,3},

（1）计算 X(k)和 X($e^{j\omega}$),说明二者之间的关系；

（2）将 x(n)的尾部补零，得到 x(n)={2,1,4,2,3，0，0，0}，

计算 X_0(k)和 X_0($e^{j\omega}$)；

（3）将（1）和（2）的结果加以比较，得出相应的结论。

解：（1）

$$X(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\omega n}=\sum_{n=0}^{4}x(n)e^{-j\omega n}=2+e^{-j\omega}+4e^{-j2\omega}+2e^{-j3\omega}+3e^{-j4\omega}$$

$$X(k)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}=\sum_{n=0}^{4}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{5}nk}=2+e^{-j\frac{2\pi}{5}k}+4e^{-j\frac{4\pi}{5}k}+2e^{-j\frac{6\pi}{5}k}+3e^{-j\frac{8\pi}{5}k}$$

可以看出，当$\omega=\frac{2\pi}{5}k$时，$X(e^{j\omega})$等于$X(k)$，

因此$X(k)$是$X(e^{j\omega})$在单位圆上的五个等分点的值。

(2)

$$X_0(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_0(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{4} x(n)e^{-j\omega n} = X(e^{j\omega})$$

$$X_0(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_0(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \sum_{n=0}^{7} x_0(n)e^{-j\frac{2\pi}{8}nk}$$

$$= 2 + e^{-j\frac{2\pi}{8}k} + 4e^{-j\frac{4\pi}{8}k} + 2e^{-j\frac{6\pi}{8}k} + 3e^{-j\frac{8\pi}{8}k} \neq X(k)$$

(3) 可以看出，对序列补零，序列的频率响应值不变，

而DFT的值不同，这是因为补零后，

DFT的点数从5个点增加到8个点，

因此在单位圆上的抽样点的值发生了改变。

6、已知 x(n)={1, 2, 4, 3, 0, 5}, 试求：

（1） X(0)　　　（2） X(3)　　　(3) $\sum_{k=0}^{5} X(k)$

(1)

$$\mathrm{X(k)} = \sum_{n=0}^{5} x(n)W_6^{nk}$$

$$\mathrm{X(0)} = \sum_{n=0}^{5} x(n) = 15$$

(2)

$$\mathrm{X(3)} = \sum_{n=0}^{5} x(n)W_6^{nk} = 1 + 2W_6^3 + 4W_6^6 + 3W_6^9 + 5W_6^{15} = 5 + 10W_6^3 = -5$$

(3)

$$\mathrm{x(n)} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{5} X(k)W_6^{-nk}$$

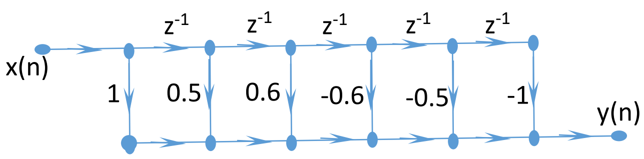
$$\sum_{n=0}^{5} X(k) = \mathrm{Nx(n)} = 6$$

7、某 FIR 滤波器的 h(n)={$\underline{1}$, 0.5, 0.6, -0.6, -0.5, -1},

（1）判断此滤波器是否为线性相位滤波器？说明原因

（2）画出此滤波器的横截型（卷积型）结构

解：因为 h(n)=-h(N-1-n)，奇对称，因此是线性相位滤波器。



8、假设一个模拟低通滤波器的系统函数为$H_a(s)=\dfrac{2}{s^2+4s+3}$，其中 T=1，

（1）试用冲激响应不变法其转变为数字系统函数 H(z)；

（2）冲激响应不变法和双线性变换法各有什么优缺点？

冲激响应不变法会产生混叠失真，不能用于设计高通及带阻滤波器，模拟频率及数字频率之间是线性变换关系；而双线性变换法克服了混叠失真，可以设计各型滤波器，但是频率之间的变换是非线性的。

9、窗函数设计法中，加窗处理对理想低通滤波器的频率响应有什么影响？

解：（1）窗谱的主瓣宽度窄，滤波器有较窄的过渡带，增加窗的长度 N 可以减少窗谱的主瓣宽度，降低过渡带的宽度；

（2）窗谱的第一旁瓣的幅度相对于主瓣较小，设计出来的滤波器有较小的带内波动和较大的阻带衰减，这往往是通过增加主瓣的宽度来实现这一目标。

10、要求从二阶巴特沃思模拟滤波器用双线性变换导出一低通数字滤波器，已知 3dB 截止频率为 50Hz，系统抽样频率为 1kHz。

解：归一化的二阶巴特沃思滤波器的系统函数为：

$$H_{an}(s)=\frac{1}{s^2+1.4142136s+1}$$

则将 $s={s}/{\Omega_c}$ 代入，得出截止频率为Ω_c（$50\times2\pi$）的模拟原型为

$$H_a(s)=\frac{1}{(\frac{s}{100\pi})^2+1.4142136(\frac{s}{100\pi})+1}$$

$$=\frac{98596}{s^2+444.06s+98596}$$

1、

经双线性变换得数字滤波器的系统函数：

$$T={1}/{f_s}={1}/{10^3}(s)$$

$$H(z)=H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

$$=\frac{98596}{(2\times10^3\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})^2+444.06\times(2\times10^3\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})+98596}$$

$$=\frac{0.02(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1-1.56z^{-1}+0.64z^{-2}}$$

若给定条件为数字角频率ω，则需要进行预畸

$$\Omega = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

11、计算下列序列的傅里叶变换

(2) $x(n) = a^n R_N(n)$

解： $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a^n W_N^{nk} = \frac{1 - a^N}{1 - aW_N^k}$

(3) $x(n) = \delta(n - n_0), 0 < n_0 < N$

解： $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \delta(n - n_0) W_N^{nk} = W_N^{n_0 k}, 0 < k < N - 1$