工程经济学

第三章 资金的时间价值与等值计算

第三章 资金的时间价值与等值计算

- ☞ 资金的时间价值及等值计算
- ☞ 利息与利息率
- ☞ 资金等值计算

第一节 资金的时间价值及等值计算

"资金的时间价值"——日常生活中常见

——今天你是否该买东西或者是把钱存起来以后再买？不同的行为导致不同的结果，例如：你有1000元，并且你想购买1000元的冰箱。

- 如果你立即购买，就分文不剩；
- 如果你把1000元以6%的利率进行投资，一年后你可以买到冰箱并有60元的结余。（假设冰箱价格不变）
- 如果同时冰箱的价格由于通货膨胀而每年上涨8%，那么一年后你就买不起这个冰箱。

——最佳决策是立即购买冰箱。显然，只有投资收益率＞通货膨胀率， 才可以推迟购买

某企业拟进行项目投资。目前有两个方案可供选择。如果其他条件都相同，该企业应选择哪个方案。

年份		0	1	2	3
方案甲	投资总额	5000			
	年净收益		2000	3000	5000
方案乙	投资总额	5000			
	年净收益		5000	3000	2000

某企业面临一项目的投资决策。目前有两个方案可选择。如果其他条件都相同，该企业应选择哪个方案。

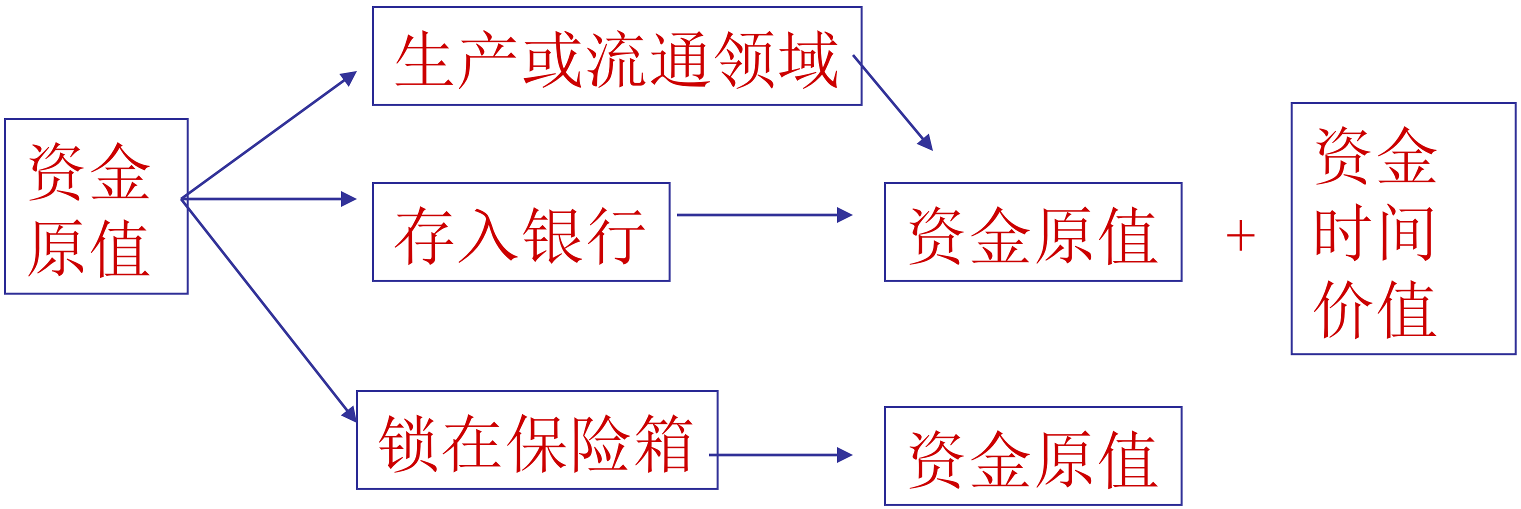
年份		0	1	2	3	4
方案丙	投资总额	5000				
	年净收益			2000	3000	5000
方案丁	投资总额	3000	2000			
	年净收益			2000	3000	5000

一、资金的时间价值

不同时间发生的等额资金在价值上的差别，称为资金的时间价值，如利润、利息。

♥ 投资者看——资金增值(将资金用作某种投资，在资金的运动过程中可获得一定的利润，即资金有了增值，资金在这段时间中所产生的增值就反映了资金的时间价值)。

♥ 消费者看——对放弃现期消费的补偿(如果放弃资金的使用权利，就相当于付出了一定的代价，在一定的时间内，这种代价就是资金的时间价值。)



影响资金时间价值的因素：

1）投资收益率　2）通货膨胀率　3）项目风险

二、资金等值的概念

资金等值：在利率的作用下，不同时点发生的、绝对值不等的资金具有相等的经济价值。

例如：

今天拟用于购买冰箱的1000元，与放弃购买去投资一个收益率为6%的项目，在来年获得的1060元相比，二者具有相同的经济价值。

推论：如果两笔资金等值，则这两笔资金在任何时点处都等值（简称“相等”）。

资金的等值计算

利用等值的概念，把一个时点发生的资金金额换算成另一个时点的等值金额的过程，称为资金的等值计算。等值计算是“时间可比”的基础。

例： 2003.11. 2004.11.

1000元 → 1000（1＋6％）＝1060元

第二节　利息、利率及其计算

- 在经济社会里，货币本身就是一种商品。利（息）率是货币（资金）的价格。
- 利息是使用（占用）资金的代价（成本），或者是放弃资金的使用所获得的补偿，其数量取决于

1）使用的资金量（P）

2）使用资金的时间长短（n)

3）利率　（i）

大量货币交易时，长的时间周期，高的利率，对资金价值的估计十分重要。

一、利息的计算

设P为本金，I为一个计息周期内的利息，则利率i为:

$$i = \frac{I}{P} \times 100\%$$

1、**单利法**　　仅对本金计息，利息不生利息。

$$I_n = P \cdot n \cdot i$$

$$F_n = P(1 + i \cdot n)$$

n: 计息期数

F: 本利和

一、利息的计算（续）

2、复利法　当期利息计入下期本金一同计息，即利息也生息。

$$F_1 = P + P \cdot i = P(1+i)$$

$$F_2 = F_1 + F_1 \cdot i = P(1+i)^2$$

$$F_3 = F_2 + F_2 \cdot i = P(1+i)^3$$

$$\cdots$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-1} \cdot i = P(1+i)^n$$

$$\Rightarrow \quad F_n = P(1+i)^n$$

举　例

例 存入银行**1000**元，年利率**6%**，存期**5**年，求本利和。

- 单利法 $$F = 1000(1 + 5 \times 6\%) = 1300$$
- 复利法 $$\boldsymbol{F = 1000(1 + 6\%)^5 = 1338.23}$$

同一笔资金，i、n相同，用复利法计息比单利法要多出38.23元，复利法更能反映实际的资金运用情况。（P 34表3-1，P35表3-2）

——经济活动分析采用复利法。

举　例

- 投资100万，月利率1%，一年后，利息为多少？本利和为多少？年利率为多少？（用单利、复利计算）

解：单利：

利息　$I=100\times1\%\times12=12$万

- 本利和　$F=100+12=112$万
- 年利率　$i=1\%\times12=12\%$

- 复利：
- 本利和　$F=100\times(1+1\%)^{12}=112.68$万
- 利息　$I=112.68-100=12.68$万
- 年利率　$i=12.68/100=12.68\%$

二、名义利率和实际利率

当利率的时间单位与计息周期不一致时，若采用复利计息，会产生名义利率与实际利率不一致问题。

名义利率r：计息期利率与一年内计息次数的乘积，则计息期利率为r/n。

一年后本利和 $$F=P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}$$

年利息 $$I=F-P=P\left[\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}-1\right]$$

年实际利率 $$i=\frac{I}{P}=\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}-1$$

二、名义利率和实际利率

- 通常所说的年利率都是名义利率。通常表达为："年利率12%，按季复利计息"。
- 名义利率（r）

  ＝计息期利率×每年的计息期数
- 实际利率（i）

  $=（1+计息期利率）^{每年计息期数}-1$
- 注意：P 37表3-3

举　例

例　本金**1000**元，年利率**12%**

- 每年计息一次，一年后本利和为

$$F = 1000(1+12\%) \quad = 1120$$

- 每月计息一次，一年后本利和为

$$\boldsymbol{F = 1000(1+\frac{0.12}{12})^{12} = 1126.8}$$

- 计算年实际利率

$$\boldsymbol{i = \frac{1126.8-1000}{1000} \times 100\% = 12.68\%}$$

举 例

某企业拟向国外银行贷款1500万，5年后一还清。今有法国某银行愿意按年利率17％贷出，按年计息，德国某银行愿意按年利率16％贷出，按月计息。问该企业向哪个银行贷款较经济？

解：

- 法国：$F＝P（1+i）^{5}=3288.67$万
- 德国：年实际利率$i＝（1＋16\%/12）^{12}－1＝17.227\%$
- $F=P(1+i)^{5}＝1500（1＋17.227\%）^{5}＝3320.699$万
- 或 $F=1500(1+0.16/12)^{60}＝1500（1＋0.013）^{60}＝3320.7$万
- 所以向法国银行贷款较经济。

三、间断计息和连续计息

1. 间断计息　可操作性强

计息周期为一定的时段（年、季、月、周），且按复利计息的方式称为间断计息。

2. 连续计息　符合客观规律，可操作性差

$$i=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}-1=\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n/r}\right]^{r}-1=e^{r}-1$$

第三节 资金的等值计算

- 基本概念
- 一次支付类型计算公式（1组公式）
- 等额分付类型计算公式（2组公式）

一、基本概念

一定数额资金的经济价值决定于它是何时获得的。因为资金可以用来赚钱或购买东西，今天得到的1元比以后获得的1元具有更多的价值。

1. 决定资金等值的三要素

1）资金数额；2）资金发生的时刻；3）利率

P38 案例

一、基本概念（续）

2. 几个术语(P38-39)

- **折现（贴现）：** 把将来某一时点的资金金额换算成现在时点（基准时点）的等值金额的过程
- **现值：** 折现到计算基准时点(通常为计算期初)的资金金额
- **终值（未来值）：** 与现值相等的将来某一时点上的资金金额

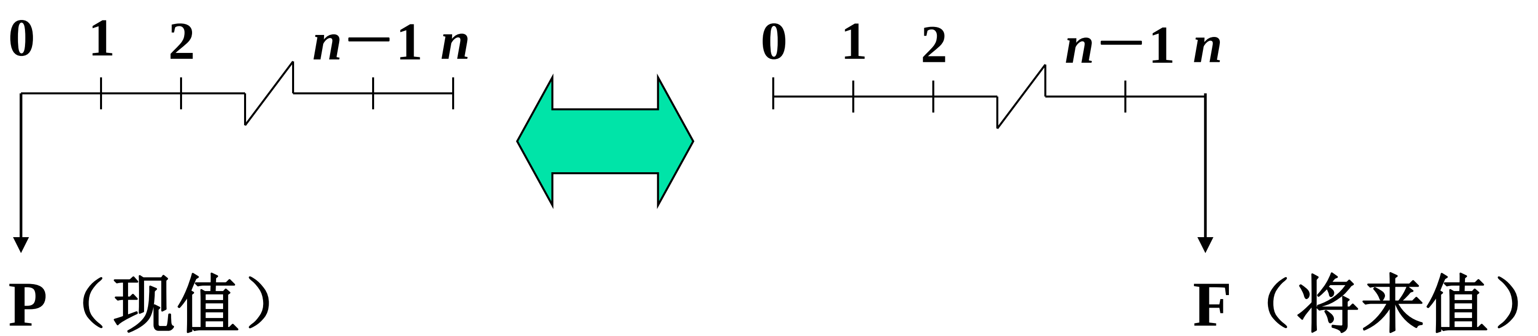
现值和终值是相对的。两时点上的等值资金，前时刻相对于后时刻，为现值；后时刻相对于前时刻，为终值。

- **折现率：** 等值计算的利率（假定是反映市场的利率 ）

二、一次支付（整付）类型公式

- 整付：分析期内，只有一次现金流量发生
- 现值P (present value）与将来值（终值）F（future value)之间的换算

现金流量模型:



1. 整付终值计算公式

已知期初投资为***P***，利率为***i***，求第***n***年末收回的本利和（终值）***F***。

$$F = P(1+i)^n = P(F/P,i,n)$$

$(1+i)^n$称为整付终值系数，记为$(F/P,i,n)$

2. 整付现值计算公式

已知未来第n年末将需要或获得资金F，利率为i，求期初所需的投资P。

$$P = F\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right] = F(P/F,i,n)$$

$(1+i)^{-n}$称为整付现值系数，记为$(P/F,i,n)$

- $F = P(F/P,i,n)$与$P = F(P/F,i,n)$互为逆运算
- $(F/P,i,n)$与$(P/F,i,n)$互为倒数

例题1

例1：某人把1000元存入银行，设年利率为6%，5年后全部提出，共可得多少元？

$$F = P(1+i)^n$$
$$= 1000 \times (F/P, 6\%, 5)$$
$$= 1000 \times 1.338 = 1338(\text{元})$$

查表得：（F/P,6%,5）＝1.338

例2: P40 例3-2

例题2

例2：某企业计划建造一条生产线，预计5年后需要资金1000万元，设年利率为10%，问现需要存入银行多少资金？

$$P = F(1+i)^{-n}$$
$$= 1000 \times (P/F, 10\%, 5)$$
$$= 1000 \times 0.6209 = 620.9(\text{万元})$$

例2: P40 例3-3

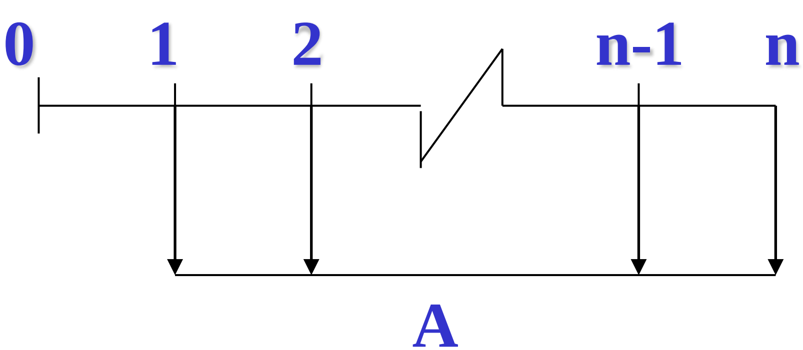
三、等额分付类型计算公式

“等额分付”的特点:在计算期内

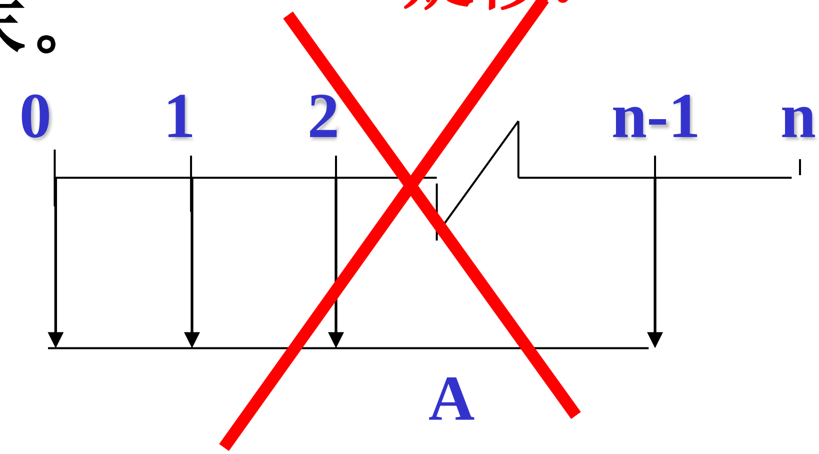
1）每期支付是大小相等、方向相同的现金流，用年值A表示；

2）支付间隔相同，通常为1年；

3）每次支付均在每年年末。

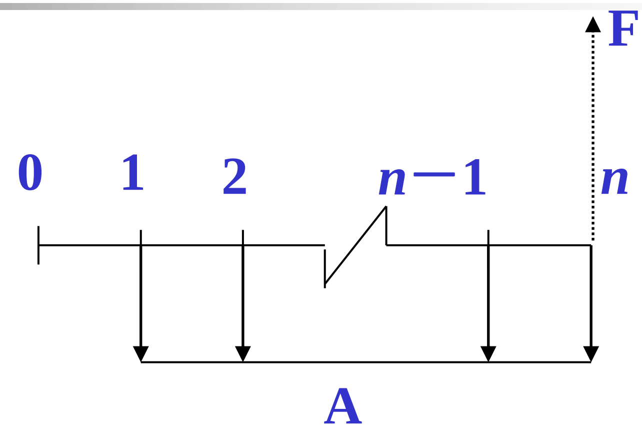


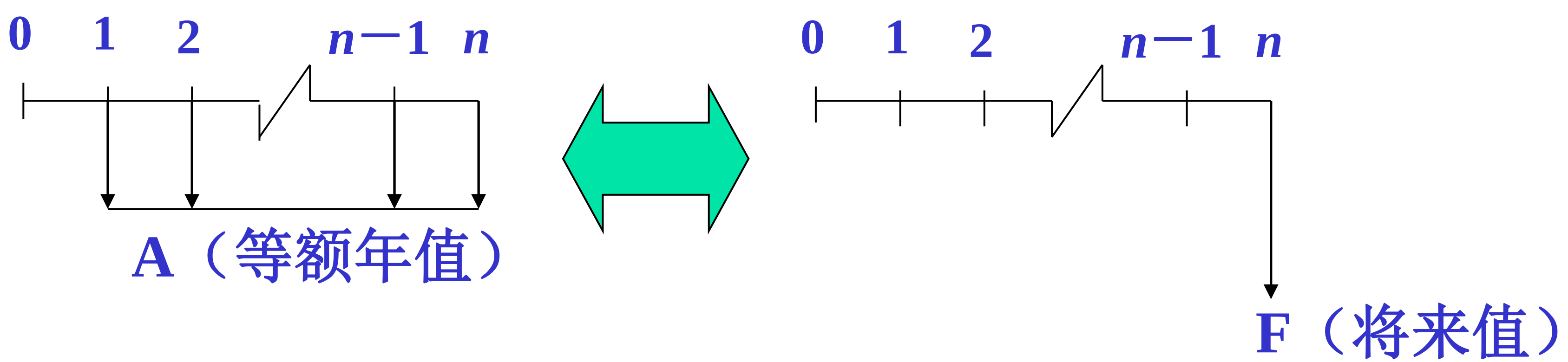
疑似!



等额年值A (annuity)与将来值F之间的换算

现金流量模型：

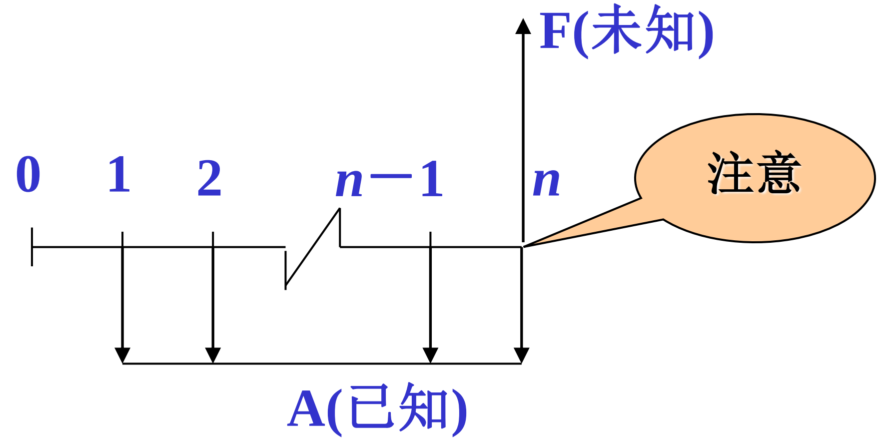




3. 等额分付终值公式

已知一个投资项目在每一个计息期期末有年金A发生，设收益率为i，求折算到第n年末的总收益F 。

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = A(F/A, i, n)$$



$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ 称为等额分付终值系数，记为 $(F/A,i,n)$

3.等额分付终值公式(续)

- 已知一个投资项目在每一个计息期期末有年金*A*发生，设收益率为*i*，求折算到第*n*年末的总收益F 。

$$F=A(1+i)^{n-1}+A(1+i)^{n-2}+A(1+i)^{n-3}+\dots+A(1+i)+A$$

$$=A[(1+i)^{n-1}+(1+i)^{n-2}+(1+i)^{n-3}+\dots+(1+i)+1] \quad ①$$

$$F(1+i)=A[(1+i)^{n}+(1+i)^{n-1}+(1+i)^{n-2}+\dots+(1+i)^{2}+(1+i)] \quad ②$$

②-① $\quad F(1+i)-F=A[(1+i)^{n}-1]$

$$F=A\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]=A(F/A,i,n)$$

例题3

某单位在大学设立奖学金，每年年末存入银行2万元，若存款利率为3%。第5年末可得款多少？

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

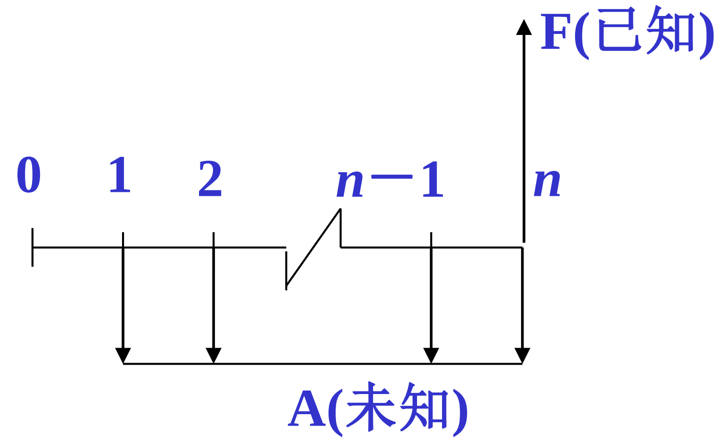
$$= A(F/A,3\%,5) = 2\times 5.309$$

$$= 10.618(\text{万元})$$

4. 等额分付偿债基金公式

已知F，设利率为i，求n年中每年年末需要支付的等额金额A。

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] = F(A/F,i,n)$$



$\frac{i}{(1+i)^n - 1}$称为等额分付偿债基金系数，记为$(A/F,i,n)$

例题4

某厂欲积累一笔福利基金，用于3年后建造职工俱乐部。此项投资总额为200万元，设利率为5%，问每年末至少要存多少钱？

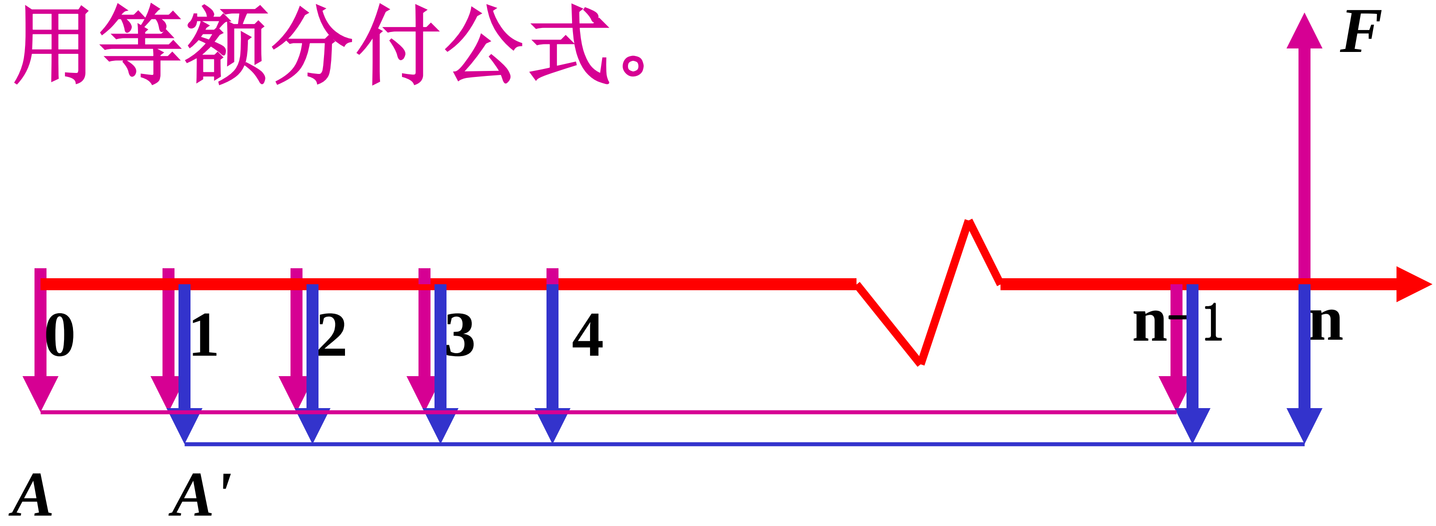
$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$= F(A/F,5\%,3) = 200 \times 0.31721$$

$$= 63.442(\text{万元})$$

疑似等额分付的计算

若等额分付的A发生在每年年初，则需将年初值折算为当年的年末值后，再运用等额分付公式。



$$A' = A(1+i)$$

$$F = A'\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = A(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

例题5

某大学生贷款读书，每年初需从银行贷款6,000元，年利率为4%，4年后毕业时共计欠银行本利和为多少？

$$F = A'\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = A(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

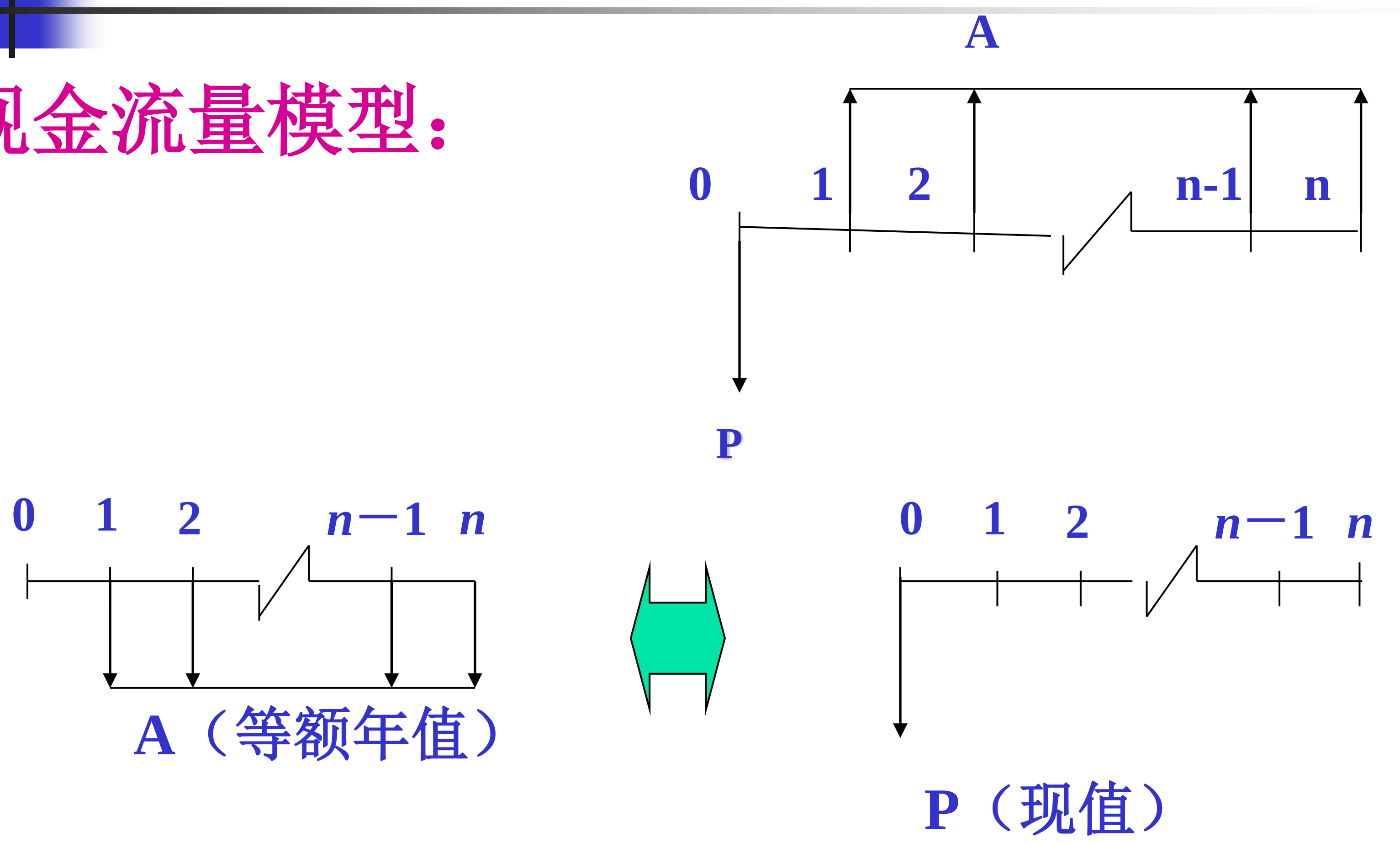
$$= 6000 \times (1+0.04) \times (F/A,4\%,4)$$

$$= 6000 \times 1.04 \times 4.246$$

$$= 26495.04(\text{元})$$

等额年值A与现值P之间的换算

现金流量模型：

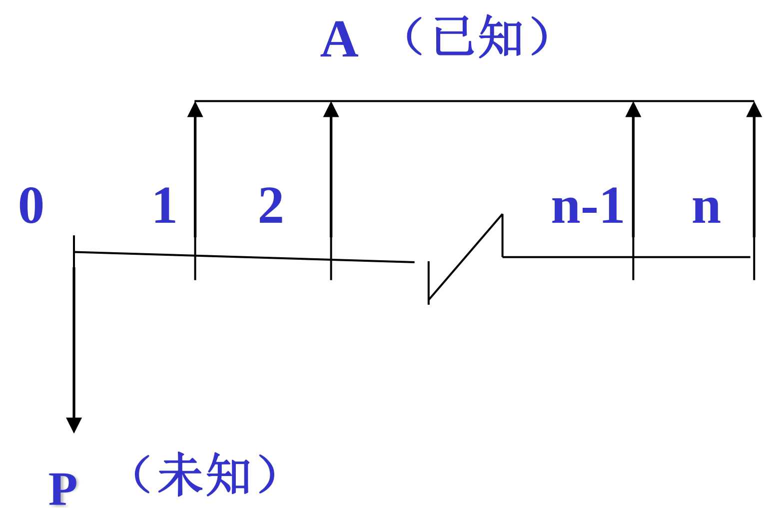


5. 等额分付现值计算公式

如果对某技术方案投资金额P，预计在未来的n年内，投资人可以在每年年末获得相同数额的收益A，设折现率为i，问P是多少？(推导 P 44)

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

$$= A(P/A, i, n)$$



$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ 称为等额分付现值系数，记为 $(P/A,i,n)$

例题6

某人贷款买房，预计他每年能还贷2万元，打算15年还清，假设银行的按揭年利率为5%，其现在最多能贷款多少？

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

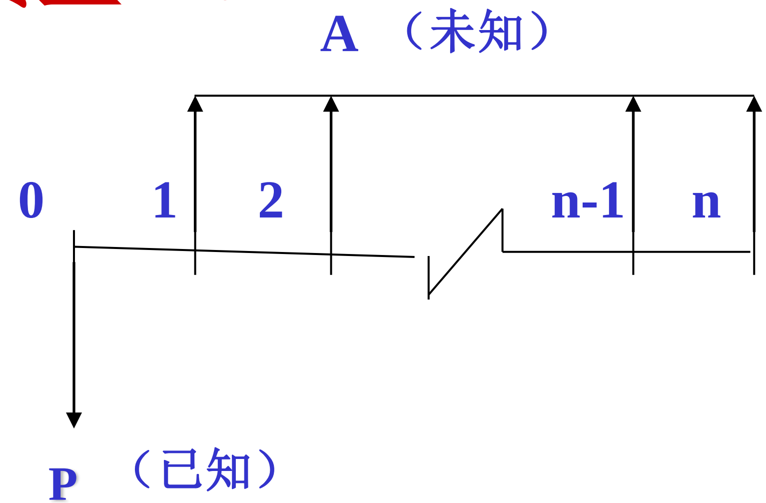
$$= 2\times(P/A,5\%,15)$$

$$= 2\times 10.380 = 20.76(\text{万元})$$

6. 等额分付资本回收计算公式

已知一个技术方案或投资项目期初投资额为*P*，设收益率为*i*，求在*n*年内每年年末可以回收的等额资金*A*。

$$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$$
$$= P(A/P, i, n)$$



$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ 称为等额分付资本回收系数，记为 $(A/P, i, n)$

例题7

某投资人投资20万元从事出租车运营，希望在5年内等额收回全部投资，若折现率为15%，问每年至少应收入多少？

$$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$= 20 \times (A/P, 15\%, 5)$$

$$= 20 \times 0.29832 = 5.9664(\text{万元})$$

资金等值计算的基本要点如下：

① 计息周期与复利率周期一致。

② 本期末即下期初。

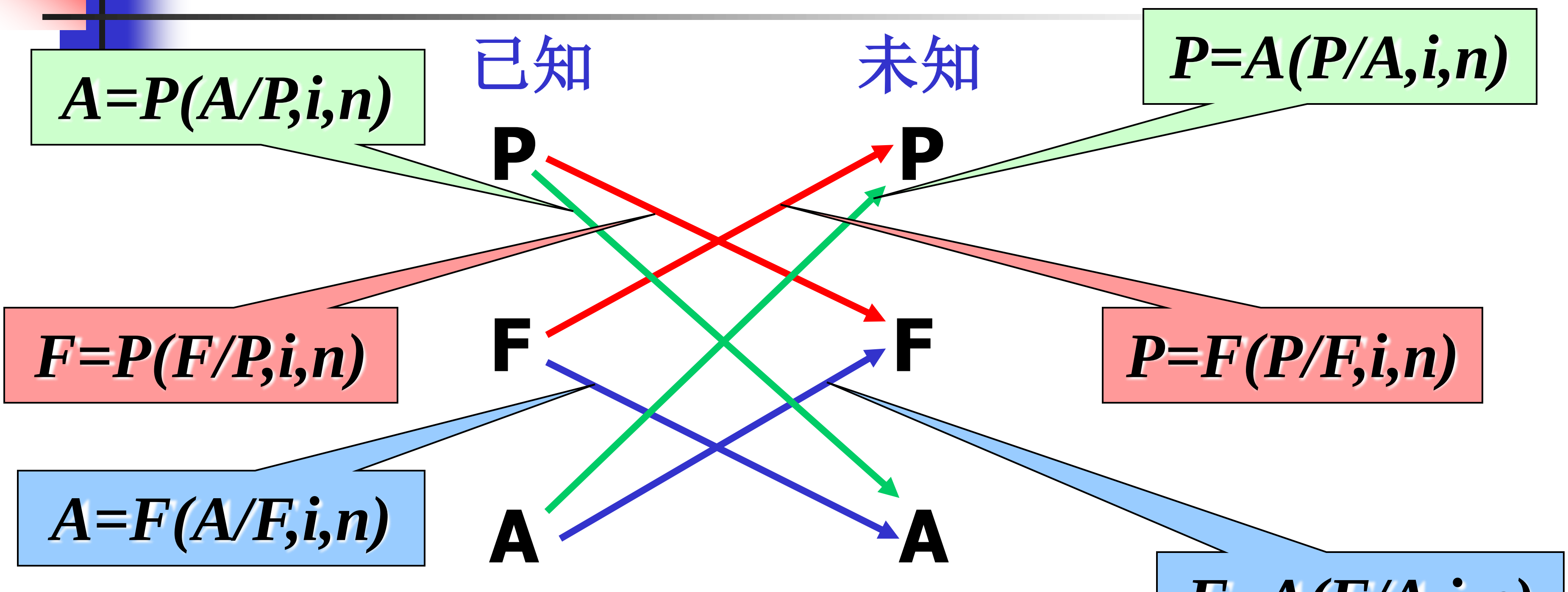
③ P发生在第一期初（O期）。

④ F发生在n期末。

⑤ 各期的等额系列A发生在每期末，计算期数为A的发生次数。

⑥当问题包括P与A时，P发生在第一个A的前一期，当问题包括F与A时，F的发生与最后一个A同期。

等值计算公式小结(P51-52)



- 3组互为逆运算的公式
- 3对互为倒数的等值计算系数
- （A/P，i，n）=（A/F，i，n）+i

等值计算公式小结

等值公式：

- 整付
  - 终值公式 $F = P(1+i)^{n}$
  - 现值公式 $P = F(1+i)^{-n}$
- 等额分付
  - 终值公式 $F = A\left[\dfrac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$
  - 偿债基金 $A = F\left[\dfrac{i}{(1+i)^{n}-1}\right]$
- 等额分付
  - 现值公式 $P = A\left[\dfrac{(1+i)^{n}-1}{i(1+i)^{n}}\right]$
  - 资本回收 $A = P\left[\dfrac{i(1+i)^{n}}{(1+i)^{n}-1}\right]$

- **图中，现值为P,终值F,等额分付A表示。每个末级花括号中均是一对逆运算。**

几种特殊情况的讨论

- 1、P 4 4，例 3 － 8
- 2 、永久年金**(n ⇒∞):**

$$P = A\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$\approx A / i$$

大多数情况下，年金都是在有限时期中发生的，但实际情况中，有些年金是无限的，如股份公司的经营具有连续性，可认为有无限寿命。P 45例3-9

支付方式	公式名称	已知数	所求项	复利计算公式
一次支付系列	整付终值公式	**P**	**F**	$F = P(1+i)^n = P(F/P,i,n)$
	整付现值公式	**F**	**P**	$P = F(1+i)^{-n} = F(P/F,i,n)$
等额支付系列	等额分付终值公式	**A**	**F**	$F = A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right] = A(F/A,i,n)$
	等额分付偿还基金公式	**F**	**A**	$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right] = F(A/F,i,n)$
	等额分付现值公式	**A**	**P**	$P = A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right] = A(P/A,i,n)$
	等额分付资本回收公式	**P**	**A**	$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right] = P(A/P,i,n)$
等差支付系列	等差支付终值公式	**G**	**F**	$F = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^{n-1}}{i}-n\right] = G(F/G,i,n)$
	等差支付现值公式	**G**	**P**	$P = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}-\frac{n}{(1+i)^n}\right] = G(P/G,i,n)$
	等差等额公式	**G**	**A**	$A = G\left[\frac{1}{i}-\frac{n}{(1+i)^n-1}\right] = G(A/G,i,n)$

要求：识记

- 资金时间价值的概念及表现形式
- 资金等值计算的概念及计算思路
- 利息、利率的概念，利息、利率的计算
- 单利和复利的定义和计算
- 名义利率和实际利率的概念
- 间断计息和连续计息的概念
- 资金等值的六个基本公式，系数的表记、符号的含义和应用

要求：理解

- 决定资金时间价值大小的因素
- 资金为什么有时间价值
- 单利和复利的区别，在项目的经济评价中，为什么要用复利？
- 名义利率和实际利率的区别和关系
- 决定资金等值的因素
- 了解变额分付的概念，特殊变额分付的类型

要求：应用

- 具体项目单利和复利计算
- 名义利率和实际利率的计算
- 等值公式的综合运用
- 复利系数表的使用