

第8次作业

一. 填空题

1. (填空) 改变积分的积分次序, 得 $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx =$ _____
2. (填空) 化二次积分为极坐标形式的二次积分, 得 $\int_0^2 dx \int_x^{\sqrt{3}x} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy =$ _____
3. 设 $a > 0$, 则积分值 $\int_0^a dy \int_0^{\sqrt{a^2 - y^2}} (x^2 + y^2) dx =$ _____。
4. 利用二重积分的对称性得 $\iint_{x^2 + y^2 \leq 4} (xy + y^3 \cos x) d\sigma =$ _____。

二. 计算题

1. 计算二重积分 $\iint_D xy dx dy$, 其中 D 是由 x 轴、 y 轴和单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 在第一象限所围部分。
2. 计算二重积分 $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, 其中 D 是由直线 $y = 2, y = x$ 和双曲线 $xy = 1$ 所围的区域。
3. 计算二重积分 $\iint_D (x + 1) dx dy$, 其中积分区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 。
4. 利用二重积分的对称性计算 $\iint_D y[1 + xf(x^2 + y^2)] d\sigma$, 其中 D 是由抛物线 $y = x^2$ 和直线 $y = 1$ 所围成的闭区域, f 在 D 上连续。

第九次作业

1. 计算 $I = \iiint_{\Omega} x dx dy dz$, 其中 Ω 是三个坐标平面与平面 $x + y + z = 1$ 所围成的区域。
2. 计算 $I = \iiint_{\Omega} z \sqrt{x^2 + y^2} dv$, 其中 Ω 是由圆锥面 $x^2 + y^2 = z^2$ 和平面 $z = 1$ 所围成的区域。
3. 计算 $I = \iiint_{\Omega} z dx dy dz$, 其中 Ω 是半球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$ 。
4. 求曲面 $x^2 + y^2 = 2az$ 在柱面 $x^2 + y^2 = 3a^2$ 内那部分的面积 S 。