

复变函数与积分变换考试样题

20xx~20xx 学年第 x 学期

班级_____姓名_____ 考试科目 复变函数与积分变换 A 卷 闭卷

一、单选题（共 10 题，每题 3 分）

1、下列哪个复数是 $-1 + \sqrt{3}i$ 的三次方根（ ）

A、 $\sqrt[6]{2}(\cos(-\frac{4\pi}{9}) + i \sin(-\frac{4\pi}{9}))$ B、 $\sqrt[3]{2}(\cos(-\frac{2\pi}{9}) + i \sin(-\frac{2\pi}{9}))$

C、 $\sqrt[3]{2}(\cos(\frac{5\pi}{9}) + i \sin(\frac{5\pi}{9}))$ D、 $\sqrt[3]{2}(\cos(\frac{8\pi}{9}) + i \sin(\frac{8\pi}{9}))$

2、函数 $\ln(z)$ 在以下哪个点不连续（ ）

A、 $z = i$ B、 $z = -2i$ C、 $z = -3$ D、 $z = 4$

3、关于复曲线 $\operatorname{Re}(z^2) = 1$ 的形状描述，以下说法正确的是（ ）

A、抛物线 B、直线 C、椭圆 D、双曲线

4、以下哪个区域是有界的（ ）

A、 $\operatorname{Im}(z) > 0$ B、 $|z - 1| > 4$ C、 $0 < \operatorname{Re}(z) < 1$ D、 $2 < |z| < 3$

5、函数 $f(z) = x^3 + iy^3$ 在下面哪个点可导（ ）

A、 $1 + i$ B、 $1 + 2i$ C、 $1 + 3i$ D、 $1 + 4i$

6、以下哪个函数是多值函数（ ）

A、 $\operatorname{Re}(z)$ B、 e^{iz} C、 \bar{z}^2 D、 $\operatorname{Arg}(z)$

7、以下哪个函数的积分 $\int_C f(z)dz$ 与路径 C 无关（ ）

A、 $f(z) = |z|^2$ B、 $f(z) = \sin(e^z)$ C、 $f(z) = \arg(z)$ D、 $f(z) = \operatorname{Im}(z)$

8、以下哪个级数是绝对收敛的（ ）

A、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(6+5i)^n}{8^n}$ B、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ C、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i)^n}{2^n}$ D、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(in)}{2^n}$

9、 $z = 0$ 是函数 $\frac{1}{z^2(e^z - 1)}$ 的奇点，其类型是（ ）

A、1 级极点 B、2 级极点 C、3 级极点 D、本性奇点

复变函数与积分变换考试样题

20xx~20xx 学年第 x 学期

班级_____姓名_____ 考试科目 复变函数与积分变换 A 卷 闭卷

10、以 T 为周期的函数 $f(t) = \begin{cases} 0, & -\frac{T}{2} \leq t < 0 \\ 2, & 0 \leq t < \frac{T}{2} \end{cases}$, c_n 为 $f(t)$ 的离散频谱, 那么下面结论正确的是 ()

A、 $c_0 = 0$ B、 $c_1 = -\frac{2i}{\pi}$ C、 $c_2 = -\frac{i}{\pi}$ D、 $c_3 = 0$

二、填空题 (共 10 题, 每题 3 分)

1、复数 $z = (1 + i)^2$, 其绝对值 $|z| =$ _____

2、已知 $f(z) = x^2 - y^2 + i 2xy$, 计算函数值 $f(\sqrt{3} - i)$ 并化简为 “ $x + iy$ ” 的形式 _____

3、将复数 $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{999}$ 计算化简为 “ $x + iy$ ” 的形式 _____

4、已知 $z = \frac{1}{2}i$, 计算 $2 \sin(z) \cos(z)$ 并化简为 “ $x + iy$ ” 的形式 _____

5、已知函数 $f(z) = z \operatorname{Re}(z)$, 计算导数值 $f'(0) =$ _____

6、已知复曲线 $C: z(t) = 1 - t + it, t \in [0, 1]$, 计算积分 $\int_C \bar{z} dz$ 并化简为 “ $x + iy$ ” 的形式 _____

7、计算积分 $\oint_{|z|=2} \frac{\sin(z)}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^3} dz$ 并化简为 “ $x + iy$ ” 的形式 _____

8、计算幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (1 + i)^n z^n$ 的收敛半径 _____

9、函数 $f(z) = \frac{1}{z^2(z-i)}$ 在圆环 $1 < |z - i| < \infty$ 上可以展成洛朗级数

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n (z - i)^n$, 试求出负幂项 $\frac{1}{(z-i)^5}$ 的系数 $c_{-5} =$ _____

10、已知非周期函数 $f(t) = \begin{cases} e^{-\beta t} & t > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, $F(\omega)$ 是 $f(t)$ 的傅里叶变换且 $\beta > 0$, 计算 $F(2)$ 的值并化简为 “ $x + iy$ ” 的形式 _____

复变函数与积分变换考试样题

20xx~20xx 学年第 x 学期

班级_____姓名_____ 考试科目 复变函数与积分变换 A 卷 闭卷

三、计算题（共 4 题，每题 10 分）

1、将复数 $(\sqrt{3} - i)^{1+2i}$ 计算化简为 “ $r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ ” 的形式。

2、已知调和函数 $v = \frac{y}{x^2+y^2}$ ，试用偏积分法求函数 $u(x, y)$ 使得 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 为解析函数。

3、计算复积分 $\oint_C \frac{e^z}{(z^2+1)(z-i)^2} dz$ 并将结果化简为 “ $x + iy$ ” 的形式，其中闭曲线 C: $|z| = 2$ ，方向为正向。

4、试用 Laplace 变换求解微分方程组：
$$\begin{cases} y'' - x'' + x' - y = e^t - 2 \\ 2y'' - x'' - 2y' + x = -t \end{cases}$$

其中初值条件为：
$$\begin{cases} y(0) = y'(0) = 0 \\ x(0) = x'(0) = 0 \end{cases}$$