

提高牛顿环测平凸透镜曲率半径精度的方法对比研究

左安友, 吴胜宝, 朱瑜

(湖北民族学院 理学院 湖北 恩施 445000)

摘要: 以实验为基础, 采用三种测量方法采集数据, 运用逐差法、加权平均法处理数据, 用不同数据处理方法处理同一组数据, 比较精度得到最佳数据处理方法; 用最佳数据处理方法处理不同测量方法得到的数据, 比较精度得到最佳数据采集方法, 从而得到精度最高的数据采集、处理方法。通过实验数据分析了暗环环数之差对相对不确定度的影响。综合诸因素, 对干涉暗环的合适环数展开了研究, 也对逐差法、加权平均法的适用性进行了讨论。

关键词: 牛顿环; 曲率半径; 精度; 方法; 对比

中图分类号: 04-33; 0436.1

文献标志码: A

文章编号: 1008-8423(2013)01-0010-08

A Contrastive Study on Research Methods on Improving Accuracy in Measuring Radius of Convex Lens by Newton Ring

ZUO An-you, WU Sheng-bao, ZHU Yu

(School of Science, Hubei University for Nationalities, Enshi 445000, China)

Abstract: Based on experiment, three measuring methods are used to collect data and took the method of successive difference and the weighted average method are used to process the data. Different data processing methods are used to process the same set of data, which can get the best data processing method through the comparison of accuracy. Then, the best data processing method is used to process different measuring methods to obtain the data and the best data collection method is obtained by comparing the accuracy. Thus, we get the data acquisition and processing methods with the highest accuracy. according to experiment data analyzed the difference between the number of dark rings how to influence the relative uncertainty of the experimental results. A combination of factors, choosing a suitable number of rings for measurements and making a comparison about the applicability between the method of successive difference and the weighted average method have been discussed.

Key words: Newton ring; radius of curvature; accuracy; method; contrast

牛顿环实验是大学物理实验中的光学基础实验之一, 是学生深入了解光的干涉原理的基础性实验。同时牛顿环在科学研究、工业生产及检验技术中的直接运用, 也使得人们一直研究其测量精度的提高。在实验改进上主要分为两类: 一是实验方法上的改进^[1-2]; 二是实验装置的改进。笔者认为方法的改进是提高精度的关键所在。文中采用了三种不同测量方法测量同一平凸透镜的曲率半径, 从而达到用光学测量手段得到曲率半径精度最高的目的。

1 牛顿环测平凸透镜曲率半径实验原理

牛顿环装置及光路示意图如图1所示。设入射光的波长为 λ , 第 k 级暗条纹对应的空气薄膜厚度为 e_k , 考虑到下界面反射时有半波损失 $\lambda/2$, 当光线垂直入射时总光程差由薄膜干涉公式求得^[3-4]:

$$\delta = 2ne_k + \lambda/2 = 2e_k + \lambda/2 \quad (1)$$

n 为空气的折射率, 为1。根据干涉条件:

$$\delta = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, \dots \\ (k+1)\lambda/2 & k = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (2)$$

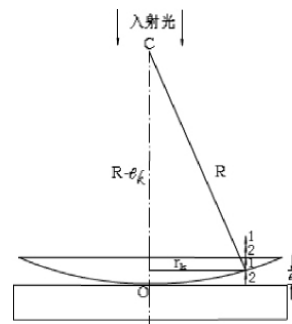


图1 牛顿环装置及光路示意图
Fig.1 The schematic graph for Newton ring device and light propagation

收稿日期: 2012-12-12.

基金项目: 湖北省教育厅教学研究项目(2010269); 湖北民族学院教学研究项目(2011JYB03).

作者简介: 左安友(1964-), 男, 硕士, 副教授, 主要从事凝聚态物理、物理实验方法的研究。

由图1的几何关系可得: $r_k^2 = R^2 - (R - e_k)^2 = 2R \cdot e_k - e_k^2$.

因为 $R \gg e_k$ 上式中的 e_k^2 可略去不计, 故:

$$e_k = r_k^2 / (2R). \quad (3)$$

将上述三式联立可得: 明环: $r_k^2 = (2k-1) R \cdot \lambda / 2$, $k=1, 2, \dots$; 暗环: $r_k^2 = kR\lambda$, $k=0, 1, \dots$

在实验中选择暗环作为测量对象, 以 r_k 表示第 k 个暗环的半径, r_{k+m} 表示第 $k+m$ 个暗环的半径, 有: $r_k^2 = kR\lambda$, $r_{k+m}^2 = (k+m)R\lambda$, 两式相减, 得:

$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda \text{ 或 } R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda} = \frac{D_{k+m}^2 - D_k^2}{4m\lambda}. \quad (4)$$

式中: D_{k+m} , D_k 是 $k+m$ 级与 k 级牛顿环的直径.

2 研究使用的基本方法简介

2.1 数据测量方法介绍

1) 叉丝竖线切环法^[5]: 调节叉丝竖线竖直(人为判断), 调节叉丝交点与牛顿环中心重合(人为判断). 这样测量的 D_{k+m} , D_k 才近似为牛顿环的直径. 对每一环的测量时, 左边取叉丝竖线与环外切时读取并记录数据, 右边取叉丝竖线与环内截时读取并记录数据.

2) 叉丝交点对准法一^[6]: 调节叉丝竖线竖直(人为判断), 调节叉丝交点接近牛顿环中心. 测量时叉丝交点对准待测干涉暗环条纹宽度中心, 读取并记录左右侧数据 $l_{\text{左}}$, $l_{\text{右}}$, $l_{\text{右}} - l_{\text{左}}$ 实际为弦长 L . 据几何知识有: 弦的平方差与直径的平方差相等, 即: $L_{k+m}^2 - L_k^2 = D_{k+m}^2 - D_k^2$ 代入式(4)得:

$$R = \frac{L_{k+m}^2 - L_k^2}{4m\lambda}. \quad (5)$$

3) 叉丝交点对准法二: 只调节叉丝交点接近牛顿环中心, 无需调节叉丝竖线竖直. 测量时叉丝交点对准待测干涉暗环条纹宽度中心, 读取并记录左右侧数据 $l_{\text{左}}$, $l_{\text{右}}$, 两者作差 ($l_{\text{右}} - l_{\text{左}}$) 得到弦长 L , 然后运用公式(5)进行计算, 得到曲率半径 R .

2.2 误差理论及数据处理方法

1) 误差理论^[7-10]: 采用牛顿环测平凸透镜的曲率半径是一种间接测量方法, 根据误差传递理论, R 的相对不确定度为:

$$\frac{S_c(R)}{R} = \sqrt{\left[\frac{S_c(D_{k+m}^2 - D_k^2)}{D_{k+m}^2 - D_k^2} \right]^2 + \left[\frac{S_c(\lambda)}{\lambda} \right]^2}. \quad (6)$$

由式(6)可知, 曲率半径 R 的不确定度主要是由两部分构成. $D_{k+m}^2 - D_k^2$ 的标准不确定度和波长 λ 的标准不确定度. 下面对这两部分分别进行讨论(讨论中置信概率取 0.95):

2.2.1 $D_{k+m}^2 - D_k^2$ 的标准不确定度. 它由 A 类和 B 类不确定度组成. 以下分别计算 A 类和 B 类不确定度:

A 类分量: $D_{k+m}^2 - D_k^2$ 的多个值虽不是对同一量做的等精度多次测量得到的, 但这些数值的不同反映了牛顿环仪自身的某些缺陷和读数显微镜带有的系统误差, 也包含有测量者读数的随机误差. 这些误差综合起来服从正态分布, 所以 A 类不确定度为 $D_{k+m}^2 - D_k^2$ 的标准偏差:

$$S_A(D_{k+m}^2 - D_k^2) = \sigma_{(D_{k+m}^2 - D_k^2)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum [(D_{k+m}^2 - D_k^2) - \overline{(D_{k+m}^2 - D_k^2)}]^2}. \quad (7)$$

B 类分量: 这一类分量主要反映非随机误差的影响, 对于本实验可认为这类不确定度主要由读数显微镜仪器误差^[11-12]产生, 表示为:

$$S_B(X) = \Delta_{\text{仪}} \quad (8)$$

本文中 $\Delta_{\text{仪}}$ 的值^[13] 取为: 0.004 mm, 由于直径 D 由测量值 $d_{\text{左}}$, $d_{\text{右}}$ 计算得出: $D = d_{\text{右}} - d_{\text{左}}$ 由此得到:

$$S_B(D) = \sqrt{S_B^2(d_{\text{右}}) + S_B^2(d_{\text{左}})} = \sqrt{2} S_B(X) = \sqrt{2} \Delta_{\text{仪}}. \quad (9)$$

由误差传递公式可得:

$$S_B(D_{k+m}^2 - D_k^2) = \sqrt{[2D_{k+m} S_B(D)]^2 + [2D_k S_B(D)]^2} = 2\sqrt{D_{k+m}^2 + D_k^2} \cdot S_B(D). \quad (10)$$

由上式可以看到 $D_{k+m}^2 - D_k^2$ 的 B 类分量随着测量值的变化而变化.

合成不确定为:

$$S_C(D_{k+m}^2 - D_k^2) = \sqrt{[S_A(D_{k+m}^2 - D_k^2)]^2 + [S_B(D_{k+m}^2 - D_k^2)]^2} \quad (11)$$

2.2.2 λ 的不确定度. 由于钠光灯的波长为 $\lambda = (589.3 \pm 0.3) \text{ nm}$, 就可以得 λ 的不确定度为:

$$S_C(\lambda) = S_B(\lambda) = 0.3 \text{ nm} \quad (12)$$

2) 数据处理方法. 由于逐差法原理简单, 又是熟知的数据处理方法, 故不作赘述. 在此着重说明一下本文运用的另一种数据处理方法: 加权平均法^[14-16]. 根据数据处理理论, 对非等精度测量的量, 要用加权平均的方法求平均值. 牛顿环测平凸透镜曲率半径的实验中 $D_{k+m}^2 - D_k^2$ ($k=1, 2, \dots$) 就是一个非等精度的量. 从式(10)知道: k 的取值不同, 各精度是不等的, 应考虑权重因子. m 为定值时, 取权重因子为:

$$p(k) = \frac{1}{S_B^2(D_{k+m}^2 - D_k^2)} \quad (13)$$

$D_{k+m}^2 - D_k^2$ 的加权平均值为:

$$y(k) = \frac{\sum p(k) \cdot (D_{k+m}^2 - D_k^2)}{\sum p(k)} \quad (14)$$

透镜曲率半径为:

$$\bar{R} = \frac{y(k)}{4m\lambda} = \frac{\sum p(k) \cdot (D_{k+m}^2 - D_k^2)}{\sum p(k) \cdot 4m\lambda} = \frac{\sum p(k) \cdot R_k}{\sum p(k)} \quad (15)$$

$y(k)$ 的不确定度为:

$$S_C(y(k)) = \sqrt{\frac{\sum p(k) \cdot [(D_{k+m}^2 - D_k^2) - y(k)]^2}{(n-1) \cdot \sum p(k)}} \quad (16)$$

R 的相对不确定度为:

$$E(\bar{R}) = \frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = \sqrt{\left[\frac{S_C(y(k))}{y(k)}\right]^2 + \left[\frac{S_C(\lambda)}{\lambda}\right]^2} \quad (17)$$

R 的不确定度为:

$$S_C(\bar{R}) = \bar{R} \cdot \frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} \quad (18)$$

平凸透镜曲率半径最终表示为:

$$R = \bar{R} \pm S_C(\bar{R}) = \bar{R}(1 \pm E(\bar{R})) \quad (19)$$

3 实验操作流程

1) 调节牛顿环仪装置上的三个调节螺丝: 螺丝不能拧得过紧也不能过松, 可采用类似调节分光计的各半调节法, 通过观察调到牛顿环中心暗斑为最小又不松动最佳.

2) 将牛顿环仪置于读数显微镜的载物台上, 调节读数显微镜目镜使分划板十字叉丝最清晰. 再调节显微镜筒找到清晰的干涉圆环. 移动牛顿环仪, 让叉丝交点尽可能对准牛顿环干涉中心, 并调整光源使整个视场清晰且明暗环对比度最好.

3) 调节测微鼓轮向左移动读数显微镜筒, 使视场中的叉丝交点由中心向右移动到待测最大级干涉暗环的下一级附近, 再反转测微鼓轮使显微镜筒一直向右缓慢移动, 使叉丝竖线分别与各待测干涉暗环相切(左侧外切, 右侧内截), 记录下对应的左右读数 d_{\pm} 、 d_{\mp} . 另外两种测量方法按照方法介绍中的操作进行.

4) 计算出 $D = d_{\mp} - d_{\pm}$, 再由式(4)即可求得平凸透镜的曲率半径. 另外两种方法采用式(5)计算曲率半径.

4 数据采集与整理

4.1 实验数据采集

表1~表3分别为笔者采用“叉丝竖线切环法”、“叉丝交点对准法一”、“叉丝交点对准法二”测量数据记录表, 为后面的数据处理和分析对比提供依据.

表 1 叉丝竖线切环法实验数据记录表(mm)
Tab.1 The experimental data for the method of the vertical of cross tangent to strip(mm)

环数	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18
$d_{右}$	22.644	22.557	22.459	22.362	22.256	22.155	22.052	21.945	21.840	21.730	21.608	21.495	21.370
$d_{左}$	11.356	11.451	11.550	11.650	11.751	11.850	11.952	12.054	12.163	12.271	12.385	12.500	12.620
D	11.288	11.106	10.909	10.712	10.505	10.305	10.100	9.891	9.677	9.459	9.223	8.995	8.750
环数	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	
$d_{右}$	21.250	21.125	20.989	20.850	20.712	20.568	20.421	20.254	20.087	19.908	19.719	19.518	
$d_{左}$	12.746	12.869	12.992	13.134	13.272	13.418	13.571	13.723	13.885	14.058	14.248	14.446	
D	8.504	8.256	7.997	7.716	7.440	7.150	6.850	6.531	6.202	5.850	5.471	5.072	

表 2 叉丝交点对准法一实验数据记录表(mm)
Tab.2 The experimental data for the first scheme of the method of cross intersection aiming at center of strips(mm)

环数	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18
$l_{右}$	30.610	30.520	30.428	30.330	30.230	30.130	30.020	29.915	29.807	29.700	29.590	29.470	29.360
$l_{左}$	19.445	19.530	19.626	19.722	19.820	19.920	20.020	20.130	20.232	20.345	20.460	20.570	20.690
L	11.165	10.990	10.802	10.608	10.410	10.210	10.000	9.785	9.575	9.355	9.130	8.900	8.670
环数	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	
$l_{右}$	29.233	29.105	28.970	28.840	28.705	28.560	28.405	28.250	28.080	27.900	27.720	27.520	
$l_{左}$	20.808	20.930	21.060	21.195	21.335	21.480	21.630	21.785	21.950	22.130	22.320	22.520	
L	8.425	8.175	7.910	7.645	7.370	7.080	6.775	6.465	6.130	5.770	5.400	5.000	

表 3 叉丝交点对准法二实验数据记录表(mm)
Tab.3 The experimental data for the second scheme of the method of cross intersection aiming at center of strips (mm)

环数	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18
$l_{右}$	30.610	30.515	30.420	30.320	30.220	30.120	30.015	29.905	29.800	29.690	29.580	29.470	29.355
$l_{左}$	19.440	19.530	19.620	19.720	19.820	19.920	20.020	20.120	20.230	20.340	20.450	20.570	20.690
L	11.170	10.985	10.800	10.600	10.400	10.200	9.995	9.785	9.570	9.350	9.130	8.900	8.665
环数	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	
$l_{右}$	29.230	29.095	28.965	28.830	28.695	28.555	28.410	28.245	28.080	27.900	27.720	27.515	
$l_{左}$	20.810	20.930	21.060	21.195	21.340	21.480	21.635	21.780	21.950	22.120	22.310	22.510	
L	8.420	8.165	7.905	7.635	7.355	7.075	6.775	6.465	6.130	5.780	5.410	5.005	

4.2 数据整理与计算

4.2.1 叉丝竖线切环法实验数据整理与计算 将整个实验数据分为三组($m=10$) 分别用逐差法和加权平均法计算曲率半径. 具体如表 4 ~ 6 所示.

表 4 取 $m=10$ $k=16 \sim 20$ 时的数据处理表(mm)
Tab.4 he experimental data for $m=10$, $k=16 \sim 20$ (mm)

环数 $k+m$	D_{k+m}	环数 k	D_k	$D_{k+m}^2-D_k^2$	$D_{k+m}^2+D_k^2$	R_k	$S_B(D_{k+m}^2-D_k^2)$	$p(k)$
30	11.288	20	9.223	42.355	212.483	1796.8	0.165	36.73
29	11.106	19	8.995	42.433	204.253	1800.1	0.162	38.10
28	10.909	18	8.750	42.443	195.569	1800.6	0.158	40.06
27	10.712	17	8.504	42.429	187.065	1800.0	0.155	41.62
26	10.505	16	8.256	42.193	178.517	1790.0	0.151	43.86

表 5 取 $m=10$ $k=11 \sim 15$ 时的数据处理表(mm)
Tab.5 The experimental data for $m=10$ $k=11 \sim 15$ (mm)

环数 $k+m$	D_{k+m}	环数 k	D_k	$D_{k+m}^2-D_k^2$	$D_{k+m}^2+D_k^2$	R_k	$S_B(D_{k+m}^2-D_k^2)$	$p(k)$
25	10.305	15	7.997	42.241	170.145	1792.0	0.148	45.65
24	10.100	14	7.716	42.473	161.547	1801.8	0.144	48.23
23	9.891	13	7.440	42.478	153.185	1802.1	0.140	51.02
22	9.677	12	7.150	42.522	144.767	1803.9	0.136	54.07
21	9.459	11	6.850	42.550	136.395	1805.1	0.132	57.39

则有: $\overline{D_{k+m}^2-D_k^2}=42.371\text{mm}^2$, $\Sigma p(k)$
 $=200.37$.

分别由式(14) 、(16) 得: $\gamma(k) =$
 42.367mm^2 , $S_c(\gamma(k)) = 0.0486\text{mm}^2$.

加权平均法结果: 由式(15) 得: $\bar{R}=1$
 797.4mm 由式(17) 得: $\frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}}=0.0013$.

即: $S_c(\bar{R}) = 2.3\text{mm}$,由式(19) 得: R
 $=1797.4(1\pm0.0013)\text{mm}$.

逐差法结果: $\bar{R}=\frac{\overline{D_{k+m}^2-D_k^2}}{4m\lambda}=1797.5$

mm, 由式(7)得: $S_A(D_{k+m}^2 - D_k^2) = 0.105$
mm².

根据误差的宁大勿小原则: 取 S_B
($D_{k+m}^2 - D_k^2$) = 0.165 mm².

由式(11)得: $S_C(D_{k+m}^2 - D_k^2) = 0.196$

mm², 由式(6)、(12)得: $\frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}}$

= 0.0047.

即: $S_C(\bar{R}) = 8.5$ mm 得: $R = \bar{R} \pm u(R) = 1797.5(1 \pm 0.0047)$ mm.

则有: $\overline{D_{k+m}^2 - D_k^2} = 42.453$ mm², $\sum p(k) = 256.36$, $y(k) = 42.460$ mm², $S_C(y(k)) = 0.0508$ mm².

加权平均法结果: $\bar{R} = 1801.3$ mm, $\frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.0013$, 则: $S_C(\bar{R}) = 2.3$ mm, $R = 1801.3(1 \pm 0.0013)$ mm

逐差法结果: $\bar{R} = \frac{\overline{D_{k+m}^2 - D_k^2}}{4m\lambda} = 1801.0$ mm, $\frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.0046$, 即: $S_C(\bar{R}) = 8.3$ mm, $R = \bar{R} \pm S_C(\bar{R}) = 1801.0(1 \pm$

0.0046) mm, 则有: $\overline{D_{k+m}^2 - D_k^2} = 42.403$ mm², $\sum p(k) = 356.29$, $y(k) = 42.403$ mm², $S_C(y(k)) = 0.0189$ mm².

加权平均法结果: $\bar{R} = 1798.9$ mm, $\frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.0007$ 得: $S_C(\bar{R}) = 1.3$ mm, $R = 1798.9(1 \pm 0.0007)$ mm.

逐差法结果: $\bar{R} = \frac{\overline{D_{k+m}^2 - D_k^2}}{4m\lambda} = 1798.9$ mm, $\frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.0032$ 即: $S_C(\bar{R}) = 5.8$ mm, $R = \bar{R} \pm S_C(\bar{R}) = 1798.9(1 \pm$

0.0032) mm.

通过对叉丝竖线切环法实验数据的分组计算可以看出: 在 \bar{R} 的大小上两种方法相差不大, 但在相对不确定度上两种方法计算的结果相差几倍, 可见加权平均法在处理数据得出结果的过程中比逐差法更为精确. 所以, 这两种数据处理方法的比较, 加权平均法比逐差法优越. 故对叉丝交点对准法一和叉丝交点对准法二的实验数据处理计算就只采用加权平均法. 通过式(10)可知 $D_{k+m}^2 + D_k^2$ 的大小直接影响到 $S_B(D_{k+m}^2 - D_k^2)$ 的大小, $D_{k+m}^2 + D_k^2$ 越小则 $S_B(D_{k+m}^2 - D_k^2)$ 也越小; 相反 $D_{k+m}^2 + D_k^2$ 越大则 $S_B(D_{k+m}^2 - D_k^2)$ 也越大. 从上面的数据处理也证明了这一结论, 取 $m=10$, $k=6 \sim 10$ 时 $D_{k+m}^2 + D_k^2$ 最小, $S_B(D_{k+m}^2 - D_k^2)$ 也是三组数据中最小的, 所以在 m 一定时, 选取测量数据中 $D_{k+m}^2 + D_k^2$ 小的一组数据进行处理所得结果的 B 类不确定度就小些.

4.2.2 叉丝交点对准法一实验数据处理与计算 将实验数据分为三组 ($m=10$) 采用加权平均法进行处理, 具体如表7~9所示.

则有: $\overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 41.494$ mm², $\sum p(k) = 204.43$, $y(k) = 41.498$ mm², $S_C(y(k)) = 0.0478$ mm².

加权平均法结果: $\bar{R} = 1760.5$ mm, $\frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.0013$ 得: $S_C(\bar{R}) = 2.3$ mm, $R =$

表6 取 $m=10$ $k=6 \sim 10$ 时的数据处理表(mm)
Tab.6 The experimental data for $m=10$ $k=6 \sim 10$ (mm)

环数 $k+m$	D_{k+m}	环数 k	D_k	$D_{k+m}^2 - D_k^2$	$D_{k+m}^2 + D_k^2$	R_k	$S_B(D_{k+m}^2 - D_k^2)$	$p(k)$
20	9.223	10	6.531	42.410	127.718	1799.2	0.128	61.04
19	8.995	9	6.202	42.445	119.375	1800.7	0.124	65.04
18	8.750	8	5.850	42.340	110.785	1796.2	0.119	70.62
17	8.504	7	5.471	42.386	102.250	1798.2	0.114	76.95
16	8.256	6	5.072	42.436	93.887	1800.3	0.110	82.64

表7 取 $m=10$ $k=16 \sim 20$ 时的数据处理表(mm)
Tab.7 The experimental data for $m=10$ $k=16 \sim 20$ (mm)

环数 $k+m$	L_{k+m}	环数 k	L_k	$L_{k+m}^2 - L_k^2$	$L_{k+m}^2 + L_k^2$	R_k	$S_B(L_{k+m}^2 - L_k^2)$	$p(k)$
30	11.165	20	9.130	41.300	208.014	1752.1	0.163	37.64
29	10.990	19	8.900	41.570	199.990	1763.5	0.160	39.06
28	10.802	18	8.670	41.514	191.852	1761.2	0.157	40.57
27	10.608	17	8.425	41.549	183.510	1762.6	0.153	42.72
26	10.410	16	8.175	41.537	175.199	1762.1	0.150	44.44

表8 取 $m=10$ $k=11 \sim 15$ 时的数据处理表(mm)
Tab.8 The experimental data for $m=10$ $k=11 \sim 15$ (mm)

环数 $k+m$	L_{k+m}	环数 k	L_k	$L_{k+m}^2 - L_k^2$	$L_{k+m}^2 + L_k^2$	R_k	$S_B(L_{k+m}^2 - L_k^2)$	$p(k)$
25	10.210	15	7.910	41.676	166.812	1768.0	0.146	46.91
24	10.000	14	7.645	41.554	158.446	1762.9	0.142	49.59
23	9.785	13	7.370	41.429	150.063	1757.6	0.139	51.76
22	9.575	12	7.080	41.554	141.807	1762.9	0.135	54.87
21	9.355	11	6.775	41.615	133.417	1765.4	0.131	58.27

1 760. 5(1±0. 001 3) mm.

则 有: $\overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 41. 566$
 $\text{mm}^2, \Sigma p(k) = 261. 40 \quad y(k) = 41. 565$
 $\text{mm}^2 \quad S_c(y(k)) = 0. 0402 \text{ mm}^2.$

加权平均法结果: $\bar{R} = 1 763. 3$
 $\text{mm} \quad \frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}} = 0. 001 1$ 即: $S_c(\bar{R}) = 1. 9$

$\text{mm} \quad R = 1 763. 3(1 \pm 0. 001 1) \text{ mm}.$

则有: $\overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 41. 744 \text{ mm}^2, \Sigma p(k) = 365. 05 \quad y(k) = 41. 755 \text{ mm}^2 \quad S_c(y(k)) = 0. 059 8 \text{ mm}^2.$

加权平均法结果: $\bar{R} = 1 771. 4 \text{ mm} \quad \frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}} = 0. 001 5$ 即: $S_c(\bar{R}) = 2. 7 \text{ mm} \quad R = 1 798. 9(1 \pm 0. 001 5) \text{ mm}.$

4. 2. 3 叉丝交点对准法二实验数据整理与计算 将实验数据分为三组($m = 10$) 采用加权平均法进行处理, 具体如表 10 ~ 12 所示.

则有: $\overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 41. 477 \text{ mm}^2, \Sigma p(k) = 204. 43 \quad y(k) = 41. 479 \text{ mm}^2 \quad S_c(y(k)) = 0. 023 6 \text{ mm}^2$

加权平均法结果: $\bar{R} = 1 759. 7 \text{ mm} \quad \frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}} = 0. 000 8$ 即: $S_c(\bar{R}) = 1. 4 \text{ mm} \quad R = 1 759. 7(1 \pm 0. 000 8) \text{ mm}.$

则有: $\overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 41. 545 \text{ mm}^2, \Sigma p(k) = 262. 15 \quad y(k) = 41. 570 \text{ mm}^2 \quad S_c(y(k)) = 0. 024 8 \text{ mm}^2$

加权平均法结果: $\bar{R} = 1 762. 3 \text{ mm} \quad \frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}} = 0. 000 8$ 即: $S_c(\bar{R}) = 1. 4 \text{ mm} \quad R = 1 762. 3(1 \pm 0. 000 8) \text{ mm}.$

则有: $\overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 41. 623 \text{ mm}^2, \Sigma p(k)$
 $= 365. 05 \quad y(k) = 41. 624 \text{ mm}^2 \quad S_c(y(k))$
 $= 0. 017 3 \text{ mm}^2.$

加权平均法结果: $\bar{R} = 1 765. 8 \text{ mm} \quad \frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}} = 0. 000 7$ 即: $S_c(\bar{R}) = 1. 2 \text{ mm} \quad R =$

$1 765. 8(1 \pm 0. 000 7) \text{ mm} \quad ,$

表 10 取 $m = 10, k = 16 \sim 20$ 时的数据处理表(mm)

Tab. 10 The experimental data for $m = 10, k = 16 \sim 20$ (mm)

环数 $k+m$	L_{k+m}	环数 k	L_k	$L_{k+m}^2 - L_k^2$	$L_{k+m}^2 + L_k^2$	R_k	$S_B(L_{k+m}^2 - L_k^2)$	$p(k)$
30	11. 170	20	9. 130	41. 412	208. 126	1756. 8	0. 163	37. 64
29	10. 985	19	8. 900	41. 460	199. 880	1758. 9	0. 160	39. 06
28	10. 800	18	8. 665	41. 558	191. 722	1763. 0	0. 157	40. 57
27	10. 600	17	8. 420	41. 464	183. 256	1759. 0	0. 153	42. 72
26	10. 400	16	8. 165	41. 493	174. 827	1760. 3	0. 150	44. 44

表 11 取 $m = 10, k = 11 \sim 15$ 时的数据处理表(mm)

Tab. 11 The experimental data for $m = 10, k = 11 \sim 15$ (: mm)

环数 $k+m$	L_{k+m}	环数 k	L_k	$L_{k+m}^2 - L_k^2$	$L_{k+m}^2 + L_k^2$	R_k	$S_B(L_{k+m}^2 - L_k^2)$	$p(k)$
25	10. 210	15	7. 905	41. 551	166. 529	1762. 7	0. 146	46. 91
24	9. 995	14	7. 635	41. 607	158. 193	1765. 1	0. 142	49. 59
23	9. 785	13	7. 355	41. 650	149. 842	1766. 9	0. 138	51. 51
22	9. 570	12	7. 075	41. 529	141. 641	1761. 8	0. 135	54. 87
21	9. 350	11	6. 775	41. 522	133. 323	1755. 7	0. 131	58. 27

表 12 取 $m = 10, k = 6 \sim 10$ 时的数据处理表(mm)

Tab. 12 The experimental data for $m = 10, k = 6 \sim 10$ (mm)

环数 $k+m$	L_{k+m}	环数 k	L_k	$L_{k+m}^2 - L_k^2$	$L_{k+m}^2 + L_k^2$	R_k	$S_B(L_{k+m}^2 - L_k^2)$	$p(k)$
20	9. 130	10	6. 465	41. 561	125. 153	1763. 2	0. 127	62. 00
19	8. 900	9	6. 130	41. 633	116. 787	1766. 2	0. 122	67. 19
18	8. 665	8	5. 780	41. 674	108. 491	1767. 9	0. 118	71. 82
17	8. 420	7	5. 410	41. 628	100. 165	1766. 0	0. 113	78. 31
16	8. 165	6	5. 005	41. 617	91. 717	1765. 5	0. 108	85. 73

5 计算结果分析

5. 1 各个计算结果的相对不确定度及不确定度的比较

对统一采用加权平均法的处理结果进行比较($m = 10$) .

1) 叉丝竖线切环法:

第一组数据(表 4): 相对不确定度:

0. 13%; 不确定度: 2. 3 mm

第二组数据(表 5): 相对不确定度:

0. 13%; 不确定度: 2. 3 mm

第三组数据(表 6): 相对不确定度:

0. 07%; 不确定度: 1. 3 mm

2) 叉丝交点对准法一(叉丝竖线竖

直):

第一组数据(表7): 相对不确定度: 0.13%; 不确定度: 2.3 mm

第二组数据(表8): 相对不确定度: 0.11%; 不确定度: 1.9 mm

第三组数据(表9): 相对不确定度: 0.15%; 不确定度: 2.7 mm

3) 叉丝交点对准法二(叉丝竖线倾斜):

第一组数据(表10): 相对不确定度: 0.08%; 不确定度: 1.4 mm

第二组数据(表11): 相对不确定度: 0.08%; 不确定度: 1.4 mm

第三组数据(表12): 相对不确定度: 0.07%; 不确定度: 1.2 mm

通过以上比较可知: 叉丝交点对准法二, 即叉丝竖线倾斜时, 测量结果的相对不确定度较其他两种方法小且稳定, 不确定度也最小. 所以叉丝交点对准法二(叉丝竖线倾斜)是三种方法之中最佳的测量方法. 对此结论从理论上进行分析: 叉丝竖线倾斜时人的视觉感官对叉丝交点是否对准暗条纹宽度中心更敏感, 测量所得数据就更准确, 从而较其它两种方法所测数据的相对不确定度小, 这样结果的相对不确定度就减小了. 相反, 叉丝竖线竖直时反而不能准确判断暗条纹中心位置, 使得结果相对不确定度偏大. 从上面的结果也体现了这一点. 同时还有造成测量中无意识与叉丝竖线切环法混淆的错误操作的可能. 笔者认为叉丝竖线切环法相对不确定度较大的主要原因是: 暗环和亮环的分界处是人眼无法准确判断的, 这样就会引入较大的误差; 相反, 暗环最暗处人眼则更容易判断, 叉丝交点对准暗环中心就更准确, 所以误差对结果相对不确定度影响小.

5.2 分析暗环环数之差 m 对相对不确定度的影响

三种测量方法的数据处理中都是取暗环环数之差 $m=10$. 按理论分析 m 的取值不同, 对准误差对结果的影响也应该有差异, 下面取叉丝交点对准法二(叉丝竖线倾斜)的实验数据进行研究, m 分别取 5、15、20. 如表 13 ~ 15 所示.

表 13 取 $m=5$ $k=11 \sim 15$ 时的数据处理表 (mm)
Tab. 13 The experimental data for $m=5$ $k=11 \sim 15$ (mm)

环数 $k+m$	L_{k+m}	环数 k	L_k	$L_{k+m}^2 - L_k^2$	$L_{k+m}^2 + L_k^2$	R_k	$S_B(L_{k+m}^2 - L_k^2)$	$p(k)$
20	9.130	15	7.905	20.868	145.846	1770.6	0.137	53.28
19	8.900	14	7.635	20.917	137.503	1774.7	0.133	56.53
18	8.665	13	7.355	20.986	129.178	1780.6	0.129	60.09
17	8.420	12	7.075	20.841	120.952	1768.3	0.124	65.04
16	8.165	11	6.775	20.767	112.568	1762.0	0.120	69.44

表 14 取 $m=15$ $k=11 \sim 15$ 时的数据处理表 (mm)
Tab. 14 The experimental data for $m=15$ $k=11 \sim 15$ (mm)

环数 $k+m$	L_{k+m}	环数 k	L_k	$L_{k+m}^2 - L_k^2$	$L_{k+m}^2 + L_k^2$	R_k	$S_B(L_{k+m}^2 - L_k^2)$	$p(k)$
30	11.170	15	7.905	62.280	187.258	1761.4	0.155	41.62
29	10.985	14	7.635	62.377	178.963	1764.2	0.151	43.86
28	10.800	13	7.355	62.544	170.736	1768.9	0.148	45.65
27	10.600	12	7.075	62.304	162.416	1762.1	0.144	48.23
26	10.400	11	6.775	62.259	154.061	1760.8	0.140	51.02

表 15 取 $m=20$ $k=6 \sim 10$ 时的数据处理表 (mm)
Tab. 15 The experimental data for $m=20$ $k=6 \sim 10$ (mm)

环数 $k+m$	L_{k+m}	环数 k	L_k	$L_{k+m}^2 - L_k^2$	$L_{k+m}^2 + L_k^2$	R_k	$S_B(L_{k+m}^2 - L_k^2)$	$p(k)$
30	11.170	10	6.465	82.973	166.565	1760.0	0.146	46.91
29	10.985	9	6.130	83.093	158.247	1762.5	0.142	49.59
28	10.800	8	5.780	83.232	150.048	1765.5	0.139	51.76
27	10.600	7	5.410	83.092	141.628	1762.5	0.135	54.87
26	10.400	6	5.005	83.110	133.210	1762.9	0.131	58.27

$$\text{则有: } \overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 20.876 \text{ mm}^2, \sum p(k) = 304.38, y(k) = 20.872 \text{ mm}^2, S_C(y(k)) = 0.0376 \text{ mm}^2.$$

加权平均法结果: $\bar{R} = 1770.9 \text{ mm}$,

$$\frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.0019 \text{ 即: } S_C(\bar{R}) = 3.4 \text{ mm}, R =$$

$$= 1770.9(1 \pm 0.0019) \text{ mm}.$$

$$\text{逐差法结果: } \bar{R} = \frac{D_{k+m}^2 - D_k^2}{4m\lambda} = 1771.3$$

mm.

$$\frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.0077 \text{ 即: } S_C(\bar{R}) = 13.7$$

$$\text{mm } R = \bar{R} \pm S_C(\bar{R}) = 1771.3(1 \pm 0.0077) \text{ mm}.$$

$$\text{则有: } \overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 62.353 \text{ mm}^2, \sum p(k)$$

$$= 230.38, y(k) = 62.351 \text{ mm}^2, S_C(y(k)) = 0.0519 \text{ mm}^2.$$

$$\text{加权平均法结果: } \bar{R} = 1763.4 \text{ mm}, \frac{S_C(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.0010 \text{ 即: } S_C(\bar{R}) = 1.8 \text{ mm}, R = 1763.4(1 \pm 0.0010) \text{ mm}.$$

逐差法结果: $\bar{R} = \frac{D_{k+m}^2 - D_k^2}{4m\lambda} = 1\,763.5\text{ mm}$, $\frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.003\,2$ 即: $S_c(\bar{R}) = 5.6\text{ mm}$, $R = \bar{R} \pm S_c(\bar{R}) = 1\,763.5(1 \pm 0.003\,2)\text{ mm}$.

则有: $\overline{L_{k+m}^2 - L_k^2} = 83.100\text{ mm}^2$, $\Sigma p(k) = 261.40$, $y(k) = 83.103\text{ mm}^2$, $S_c(y(k)) = 0.039\,9\text{ mm}^2$.

加权平均法结果: $\bar{R} = 1\,762.7\text{ mm}$, $\frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.000\,7$ 即: $S_c(\bar{R}) = 1.2\text{ mm}$, $R = 1\,763.4(1 \pm 0.007)\text{ mm}$.

逐差法结果: $\bar{R} = \frac{D_{k+m}^2 - D_k^2}{4m\lambda} = 1\,762.7\text{ mm}$, $\frac{S_c(\bar{R})}{\bar{R}} = 0.002\,1$ 即: $S_c(\bar{R}) = 3.7\text{ mm}$, $R = \bar{R} \pm S_c(\bar{R}) = 1\,762.7(1 \pm 0.002\,1)\text{ mm}$.

0.002 1) mm.

通过以上几组数据结果的相对不确定度的比较,特别是逐差法结果的相对不确定的互比较可以看到, $m=20$ 时加权平均法和逐差法所得结果的相对不确定度最小, m 的值越大相对不确定度越小,不确定度也越小,总的趋势是随着 m 的增大,相对不确定度减小.将上面 $m=15$ 的表 14 的结果的相对不确定 0.001 0 与前面计算的 $m=10$ 的表 11 的结果的相对不确定度 0.000 7 比较有些反常,但相差不大,个人认为是测量中某个数据不准确所致.由此可见暗环环数之差越大,其对相对不确定度的影响越小.

6 结论

本文通过逐差法、加权平均法处理叉丝竖线切环法所测得实验数据证实了加权平均法是最佳的数据处理方法.随后证明了叉丝交点对准法二(叉丝竖线倾斜)是三种测量方法中的最佳方法.本文还研究了暗环环数之差 m 的大小对相对不确定度的影响,考虑到实验实际:距牛顿环中心近的暗环宽度过宽,则暗环宽度中心不易判断而使测量不确定度增大;距牛顿环中心太远的暗环宽度及环间距过小,且明暗条纹对比度也愈来愈弱,从而很难确定暗环宽度中心位置使测量不确定度增大.所以 m 不可能无限大,为计算方便考虑,一般选用 $m=20$ 较为合适.暗环级次选择 6~35 是比较合适的.处理数据时发现加权平均法过于复杂,而逐差法相对简单得多,并且两者在 \bar{R} 的大小上相差很小.所以在不要求精度很高的曲率半径测量中,逐差法任然是一种简单可行的数据处理方法.

参考文献:

- [1] 王奇思,孙健,马世红.基于彩虹光学原理测量介质材料折射率的新方法[J].大学物理,2012(2):55-58.
- [2] 孔维姝,赵维金.探讨测量液体表面张力系数的优化方法[J].大学物理,2012(3):32-34.
- [3] 李学慧,高峰,孙炳全,等.大学物理实验[M].北京:高等教育出版社,2006:82-84.
- [4] 陈聪,李定国,刘照世,等.大学物理实验[M].北京:国防工业出版社,2008:165-166.
- [5] 蒋冰峰,熊小勇,高雁军.用牛顿环测平凸透镜曲率半径的规范操作研究[J].湖北民族学院学报:自然科学版,2004,22(4):83-85.
- [6] 左安友,翁祝林,李兴鳌.牛顿环实验误差分析及改进[J].湖北民族学院学报:自然科学版,2006,24(4):410-412.
- [7] 李春贵.大学物理实验中 A 类不确定度探究[J].大学物理,2012(1):35-38.
- [8] 宋宏权.牛顿环实验中不确定度的细致分析[J].中国教育技术装备,2008(19):88-90.
- [9] 陈殿伟,盖啸尘,王显德,等.牛顿环实验测量结果不确定度的评定[J].大学物理实验,2007(9):72-74.
- [10] 陈金太.大学物理实验[M].厦门:厦门大学出版社,2005:3-13.
- [11] 李平舟,陈秀华,吴兴林.大学物理实验[M].西安:西安电子科技大学出版社,2005:4-5.
- [12] 崔益和,殷长荣.物理实验[M].苏州:苏州大学出版社,2008:4-5.
- [13] 梁家惠,李朝荣,徐平,等.基础物理实验[M].北京:北京航空航天大学出版社,2005:13-14.
- [14] 黄曙江.牛顿环测量中数据的权 and 不确定度[J].中国测试技术,2004,30(2):32-33,64.
- [15] 赵纪平,徐庆强.牛顿环实验数据处理的最佳方法[J].徐州师范大学学报:自然科学版,2001(12):48-50.
- [16] 李晓莉.牛顿环测透镜曲率半径数据处理方法的分析[J].现代电子技术,2010(8):141-144.