一、判断题，如果错误请简单说明。（20分）

1、任何周期的采样信号均可还原为原信号。 错误

2、一个连续的时间信号，经过理想抽样后，其频谱以抽样频率 $\Omega s=2\pi/T$ 为间隔而重复，也就是频谱产生周期延拓。 正确

3、对于序列x(n)和x(2n)，若x(n)是以抽样间隔T对连续信号x(t)抽样得到，则x(2n)相当于抽样间隔从T增加到2T。 正确

4、两个线性移不变系统级联后仍构成一个线性移不变系统。 正确

5、对于一个因果稳定的线性移不变系统，其系统函数的全部极点必须在单位圆内。 正确

6、某一离散和非周期的时间函数，其频率函数是离散和周期的 错误

7、卷积和是求系统全响应的时域方法。 错误

8、 序列x(-n-2)是对序列x(n)翻褶后再右移2位得到的。 错误

9、若有限长序列 $x_1(n)$ 长度为 N_1，序列 $x_2(n)$ 长度为 N_2，那么当 $L\le N_1+N_2-1$ 时，L点的圆周卷积可以计算线性卷积。 错误

10、 正弦型序列一定是周期信号。 错误

二、填空（25分）

1、单位冲激响应h(n)可以唯一地描述一个线性移不变系统，设系统的输入序列为x(n)，则输出序列y(n)=$y(n)=h(n)*x(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h(m)x(n-m)$.

2、模拟信号 $x(t)=\cos(2\pi\times1000t)$，以T=0.25ms为间隔进行采样，则数字频率ω=0.5π，采样后序列为x(n)=$x(t)=\cos(0.5\pi n)$。

4、若x(n) 的Z变换为 X(z)，则 x(-n)的Z变换为X(1/z)，x(n-4)的Z变换为$z^{-4}X(z)$，$2^n x(n)$的Z变换为X(z/2)。

5、序列 $e^{-j0.4\pi n}$ 的周期为5；

序列 $\cos\left(\frac{3\pi}{4}n+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}n+\frac{\pi}{6}\right)$ 的周期为24；

6、序列x(n)=$0.2^n u(n)$,此序列的Z变换为$\frac{z}{z-0.2}$；其收敛域为$|z|>0.2$。

7、s平面的虚轴对应着Z 平面的__单位圆________。

8、若已知某系统的单位抽样响应为$2^n u(-n)$，则系统的因果性和稳定性分别为 非因果 和 稳定。

9、傅里叶变换的四种形式为连续时间非周期信号的傅里叶变换、傅里叶级数、非周期序列的傅里叶变换和周期序列的傅里叶级数对。

10、利用DFT分析模拟信号频谱时，可能出现的问题有频谱混叠失真、频谱泄露和栅栏效应。

11、若系统的单位抽样响应h(n)=2δ(n)- δ(n-1)+3 δ(n-2),则系统的频率响应为$\underline{H(e^{j\omega})=2}$。$-e^{-j\omega}+3e^{-j2\omega}$

12、若线性移不变系统的输入信号为x(n)，输出信号为y(n)，则输入信号为x(n-2),则输出信号为y(n-2)；若输入信号为3x(n)，则输出信号为3y(n)。

13、若在十秒内采集了50000个数据，若满足采样定理，则信号的最高频率不能大于2500Hz。

三、问答及计算题（55分）

1、连续信号离散后，其频谱会发生什么变化?

若采样周期为Ts，则离散信号的频谱是连续信号的频谱按照Ωs进行周期性延拓构成。

2、一个连续时间信号，采用FFT对其作谱分析，若已知信号的最高频率f_h=2.5KHz，若FFT的频率分辨率≤5Hz，求：

（1）临界的采样频率f_s； f_s =5000Hz

（2）最小记录长度T_0； T_0 =1/5=0.2s

（3）在一个记录中，最少点数N。 $N > f_s / F_0$

3、简述X(z)、 X($e^{j\omega}$)和X(k)之间的关系。

(1) $X(z)$和$X(e^{j\omega})$的关系

$$X(e^{j\omega}) = X(z)|_{z=e^{j\omega}} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega n}$$

因此，序列的离散时间傅立叶变换$X(e^{j\omega})$是其z变换$X(z)$在单位圆（$z = e^{j\omega}$）上的数值。

(2) $\boldsymbol{X(z)}$和$\boldsymbol{X(k)}$的关系

$$X(k)=X(z)\big|_{z=W_N^{-k}=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

因此，有限长序列的离散傅立叶变换$X(k)$是其z变换$X(z)$在单位圆上的均匀抽样值（共有N 点抽样）。

4、已知序列x(n)={1, -1, 2, 3}, 求

（1） $X(e^{j\omega})$

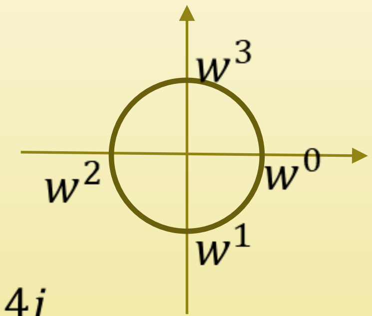
（2） X(k)和X(3)

(3) x(n)⑤x(n)， $\sum_{k=0}^{3} X(k)$

(4) x(n)*x(n)

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{3} x(n)e^{-j\omega n} = 1 - e^{-j\omega} + 2e^{-j2\omega} + 3e^{-j3\omega}$$

$$X(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \sum_{n=0}^{3} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{4}nk} = 1 - W_4^{k} + 2W_4^{2k} + 3W_4^{3k}$$



$$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{3} X(k)\, w_N^{-nk}$$

$$\sum_{K=0}^{3} X(k) = Nx(0) = 4$$

$$X(3)=1-w_4^3 + 2w_4^6 + 3w_4^9 = -1 - 4j$$

$$\begin{array}{rrrrrrr}
 & & & 1 & -1 & 2 & 3 \\
 & & & 1 & -1 & 2 & 3 \\
\hline
 & & & 3 & -3 & 6 & 9 \\
 & & 2 & -2 & 4 & 6 & \\
 & -1 & 1 & -2 & -3 & & \\
1 & -1 & 2 & 3 & & & \\
\hline
1 & -2 & 5 & 2 & -2 & 12 & 9
\end{array}$$

$$x(n) ⑤ x(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 7 \\ 5 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

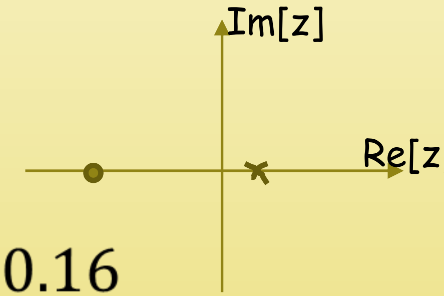
$$x(n) * x(n) = \{1,-2,5,2,-2,12,9\}$$

6、一个线性移不变因果系统用下列差分方程描述

$$y(n)-0.16y(n-1)=x(n)+0.25x(n-1)$$

（1）求系统的系统函数H（Z），画出零极点图，确定收敛域，并判断其稳定性；

（2）根据零极点粗略画出幅频响应曲线（$|H(e^{j\omega})|\sim\omega$），说明系统的滤波特性。

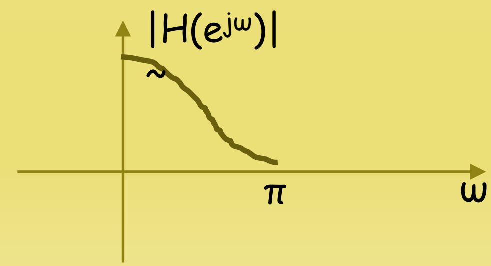


解：(1) $H(z)=\dfrac{1+0.25z^{-1}}{1-0.16z^{-1}}$

已知系统为因果系统，所以收敛域为$|z|>0.16$

极点在单位圆内，所以本系统为稳定系统。

（2）因为零点决定频率响应的波谷，极点决定频率响应的波峰，在[-π~ π]区间内，根据曲线图判断，这是一个一阶低通滤波器。



7、设计一个线性相位FIR低通滤波器，

给定抽样频率为 $\Omega_s = 2\pi \times 1.5 \times 10^4 (rad/\sec)$,

通带截止频率为 $\Omega_p = 2\pi \times 1.5 \times 10^3 (rad/\sec)$

阻带起始频率为 $\Omega_{st} = 2\pi \times 3 \times 10^3 (rad/\sec)$

阻带衰减不小于-50dB，幅度特性如图所示

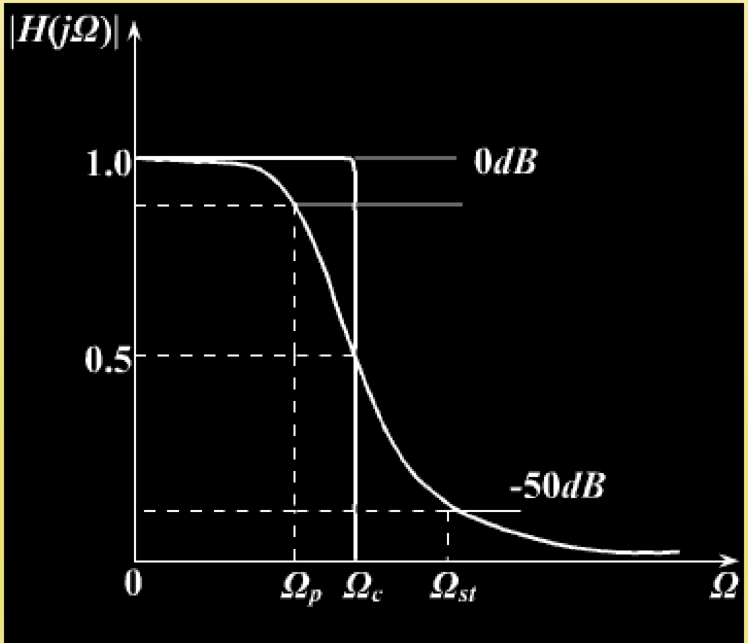


图7-14 例7-1要求的模拟低通滤波器特性

解：1）求数字频率

$$\omega_p = \Omega_p / f_s = 2\pi\Omega_p / \Omega_s = 0.2\pi$$

$$\omega_{st} = \Omega_{st} / f_s = 2\pi\Omega_{st} / \Omega_s = 0.4\pi$$

$$\delta_2 = 50dB$$

2）求$h_d(n)$

$$H_d(e^{j\omega})=\begin{cases} e^{-j\omega\tau} & -\omega_c\le\omega\le\omega_c \\ 0 & -\pi\le\omega\le-\omega_c,\omega_c\le\omega\le\pi \end{cases}$$

$$\omega_c=\frac{\Omega_c}{f_s}=2\pi\frac{1/2\left(\Omega_p+\Omega_{st}\right)}{\Omega_s}=0.3\pi$$

$$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-j\omega\tau}e^{j\omega n}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c}e^{j\omega(n-\tau)}d\omega$$

$$=\begin{cases} \dfrac{1}{\pi(n-\tau)}\sin[\omega_c(n-\tau)] & n\ne\tau \\ \dfrac{\omega_c}{\pi} & n=\tau \end{cases}$$

$$\tau=\frac{N-1}{2}$$

3）选择窗函数：由$\delta_2 = 50dB$　确定海明窗（-53dB）

$$w(n) = \left[0.54 - 0.46\cos\frac{2\pi n}{N-1}\right] R_N(n)$$

4）确定N值

海明窗带宽：$\Delta\omega = \dfrac{6.6\pi}{N}$

$$\Delta\omega = 2\pi\frac{\Omega_{st} - \Omega_p}{\Omega_s} = 0.2\pi$$

$$N = \frac{A}{\Delta\omega} = \frac{6.6\pi}{0.2\pi} = 33$$

$$\tau = \frac{N-1}{2} = 16$$

5）确定FIR滤波器的$h(n)$

$$h(n)=h_d(n)w(n)$$

$$=\frac{\sin\left[0.3\pi\left(n-16\right)\right]}{\pi\left(n-16\right)}\cdot\left[0.54-0.46\cos\frac{\pi n}{16}\right]R_{33}(n)$$

6）求$H(e^{j\omega})$，验证

若不满足，则改变N
或窗形状重新设计

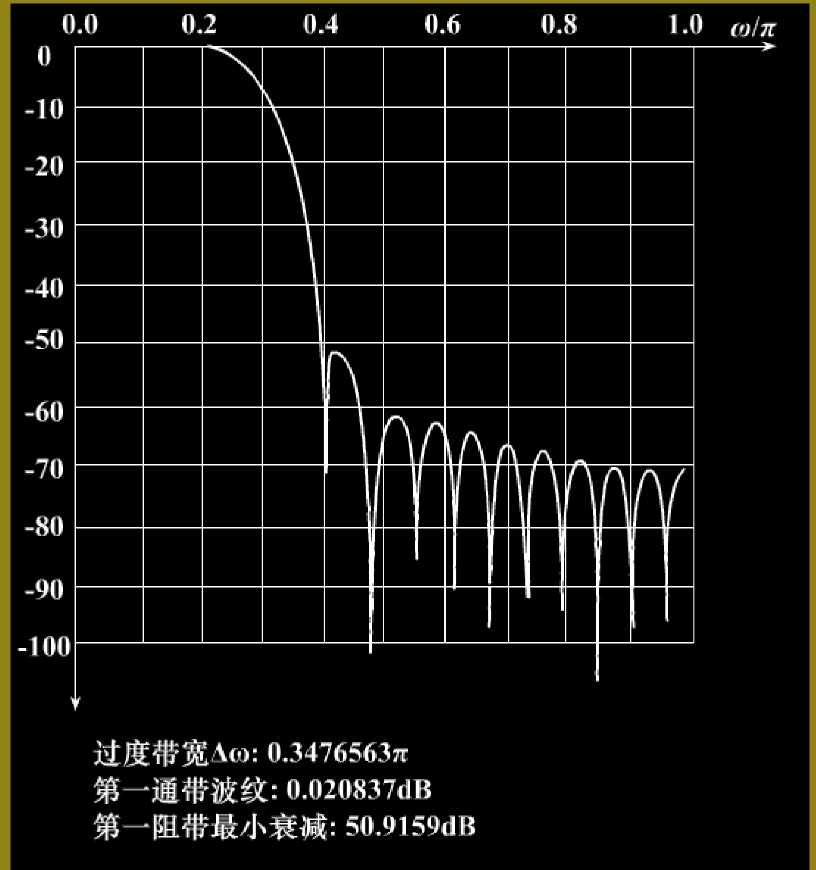


图7-15 例7-1设计出的线形相位*FIP*低通滤波器幅频特性
(海明窗，N=33)