Teoria Dei Grafi: Esercizi

Prof. Ottavio D'Antona

Marco Odore 868906

Indice

Esercizio 1.3 **3**

Esercizio 1.5 **3**

Esercizio 1.6 **4**

Prob. IV **4**

Esercizio 1.3

Di quanti elementi è costituito l'insieme potenza dell'insieme vuoto? E del singoletto {a}?

Dato che la cardinalità dell'insieme potenza di un insieme S è pari a

$$|P(S)| = 2^{|S|}$$

la cardinalità dell'insieme potenza dell'insieme potenza dell'insieme vuoto è

$$2^0 = 1$$

(l'insieme potenza contiene solo l'insieme vuoto)
mentre la cardinalità dell'insieme potenza dell'insieme singoletto {a} è pari a

$$2^1 = 2$$

(l'insieme potenza contiene l'insieme vuoto e il singoletto)

Esercizio 1.5

Quanto vale S(n,2)? Quanto vale S(n, n-1)?

(i) Calcolando il caso base S(2,2) otteniamo

$$S(2,2) = 1 = 2^1 - 1$$

(Il numero di Stirling di seconda specie ha i casi speciali S(n,n) = S(n,1) = 1)
il caso S(3,2)

$$S(3,2) = S(2,1) + 2S(2,2) = 1 + 2 = 3 = 2^2 - 1$$

(dato che S(n,k) può essere calcolato come S(n-1,k-1) + kS(n-1,k)))
il caso S(4,2)

$$S(4,2) = S(3,1) + 2S(3,2) = 1 + 6 = 7 = 2^3 - 1$$

etc, possiamo affermare che S(n,2) è pari a

$$2^{n-1} - 1$$

(ii) Partendo dal caso base S(2,1) otteniamo

$$S(2,1) = 1$$

il caso S(3,2)

$$S(3,2) = S(2,1) + 2S(2,2) = 1 + 2 = 3$$

il caso S(4,3)

$$S(4,3) = S(3,2) + 3S(3,3) = 3 + 3 = 6$$

etc, possiamo dedurre che nel caso S(n,n-1), il numero di stirling è pari a

$$\sum_{i=1}^{n-1} i$$

Esercizio 1.6

Verificare che la suddivisione dei sottoinsiemi di un insieme S a seconda del numero di elementi che essi contengono costituisce una partizione dell'insieme potenza di S.

Dato un insieme esempio S = {a, b, c}, il suo insieme delle parti è dato da

$$\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, 0$$

Se raggruppiamo i sottoinsiemi a seconda del numero di elementi contengono otteniamo:

$$|\{a, b, c\}|, |\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}|, |\{a\}, \{b\}|, |\{c\}|, |0|$$

che rappresenta esattamente una partizione dell'insieme delle parti.

Prob. IV

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero, molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium elementum, eros sem dictum tortor, vel consectetuer odio sem sed wisi.