

# **Teoria Dei Grafi: Esercizi (Insiemi Stabili)**

*Prof. Ottavio D'Antona*

**Marco Odore 868906**

## Indice

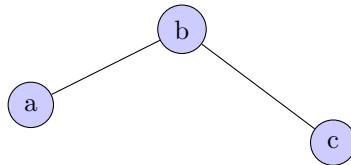
<b>Esercizio 1</b>	<b>3</b>
<b>Esercizio 1.1</b>	<b>3</b>
<b>Esercizio 1.2</b>	<b>3</b>
<b>Esercizio 2</b>	<b>4</b>
<b>Esercizio 2.1</b>	<b>4</b>

## Esercizio 1

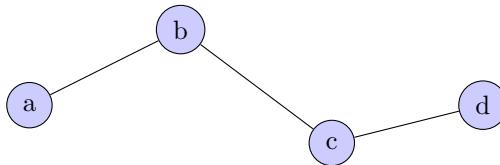
Dimostrare che il numero di insiemi stabili  $S$  di un cammino  $P_n$  (dove  $n$  indica il numero di vertici del cammino) ha la ricorrenza di *Fibonacci*

$$S(P_n) = S(P_{n-1}) + S(P_{n-2})$$

Per dimostrare la relazione tra il numero di set indipendenti di un cammino e la sequenza di *Fibonacci*, basta verificare cosa accade all'aggiungere di un vertice ad un cammino  $P_n$ . Ad esempio dato il seguente cammino:



Sappiamo che esistono 5 insiemi stabili, che sono dati dagli insiemi singoletto  $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ , dall'insieme  $\{a, c\}$  e dall'insieme vuoto. Cosa accadrebbe se aggiungessimo un nodo d? Avremmo il seguente path:



Sicuramente i set indipendenti precedentemente individuati con solo  $a, b, c$  rimarrebbero. Quindi c'è qualcosa in più rispetto al cammino precedente. Ma cosa? Osservando il cammino ci rendiamo conto che il nodo aggiunto può generare set indipendenti con solo i nodi che non ha adiacenti, e cioè  $a, b$ . Ma quanti nuovi set indipendenti può generare? Ne può generare tanti quanti sono i set generabili dal cammino composto solo da  $a, b$ . Questo perché per generarli posso aggiungere l'elemento  $d$  ad ogni set presente in quest'ultimo cammino, e cioè  $\{a, d\}, \{b, d\}, \{d\}$ , dato che il cammino  $a b$  ha gli insiemi  $\{a\}, \{b\}$  e l'insieme vuoto, come set indipendenti. Quindi possiamo dire che il numero di set indipendenti di un cammino generico  $P_n$  si può ottenere come somma dei set indipendenti ottenuti dal cammino meno un nodo, e dai set indipendenti ottenuti dal cammino meno due nodi

$$S(P_n) = S(P_{n-1}) + S(P_{n-2})$$

Che è effettivamente la ricorrenza di *Fibonacci*.

## Esercizio 1.1

Tabella degli insiemi stabili di un cammino  $P_{n,k}$  al variare della lunghezza del cammino  $n$  e del numero  $k$  di vertici non adiacenti.

		$k$								
			0	1	2	3	4	5	6	7
$n$	0	1								
	1	1	1							
	2	1	2							
	3	1	3	1						
	4	1	4	3						
	5	1	5	6	1					
	6	1	6	10	4					
	7	1	7	15	10	1				
	8	1	8	21	20	5				

Tabella 1: My caption

**Esercizio 1.2**

Scrivere un algoritmo capace di enumerare gli insiemi stabili di un grafo arbitrario.

**Esercizio 2**

Tabella degli insiemi stabili di un ciclo  $C_{n,k}$  al variare della lunghezza del ciclo  $n$  e del numero  $k$  di vertici non adiacenti.

**Esercizio 2.1**

Trovare la formula di ricorrenza di un ciclo  $C_{n,k}$  al variare della lunghezza del ciclo  $n$  e del numero  $k$  di vertici non adiacenti.