

# Логика высших порядков

$P$  является биекцией из  $A$  в  $B$

$$\forall x \forall y \forall z \ P(x, y) \wedge P(x, z) \rightarrow Eq(y, z)$$

$$\forall x \exists y \ A(x) \wedge B(y) \wedge P(x, y)$$

$$\forall y \exists x \ A(x) \wedge B(y) \wedge P(x, y)$$

$$\forall x \forall y \ \forall z P(x, z) \wedge P(y, z) \rightarrow Eq(x, y)$$

# Логика высших порядков

$P$  является биекцией из  $A$  в  $B$

$$\forall x \forall y \forall z \ P(x, y) \wedge P(x, z) \rightarrow Eq(y, z)$$

$$\forall x \exists y \ A(x) \wedge B(y) \wedge P(x, y)$$

$$\forall y \exists x \ A(x) \wedge B(y) \wedge P(x, y)$$

$$\forall x \forall y \ \forall z P(x, z) \wedge P(y, z) \rightarrow Eq(x, y)$$

Равномощность  $A$  и  $B$ :

$$\exists P [\forall x \forall y \forall z \ P(x, y) \wedge P(x, z) \rightarrow Eq(y, z)] \wedge \dots$$

# Принцип доказательства от противного

- ▶ Необходимо доказать, что  $\exists x P(x)$

# Принцип доказательства от противного

- ▶ Необходимо доказать, что  $\exists x P(x)$
- ▶ Предположим, что  $\forall x \neg P(x)$

# Принцип доказательства от противного

- ▶ Необходимо доказать, что  $\exists x P(x)$
- ▶ Предположим, что  $\forall x \neg P(x)$
- ▶ Придем к противоречию

# Принцип доказательства от противного

- ▶ Необходимо доказать, что  $\exists x P(x)$
- ▶ Предположим, что  $\forall x \neg P(x)$
- ▶ Придем к противоречию
- ▶ Следовательно,  $\exists x P(x)$

# Принцип доказательства от противного

- ▶ Необходимо доказать, что  $\exists x P(x)$
- ▶ Предположим, что  $\forall x \neg P(x)$
- ▶ Придем к противоречию
- ▶ Следовательно,  $\exists x P(x)$

Но чему равен  $x$ ?

# Модальная логика

Модальные операторы:

- ▶  $KA$  – известно
- ▶  $\Diamond A$  –  $A$  возможно



# Модальная логика

Модальные операторы:

- ▶  $KA$  – известно
- ▶  $\Diamond A$  –  $A$  возможно

A1 Принцип объективности знания

$$KA \rightarrow A$$

A2 Дистрибутивность знания и конъюнкции

$$K(A \wedge B) \rightarrow KA \wedge KB$$

A3 Принцип познаваемости мира

$$A \rightarrow \Diamond KA$$

# Модальная логика

Модальные операторы:

- ▶  $KA$  – известно
- ▶  $\diamond A$  –  $A$  возможно

A1 Принцип объективности знания

$$KA \rightarrow A$$

A2 Дистрибутивность знания и конъюнкции

$$K(A \wedge B) \rightarrow KA \wedge KB$$

A3 Принцип познаваемости мира

$$A \rightarrow \diamond KA$$

- ▶ Предположим,  $A \wedge \neg KA$

# Модальная логика

Модальные операторы:

- ▶  $KA$  – известно
- ▶  $\diamond A$  –  $A$  возможно

A1 Принцип объективности знания

$$KA \rightarrow A$$

A2 Дистрибутивность знания и конъюнкции

$$K(A \wedge B) \rightarrow KA \wedge KB$$

A3 Принцип познаваемости мира

$$A \rightarrow \diamond KA$$

- ▶ Предположим,  $A \wedge \neg KA$
- ▶ По A3,  $\diamond K(A \wedge \neg KA)$

# Модальная логика

Модальные операторы:

- ▶  $KA$  – известно
- ▶  $\Diamond A$  –  $A$  возможно

A1 Принцип объективности знания

$$KA \rightarrow A$$

A2 Дистрибутивность знания и конъюнкции

$$K(A \wedge B) \rightarrow KA \wedge KB$$

A3 Принцип познаваемости мира

$$A \rightarrow \Diamond KA$$

- ▶ Предположим,  $A \wedge \neg KA$
- ▶ По A3,  $\Diamond K(A \wedge \neg KA)$
- ▶ По A2,  $\Diamond(KA \wedge K(\neg KA))$

# Модальная логика

Модальные операторы:

- ▶  $KA$  – известно
- ▶  $\diamond A$  –  $A$  возможно

A1 Принцип объективности знания

$$KA \rightarrow A$$

A2 Дистрибутивность знания и конъюнкции

$$K(A \wedge B) \rightarrow KA \wedge KB$$

A3 Принцип познаваемости мира

$$A \rightarrow \diamond KA$$

- ▶ Предположим,  $A \wedge \neg KA$
- ▶ По A3,  $\diamond K(A \wedge \neg KA)$
- ▶ По A2,  $\diamond(KA \wedge K(\neg KA))$
- ▶ По A1,  $\diamond(KA \wedge \neg KA)$

# Модальная логика

Модальные операторы:

- ▶  $KA$  – известно
- ▶  $\diamond A$  –  $A$  возможно

A1 Принцип объективности знания

$$KA \rightarrow A$$

A2 Дистрибутивность знания и конъюнкции

$$K(A \wedge B) \rightarrow KA \wedge KB$$

A3 Принцип познаваемости мира

$$A \rightarrow \diamond KA$$

- ▶ Предположим,  $A \wedge \neg KA$
- ▶ По A3,  $\diamond K(A \wedge \neg KA)$
- ▶ По A2,  $\diamond(KA \wedge K(\neg KA))$
- ▶ По A1,  $\diamond(KA \wedge \neg KA)$
- ▶ Противоречие. Все уже познано.