

# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$

# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \Leftrightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$$

# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \Leftrightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$$

$$(\exists x P(x)) \wedge (\exists x Q(x)) \Leftrightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x))$$

# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$\begin{aligned}(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) &\Leftrightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x)) \\ (\exists x P(x)) \wedge (\exists x Q(x)) &\Leftrightarrow \exists x \exists y (P(x) \wedge Q(y))\end{aligned}$$

# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \Leftrightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$$

$$(\exists x P(x)) \wedge (\exists x Q(x)) \Leftrightarrow \exists x \exists y (P(x) \wedge Q(y))$$

$$(\exists x P(x)) \vee (\exists x Q(x)) \Leftrightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$$

# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \Leftrightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$$

$$(\exists x P(x)) \wedge (\exists x Q(x)) \Leftrightarrow \exists x \exists y (P(x) \wedge Q(y))$$

$$(\exists x P(x)) \vee (\exists x Q(x)) \Leftrightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$$

$$(\forall x P(x)) \vee (\forall x Q(x)) \Leftrightarrow \forall x \forall y (P(x) \vee Q(y))$$



# Предваренная нормальная форма

1. Оставить только  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \Leftrightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$$

$$(\exists x P(x)) \wedge (\exists x Q(x)) \Leftrightarrow \exists x \exists y (P(x) \wedge Q(y))$$

$$(\exists x P(x)) \vee (\exists x Q(x)) \Leftrightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$$

$$(\forall x P(x)) \vee (\forall x Q(x)) \Leftrightarrow \forall x \forall y (P(x) \vee Q(y))$$

4. Результат: предваренная нормальная форма

$$\forall x_1 \forall x_2 \exists x_3 \forall x_4 F$$

## Предваренная нормальная форма

►  $(\forall x P(x)) \oplus (\exists x Q(x))$

## Предваренная нормальная форма

- ▶  $(\forall x P(x)) \oplus (\exists x Q(x))$
- ▶  $\left[ \overline{(\forall x P(x))} \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$

## Предваренная нормальная форма

- ▶  $(\forall x P(x)) \oplus (\exists x Q(x))$
- ▶  $\left[ \overline{(\forall x P(x))} \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$

## Предваренная нормальная форма

- ▶  $(\forall x P(x)) \oplus (\exists x Q(x))$
- ▶  $\left[ \overline{(\forall x P(x))} \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$

## Предваренная нормальная форма

- ▶  $(\forall x P(x)) \oplus (\exists x Q(x))$
- ▶  $\left[ \overline{(\forall x P(x))} \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$

## Предваренная нормальная форма

- ▶  $(\forall x P(x)) \oplus (\exists x Q(x))$
- ▶  $\left[ \overline{(\forall x P(x))} \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge \overline{(\exists x Q(x))} \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ \forall x P(x) \wedge \overline{Q(x)} \right]$

## Предваренная нормальная форма

- ▶  $(\forall x P(x)) \oplus (\exists x Q(x))$
- ▶  $\left[ (\overline{\forall x P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\overline{\exists x Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\overline{\exists x Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ \forall x P(x) \wedge \overline{Q(x)} \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ \forall z P(z) \wedge \overline{Q(z)} \right]$



## Предваренная нормальная форма

- ▶  $(\forall x P(x)) \oplus (\exists x Q(x))$
- ▶  $\left[ (\overline{\forall x P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\overline{\exists x Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\overline{\exists x Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ (\exists x \overline{P(x)}) \wedge (\exists x Q(x)) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ (\forall x P(x)) \wedge (\forall x \overline{Q(x)}) \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ \forall x P(x) \wedge \overline{Q(x)} \right]$
- ▶  $\left[ \exists x \exists y \overline{P(x)} \wedge Q(y) \right] \vee \left[ \forall z P(z) \wedge \overline{Q(z)} \right]$
- ▶  $\exists x \exists y \forall z \left[ (\overline{P(x)} \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge \overline{Q(z)}) \right]$

## Предваренная нормальная форма

►  $\exists x \exists y \forall z \left[ (\overline{P(x)} \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge \overline{Q(z)}) \right]$

## Предваренная нормальная форма

- ▶  $\exists x \exists y \forall z \left[ (\overline{P(x)} \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge \overline{Q(z)}) \right]$
- ▶  $\exists x \exists y \forall z \left[ (\overline{P(x)} \vee P(z)) \wedge (\overline{P(x)} \vee \overline{Q(z)}) \wedge \right.$   
 $\left. \wedge (Q(y) \vee P(z)) \wedge (Q(y) \vee \overline{Q(z)}) \right]$

## Предваренная нормальная форма

- ▶  $\exists x \exists y \forall z \left[ (\overline{P(x)} \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge \overline{Q(z)}) \right]$
- ▶  $\exists x \exists y \forall z \left[ (\overline{P(x)} \vee P(z)) \wedge (\overline{P(x)} \vee \overline{Q(z)}) \wedge \right.$   
 $\left. \wedge (Q(y) \vee P(z)) \wedge (Q(y) \vee \overline{Q(z)}) \right]$
- ▶  $\exists x \exists y \forall z \left[ (\overline{P(x)} \vee \overline{Q(z)}) \wedge (Q(y) \vee P(z)) \right]$