> ✍️:Roy
> ❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️❤️
> 💊⭐

一、微分方程变换解

三、（11 分）系统的微分方程为 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=2f'(t)+10f(t)$，已知 $f(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$，初始状态为 $y(0_-)=1$，$y'(0_-)=1$，试用 s 域方法求系统的零状态响应，零输入响应以及全响应。 **用 s 域分析方法**

> 解：微分方程两边取拉氏变换，可得：
>
> $$(s^2+5s+6)Y(s)-sy(0_-)-y'(0_-)-5y(0_-)=(2s+10)F(s)$$
>
> 整理：
>
> $$Y(s)=\frac{s+6}{s^2+5s+6}+\frac{2s+10}{s^2+5s+6}\cdot F(s)$$
>
> 故：
>
> $$Y_X(s)=\frac{s+6}{s^2+5s+6}=\frac{4}{s+2}+\frac{-3}{s+3},Y_f(s)=\frac{2s+10}{s^2+5s+6}=\frac{-6}{s+2}+\frac{2}{s+3}+\frac{4}{s+1}$$
>
> 零状态响应：
>
> $$y_f(t)=(2e^{-3t}+4e^{-t}-6e^{-2t})\epsilon(t)$$
>
> 零输入响应：
>
> $$y_X(t)=(4e^{-2t}-3e^{-3t})\epsilon(t)$$
>
> 全响应：
>
> $$y(t)=(-e^{-3t}+4e^{-t}-2e^{-2t})\epsilon(t)$$

二、系统函数

系统函数定义为：

$$H(s)=\frac{Y_f(s)}{F(s)}=\frac{B(s)}{A(s)}$$

它只与系统的结构、元件的参数有关，而与激励、初始状态无关。

$$y_f(t)=h(t)*f(t)\longrightarrow Y_f(s)=\mathcal{L}[h(t)]F(s)$$

例 已知输入$f(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$时，某LTI因果系统的零状态响应$y_{zs}(t)=(3e^{-t}-4e^{-2t}+e^{-3t})\varepsilon(t)$，求该系统的冲激响应和描述该系统的微分方程。

解：
$$H(s)=\frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=\frac{2(s+4)}{(s+2)(s+3)}=\frac{4}{s+2}+\frac{-2}{s+3}=\frac{2s+8}{s^2+5s+6}$$

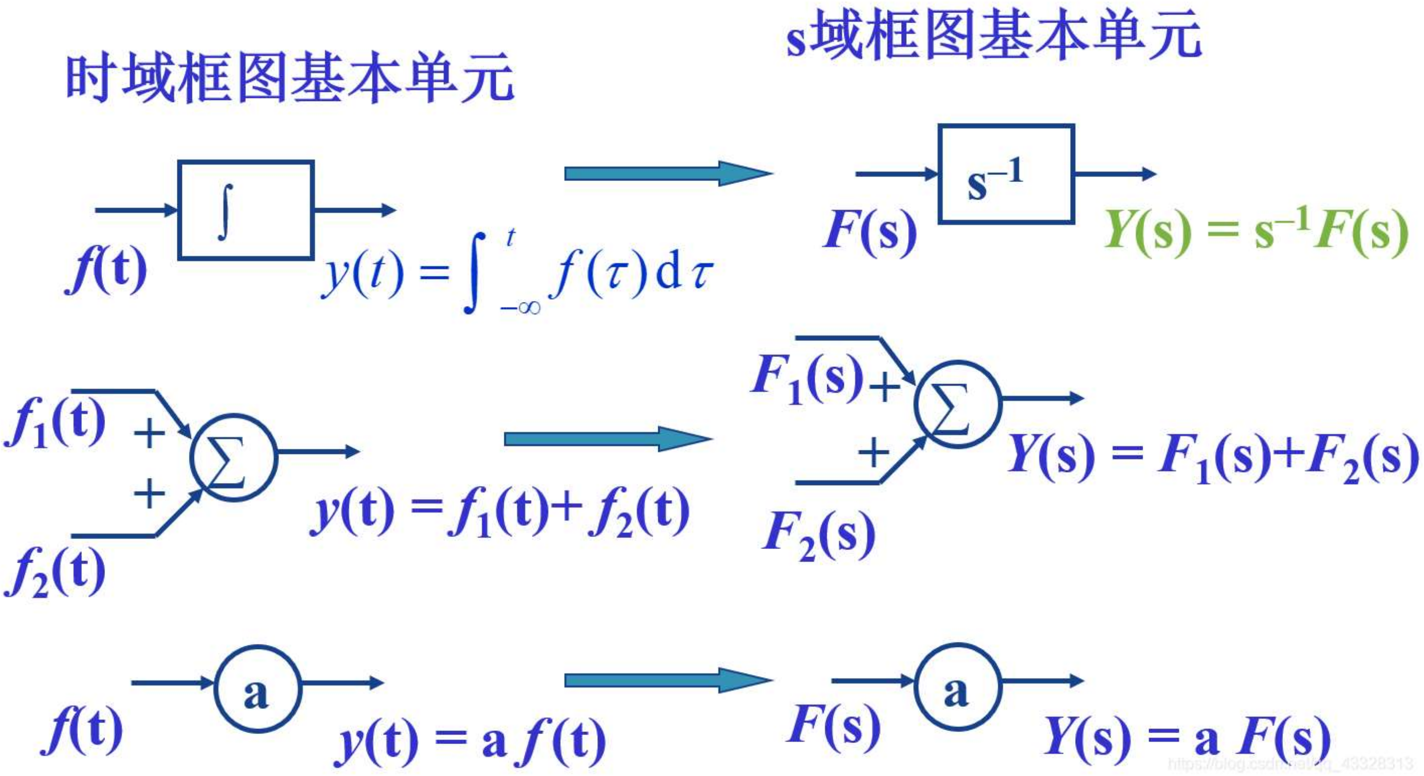
$$h(t)=(4e^{-2t}-2e^{-3t})\varepsilon(t)$$

$$s^2Y_{zs}(s)+5sY_{zs}(s)+6Y_{zs}(s)=2sF(s)+8F(s)$$

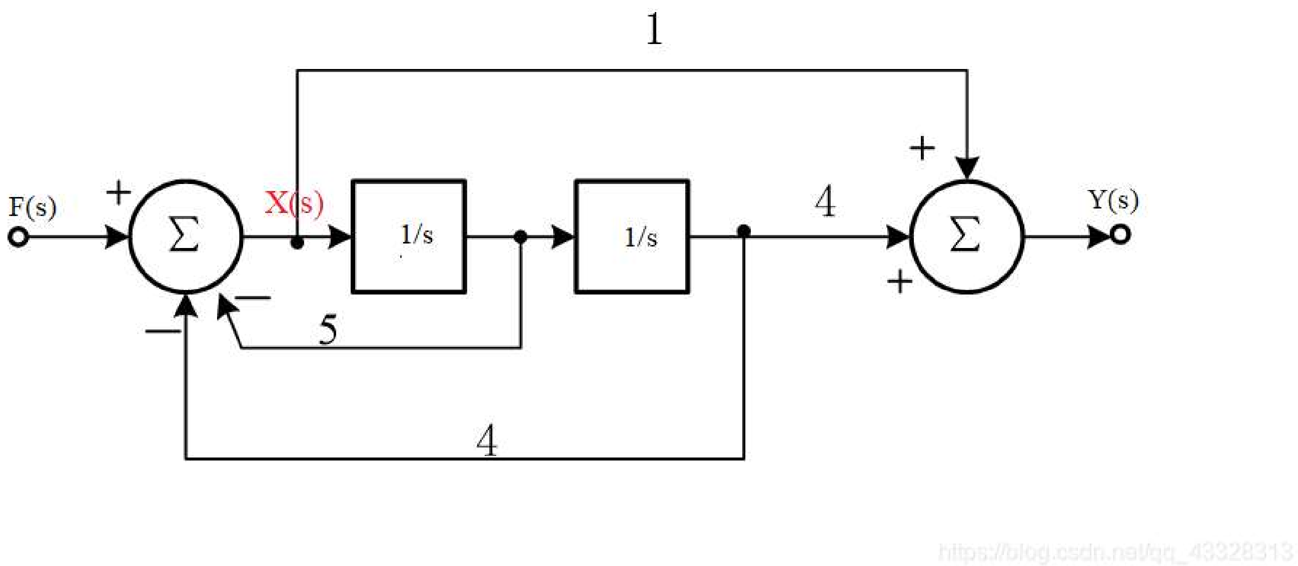
取逆变换：$y_{zs}''(t)+5y_{zs}'(t)+6y_{zs}(t)=2f'(t)+8f(t)$

微分方程为：$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=2f'(t)+8f(t)$

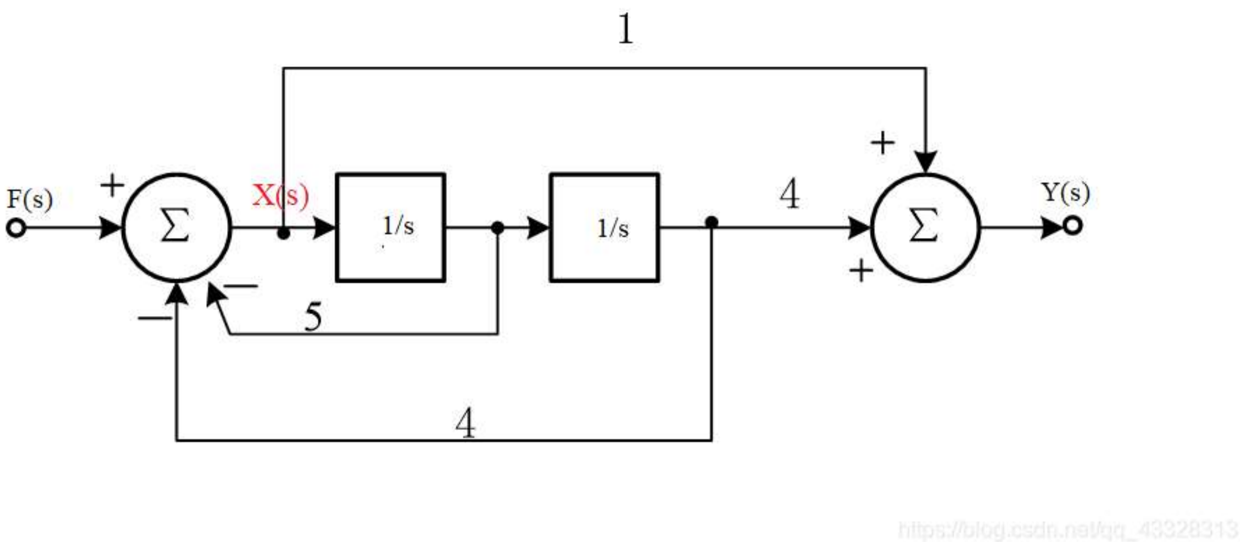
三、系统的s域框图



例:



解：设左边加法器输出为：$X(s)$



则：

$$X(s)=F(s)-5s^{-1}X(s)-4s^{-2}X(s)$$

$$Y(s)=X(s)+4s^{-2}X(s)$$

可得：

$$X(s)=\frac{s^2}{s^2+5s+4}F(s)$$

$$Y(s)=\frac{s^2+4}{s^2+5s+4}F(s),\text{即：}(s^2+5s+4)Y(s)=(s^2+4)F(s)$$

（1）微分方程：$y''(t)+5y'(t)+4y(t)=f''(t)+4f(t)$

（2）系统函数：

$$H(s)=\frac{s^2+4}{s^2+5s+4}$$

(3)

$$H(s)=\frac{s^2+4}{s^2+5s+4}=1+\frac{5}{3(s+1)}-\frac{20}{3(s+4)}$$

$$h(t)=\mathcal{L}^{-1}[H(s)]=\delta(t)+(\frac{5}{3}e^{-t}-\frac{20}{3}e^{-4t})\epsilon(t)$$