Übungsblatt 1

Mengen, Relationen und Funktionen

Korrektur: 19.10.2015

Theoretische Informatik
Studiengang Angewandte Informatik
Wintersemester 2015/2016
Prof. Barbara Staehle, HTWG Konstanz

Aufgabe 1.1 Mengen und ihre Schreibweisen, 1 Punkt

Bringen Sie die folgenden Mengen von der aufzählenden in die beschreibende Form bzw. umgekehrt.

1. $A = \{x \mid x \text{ ist eine Vogelart }\}$
2. $B = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$
3. $C = \{$ Stopp, Parkverbot, Halteverbot, Vorfahrtsstraße, $\ldots\}$
4. $D = \{3, 4, 6, 8, 12, 14, 18, \ldots\}$

Aufgabe 1.2 Teilmengen und Mengenoperationen

Teilaufgabe 1.2.1 Klassifikation von Tieren, 2 Punkte

Sei A die Menge der Wirbeltiere, B die Menge der Säugetiere, C die Menge der Rüsseltiere, D die Menge der Vögel.

1. Welche Teilmengenbeziehungen bestehen zwischen diesen Mengen?
2. Bestimmen Sie für die Mengen A und B Vereinigung, Schnittmenge und Differenz.

Teilaufgabe 1.2.2 Venn-Diagramme, 3 Punkte

Seien A, B, C beliebige Mengen. Skizzieren Sie die Ergebnisse folgender Mengenoperationen in einem Venn-Diagramm.

1. $A \cup B \cup C$
2. $A \cap B \cap C$
3. $(A \cup B) \cap C$
4. $(A \cap B) \cup C$

5. $(A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$
6. $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Teilaufgabe 1.2.3 Komplexe Mengenverknüpfungen, 2 Punkte

Seien A, B, C wieder beliebige Mengen über dem Universum U. Vereinfachen Sie folgende Mengenangaben:

1. $A \cap \overline{A}$
2. $A \cup \overline{A}$
3. $B \cup (B \cap (C \cap (B \cup C))$
4. $A \cup (B \cap (\overline{A} \cup C)$
5. $\overline{\overline{A} \cup (B \cap \overline{C})}$

Aufgabe 1.3 Potenz- und Produktmengen

Teilaufgabe 1.3.1 Potenzmengen, 2 Punkte

Geben Seien die Mengen $M - 1, \ldots, M_5$. Geben Sie jeweils die Potenzmengen, sowie deren Größe an:

1. $M_1 = \{0, 1\}$
2. $M_2 = \{a, b, c, \ldots, z\}$
3. $M_3 = \emptyset$
4. $M_4 = \{\emptyset\}$
5. $M_5 = \mathbb{N}$

Teilaufgabe 1.3.2 Produktmengen, 2 Punkte

Sei $M = \{2, 3, 4\}$ und $N = \{3, 4, 5, 6\}$. Bestimmen Sie rechnerisch die Größe der folgenden Mengen:

1. $M \times N$
2. $N \times M$
3. $(M \cap N) \times (M \cup N)$

Nun geben Sie die Produktmengen explizit an.
Stimmt Ihre berechnete Größe mit der tatsächlichen Größe überein?

Aufgabe 1.4 Äquivalenzrelationen, 2 Punkte

Wir betrachten die Belegschaft einer Softwarefirma, sowie eine Reihe von Relationen zwischen den Kolleginnen und Kollegen. Begründen Sie jeweils, wieso es sich bei den untenstehenden Relation um, bzw. nicht um eine Äquivalenzrelation handelt.

Seien K_1, K_2 jeweils beliebige Kolleginnen bzw. Kollegen. Folgende Relationen sind definiert:

1. $K_1 \sim_{R_1} K_2 :\Leftrightarrow K_1$ macht zur selben Zeit Mittagspause wie K_2.
2. $K_1 \sim_{R_2} K_2 :\Leftrightarrow K_1$ und K_2 nutzen die selbe Programmiersprache.
3. $K_1 \sim_{R_3} K_2 :\Leftrightarrow K_1$ schafft im Schnitt mehr Lines of Code pro Stunde als K_2.
4. $K_1 \sim_{R_4} K_2 :\Leftrightarrow K_1$ und K_2 haben den selben Lieblings-Big-Bang-Charakter.

Aufgabe 1.5 Funktionen, 2 Punkte

Welche der folgenden Funktionen sind injektiv, surjektiv, oder bijektiv? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

1. $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, z \mapsto z^2$
2. $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, n \mapsto 5n$
3. $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, r \mapsto 5r$
4. $j : \mathbb{N} \to \{0, 1\}, n \mapsto n \mod 2$ ($j(n)$ ist also Rest von n bei der Division durch 2)