Übungsaufgaben für die Vorlesung **Theoretische Informatik**
Prof. Dr. U. Hedtstück
HTWG Konstanz, Fakultät Informatik, SS 2015
Blatt 3, S. 1/4

AUFGABE 1:

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$ eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache erzeugt.

SS09: $L = \{a^n b^n b^m a^m \mid n, m \geq 1\}$
SS09: $L = \{w_1 a w_2 b \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^+,\ |w_1| = |w_2|\}$
SS13: $L = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 1, n \neq m\}$

AUFGABE 2:

Zeigen Sie die Mehrdeutigkeit der folgenden Grammatiken.

WS07:
$$\begin{aligned} S &\to 0A \mid B0 \mid 1 \\ A &\to S0 \\ B &\to 0S \end{aligned}$$

SS08:
$$\begin{aligned} S &\to A \mid B \\ A &\to 0A1 \mid 0A \mid 01 \\ B &\to 0B1 \mid B1 \mid 01 \end{aligned}$$

SS09:
$$S \to SS \mid aSb \mid ab \mid ba$$

WS14:
$$\begin{aligned} S &\to AB \\ A &\to aA \mid a \\ B &\to bBb \mid bAb \end{aligned}$$

AUFGABE 3:

Gegeben sei der Kellerautomat $M = (\{q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{A, B, K\}, \delta, q_1, K, \{q_3\})$ mit

$$\begin{array}{llll} \delta: & q_1aK & \mapsto & q_2AK \\ & q_2bA & \mapsto & q_2BA \\ & q_2aB & \mapsto & q_2AB \\ & q_2bB & \mapsto & q_2\varepsilon \\ & q_2aA & \mapsto & q_2\varepsilon \\ & q_2\varepsilon K & \mapsto & q_3K \end{array}$$

a) Beschreiben Sie Schritt für Schritt, wie M das Eingabewort ababbaba abarbeitet.

b) Beschreiben Sie die Sprache $T(M)$ mengentheoretisch.

AUFGABE 4: SS10 **(15 %)**

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit

$$\begin{array}{ll} P: & S \to aX \mid Yc \\ & X \to Xc \mid bc \\ & Y \to aY \mid ab \end{array}$$

a) Beschreiben Sie die Sprache $L(G)$ mengentheoretisch in der Form $L(G) = \{x \in V_T^* \mid x$ „hat die hier beschriebene Eigenschaft“$\}$.

b) Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist.

c) Konstruieren Sie gemäß dem Verfahren der Vorlesung aus der Grammatik G einen Kellerautomaten K, der $L(G)$ erkennt.

d) Beschreiben Sie schrittweise, wie K das Wort $abccc$ abarbeitet.

AUFGABE 5:

Mit Grammatiken kann man das künstliche Erzeugen von pflanzenartigen Strukturen auf dem Bildschirm (oder auf dem Papier) beschreiben.

Als terminale Symbole kann man Anweisungen einer Turtle-Graphik (engl. turtle = Schildkröte) wählen, mit der man graphische Darstellungen mit Hilfe programmierter Bewegungen einer Turtle auf dem Bildschirm erzeugt. Der Zustand der Turtle ist definiert durch eine Position auf dem Bildschirm und eine Richtung, die von der Position in eine durch einen Winkel gegebene Richtung weist.

Die terminalen Symbole sind dabei folgendermaßen zu interpretieren:

- `F` (*forward*) Gehe um eine Längeneinheit geradeaus weiter und hinterlasse auf dem zurückgelegten Weg einen Strich.
- `+` drehe die aktuelle Richtung der Turtle um 45 Grad nach links.
- `-` drehe die aktuelle Richtung der Turtle um 45 Grad nach rechts.
- `[` (*push*) Sichere den aktuellen Zustand der Turtle (bestehend aus Position und Richtung) auf einen Stack.
- `]` (*pop*) hole den obersten Zustand vom Stack und mache ihn zum aktuellen Zustand der Turtle. Springe dabei von der vorhergehenden Position zur neuen Position ohne eine Linie zu zeichnen.

Die folgende kontextfreie Grammatik erzeugt eine einfache verzweigende Struktur:

$G = (\{S\}, \{\, \mathtt{F}, +, -, [,]\,\}, P, S)$ mit

P: $S \rightarrow \mathtt{F[+}S\mathtt{]FF[-}S\mathtt{]+}S$
$S \rightarrow \mathtt{F}$

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

a) Zeichnen Sie den Ableitungsbaum, der folgendermaßen entsteht: Wenden Sie die erste Regel auf S an. Dann nocheinmal die erste Regel jeweils auf die neuen S. Anschließend leiten Sie aus allen S das terminale Symbol `F` ab.

b) Geben Sie das Wort w an, das so erzeugt wurde, und das nur noch aus terminalen Symbolen besteht.

c) Zeichnen Sie die Graphik, die durch das Wort w beschrieben wird. Beginnen Sie dabei auf einer beliebigen Position auf Ihrem Papier, so dass etwas Platz nach oben ist. Die Richtung weise zu Beginn nach oben. Als Längeneinheit ist 0,5 cm gut geeignet.

Multiple Choice-Test

Genau eine Antwort ist anzukreuzen. Falsche Antworten werden nicht negativ bewertet!

		richtig	**falsch**
1.	In einer kontextfreien Grammatik gibt es zu jeder natürlichen Zahl n nur endlich viele Ableitungen aus dem Startsymbol mit genau n Schritten.	☐	☐
2.	Die von der EBNF-Grammatik $< S > ::= \{a\{bb\}a\}$ beschriebene Sprache enthält das Wort *aaabbaaaaa*.	☐	☐
3.	Die EBNF-Grammatiken <S> ::= ab{b}a und <S> ::= a[b]{b}a beschreiben genau dieselbe Sprache.	☐	☐
4.	Mit der EBNF-Grammatik <Liste> ::= \[a{,a}\] kann das Wort [a,[a,a,a],a] erzeugt werden.	☐	☐
5.	Mit der EBNF-Grammatik <Liste> ::= \[[a{,a}]\] kann die leere Liste [] erzeugt werden.	☐	☐
6.	Die Sprache $\{0^n1^n2^n \mid n \geq 1\}$ könnte mit einem Kellerautomaten mit zwei Kellerspeichern, die gleichzeitig bearbeitet werden, erkannt werden.	☐	☐
7.	Eine kontextfreie Sprache L ist genau dann mehrdeutig, wenn es mindestens zwei Grammatiken G_1, G_2 gibt mit $G_1 \neq G_2$ und $L = L(G_1) = L(G_2)$.	☐	☐
8.	Sei G eine kontextfreie Grammatik, es gelte $L(G)$ ist inhärent mehrdeutig. Dann ist G mehrdeutig.	☐	☐