第八章　电磁波辐射

8.1 滞后位

- 矢量位和标量位满足的微分方程（达朗贝尔方程）为

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = -\mu \boldsymbol{J}$$

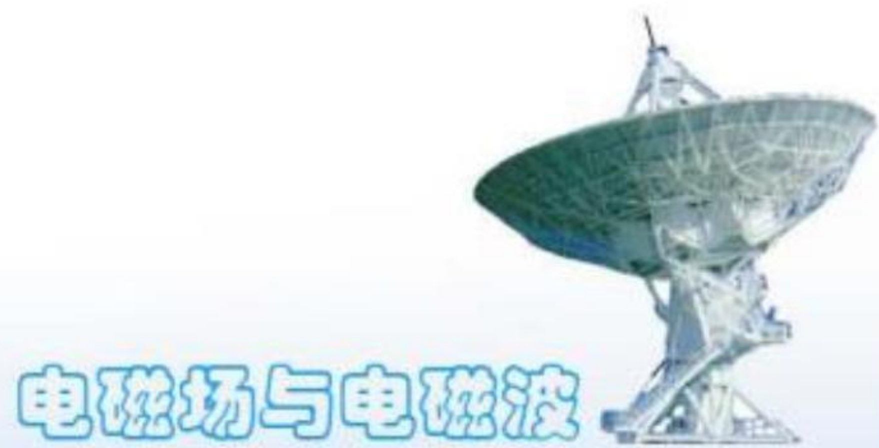
$$\nabla^2 \Phi - \mu\varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

- 复数形式为

$$\nabla^2 \dot{\boldsymbol{A}} + k^2 \dot{\boldsymbol{A}} = -\mu \dot{\boldsymbol{J}}$$

$$\nabla^2 \dot{\Phi} + k^2 \dot{\Phi} = -\frac{\dot{\rho}}{\varepsilon}$$

其中 $k^2 = \omega^2 \mu\varepsilon$ 。



利用在恒定电场中标量电位满足泊松方程的解，推理得到时变场中标量位、矢量位的解。

- 标量位的解为

$$\dot{\Phi}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{\tau'}\frac{\dot{\rho}e^{j\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)}}{r}d\tau'$$

其中 $k=\omega/v$ 。

- 矢量位的解为

$$\dot{\boldsymbol{A}}=\frac{\mu}{4\pi}\int_{\tau'}\frac{\dot{\boldsymbol{J}}e^{j\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)}}{r}d\tau'$$

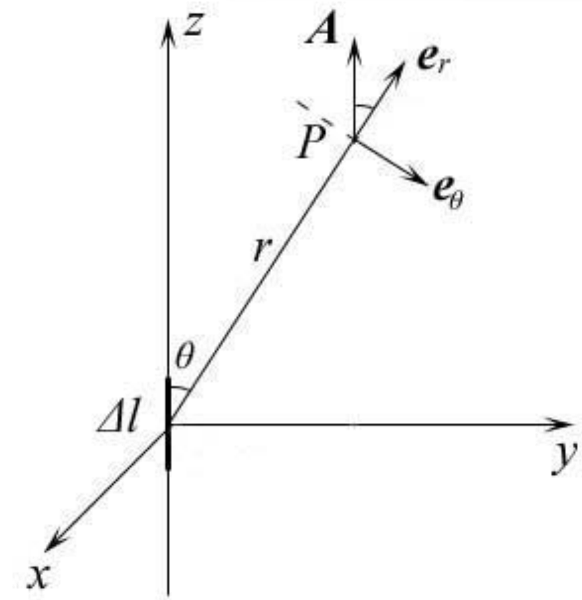
- 对于线电流矢量位的解为

$$\dot{\boldsymbol{A}}=\frac{\mu}{4\pi}\int_{l'}\frac{\dot{I}e^{j\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)}}{r}d\boldsymbol{l}'$$

8．2 电偶极子天线的辐射

1. 电偶极子天线：一段长为Δl的载流导线，中心馈电，如图所示。假设电偶极子满足近似条件：

- 偶极子天线的长度Δl 远远小于工作波长 λ，所以Δl上各点的电流可以看作是相等的；
- Δl远远小于场点P到偶极子天线中心的距离r，所以Δl上各点到P点的距离，可以看作是相等的。
- 实际的线状天线可看成是许多电偶极子天线的串联组合。



2．电偶极子天线的辐射

(1) 辐射场表达式

- 设偶极子天线上的电流为 $\dot{I}$ ，在空间产生的矢量位

$$\dot{\mathbf{A}} = \frac{\mu}{4\pi}\int_{l} \frac{\dot{I}e^{-jkr}}{r} d\mathbf{l}$$

- 利用偶极子天线的近似条件，求解上式可以求出矢量位 $\dot{\mathbf{A}}$ ，代入 $\dot{\mathbf{H}} = \frac{1}{\mu}\nabla\times\dot{\mathbf{A}}$

- 可得 $\dot{H}_r = 0$

$$\dot{H}_\theta = 0$$

电磁场与电磁波

$$\left.\dot{H}_{\varphi} = \frac{\dot{I}\Delta l\sin\theta}{4\pi r}\left(jk + \frac{1}{r}\right)e^{-jkr}\right\}$$

由式

$$\dot{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla\times\dot{\boldsymbol{H}}$$

- 可得

$$\dot{E}_r = -j\frac{\dot{I}\Delta l\cos\theta}{2\pi\omega\varepsilon r^2}\left(jk + \frac{1}{r}\right)e^{-jkr}$$

$$\dot{E}_{\theta} = -j\frac{\dot{I}\Delta l\sin\theta}{4\pi\omega\varepsilon r}\left(-k^2 + j\frac{k}{r} + \frac{1}{r^2}\right)e^{-jkr}$$

$$\dot{E}_{\varphi} = 0$$

(2) 讨论

① 若 $kr \ll 1$，这是在天线的近区，式中 $e^{-jkr} \approx 1$ ，近区场可以近似为

$$\dot{H}_{\varphi} = \frac{\dot{I}\Delta l}{4\pi r^2}\sin\theta$$

$$\dot{E}_r = \frac{\dot{p}\cos\theta}{2\pi\varepsilon r^3}$$

其中 $\dot{I} = j\omega\dot{q}$ ，$\dot{p} = \dot{q}\Delta l$ 。

$$\dot{E}_{\theta} = \frac{\dot{p}\sin\theta}{4\pi\varepsilon r^3}$$

- 可以看出与与恒定磁场中电流元产生的磁场、静电场中电偶极子产生的电场的表达式相同，因此天线近区是感应场。

- 近区中的平均能流密度矢量

$$\boldsymbol{S}_{av}=\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}\left(\dot{\boldsymbol{E}}_r+\dot{\boldsymbol{E}}_\theta\right)\times\dot{\boldsymbol{H}}_\varphi^*\right]=0$$

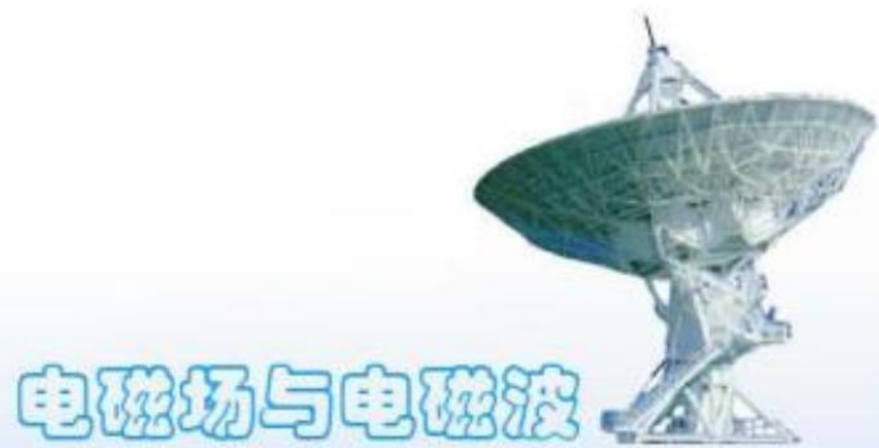
- 上式表明偶极子天线的近区没有能量的传输，显然是不合理的。实际上在天线的近区是能量交换（电场～磁场）远远大于传输的能量。

② 若$kr\gg1$，这是在天线的远区，远区场强的表达式

$$\dot{E}_\theta=j\frac{\dot{I}\Delta l}{2\lambda r}\cdot\frac{k}{\omega\varepsilon}\sin\theta e^{-jkr}$$

$$\dot{H}_\varphi=j\frac{\dot{I}\Delta l}{2\lambda r}\sin\theta e^{-jkr}$$

$$\dot{E}_r=0$$



- 可以看出，在电偶极子天线的远区，电磁场只有$\dot{E}_\theta$、$\dot{H}_\varphi$两个分量，是横电磁波（TEM波），电偶极子天线远区的场称为辐射场。
- 电偶极子天线的远区的波阻抗为

$$\eta = \frac{\dot{E}_\theta}{\dot{H}_\varphi} = \frac{k}{\omega\varepsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

- 天线远区的平均能流密度矢量：

$$\boldsymbol{S}_{av} = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{E}}_\theta \times \dot{\boldsymbol{H}}_\varphi^*\right) = \boldsymbol{e}_r \eta \left(\frac{I\Delta l}{2\lambda r}\right)^2 \sin^2\theta$$

(3) 辐射功率和辐射电阻

- 以偶极子天线为中心作一球面，天线辐射出去的功率P 等于平均能流密度S_{av}沿球面的积分

$$P=\oiint_s S_{av}ds=80\pi^2\left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2 I^2 \quad (W)$$

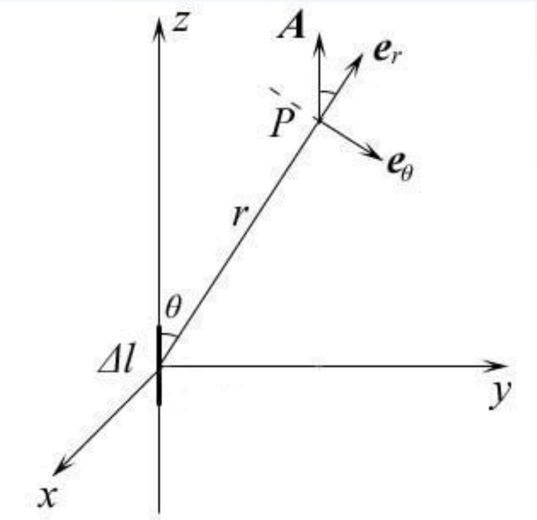
- 天线辐射的功率可看作被一个等效电阻“吸收”，称为辐射电阻，定义式为

$$R_r=\frac{P}{I^2}$$

- 可得偶极子天线的辐射电阻为

$$R_r=80\pi^2\left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2 \quad (\Omega)$$

例题8.1：某发射电台辐射功率10KW，用偶极子天线发射，求在天线的垂直平分面上距离天线1km处的S_{av}和E；在与天线的垂直平分面成何角度时，S_{av}减小一半？



解：由

$$S_{av}=\eta\left(\frac{I\Delta l}{2\lambda r}\right)^2\sin^2\theta$$

$$P=80\pi^2\left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2 I^2$$

其中 $\eta=120\pi$， $\theta=\pi/2$，由以上两式消去 $\left(\frac{I\Delta l}{\lambda}\right)^2$ 可得

$$S_{av}=\frac{3P}{8\pi r^2}=0.1194\times10^{-2}\quad W/m^2$$

电磁场与电磁波

由 $\boldsymbol{S}_{av} = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{E}} \times \dot{\boldsymbol{H}}^*\right)$ ，E、H 同频率、同相位，所以

$$S_{av} = \frac{1}{2}E_m \cdot H_m = E \cdot H = \frac{E^2}{\eta}$$

$$E = \sqrt{S_{av} \cdot \eta} = 0.67\left(\mathrm{V}/m\right)$$

由（1）式，$\sin^2\theta = \frac{1}{2}$ ，所以

$$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}},\quad \theta = 45^\circ$$

8.3 磁偶极子天线的辐射

8.3.1 电与磁的对偶性

- 只有电荷、电流存在时，产生的$\boldsymbol{E}_e$、$\boldsymbol{H}_e$满足的方程

$$
\begin{aligned}
\nabla\times\boldsymbol{H}_e &= \varepsilon\frac{\partial\boldsymbol{E}_e}{\partial t}+\boldsymbol{J}_e \\
\nabla\times\boldsymbol{E}_e &= -\mu\frac{\partial\boldsymbol{H}_e}{\partial t} \qquad\qquad (1)\\
\nabla\cdot\boldsymbol{H}_e &= 0 \\
\nabla\cdot\boldsymbol{E}_e &= \frac{\rho_e}{\varepsilon}
\end{aligned}
$$

电磁场与电磁波

- 只有磁荷、磁流存在时，产生的E_m、H_m满足的方程

$$
\begin{aligned}
&\nabla\times\boldsymbol{H}_m=\varepsilon\frac{\partial\boldsymbol{E}_m}{\partial t}\\
&\nabla\times\boldsymbol{E}_m=-\mu\frac{\partial\boldsymbol{H}_m}{\partial t}-\boldsymbol{J}_m\\
&\nabla\cdot\boldsymbol{H}_m=\frac{\rho_m}{\mu}\\
&\nabla\cdot\boldsymbol{E}_m=0
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

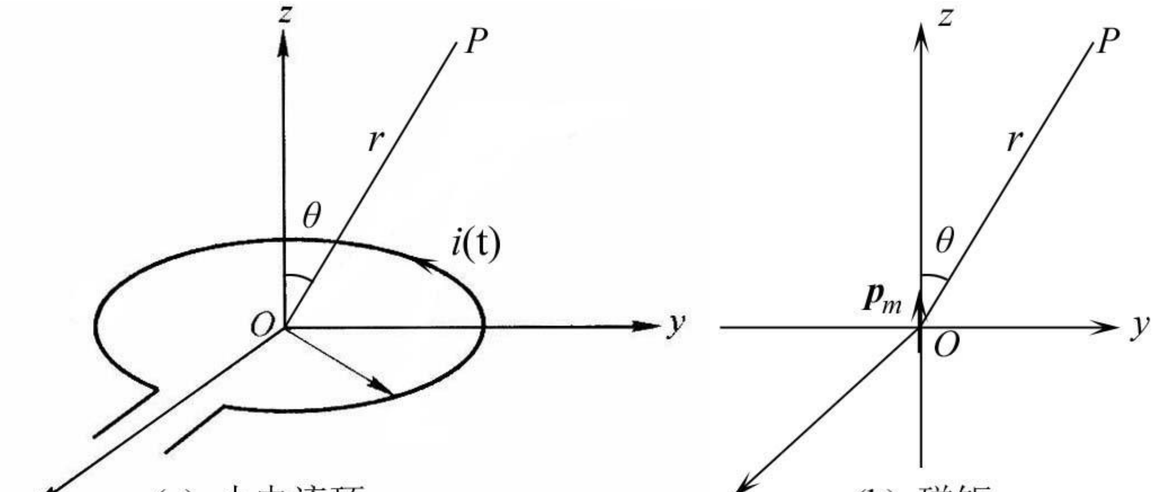
- 只要作如下的代换

$$\boldsymbol{E}_e\leftrightarrow\boldsymbol{H}_m,\ \boldsymbol{H}_e\leftrightarrow-\boldsymbol{E}_m,\ \boldsymbol{J}_e\leftrightarrow\boldsymbol{J}_m,\ \rho_e\leftrightarrow\rho_m,\ \varepsilon\leftrightarrow\mu,\ \mu\leftrightarrow\varepsilon$$

由（1）式和（2）式可以看出电与磁具有对偶性，方程组（1）和方程组（2）的解也具有对偶性。

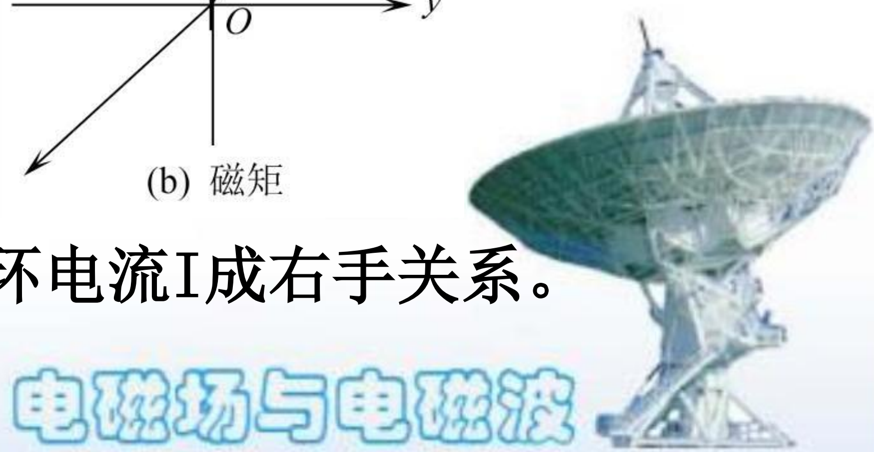
8.3.2 磁偶极子天线的辐射

- 磁偶极子天线的实际模型是一个小电流环，如图所示，它的周长远远小于波长，所以环上的各点的电流 $\dot{I}$（包括相位）可以看作是相等的，它的半径远远小于场点**P**到磁偶极子天线中心的距离。
- 小电流环的磁矩为 $\boldsymbol{p}_m = \mu IS$



(a) 小电流环　　(b) 磁矩

其中，S为环面积矢量，方向与环电流I成右手关系。

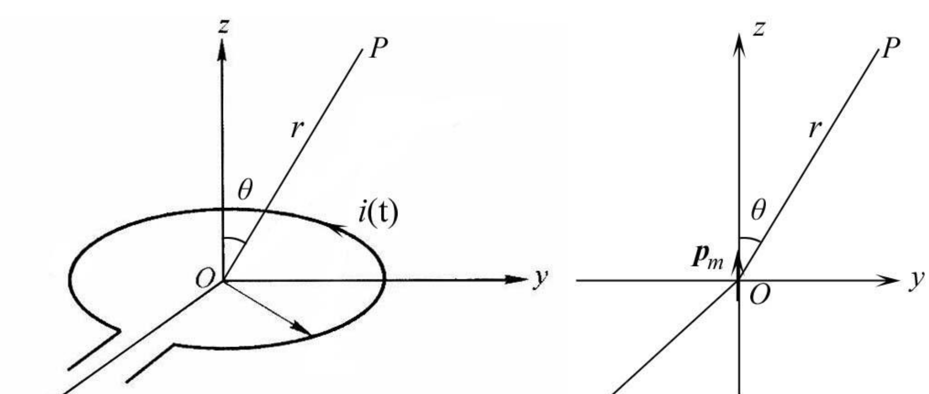


- 若求小电流环远区的辐射场，可以把小电流环看成是一个时变的磁偶极子，由一对磁荷$\pm q_m$组成，它们之间的距离是l ，磁荷之间有假想的磁流 I_m ，可以推出

$$I_m = j\frac{\omega\mu S}{l} I$$

- 利用电与磁的对偶关系，可得磁偶极子天线的远区场

$$E_\varphi = \frac{\omega\mu S\dot{I}}{2\lambda r}\sin\theta e^{-jkr} \qquad H_\theta = -\frac{\omega\mu S\dot{I}}{2\lambda r}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\sin\theta e^{-jkr}$$



(a) 小电流环 (b) 磁矩

- 平均能流密度矢量为

$$\boldsymbol{S}_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^{*}]=\boldsymbol{e}_r\frac{1}{2}\eta\left(\frac{\pi I_m S}{\lambda^2 r}\right)^2\sin^2\theta$$

- 辐射功率是

$$P_r=\oint\!\!\!\oint_S\boldsymbol{S}_{av}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{4\pi}{3}\eta\left(\frac{\pi I_m S}{\lambda^2}\right)^2\quad W$$

- 辐射电阻是

$$R_r=\frac{2P_r}{I_m^2}=\frac{8\pi^3}{3}\eta\left(\frac{S}{\lambda^2}\right)^2\quad\Omega$$

8. 4 天线的辐射特性和基本参数

1. 辐射方向性

- 天线的辐射方向性可以用方向图函数定量地描述，方向图函数定义为

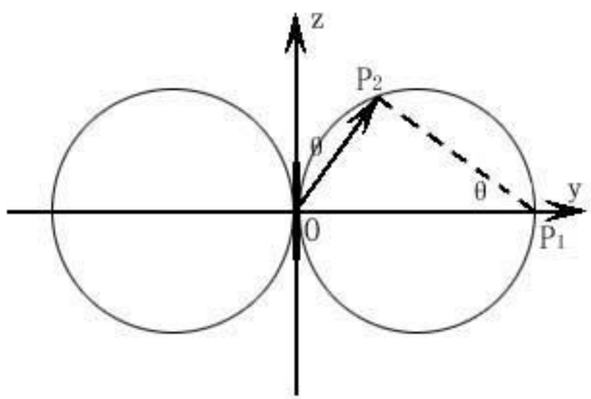
$$f(\theta,\varphi)=\frac{|E(\theta,\varphi)|}{|E_{\max}|}$$

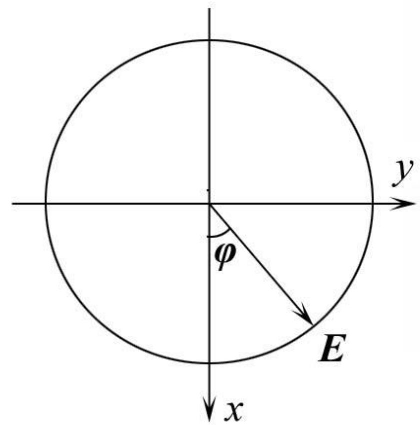
其中 $E(\theta,\varphi)$是任意方向的辐射场强，$E_{\max}$ 是相同距离处最大辐射方向的场强。

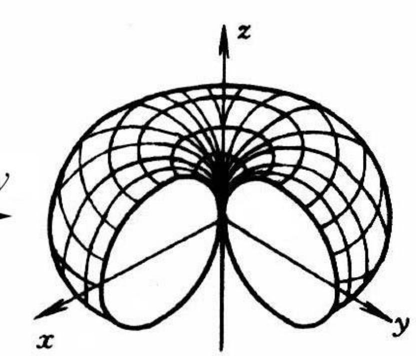
- 电偶极子天线的方向函数：

$$f(\theta)=\sin\theta$$

- 功率方向图函数$F_P(\theta,\varphi)$，与场强方向图函数$f^2(\theta,\varphi)$的关系为 $$F_P(\theta,\varphi)=f^2(\theta,\varphi)$$
- 按方向图函数f（θ，φ）绘出的图形称为方向图。
- 偶极子天线的方向图如图所示。







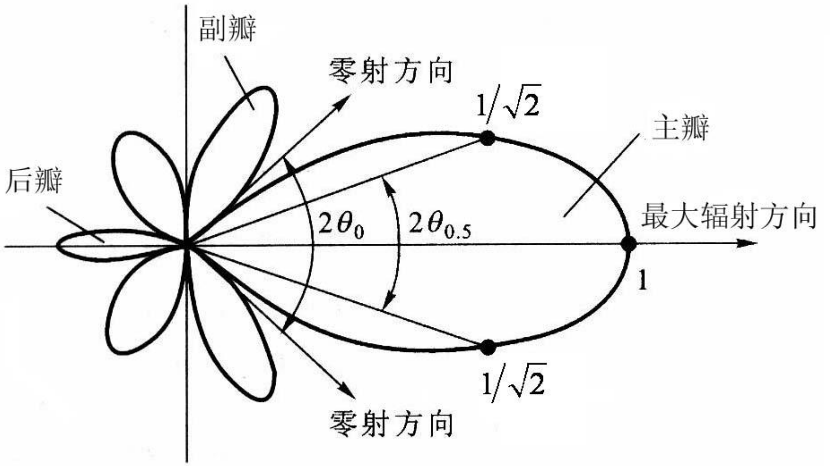
(*a*) 侧视图（E面） (*b*) 俯视图（H面） (*c*)三维方向图

电磁场与电磁波

2．方向图参数

- 实际天线的方向图通常有多个波瓣，分别称为主瓣、副瓣和后瓣，如图所示。

- 主瓣是指包含最大辐射方向的波瓣，除主瓣外的其余波瓣统称为副瓣，把位于主瓣正后方的波瓣称为后瓣。
- 用来描述方向图特性的参数通常有主瓣宽度、旁瓣电平、前后比等。



(1) 主辩宽度：

- 主辩宽度可用零功率点波瓣宽度和半功率点波瓣宽度描述。

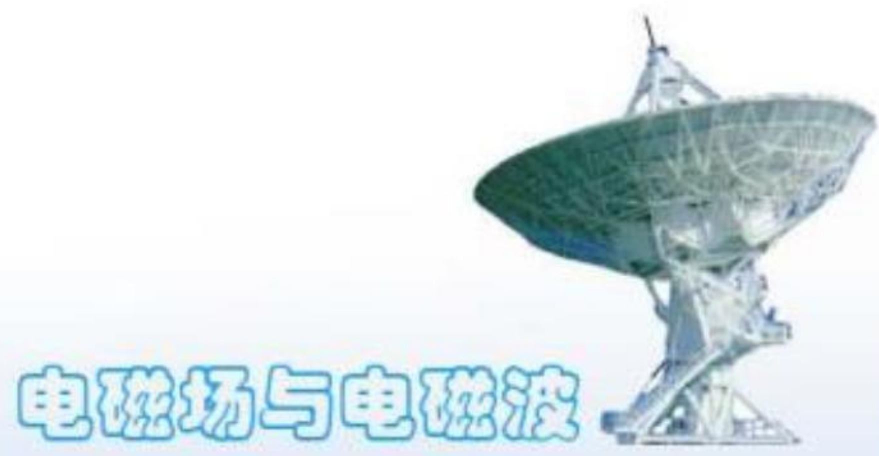
零功率波瓣宽度 $2\theta_{0E}$、$2\theta_{0H}$（下标***E***、***H***分别表示***E***、***H***面）

- 是指主瓣最大值两边两个零辐射方向之间的夹角。

半功率波瓣宽度 $2\theta_{0.5E}$、$2\theta_{0.5H}$ 是指主瓣最大值两边功率密度

- 下降到最大功率密度的一半（或场强下降到最大值的 $1/\sqrt{2}$ 倍）的两辐射方向之间的夹角，也称**3**分贝波瓣宽度。

主瓣宽度愈小，说明天线辐射的电磁能量越集中，方向性越好。



(2) 副瓣电平：

- 副瓣最大辐射方向上的功率密度$S_{1\max}$与主瓣最大辐射方向上的功率密度$S_{0\max}$之比的对数值，称为副瓣电平

$$SLL = 10\lg\left(\frac{S_{1\max}}{S_{0\max}}\right) = 20\lg\left(\frac{E_{1\max}}{E_{0\max}}\right) \quad dB$$

(3) 前后比：

- 主瓣最大辐射方向上的功率密度 $S_{0\max}$与后瓣最大辐射方向上的功率密度 $S_{b\max}$之比的对数值，称为前后比

$$FB = 10\lg\left(\frac{S_{0\max}}{S_{b\max}}\right) = 20\lg\left(\frac{E_{0\max}}{E_{b\max}}\right) \quad dB$$

作为定向天线，前后比愈大愈好。

电磁场与电磁波

3. 方向系数D

- 方向系数定义为：天线在最大辐射方向上的辐射功率密度S_{max}和辐射功率相同的无方向性天线在相同距离处的辐射功率密度S_0之比，即

$$D = \frac{S_{\max}}{S_0}\Big|_{P_R = P_{R0}}$$

- 方向系数描述了天线辐射能量集中的程度，可以推出方向系数的计算公式为

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi}$$

4．天线的增益

➢ 天线的增益为

$$G = \eta D$$

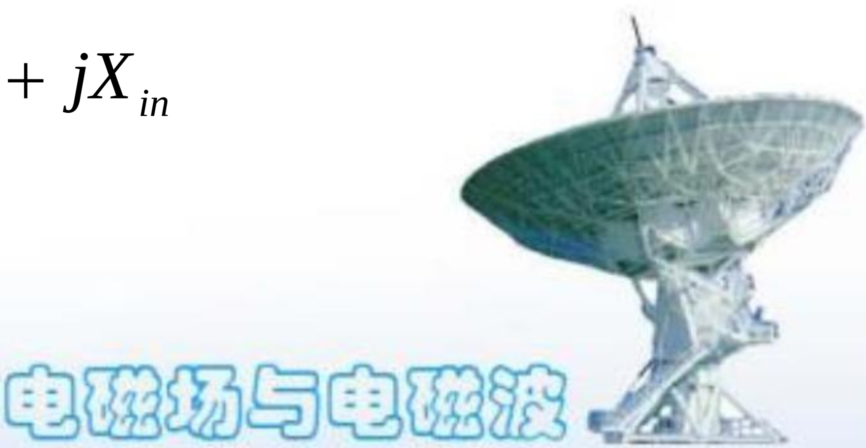
$$G(\mathrm{dB}) = 10\lg G$$

所以增益G不仅表示了天线辐射能量集中的程度，也包含了天线的损耗。

5．输入阻抗

➢ 天线与传输线的连接处称为天线的输入端，天线的输入阻抗Z_{in}定义为天线输入端的电压与电流之比

$$Z_{in} = \frac{U_{in}}{I_{in}} = R_{in} + jX_{in}$$



6．有效长度 l_e

- 一个线天线，可用一个电流沿线均匀分布，其电流等于输入点电流$\boldsymbol{I_A}$（或波腹点电流$\boldsymbol{I_m}$）的假想天线来等效，如果两天线在最大辐射方向上辐射场强相同，则假想天线的长度就称为实际天线的有效长度。计算公式为

$$l_e = \frac{1}{I_m}\int_0^l I(z)dz$$

其中$\boldsymbol{l}$是天线的真实长度。

7．天线的带宽

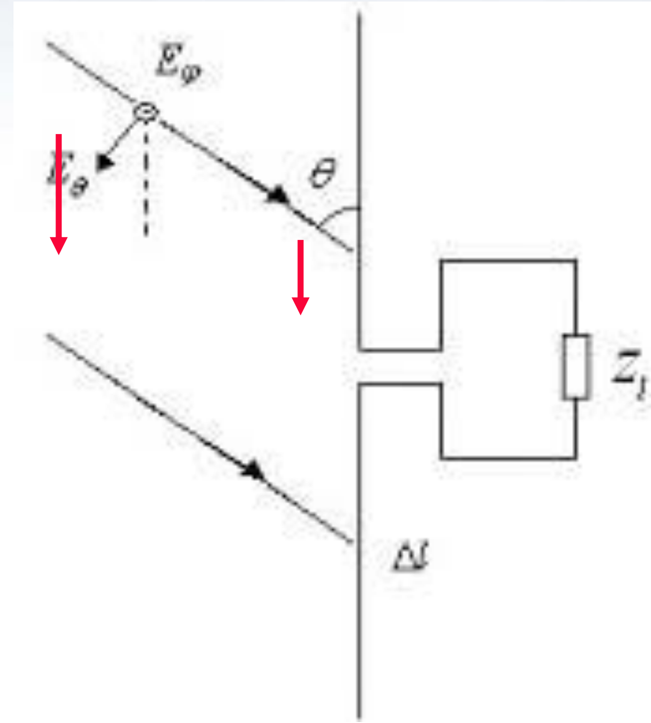
- 当工作频率偏离设计的中心频率时，将会引起天线电参数的变化，例如方向图畸变、增益降低等。天线的带宽是一个频率范围，在这一范围内频率变化时，

天线的各种参数不超出允许的变化范围。

8．5 接收天线

1. 电磁波的接收

- 天线用作接收，作用与发射相反，是把空间电磁波的能量转换为天线上振荡电流的能量，通过馈线传输到接收机。
- 一般线天线上的感应电动势可以写为



$$e = E_\theta l_e f\left(\theta, \varphi\right)$$

其中$\boldsymbol{l}_e$是天线的有效长度。

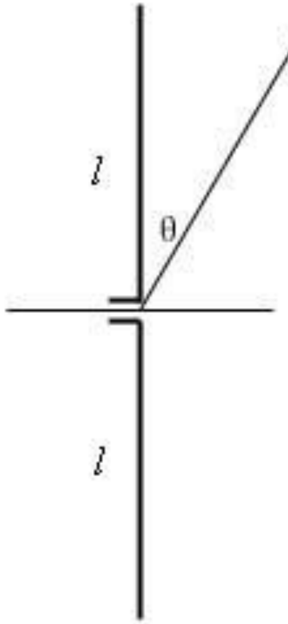
2．接收天线的电参数

- 同一付天线，用作发射天线或接收天线时，电参数是相同的，只是含义不同。例如对于发射天线，$f(\theta,\varphi)$和方向图表示天线在不同方向上，相同距离处辐射场的相对大小；对于接收天线，$f(\theta,\varphi)$和方向图表示天线对来自不同方向，场强相同的电磁波接收能力的相对大小。
- 有效接收面积：设天线的最大接收方向对准来波方向，天线与负载匹配且无损耗，天线的接收功率为P_r，设想此功率等于穿过与来波方向垂直的面积A_e的辐射功率（$P_r = S_{av} \cdot A_e$），则A_e称为天线的有效接收面积，可以用下式计算

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D$$

8.6 常用的线天线

1. 对称振子天线



- 对称振子天线的结构如图所示，归一化场强的方向图函数为

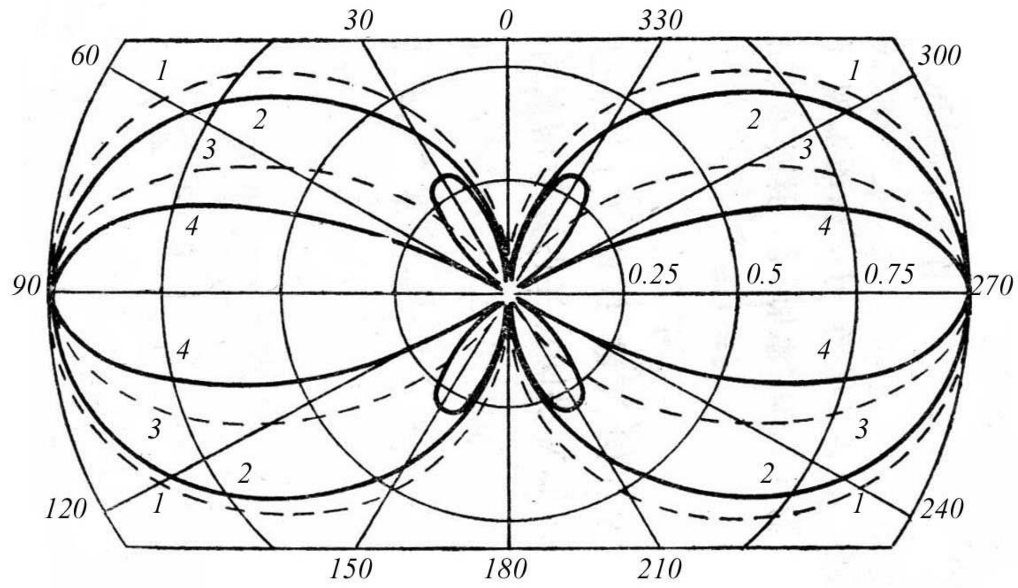
$$f(\theta)=\frac{\cos(\beta l\cos\theta)-\cos\beta l}{f_{\max}\cdot\sin\theta}$$

其中 f_{max}是 $\dfrac{\cos(\beta l\cos\theta)-\cos\beta l}{\sin\theta}$的最大值。

电磁场与电磁波

- 对称振子天线的方向图如图所示。
- 对于半波对称天线**2*l*=0.5*λ***，方向函数为

$$f(\theta)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$$



- 半波对称振子上电流的分布

$$i(z)=I_m\sin(2\pi\frac{z}{\lambda})$$

- 有效长度为

$$l_e=\frac{1}{I_m}\int_0^l I_m\sin(2\pi\frac{z}{\lambda})dz=\frac{\lambda}{\pi}\bigg|_{l=\frac{\lambda}{2}}=0.64l$$

2．对数周期天线（LPD天线）

- 对数周期天线是一种宽频带天线（例如200MHz～1GHz），由一组对称振子组成，如图1所示。
- 天线的内部接线及馈电方式如图2所示，图中0点称为顶点，2α为各振子相对于顶点的张角，d_n是第n个振子的臂长，是第n个振子到顶点的距离， R_n是第n个振子和第n+1个振子的间距。

图1 对数周期天线

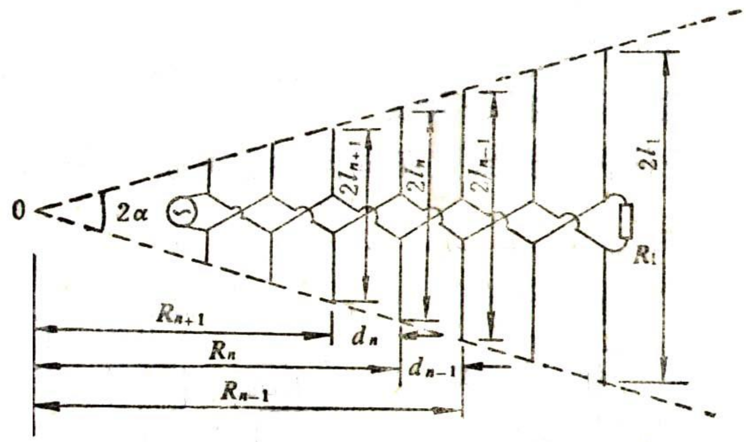


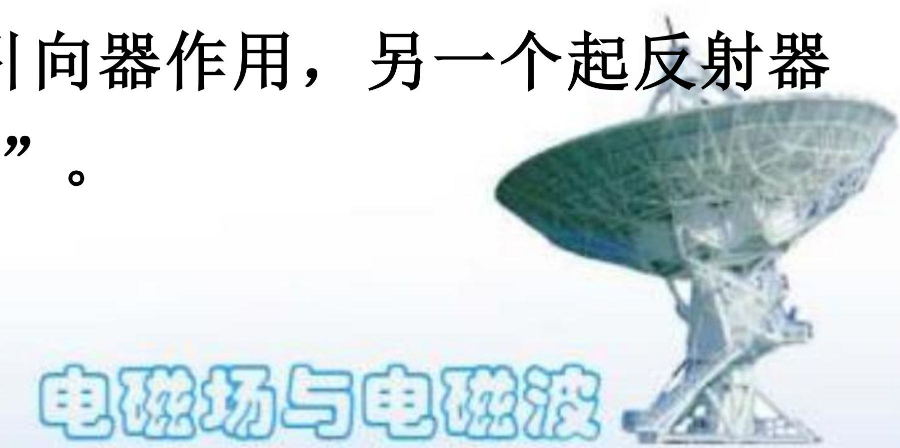
图2 LPD天线的内部接线及馈电方式

电磁场与电磁波

- 对数周期天线的结构满足下列关系式：

$$\tau=\frac{l_n}{l_{n-1}}=\frac{R_n}{R_{n-1}}=\frac{d_n}{d_{n-1}}<1$$

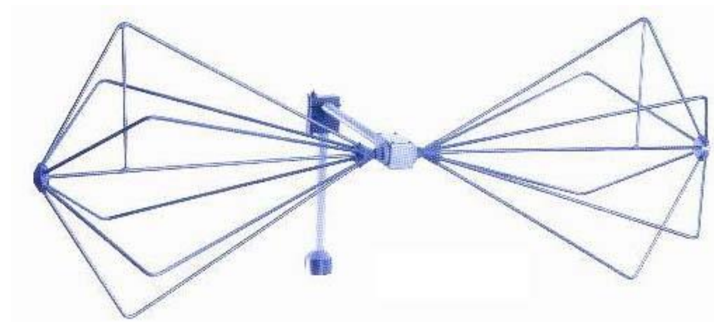
- 理论分析表明：当工作频率从 f 变到τf、$\tau^2 f$、$\tau^3 f$……时，LPD天线的电特性完全相同，而在$f\sim\tau f$、$\tau f\sim\tau^2 f$……等频率间隔内，LPD天线的电特性随频率的对数作周期性变化。如果τ接近于1，在$f\sim\tau f$、$\tau f\sim\tau^2 f$……等频率间隔内，LPD天线的电特性变化也不大，因此具有超宽频带特性。
- 振子谐振频率上该振子的辐射能力最强。与这个振子相邻的前、后两个振子，一个起引向器作用，另一个起反射器作用，构成一个“有效辐射区”。



- 最大辐射（或接收）方向指向短振子方向。
- 频率升高时，有效工作区向短振子方向移动；频率降低时，有效工作区向长振子方向移动。
- 无论有效工作区怎样移动，所形成的每一组引向天线的电尺寸不变，因此LPD天线的电特性与频率无关。
- LPD天线的工作频率范围由最长的和最短的振子的臂长决定

3．双锥天线

- 双锥天线是一种宽频带天线，是由对称振子天线演变来的，如图所示。双锥天线工作的频率范围一般是30MHz～300MHz。

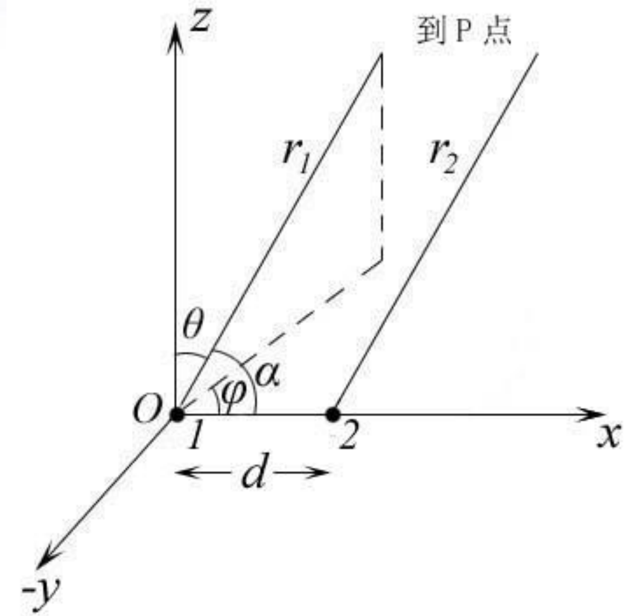


8.7 天线阵

8.7.1 二元直线阵与方向图乘积定理

- 为了增强方向性或得到所需要的方向性，将若干个单元天线按一定方式排列起来构成的辐射系统称为天线阵。
- 构成天线阵的单元天线称为阵元，可以是任何形式的天线。
- 按阵元排列的方式，可以分为直线阵、平面阵、立体阵等。
- 现代智能天线就是利用天线阵在某些方向上形成较强的辐射，在某些方向上形成零陷，具有抗干扰性能。

- 设二元阵由放置在x轴上、两个完全相同的阵元组成，间距为d，到观察点的距离分别为$\boldsymbol{r_1}$、$\boldsymbol{r_2}$。两阵元电流关系为$I_2 = I_1 e^{j\xi}$，如图所示。



- 两阵元的辐射场分别为

$$E_1 = E_m f(\theta,\varphi)\frac{e^{-jkr_1}}{r_1}$$

$$E_2 = E_m f(\theta,\varphi)\frac{e^{-jkr_2}\cdot e^{j\xi}}{r_2}$$

- 在天线的远区，$\boldsymbol{r_1}$、$\boldsymbol{r_2}$近似平行，在计算合场强的幅值时，取$\boldsymbol{r_2}=\boldsymbol{r_1}$；计算合场强的相位时，取

$$r_2 = r_1 - d\cos\alpha$$

电磁场与电磁波

- 观察点的合场强为

$$E = E_m f(\theta,\varphi)\frac{e^{-jkr_1}}{r_1}\left(1+e^{j\psi}\right)$$

其中 $\psi = \xi + kd\cos\alpha$ 。

- 二元阵的方向图函数为

$$F(\theta,\varphi) = f(\theta,\varphi)\cdot\left|1+e^{j\psi}\right| = f(\theta,\varphi)\cdot f_n(\theta,\varphi)$$

其中 $f_n(\theta,\varphi) = \left|1+e^{j\psi}\right|$ 。归一化后

$$f_n(\theta,\varphi) = \cos\frac{\psi}{2}$$

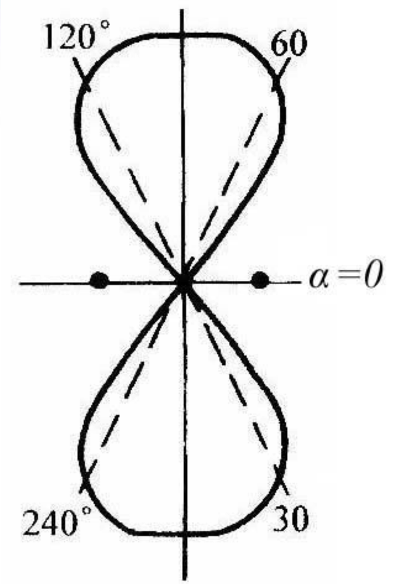
- 二元阵的方向图函数等于单元天线的方向图函数（元因子）与阵因子的乘积，这就是方向图乘积定理。方向图乘积定理也适用于多元相似阵。

下面讨论几种有代表性的情况：

(1) 设两阵元电流的相位相同（$\xi=0$），阵元间距$d=\lambda/2$。

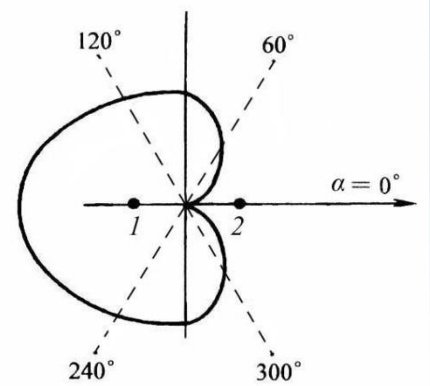
- 阵因子为

$$f_n(\theta,\varphi)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\alpha\right)$$



- 绘出的阵因子方向图如图所示。
- 可以看出，阵因子方向图是“8”字形，沿天线阵的轴线方向上没有辐射，在垂直于轴线的方向上辐射最强，这种天线阵称为边射式天线阵。

(2) 设两阵元电流的相位差$\xi=\pi/2$，阵元间距$d=\lambda/4$。



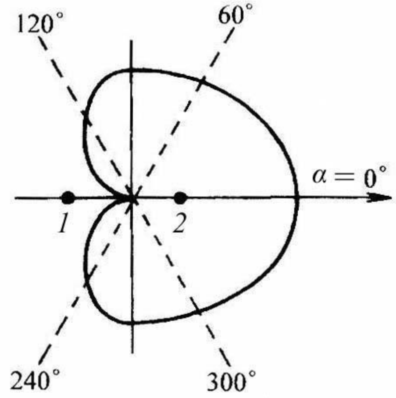
（a）

- 阵因子

$$f_a(\theta,\varphi)=\cos\left(\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$$

- 绘出的阵因子方向图如图（a）所示。

(3) 设两阵元电流的相位差$\xi=-\pi/2$，阵元间距$d=\lambda/4$。



（b）

- 阵因子

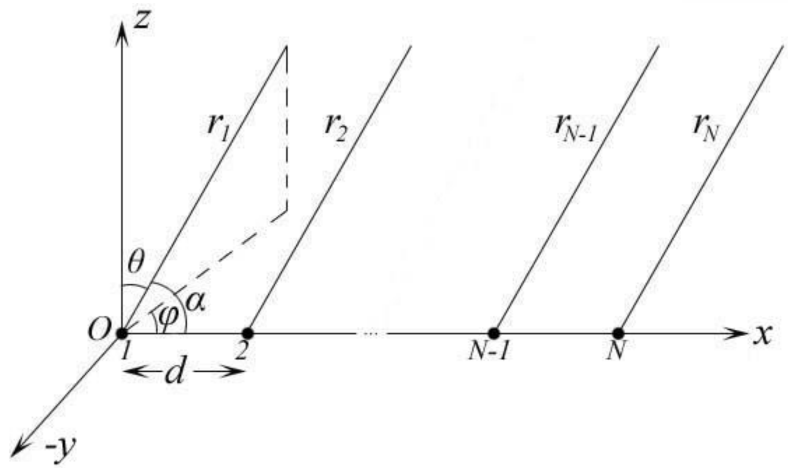
$$f_a(\theta,\varphi)=\cos\left(\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$$

绘出的阵因子方向图如图（b）所示。

- 由图看出，最大辐射方向指向相位超前的阵元方向。这种最大辐射方向沿阵轴线方向的天线阵称为端射式天线阵。

8.7.2 均匀直线阵

- 由N个相同的阵元天线取向相同、间距相同地排列在一条直线上组成直线阵。 均匀直线阵是指各阵元天线上激励电流幅值相等、相位沿直线均匀递增或递减，如图所示。



- 第n个阵元天线的电流为

$$I_n = Ie^{j(n-1)\xi} \quad \left(n = 1, 2, 3 \cdots N\right)$$

- 观察点的合场强等于N个阵元辐射场的叠加，与讨论二元阵的方法类似可得归一化阵因子为：

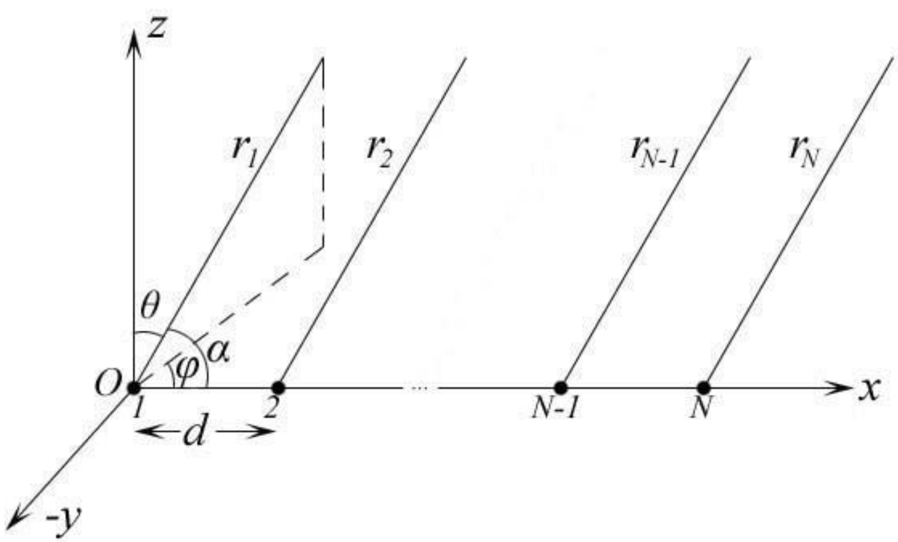
$$f_N(\psi) = \frac{1}{N}\frac{\sin\frac{N\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}$$

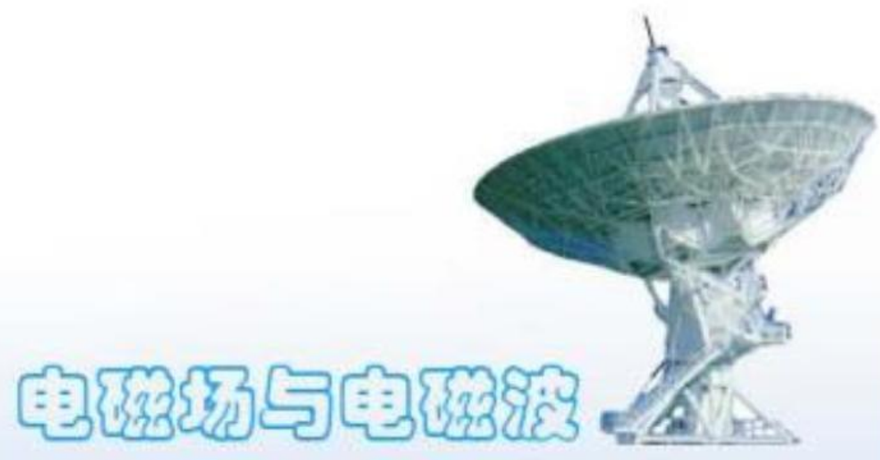
电磁场与电磁波

例题 10个电偶极子天线构成一均匀直线阵，如图所示。各振元的馈电电流大小相等，相位递增值为**π/2**，阵元间距为**λ/4**。绘出在***H***平面和***E***平面上的方向图。

解：已知$N=10$，$\xi=\pi/2$，$d=\lambda/4$，直线阵的综合方向图函数为

$$F(\theta,\varphi)=f(\theta,\varphi)\,f_N(\psi)=\sin\theta\left|\frac{1}{10}\frac{\sin 5\psi}{\sin\dfrac{\psi}{2}}\right|$$

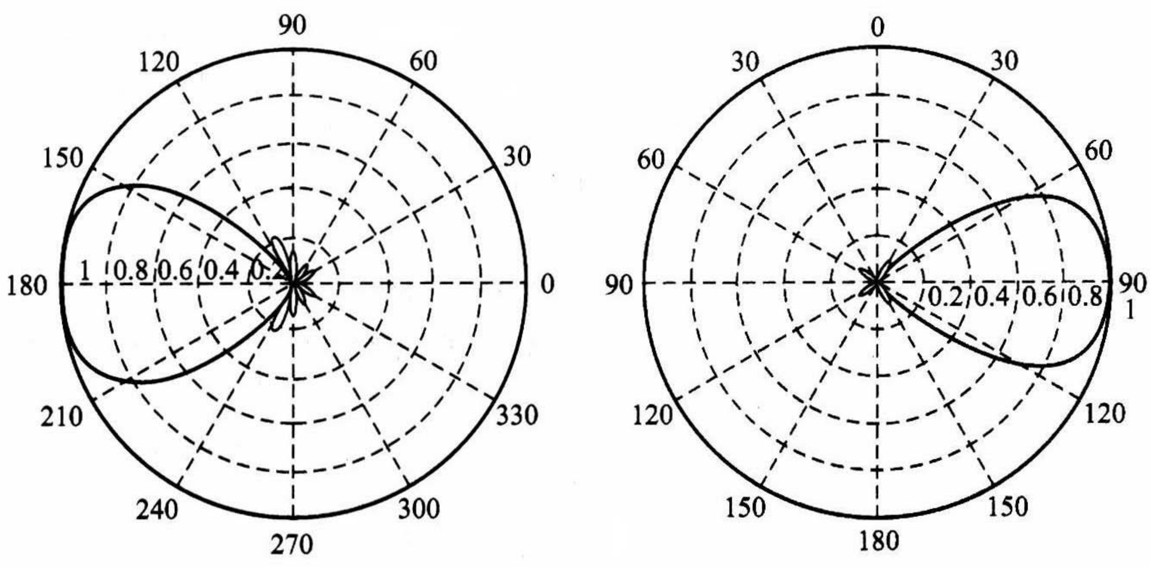




其中$\psi=\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{2}\sin\theta\cos\varphi$ 。在$\boldsymbol{H}$平面内，$\theta=\pi/2$ ，

$$F\left(\frac{\pi}{2},\varphi\right)=\left|\frac{1}{10}\frac{\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}+\dfrac{5\pi}{2}\cos\varphi\right)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{4}\cos\varphi\right)}\right|$$

，在$\boldsymbol{H}$平面内的方向图如图（$\boldsymbol{a}$）所示。



(a) H 面方向图　　(b) E 面方向图

电磁场与电磁波

在$\boldsymbol{E}$平面内，$\varphi = \pi$ ，

$$F(\theta,\pi)=\left|\sin\theta\cdot\frac{1}{10}\frac{\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}-\dfrac{5\pi}{2}\sin\theta\right)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\pi}{4}\sin\theta\right)}\right|$$

，在$\boldsymbol{E}$平面内的方向图如图（$\boldsymbol{b}$）所示。