Правило резолюций

$$\frac{A \vee B, \quad \neg A \vee C}{B \vee C}$$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$U \vee \neg V \vee W \qquad X \vee V \qquad \neg U \vee \neg X$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$U \vee \neg V \vee W$ $X \vee V$ $\neg U \vee \neg X$

$$\downarrow$$

$$\begin{aligned} A &= V \\ C &= U \vee W \\ B &= X \end{aligned}$$

$$\downarrow$$

$U \vee W \vee X$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$$\begin{tikzcd}
U \vee \neg V \vee W \arrow[d] \arrow[dr] & X \vee V \arrow[dl] & \neg U \vee \neg X \arrow[dl] \\
\begin{array}{l} A = V \\ C = U \vee W \\ B = X \end{array} \arrow[d] & \begin{array}{l} A = U \\ B = \neg V \vee W \\ C = \neg X \end{array} \arrow[d] & \\
U \vee W \vee X & \neg V \vee W \vee \neg X &
\end{tikzcd}$$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$$\begin{tikzcd}
U \vee \neg V \vee W \arrow[d] \arrow[dr] & X \vee V \arrow[dl] \arrow[dr] & \neg U \vee \neg X \arrow[dl] \arrow[d] \\
\begin{array}{l} A = V \\ C = U \vee W \\ B = X \end{array} \arrow[d] & \begin{array}{l} A = U \\ B = \neg V \vee W \\ C = \neg X \end{array} \arrow[d] & \begin{array}{l} A = X \\ B = V \\ C = \neg U \end{array} \arrow[d] \\
U \vee W \vee X & \neg V \vee W \vee \neg X & V \vee \neg U
\end{tikzcd}$$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

X $\qquad$ $\neg X \vee Y \vee Z$ $\qquad$ $\neg Z$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$$\frac{A \to B,\ A}{B}$$

$$X \qquad \neg X \vee Y \vee Z \qquad \neg Z$$

$$X \to Y \vee Z$$

$$A = X$$
$$B = Y \vee Z$$

$$Y \vee Z$$

Правило резолюций

$$\frac{A\lor B,\ \neg A\lor C}{B\lor C}$$

$$\frac{A\to B,\ A}{B}$$

$$\begin{tikzcd}
X \arrow[ddr] & & \neg X \lor Y \lor Z \arrow[dl] \arrow[dr] & & \neg Z \arrow[ddl] \\
& X \to Y \lor Z \arrow[d] & & \neg Z \to \neg X \lor Y \arrow[d] & \\
& \begin{array}{l} A = X \\ B = Y \lor Z \end{array} \arrow[d] & & \begin{array}{l} A = \neg Z \\ B = \neg X \lor Y \end{array} \arrow[d] & \\
& Y \lor Z & & \neg X \lor Y &
\end{tikzcd}$$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$$\begin{tikzcd}
\neg X \vee U \vee V \arrow[dr] & & X \arrow[dl] \arrow[dr] & & \neg X \arrow[dl] \\
& \begin{array}{l} A = X \\ B = \square \\ C = U \vee V \end{array} \arrow[d] & & \begin{array}{l} A = X \\ B = \square \\ C = \square \end{array} \arrow[d] & \\
& U \vee V? & & \square &
\end{tikzcd}$$

Правило резолюций

$\neg X \vee \neg Y \vee U \quad X \vee Y \vee V$

Правило резолюций

$$\begin{tikzcd}
\neg X \vee \neg Y \vee U \arrow[dr] & & X \vee Y \vee V \arrow[dl] \\
& U \vee V &
\end{tikzcd}$$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$$\neg X \vee \neg Y \vee U \qquad X \vee Y \vee V$$

$$A = X \vee Y$$
$$B = V$$
$$C = U$$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$$\neg X \vee \neg Y \vee U \qquad X \vee Y \vee V$$

$$A = X \vee Y$$
$$B = V$$
$$C = U$$

$$\neg A = \neg X \vee \neg Y$$
$$\neg A = \neg(X \vee Y) = \neg X \wedge \neg Y$$

Правило резолюций

$\neg X \vee \neg Y \vee U \qquad X \vee Y \vee V$

$$A = X$$
$$B = Y \vee V$$
$$C = \neg Y \vee U$$

Правило резолюций

$$\neg X \lor \neg Y \lor U \qquad X \lor Y \lor V$$

$$\begin{aligned} A &= X \\ B &= Y \lor V \\ C &= \neg Y \lor U \end{aligned}$$

$$\downarrow$$

$$Y \lor V \lor \neg Y \lor U = 1$$

Метод резолюций

Доказать:

$$\frac{A_1, A_2, \ldots, A_n}{B}$$

Метод резолюций

Доказать:

$$A_1, A_2, \ldots, A_n \vdash B$$

Метод резолюций

Доказать:

$$A_1, A_2, \ldots, A_n \vdash B$$

Эквивалентно:

$$A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B \vdash \Box$$

Метод резолюций

Доказать:

$$A_1, A_2, \ldots, A_n \vdash B$$

Эквивалентно:

$$A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B \vdash \square$$

Алгоритм:

1. Привести $A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B$ в КНФ
2. Применять правило резолюций, пока не получится пустая дизъюнкция

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$A \vee B \qquad \neg A \vee \neg B \qquad \neg A \vee B \qquad A$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B),\ \neg A \lor B,\ A$
- $A \lor B,\ \neg A \lor \neg B,\ \neg A \lor B,\ A$

$$
\begin{tikzcd}
A \lor B \arrow[d] & \neg A \lor \neg B \arrow[dl] & \neg A \lor B & A \\
1 & & &
\end{tikzcd}
$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$
\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B & \neg A \vee B \arrow[dll] & A \\
B & & &
\end{tikzcd}
$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \arrow[d] & \neg A \vee B \arrow[dll] \arrow[dl] & A \\
B & \neg A & &
\end{tikzcd}$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \arrow[d] \arrow[dr] & \neg A \vee B \arrow[dll] \arrow[dl] & A \arrow[dl] \\
B & \neg A & \neg B &
\end{tikzcd}$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$
\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \arrow[d] \arrow[dr] & \neg A \vee B \arrow[dll] \arrow[dl] \arrow[dr] & A \arrow[d] \arrow[dl] \\
B & \neg A & \neg B & B
\end{tikzcd}
$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$
\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \arrow[d] \arrow[dr] & \neg A \vee B \arrow[dll] \arrow[dl] & A \arrow[dl] \\
B \arrow[dr] & \neg A & \neg B \arrow[dl] & \\
 & \square & &
\end{tikzcd}
$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$