

# Übungsblatt 6

## Kellerautomaten

Theoretische Informatik  
Studiengang Angewandte Informatik  
Wintersemester 2015/2016  
Prof. Barbara Staehle, HTWG Konstanz

### Aufgabe 6.1

[ *topic = Arbeitsweise des PDAs  $P_1$ , credits = 3* ]

Erinnern Sie sich an den in der Vorlesung definierten PDA

$P_1 = (\{s_0, s_1\}, \{a, b\}, \{A, \perp\}, \delta, s_0)$  mit  $\mathcal{L}(P_1) = \{a^n b^n \mid n \in \mathbf{N}\}$ .

Bestimmen Sie für die Worte

1.  $\omega_1 = aabbb$      $\nexists$

#### Lösung

Schritt	Zustand	w	Keller
0	$s_0$	$aabbb$	$\perp$
1	$s_0$	$abbb$	$A\perp$
2	$s_0$	$bbb$	$AA\perp$
3	$s_1$	$bb$	$A\perp$
4	$s_1$	$b$	$\perp$
5	$s_1$	$b$	$\epsilon$

das letzte b (markierte Zeile) kann nicht gelesen werden, da der Zustand  $b, \perp, \epsilon$  *NICHT* existiert ... Also anders gesagt, b kann erst dann gelesen werden wenn im Keller A steht und nicht  $\perp$ ..

2.  $\omega_2 = aaabbb$      $\checkmark$

#### Lösung

<i>Schritt</i>	<i>Zustand</i>	<i>w</i>	<i>Keller</i>
0	$s_0$	<i>aaabbb</i>	$\perp$
1	$s_0$	<i>aabbb</i>	$A\perp$
2	$s_0$	<i>abbb</i>	$AA$
3	$s_0$	<i>bbb</i>	$AAA$
4	$s_1$	<i>bb</i>	$AA$
5	$s_1$	<i>b</i>	$A$
6	$s_1$	$\epsilon$	$\perp$
7	$s_1$	$\epsilon$	$\epsilon$

Keller ist leer, das Wort  $w$  wurde akzeptiert..

3.  $\omega_3 = abaabb \quad \nrightarrow$

### Lösung

<i>Schritt</i>	<i>Zustand</i>	<i>w</i>	<i>Keller</i>
0	$s_0$	<i>abaabb</i>	$\perp$
1	$s_0$	<i>baabb</i>	$A\perp$
2	$s_1$	<i>aabb</i>	$\perp$
3	$s_1$	<i>aabb</i>	$\perp$

Von Zustand  $s_1$  (markiert) kann kein  $a$  gelesen werden daher  $w$  wird nicht akzeptiert

jeweils alle Konfigurationen (aktueller Zustand, verbleibendes Eingabewort, Inhalt des Kellers), die  $P_1$  während der Verarbeitung der Worte durchläuft. Beantworten Sie anschließend, warum die Worte (nicht) akzeptiert werden.

Hinweis: Verwenden Sie Tabellen, oder die Übergangsrelation.

## Aufgabe 6.2

[ *topic = Ein PDA für die OTTO-Zahlen* ]

Erinnern Sie sich an die OTTO-Zahlen vom 3. Übungsblatt. Wir betrachten jetzt allerdings nur OTTO-Zahlen mit dem Ziffernvorrat 1-3:  $L_{O3} \subseteq \{1, 2, 3\}^*$  mit  $L_{O3} = \{1, 2, 3, 11, 22, 33, 111, 121, 131 \dots 2332 \dots 132321, \dots\}$ .

## Teilaufgabe 6.2.1

Geben Sie den PDA  $P_{O3}$  an, der  $L_{O3}$  akzeptiert. Lassen Sie sich hierfür von den PDAs, die Sie in der Vorlesung kennengelernt haben, inspirieren.

Geben Sie die Zustandsübergangsfunktion sowohl in tabellarischer bzw. formaler Form als auch mittels eines erweiterten Zustandsübergangsdiagramms an.

**Lösung:**

$$P_{otto} = (\{s_0, s_1\}, \{1, 2, 3\}, \{X\}, \delta, s_0)$$

mit  $X \in \{A, B, C, \perp\}$

$$\delta(s_0, 1, X) := \{s_0, AX\}$$

$$\delta(s_0, 2, X) := \{s_0, BX\}$$

$$\delta(s_0, 3, X) := \{s_0, CX\}$$

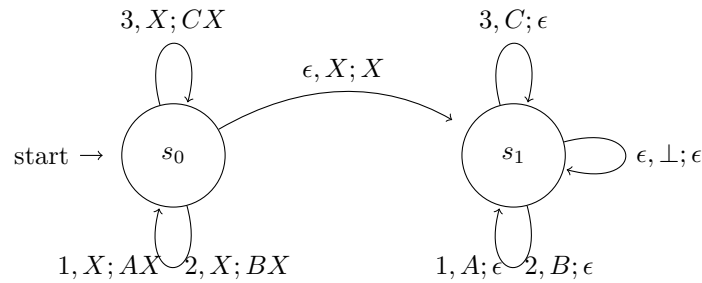
$$\delta(s_0, X, X) := \{s_1, X\}$$

$$\delta(s_1, 1, A) := \{s_1, \epsilon\}$$

$$\delta(s_1, 2, B) := \{s_1, \epsilon\}$$

$$\delta(s_1, 3, C) := \{s_1, \epsilon\}$$

$$\delta(s_1, \epsilon, \perp) := \{s_1, \epsilon\}$$



$P_{otto}$

Abbildung 1: Zustandsübergangsdiagramme von  $P_{otto}$

## Teilaufgabe 6.2.2

Bestimmen Sie für die Worte

1.  $\omega_1 = 123321$  ✓

### Lösung

<i>Schritt</i>	<i>Zustand</i>	<i>w</i>	<i>Keller</i>
0	$s_0$	123321	$\perp$
1	$s_0$	23321	$A\perp$
2	$s_0$	3321	$BA\perp$
3	$s_0$	321	$CBA\perp$
4	$s_1$	21	$BA\perp$
5	$s_1$	1	$A\perp$
6	$s_1$	$\epsilon$	$\perp$
7	$s_1$	$\epsilon$	$\epsilon$

Keller ist leer, das Wort w wurde akzeptiert..

2.  $\omega_2 = 321311$  ✗

### Lösung

keine OTTO Zahl

jeweils alle Konfigurationen, die  $P_1$  während der Verarbeitung der Worte **auf einem möglichen Pfad** durchläuft. Falls es einen akzeptierenden Pfad gibt, so wählen Sie bitte diesen. Beantworten Sie anschließend, warum die Worte (nicht) akzeptiert werden.