

Teoria Dei Grafi: Esercizi (Partizioni Stabili)

Prof. Ottavio D'Antona

Marco Odore 868906

Indice

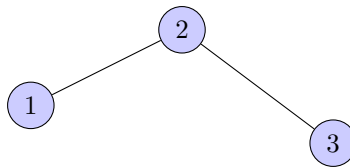
| | |
|-------------|---|
| Esercizio 1 | 3 |
|-------------|---|

Esercizio 1

Dimostrare che il numero di partizioni stabili di un path di n elementi, è uguale al numero di partizioni di un insieme di $n - 1$ elementi tramite biiezione.

N.B. Le partizioni stabili sono quelle partizioni che generano blocchi in cui i vertici non sono adiacenti.

Prendiamo ad esempio il seguente path:



Quest'ultimo genera le seguenti partizioni stabili:

$$|1|2|3|$$

$$|13|2|$$

Se consideriamo l'insieme di $n - 1$ elementi, parallelo al precedente cammino e cioè $\{1, 2\}$, possiamo verificare che possiede le seguenti partizioni:

$$|1|2|$$

$$|12|$$

Notiamo che il numero di partizioni stabili del path di $n = 3$ elementi è effettivamente uguale al numero di partizioni dell'insieme composto da $n - 1$ elementi (hanno entrambi 2 partizioni.) Come passare da una partizione all'altra? Prima di tutto useremo per comodità la notazione dei numeri naturali per i vertici del path e per gli elementi dell'insieme. Per passare dalle partizioni stabili di un cammino a quelle dell'insieme si possono eseguire 4 passaggi:

1. Si ordinano le partizioni in base all'elemento più piccolo presente nella partizione.

$$|1|2|3|$$

$$|13|2|$$

(In questo caso restano uguali)

2. Se l'elemento n (n inteso come etichetta numerica associata al vertice) si trova in una partizione più grande nell'ordinamento (ordinamento definito nel punto 1), rispetto all'elemento $n - 1$, si sposta l'elemento nella partizione inferiore.

$$|12|3| - |$$

$$|123| - |$$

3. Si eliminano le partizioni vuote e si rinominano le etichette dei numeri, sottraendovi 1

$$|01|2|$$

$$|012|$$

4. Si eliminano i nodi con etichetta 0

$$|1|2|$$

$$|12|$$

Che effettivamente corrispondono alle nostre partizioni dell'insieme composto da $n - 1$ elementi.

