Aufgabe 2.1

Aussagenlogische Syntax
Welche der folgenden Formeln ist eine korrekt formulierte logische Aussage? Begründen Sie Ihre Aussage. Verwenden Sie anschließend Klammern für die korrekt formulierten Aussagen, um die Auswertungsreihenfolge anzugeben.

1. $A \wedge B$ ist eine Aussage
2. $A \wedge (\neg B)$ ist eine Aussage
3. $A \wedge (\neg(\neg B))$ ist eine Aussage
4. $A \neg \wedge B$ keine Aussage
5. $f \Leftrightarrow\Leftrightarrow h$ keine Aussage
6. $f \Leftrightarrow (\neg h)$ ist eine Aussage
7. $\neg\neg \not\Leftrightarrow \neg\neg h$ keine
8. $(\neg(\neg f)) \not\Leftrightarrow (\neg(\neg h))$ eine
9. $(j \vee (k \wedge l)) \Rightarrow m$ eine
10. $((j \wedge k) \vee l) \Leftrightarrow m \vee n$ eine

Aufgabe 2.2

Allgemeingültigkeit
Seien p, q und r logische Aussagen. Welche der folgenden komplexen Aussagen sind allgemeingültig?
$p \Rightarrow q = \neg p \vee q$
$p \Leftrightarrow q = (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$

1. $A_1 : (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ (**2 Punkte**) Erfüllbar aber nicht allg.

p	q	$(p \Rightarrow q) = M$	$(q \Rightarrow p) = N$	$M \Leftrightarrow N$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

2. $A_2 : (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p)$ (**2 Punkte**) Erfüllbar und allg.

p	q	$(p \Leftrightarrow q) = M$	$(q \Leftrightarrow p) = N$	$M \Leftrightarrow N$
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	1

3. $A_3 : ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$ (**3 Punkte**) Erfüllbar aber nicht allg.

p	q	r	$(p \Rightarrow q) = M$	$(q \Rightarrow r) = N$	$M \wedge N = L$	$(p \Rightarrow r) = S$	$L \Leftrightarrow S$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Tipp: Stellen Sie Wahrheitstabellen auf. Überprüfen Sie anschließend Ihre Ergebnisse, indem Sie testen, ob diese auch mit konkreten Aussagen Sinn machen.

Mögliche Beispiele für Aussagen:

- p : Amélie lebt in Paris.
- q : Amélie ist glücklich.
- r : Amélie isst gerne Crème brûlée.

Aufgabe 2.3

Vereinfachung und Verneinung

Teilaufgabe 2.3.1

Vereinfachung
Vereinfachen Sie die folgenden Aussagen:

1. $f \wedge (g \vee \neg f) = (f \wedge g)$
2. $f \vee (g \wedge \neg f) = (f \vee g)$
3. $\neg(f \Rightarrow (g \Rightarrow \neg f)) = (f \wedge g)$

Teilaufgabe 2.3.2

Verneinung
Verneinen Sie die folgenden Aussagen:

1. $A : (f \wedge (g \vee h)) =$
2. B : mindestens einer mag nicht
3. C :
4. $D : \forall x : x \geq 5 = \exists x : x < 5$
5. E : mindes einer ist kein Freund.
6. F : alle sind gute

Aufgabe 2.4

Sprachen und Grammatiken
Wir betrachten das Alphabet $\Sigma = \{x, y, *, +\}$, sowie die Worte $w = x + y$, $v = +$ und $u = y * x$.

Teilaufgabe 2.4.1

Alphabete und Sprachen

1. Geben Sie 3 Wörter an, die Worte über Σ^* (und verschieden zu w, u, v) sind,

   $m = xy*$; $m = y * +$; $m = w^y$ und 2 Wörter, die nicht zu Σ^* gehören.

   $n = e * f$; $m = x/z$

2. Geben Sie 2 formale Sprachen über Σ^* an. Teilmenge von $\Sigma^* = \{xyx, yxy\}\{*+x, x+*\}$

3. Bestimmen Sie wv, vuw und w^3. $wv = x + y+$ $vuw = +y * xx + y$ $w^3 = x + yx + yx + y$

4. Geben Sie Σ^0, Σ^1 und Σ^2 an.

5. Bestimmen Sie die Anzahl der Elemente von Σ^5 und geben Sie ein beispielhaftes Wort aus Σ^5 an.

Teilaufgabe 2.4.2

Eine Grammatik für korrekt formulierte Formeln
Geben Sie eine Grammatik an, mit Hilfe derer sich die Sprache L der korrekt formulierten mathematischen Formeln aus Σ ableiten lassen.

Beispiele für korrekt bzw. nicht korrekt formulierte Formeln:

- $w, u \in L$, $v \notin L$
- $x + y, y * y, y * x + x, y * x + x * y \in L$
- $x, xy, x+, *yx, x + yx \notin L$. (Die Äbkürzung"$xy = x * y$ sei zur Vereinfachung nicht erlaubt.) $P = S \rightarrow xT|yT$

  $T \rightarrow +R| * R$

  $R \rightarrow x|y|xT|yT$