1. 设 $f(x)=\begin{cases}1, x\neq 1,\\ 0, x=1,\end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$（　）

A. 不存在；　　B. ∞；　　C. 0；　　D. 1.

选(D).

解析: $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}1=1$。

2. 设 $f(x)=|x|$，则 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=$（　　）

A. -1；　　B. 1；　　C. 0；　　D. 不存在

选(B).

解析: $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}|x|=\lim\limits_{x\to 1}x=1$。

3. $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$ 都存在，是函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有极限的（　　）

A. 必要条件;　B. 充分条件；　C. 充要条件;　D. 无关条件.

选(A).

解析: 注意到若 $A\Rightarrow B$，则称 A 为 B 的充分条件，称 B 为 A 的必要条件。若 $A\Rightarrow B$，且 $B\Rightarrow A$，则称 A 为 B 的充要条件，也称 B 为 A 的充要条件。

由单侧极限和双侧极限的关系：$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$ 都存在且相等 $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，知，

$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在（即 $f(x)$ 在点 x_0 处有极限）$\Rightarrow$ $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$ 都存在，故选(A).

4. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义，是当 $x\to x_0$ 时 $f(x)$ 有极限的（　　）

A. 必要条件;　B. 充分条件；　C. 充要条件;　D. 无关条件.

选(D).

解析: 因为 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在与否与函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有无定义无关系，故选（D）.

5. 设 $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x-1}$，则 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=$（　　）

A. 0；　　B. -1；　　C. 1；　　D. 不存在

选（D）

解析: 因为 $x=1$ 为 $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x-1}=\begin{cases}1, x\geq 1,\\ -1, x<1,\end{cases}$ 的分段点，故考虑单侧极限，因为

$\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(-1)=-1, \lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}1=1,$ 故 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 不存在.

6. 当 $x\to 0$ 时，$\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{1}{x}$ 是（　　）

A. 无穷小；　B. 无穷大；　C. 无界变量；　D. 有界变量

选（C）

解析：因为当 $x\to 0$ 时，$\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$ 的值可以充分大(比如 $x=\frac{1}{2n\pi}$, (当 $n\to\infty,则x\to 0$), $\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}=2n\pi\cos 2n\pi=2n\pi\to\infty$)，故(1) $\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$ 无上界从而无界; (2)因它的极限不是 0，从而不是无穷小;

另外，当 $x\to 0$ 时，$\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$ 的值可以趋于 0(比如 $x=\frac{1}{2n\pi+\frac{\pi}{2}}$, (当 $n\to\infty,则x\to 0$), $\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}=(2n\pi+\frac{\pi}{2})\cos(2n\pi+\frac{\pi}{2})=0\to 0$)，从而它的极限不是 $\infty,-\infty,+\infty$，故它不是无穷大.

7. 填空题

$\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} e^{-\tan x}=$____________;　$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\arctan x}{x^2}=$____________;　(答案均填 0)

$\lim\limits_{x\to 0^-}\arctan\frac{1}{x}=$____________; (答案填 $-\frac{\pi}{2}$)　$\lim\limits_{x\to 0^+}\arctan\frac{1}{x}=$____________; (答案填 $\frac{\pi}{2}$)

解析: (1) $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} e^{-\tan x}=e^{\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-}(-\tan x)}=0$，(2) $-\frac{\pi}{2}\le\arctan x\le\frac{\pi}{2},\frac{1}{x^2}$ 为 $x\to\infty$ 时的无穷小，由有界函数与无穷小的乘积仍是无穷小知，$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\arctan x}{x^2}=0$.

$\lim\limits_{x\to 0^-}\arctan\frac{1}{x}\ \underline{\underline{u=\frac{1}{x}}}\ \lim\limits_{u\to-\infty}\arctan u=-\frac{\pi}{2}$(最后一个等号由反正切函数的图形立得);

$\lim\limits_{x\to 0^+}\arctan\frac{1}{x}\ \underline{\underline{u=\frac{1}{x}}}\ \lim\limits_{u\to+\infty}\arctan u=\frac{\pi}{2}$(最后一个等号由有反正切函数的图形立得).

8. 设 $f(x)=\begin{cases} e^x, x>0, \\ x+b, x\le 0, \end{cases}$，求极限 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 存在时，常数 b 的值.

解析：因为极限 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 存在，故 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)$，即 $\lim\limits_{x\to 0^+}e^x=\lim\limits_{x\to 0^-}(x+b)$，得 $b=1$。