Частная производная и градиент

Функция n переменных:

$$f(x_1, \ldots, x_n) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Частная производная по i-й переменной:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \ldots, x_n) =$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \left[f(x_1, x_2, \ldots, x_i + \varepsilon, \ldots, x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \right] / \varepsilon$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} :$$

Частная производная и градиент

Функция n переменных:

$$f(x_1, \ldots, x_n) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Частная производная по i-й переменной:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \ldots, x_n) =$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \left[f(x_1, x_2, \ldots, x_i + \varepsilon, \ldots, x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \right] / \varepsilon$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Частная производная и градиент

Функция n переменных:

$$f(x_1, \dots, x_n) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Частная производная по i-й переменной:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \dots, x_n) =$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \left[f(x_1, x_2, \dots, x_i + \varepsilon, \dots, x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \right] / \varepsilon$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Градиент функции:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$$

$$\nabla f :$$

Частная производная и градиент

Функция n переменных:

$$f(x_1, \ldots, x_n) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Частная производная по i-й переменной:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \ldots, x_n) =$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \left[f(x_1, x_2, \ldots, x_i + \varepsilon, \ldots, x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \right] / \varepsilon$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Градиент функции:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$$

$$\nabla f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$$

Частные производные

$$f(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} =$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} =$$

Частные производные

$$f(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \quad 3x^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} =$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} =$$

Частные производные

$$f(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = uy^{u-1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} =$$

Частные производные

$$f(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial x} &= 3x^2 \\
\frac{\partial f}{\partial y} &= u y^{u-1} \\
\frac{\partial f}{\partial z} &= (-\cos z^2 u^3)(u^3 2z)
\end{aligned}$$

Производная сложной функции

$$f = f(x_1, \dots, x_n)$$

$$x_i = x_i(y_1, \dots, y_m)$$

$$f(y_1, \dots, y_m) = f(x_1(y_1, \dots, y_m), \dots, x_n(y_1, \dots, y_m))$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial y_i}$$

Производная сложной функции

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^{n} a_i x_i$$

$$x_i(y_1, \dots, y_m) = \sum_{k=1}^{m} y_k^i$$

$$f(y_1, \dots, y_m) = f(x_1(y_1, \dots, y_m), \dots, x_n(y_1, \dots, y_m))$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_j} =$$

Производная сложной функции

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{k=1}^{n} a_i x_i$$

$$x_i(y_1, \ldots, y_m) = \sum_{k=1}^{m} y_k^i$$

$$f(y_1, \ldots, y_m) = f(x_1(y_1, \ldots, y_m), \ldots, x_n(y_1, \ldots, y_m))$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = a_i, \; \frac{\partial x_i}{\partial y_j} = i y_j^{i-1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_j} =$$

Производная сложной функции

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{k=1}^{n} a_i x_i$$

$$x_i(y_1, \ldots, y_m) = \sum_{k=1}^{m} y_k^i$$

$$f(y_1, \ldots, y_m) = f(x_1(y_1, \ldots, y_m), \ldots, x_n(y_1, \ldots, y_m))$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = a_i, \ \frac{\partial x_i}{\partial y_j} = i y_j^{i-1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_j} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial y_j} = \sum_{i=1}^{n} a_i i y_j^{i-1}$$