# Modus ponens

$$\frac{A, \ A \to B}{B}$$

#### Аксиомы

A1 
$$A \rightarrow (B \rightarrow A)$$
  
A2  $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$   
A3  $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow [(\neg A \rightarrow B) \rightarrow A]$ 

$$X \rightarrow X$$
?

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$

$$X \rightarrow X$$
?

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
  
 $A = X, B = X \rightarrow X, C = X$ 

$$X \rightarrow X$$
?

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
  
 $A = X, B = X \rightarrow X, C = X$   
L1  $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$ 

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
  
 $A = X, B = X \rightarrow X, C = X$   
L1  $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$   
A1  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ 

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
  
 $A = X, B = X \rightarrow X, C = X$   
L1  $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$   
A1  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$   
 $A = X, B = X \rightarrow X$ 

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
  
 $A = X, B = X \rightarrow X, C = X$   
L1  $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$   
A1  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$   
 $A = X, B = X \rightarrow X$   
L2  $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$ 

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
  
 $A = X, B = X \rightarrow X, C = X$   
L1  $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$   
A1  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$   
 $A = X, B = X \rightarrow X$   
L2  $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$   
 $MP (X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$ 

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
  
 $A = X, B = X \rightarrow X, C = X$   
L1  $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$   
A1  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$   
 $A = X, B = X \rightarrow X$   
L2  $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$   
MP  $(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$   
A1  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ 

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$

$$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$$
L1 
$$[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$$
A1 
$$A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$A = X, B = X \rightarrow X$$
L2 
$$X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$$
MP 
$$(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$$
A1 
$$A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$A = X, B = X$$

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$

$$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$$
L1 
$$[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$$
A1 
$$A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$A = X, B = X \rightarrow X$$
L2 
$$X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$$
MP 
$$(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$$
A1 
$$A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$A = X, B = X$$
L3 
$$X \rightarrow (X \rightarrow X)$$

A2 
$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
  
 $A = X, B = X \rightarrow X, C = X$   
L1  $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$   
A1  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$   
 $A = X, B = X \rightarrow X$   
L2  $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$   
MP  $(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$   
A1  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$   
 $A = X, B = X$   
L3  $X \rightarrow (X \rightarrow X)$   
MP  $X \rightarrow X$