1 Choix du modèle

Assez intuitivement, nous nous sommes dirigés vers l'écriture d'un programme linéaire. Il y a deux raisons à cela.

La première est que le problème se prête bien à cette formulation (optimisation sous contrainte) et on voit assez rapidement les variables de décision (le fait de prendre un colis ou non).

Le deuxième raison est qu'une heuristique "à la main" semble compliquée du fait du grand nombre de contraintes qui vont apparaître en cours de route. Les contraintes de timing à elles seules rendent la solution non-triviale. Cela dit, en fonction des contraintes qui apparaîtront, on pourra revenir sur l'idée de créer une heuristique qui résout (au moins en partie) le problème.

2 Paramètres et variables

2.1 Variables

$x_{i,v,k}$ est la variable binaire qui vaut 1 si le colis i est placé dans la vol v, soute k et 0 sinon.

2.2 Paramètres

L'ensemble des colis est [n], l'ensemble des vols est V, et l'ensemble des soutes K.

V_i et P_i représentent respectivement le volume et le poids du colis i.

$V_{v,k}^{MAX}$ et $P_{v,k}^{MAX}$ représentent les maximums en terme de volume et de poids pour la soute k du vol v.

t_i^d est la date à partir de laquelle le colis i est disponible. t_i^f est la date avant laquelle il doit être livré.

T_v^d est la date de départ du vol v. T_v^f est la date d'arrivée du vol.

3 Programme linéaire associé

$$min\ ? \tag{1}$$

$$s.t.\ \forall v \in V, k \in K, \sum_{i=1}^{n} V_i \times x_{i,v,k} \leq V_{v,k}^{MAX} \tag{2}$$

$$\forall v \in V, k \in K, \sum_{i=1}^{n} P_i \times x_{i,v,k} \leq P_{v,k}^{MAX} \tag{3}$$

$$\forall i \in [n], t_i^d \leq \sum_{v=1}^{|V|} \sum_{k=1}^{|K|} T_v^d \times x_{i,v,k} \tag{4}$$

$$\forall i \in [n], \sum_{v=1}^{|V|} \sum_{k=1}^{|K|} T_v^f \times x_{i,v,k} \leq t_v^f \tag{5}$$

$$\forall i \in [n], \sum_{v=1}^{|V|} \sum_{k=1}^{|K|} x_{i,v,k} = 1 \tag{6}$$

$$\forall i \in [n], v \in V, k \in K, x_{i,v,k} \in \{0, 1\} \tag{7}$$

4 Commentaires

4.1 Sens des équations

Les équations (2) et (3) sont les contraintes de volume et de poids pour chaque soute.

Les équations (4) et (5) sont les contraintes de timing.

L'équation (6) spécifie que tout colis n'est expédié qu'une seule et unique fois.

4.2 Optimisation ou décidabilité ?

On voit dans le problème qu'on ne sait pas trop quoi minimiser : le nombre d'avions utilisés, une fonction de l'espace vide restant dans chaque avion ?... En fait, il n'est peut-être pas nécessaire d'optimiser quelque chose : l'objectif du problème est peut-être seulement de trouver un arrangement convenable (étant donné que, dans tous les cas, tous les avions vont partir).

4.3 Hypothèses à souligner

On a supposé qu'il n'est pas possible que le colis puisse prendre une correspondance (aller à destination via au moins 2 vols différents). Plus précisément, on ne considère qu'un seul aéroport de départ.

Il n'y a pas d'incertitude sur les paramètres (en particulier, $V_{v,k}^{MAX}$ et $P_{v,k}^{MAX}$ sont supposés connus parfaitement).

Il n'y a pas d'hypothèse supplémentaire sur la gestion des colis pour l'instant.

4.4 Taille du problème

Les contraintes sont en $O(n + |V| \times |K|)$ et les variables en $O(n \times |V| \times |K|)$. Cela peut être énorme étant donné le contexte du problème. De plus, les variables sont binaires, ce qui fait que la combinatoire va vite devenir déraisonnable.

Cela dit, s'il ne s'agit "que" d'un problème de décidabilité, c'est moins grave que dans le cas d'un problème d'optimisation. Mais si finalement il s'avère qu'il y a une fonction à minimiser, alors il faudra espérer que les contraintes limitent le plus possible l'espace des solutions (à voir en fonction des premiers résultats).