

1. $\int_{-\pi}^{\pi} (x \cos^4 x + 1) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 对正常数 a , $\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\int_0^{2\pi} |\cos x| dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设函数 $f(x) = \frac{1}{1+x} + x^2 \int_0^1 f(x) dx$, 则 $\int_0^1 f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\cos x}^1 e^{-t^2} dt}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 设 $f(x) = \begin{cases} x, & -\pi < x < 0, \\ xe^{-x^2}, & x \geq 0, \end{cases}$, 求 $\int_1^4 f(x-2) dx$

8. 计算 $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}.$

9. 计算 $\int_0^4 \frac{\sqrt{x} dx}{1+x\sqrt{x}}.$

10. 求函数 $f(x) = \int_{-1}^x (1-2t) dt$ 的极值及 $f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最值.

11. 设函数 $f(x)$ 满足 $\int_0^x (x-t)f(t) dt = xe^{-x}$, 求 $f(x)$ 的极值.

12. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f'(x) \leq 0$,

$F(x) = \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$. 证明在 (a, b) 内有 $F'(x) \leq 0$.

13. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = 3 \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x) dx$, 证明至少存

在一点 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) = 0$.