Università Degli Studi Di Milano



Metodi di Ensemble Gerarchici per la Predizione Strutturata della Funzione delle Proteine

Relatore

Prof. Giorgio Valentini

Correlatore

Dr. Marco Notaro

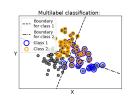
Candidato

Marco Odore

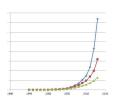
 Identificare la funzione delle proteine attraverso le analisi di laboratorio è costosa e richiede molto tempo



- Identificare la funzione delle proteine attraverso le analisi di laboratorio è costosa e richiede molto tempo
- Esistono centinaia di funzioni a cui poter associare un gene/proteina, anche contemporaneamente (problema multiclasse e multietichetta)



- Identificare la funzione delle proteine attraverso le analisi di laboratorio è costosa e richiede molto tempo
- Esistono centinaia di funzioni a cui poter associare un gene/proteina, anche contemporaneamente (problema multiclasse e multietichetta)
- Il quantitativo di dati genomici cresce molto rapidamente.



- Identificare la funzione delle proteine attraverso le analisi di laboratorio è costosa e richiede molto tempo
- Esistono centinaia di funzioni a cui poter associare un gene/proteina, anche contemporaneamente (problema multiclasse e multietichetta)
- Il quantitativo di dati genomici cresce molto rapidamente.
- La classificazione manuale delle proteine è quindi infattibile. È necessario quindi un approccio automatico.



- Identificare la funzione delle proteine attraverso le analisi di laboratorio è costosa e richiede molto tempo
- Esistono centinaia di funzioni a cui poter associare un gene/proteina, anche contemporaneamente (problema multiclasse e multietichetta)
- Il quantitativo di dati genomici cresce molto rapidamente.
- La classificazione manuale delle proteine è quindi infattibile. È necessario quindi un approccio automatico.
- A complicare ulteriormente il problema è il modo in cui sono relazionate tra loro le funzioni delle proteine.

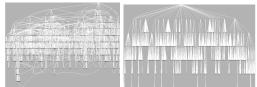


• Esistono infatti due tassonomie principali per l'organizzazione delle funzioni:

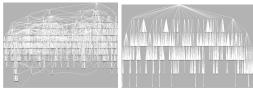
- Esistono infatti due tassonomie principali per l'organizzazione delle funzioni:
 - Gene Ontology (GO): che organizza le funzioni come un grafo diretto aciclico (DAG), varia per ogni specie, e possiede tre ontologie differenti (e quindi 3 DAG), e cioè Biological Process (BP), Molecular Function (MF) e Cellular Component (CC).

- Esistono infatti due tassonomie principali per l'organizzazione delle funzioni:
 - Gene Ontology (GO): che organizza le funzioni come un grafo diretto aciclico (DAG), varia per ogni specie, e possiede tre ontologie differenti (e quindi 3 DAG), e cioè Biological Process (BP), Molecular Function (MF) e Cellular Component (CC).
 - Functional Catalogue (FunCat): che è organizzato invece come un albero, non varia in base alle specie, e descrive le funzioni in maniera più sintetica rispetto alla Gene Ontology.

- Esistono infatti due tassonomie principali per l'organizzazione delle funzioni:
 - Gene Ontology (GO): che organizza le funzioni come un grafo diretto aciclico (DAG), varia per ogni specie, e possiede tre ontologie differenti (e quindi 3 DAG), e cioè Biological Process (BP), Molecular Function (MF) e Cellular Component (CC).
 - Functional Catalogue (FunCat): che è organizzato invece come un albero, non varia in base alle specie, e descrive le funzioni in maniera più sintetica rispetto alla Gene Ontology.



- Esistono infatti due tassonomie principali per l'organizzazione delle funzioni:
 - Gene Ontology (GO): che organizza le funzioni come un grafo diretto aciclico (DAG), varia per ogni specie, e possiede tre ontologie differenti (e quindi 3 DAG), e cioè Biological Process (BP), Molecular Function (MF) e Cellular Component (CC).
 - Functional Catalogue (FunCat): che è organizzato invece come un albero, non varia in base alle specie, e descrive le funzioni in maniera più sintetica rispetto alla Gene Ontology.



 Data la granularità e specificità superiori della GO e il suo largo utilizzo nella comunità scientifica, all'interno della tesi ci si è soffermati sulla predizione delle sue funzioni

I metodi più noti in letteratura per effettuare predizioni della funzione delle proteine in maniera automatica sono:

 I metodi basati sulla comparazione di biosequenze: si basano sull'idea che sequenze simili condividano funzioni simili.

- I metodi basati sulla comparazione di biosequenze: si basano sull'idea che sequenze simili condividano funzioni simili.
- I metodi basati su reti: sono metodi applicati a dati rappresentati sotto forma di reti, che si basano sugli algoritmi di propagazione delle etichette.

- I metodi basati sulla comparazione di biosequenze: si basano sull'idea che sequenze simili condividano funzioni simili.
- I metodi basati su reti: sono metodi applicati a dati rappresentati sotto forma di reti, che si basano sugli algoritmi di propagazione delle etichette.
- I metodi Kernel per spazi di output strutturato: sono metodi che sfruttano funzioni kernel congiunte per predire in spazi di output strutturato.

- I metodi basati sulla comparazione di biosequenze: si basano sull'idea che sequenze simili condividano funzioni simili.
- I metodi basati su reti: sono metodi applicati a dati rappresentati sotto forma di reti, che si basano sugli algoritmi di propagazione delle etichette.
- I metodi Kernel per spazi di output strutturato: sono metodi che sfruttano funzioni kernel congiunte per predire in spazi di output strutturato.
- I metodi Ensemble Gerarchici: i metodi trattati in questa tesi.

I Metodi di Ensemble Gerarchici sono metodi caratterizzati da due step principali:

I Metodi di Ensemble Gerarchici sono metodi caratterizzati da due step principali:

 Predizione flat delle diverse classi dell'ontologia, generando diversi predittori indipendenti.

- I Metodi di Ensemble Gerarchici sono metodi caratterizzati da due step principali:
- Predizione flat delle diverse classi dell'ontologia, generando diversi predittori indipendenti.
- Combinazione e correzione gerarchica delle predizioni sfruttando il DAG dei termini della GO.

I Metodi di Ensemble Gerarchici sono metodi caratterizzati da due step principali:

- Predizione flat delle diverse classi dell'ontologia, generando diversi predittori indipendenti.
- Combinazione e correzione gerarchica delle predizioni sfruttando il DAG dei termini della GO.

Il secondo step rappresenta la componente *ensemble* del metodo. Tale step si rende necessario in quanto le predizioni flat non tengono in considerazione la struttura gerarchica dei DAG della GO, portando a risultati *inconsistenti*.

I Metodi di Ensemble Gerarchici sono metodi caratterizzati da due step principali:

- Predizione flat delle diverse classi dell'ontologia, generando diversi predittori indipendenti.
- Combinazione e correzione gerarchica delle predizioni sfruttando il DAG dei termini della GO.

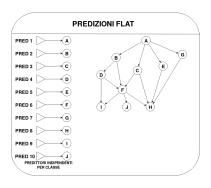
Il secondo step rappresenta la componente *ensemble* del metodo. Tale step si rende necessario in quanto le predizioni flat non tengono in considerazione la struttura gerarchica dei DAG della GO, portando a risultati *inconsistenti*.

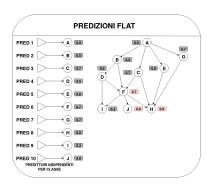
Consistenza & True Path Rule

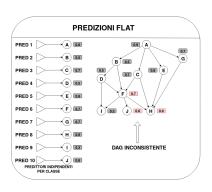
Un insieme di predizioni $\hat{y}=<\hat{y}_1,\hat{y}_2,\ldots,\hat{y}_{|N|}>$, dove |N| è la cardinalità dei termini della gerarchia, è definito *consistente*, se rispetta la *True Path Rule*, e cioè:

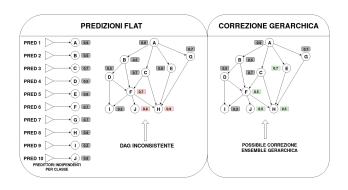
$$y$$
 consistente $\leftrightarrow \forall i \in N, j \in par(i) \rightarrow y_j \geq y_i$

Dove par(i) indica l'insieme dei termini genitori del nodo i nella gerarchia.









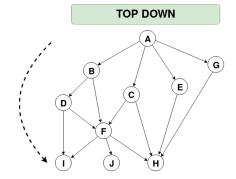
Metodi Ensemble Gerarchici: Approcci

Esistono fondamentalmente due approcci per la correzione:

Metodi Ensemble Gerarchici: Approcci

Esistono fondamentalmente due approcci per la correzione:

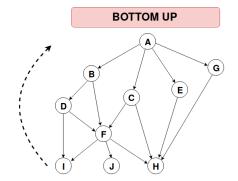
 Top-down: le predizioni vengono corrette dai nodi più generali a quelli più specifici.



Metodi Ensemble Gerarchici: Approcci

Esistono fondamentalmente due approcci per la correzione:

- Top-down: le predizioni vengono corrette dai nodi più generali a quelli più specifici.
- Bottom-up: Le predizioni vengono corrette dai nodi più specifici verso quelli più generali.



Metodo Top-Down Gerarchico (HTD-DAG)

• È un metodo che utilizza l'approccio Top-Down.

¹Dove il livello è quello del cammino massimo dalla radice

Metodo Top-Down Gerarchico (HTD-DAG)

- È un metodo che utilizza l'approccio Top-Down.
- La correzione avviene ricorsivamente, percorrendo il grafo per *livelli*. Più precisamente, dato il grafo G = (N, E), gli score flat $f(x) = \hat{y}$ sono corretti gerarchicamente a \bar{y} , applicando la seguente regola:

Aggiornamento con HTD-DAG

$$\bar{y}_i := \begin{cases} \hat{y}_i & \text{if } i \in \mathsf{root}(G) \\ \min_{j \in \mathsf{par}(i)} \bar{y}_j & \text{if } \min_{j \in \mathsf{par}(i)} \bar{y}_j < \hat{y}_i \\ \hat{y}_i & \textit{altrimenti} \end{cases}$$

Dove par(i) specifica i genitori del nodo i.

¹Dove il livello è quello del cammino massimo dalla radice

• È un metodo che combina gli approcci top-down e bottom-up per la correzione delle predizioni flat.

- È un metodo che combina gli approcci top-down e bottom-up per la correzione delle predizioni flat.
- È suddiviso in due step sequenziali:

- È un metodo che combina gli approcci top-down e bottom-up per la correzione delle predizioni flat.
- È suddiviso in due step sequenziali:
 - Step bottom-up: che partendo dai nodi più specifici del DAG, propaga quelle predizioni flat che sono considerate positive.

- È un metodo che combina gli approcci top-down e bottom-up per la correzione delle predizioni flat.
- È suddiviso in due step sequenziali:
 - Step bottom-up: che partendo dai nodi più specifici del DAG, propaga quelle predizioni flat che sono considerate positive.
 - 2. Step top-down: È il medesimo step utilizzato dal metodo HTD-DAG.

- È un metodo che combina gli approcci top-down e bottom-up per la correzione delle predizioni flat.
- È suddiviso in due step sequenziali:
 - Step bottom-up: che partendo dai nodi più specifici del DAG, propaga quelle predizioni flat che sono considerate positive.
 - 2. Step top-down: È il medesimo step utilizzato dal metodo HTD-DAG.
- Lo step top down si rende necessario in quanto la propagazione delle predizioni positive dal basso verso l'alto non garantisce la consistenza delle predizioni necessarie alla True Path Rule.

- È un metodo che combina gli approcci top-down e bottom-up per la correzione delle predizioni flat.
- È suddiviso in due step sequenziali:
 - Step bottom-up: che partendo dai nodi più specifici del DAG, propaga quelle predizioni flat che sono considerate positive.
 - 2. Step top-down: È il medesimo step utilizzato dal metodo HTD-DAG.
- Lo step top down si rende necessario in quanto la propagazione delle predizioni positive dal basso verso l'alto non garantisce la consistenza delle predizioni necessarie alla True Path Rule.
- La selezione dei nodi considerati positivi può avvenire in diverse maniere: con soglia adattiva, senza soglia e con soglia fissa.

 Per il passo Top-Down dell'algoritmo TPR-DAG (e HTD) è stato sviluppato un nuovo metodo all'interno di questa tesi, e cioè Generalized Pool Adjacent Violator (GPAV), un algoritmo che permette di risolvere i problemi di Isotonic Regression, definiti come:

Isotonic Regression (caso generale con ordinamento parziale)

Dato un DAG, G(N, E), con il set di nodi $N = \{1, 2, ..., n\}$, si deve trovare il vettore $x^* \in R^n$ tale che:

$$min\sum_{i=1}^n w_i(x_i-a_i)^2$$

such that
$$x_i \leq x_i \ \forall (i,j) \in E$$

 Per il passo Top-Down dell'algoritmo TPR-DAG (e HTD) è stato sviluppato un nuovo metodo all'interno di questa tesi, e cioè Generalized Pool Adjacent Violator (GPAV), un algoritmo che permette di risolvere i problemi di Isotonic Regression, definiti come:

Isotonic Regression (caso generale con ordinamento parziale)

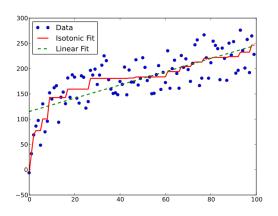
Dato un DAG, G(N, E), con il set di nodi $N = \{1, 2, ..., n\}$, si deve trovare il vettore $x^* \in R^n$ tale che:

$$min\sum_{i=1}^n w_i(x_i-a_i)^2$$

such that
$$x_i \leq x_j \ \forall (i,j) \in E$$

• Con una complessità pari a $O(n^2)$.

Esempio di Isotonic Regression con ordinamento totale:



Funzionamento Generale:

Funzionamento Generale:

 Per far funzionare l'algoritmo è necessario effettuare un ordinamento topologico del grafo.

Funzionamento Generale:

- Per far funzionare l'algoritmo è necessario effettuare un ordinamento topologico del grafo.
- L'algoritmo genera uno split del set di nodi N del DAG, in un insieme di blocchi disgiunti definiti da H (inizialmente H = N).

Funzionamento Generale:

- Per far funzionare l'algoritmo è necessario effettuare un ordinamento topologico del grafo.
- L'algoritmo genera uno split del set di nodi N del DAG, in un insieme di blocchi disgiunti definiti da H (inizialmente H = N).
- Seguendo l'ordinamento topologico del grafo, un blocco assorbe un suo blocco predecessore se si verificano determinate condizioni.

Funzionamento Generale:

- Per far funzionare l'algoritmo è necessario effettuare un ordinamento topologico del grafo.
- L'algoritmo genera uno split del set di nodi N del DAG, in un insieme di blocchi disgiunti definiti da H (inizialmente H = N).
- Seguendo l'ordinamento topologico del grafo, un blocco assorbe un suo blocco predecessore se si verificano determinate condizioni.
- I nodi presenti nel medesimo blocco B_i condividono il medesimo valore x_i, e quindi a seguito dell'assorbimento sarà necessario un aggiornamento di tale valore.

Generalized Pool Adjacent Violator (GPAV e ISO-TPR) (4/4)

Algorithm 1 GPAV 1: procedure GPAV H = Nfor (each $i \in N$) do $B_i = \{i\}$ $B_{i}^{-} = i^{-}$ $x_i = \hat{y}_i$ 6: $W_i = w_i$ 7. for k = 1, 2, ..., n do //finché esiste un predecessore di Bk che viola la monotonicità 10: while $\{i \in B_{i}^{-} : x_{i} > x_{k}\} \neq 0$ do 11: // Trova l'elemento che viola maggiormente il vincolo 12: Find $j \in B_k^- : x_j = max\{x_i : i \in B_k^-\}$ Absorb(k, i) // i viene assorbito da Bk 13:

Generalized Pool Adjacent Violator (GPAV e ISO-TPR) (4/4)

```
Algorithm 2 GPAV
 1: procedure GPAV
         H = N
         for (each i \in N) do
              B_i = \{i\}
              B_{:}^{-} = i^{-}
              x_i = \hat{y}_i
 6:
              W_i = w_i
 7.
         for k = 1, 2, ..., n do
              //finché esiste un predecessore di Bk che viola la monotonicità
10·
              while \{i \in B_{i}^{-} : x_{i} > x_{k}\} \neq 0 do
11:
                  // Trova l'elemento che viola maggiormente il vincolo
12:
                  Find j \in B_{\iota}^- : x_i = \max\{x_i : i \in B_{\iota}^-\}
                  Absorb(k, i) // i viene assorbito da Bk
13:
```

 Riassumendo, l'algoritmo effettua degli assorbimenti di blocchi adiacenti, finché questi violano i vincoli del problema quadratico, generando di fatto una partizione dei nodi, in cui le parti condividono lo stesso valore.

Generalized Pool Adjacent Violator (GPAV e ISO-TPR) (4/4)

```
Algorithm 3 GPAV

    procedure GPAV

          H = N
         for (each i \in N) do
              B_i = \{i\}
              B_{:}^{-} = i^{-}
              x_i = \hat{y}_i
              W_i = w_i
 7.
         for k = 1, 2, ..., n do
              //finché esiste un predecessore di Bk che viola la monotonicità
              while \{i \in B_{i}^{-} : x_{i} > x_{k}\} \neq 0 do
10·
                  // Trova l'elemento che viola maggiormente il vincolo
11:
12:
                  Find j \in B_{\iota}^- : x_i = \max\{x_i : i \in B_{\iota}^-\}
                  Absorb(k, j) // j viene assorbito da Bk
13:
```

- Riassumendo, l'algoritmo effettua degli assorbimenti di blocchi adiacenti, finché questi violano i vincoli del problema quadratico, generando di fatto una partizione dei nodi, in cui le parti condividono lo stesso valore.
- Sostituendo GPAV allo step Top-Down dell'algoritmo TPR-DAG visto in precedenza (invece che HTD), si ottiene l'algoritmo ISO-TPR, un altro nuovo metodo utilizzato in questa tesi.

Predizione della funzione delle proteine in C.elegans (WORM)

 Si è eseguita la sperimentazione sul genoma della specie Caenorhabditis elegans (WORM), utilizzando come insieme delle istanze e input del problema una matrice simmetrica generata dal network di interazione proteina-proteina STRING².

²Search Tool for the Retrieval of Interacting Genes/Proteins

Predizione della funzione delle proteine in C.elegans (WORM)

- Si è eseguita la sperimentazione sul genoma della specie Caenorhabditis elegans (WORM), utilizzando come insieme delle istanze e input del problema una matrice simmetrica generata dal network di interazione proteina-proteina STRING².
- Tale matrice STRING ha dimensione 15752×15752 (WORM). Il nostro problema ha quindi 15752 istanze.

²Search Tool for the Retrieval of Interacting Genes/Proteins

Predizione della funzione delle proteine in C.elegans (WORM)

- Si è eseguita la sperimentazione sul genoma della specie Caenorhabditis elegans (WORM), utilizzando come insieme delle istanze e input del problema una matrice simmetrica generata dal network di interazione proteina-proteina STRING².
- Tale matrice STRING ha dimensione 15752×15752 (WORM). Il nostro problema ha quindi 15752 istanze.
- In base al tipo do ontologia, si hanno DAG con un quantitativo diverso di nodi(termini) e archi(relazioni):

ontologia	numero di termini	numero di archi
BP	4068	8066
MF	1163	1567
CC	578	1082

²Search Tool for the Retrieval of Interacting Genes/Proteins

Annotazioni per il dataset C.elegans (WORM)

Per evitare di avere problemi nella fase di cross-validazione, i DAG sono stati ridotti a quei termini per cui si hanno almeno 10 annotazioni. Un po' di statistiche a seguito della selezione:

Onto	numero di termini	media	d.std.	massimo	minimo
BP	1335	71,33	151,68	2597	10
MF	186	61,23	191,84	1806	10
CC	221	131,9	302,25	1924	10

Tabella: La colonna numero di termini indica il numero di termini ottenuti dopo la selezione, media la media delle annotazioni per classe, per l'ontologia di riferimento, d.std. la deviazione standard delle annotazioni per l'ontologia di riferimento, massimo e minimo rispettivamente il massimo e minimo numero di annotazioni.

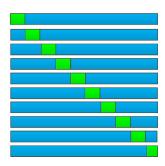
Algoritmi di ML per le predizioni flat

- Per quanto riguarda gli algoritmi di apprendmento automatico da utilizzare per le predizioni flat, si sono considerati i seguenti metodi:
 - 1. K-Nearest Neighbors
 - Logit Boost
 - 3. Linear Discriminant Analysis
 - 4. eXtreme Gradient Boosting
 - 5. C5.0 (Alberi di decisione)
 - 6. Random Forest
 - 7. Multilayer Perceptron
 - 8. Support Vector Machine lineare
 - 9. Bagged CART (Bagged ensemble di alberi di decisione)
 - 10. AdaBoost.M1
 - 11. Naive Bayes
 - 12. Glmnet

Algoritmi di ML per le predizioni flat

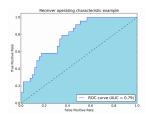
- Per quanto riguarda gli algoritmi di apprendmento automatico da utilizzare per le predizioni flat, si sono considerati i seguenti metodi:
 - 1. K-Nearest Neighbors
 - 2. Logit Boost
 - 3. Linear Discriminant Analysis
 - 4. eXtreme Gradient Boosting
 - 5. C5.0 (Alberi di decisione)
 - 6. Random Forest
 - 7. Multilayer Perceptron
 - 8. Support Vector Machine lineare
 - 9. Bagged CART (Bagged ensemble di alberi di decisione)
 - 10 AdaBoost M1
 - 11. Naive Bayes
 - 12. Glmnet
- Dato l'elevato numero di algoritmi selezionati per la sperimentazione, si è
 deciso di non effettuare il tuning dei parametri, questo per evitare di allungare
 ulteriorimente i tempi dell'intero processo di valutazione e generazione degli
 score flat.

 Per stimare le performance dei nostri predittori si è utilizzata la tecnica della cross-validazione, la quale permette di valutare l'errore di un algoritmo di apprendimento stimando l'errore medio dei predittori prodotti dall'algoritmo.

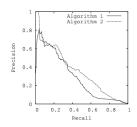


- Per stimare le performance dei nostri predittori si è utilizzata la tecnica della cross-validazione, la quale permette di valutare l'errore di un algoritmo di apprendimento stimando l'errore medio dei predittori prodotti dall'algoritmo.
- Come metriche si sono poi usate la:

- Per stimare le performance dei nostri predittori si è utilizzata la tecnica della cross-validazione, la quale permette di valutare l'errore di un algoritmo di apprendimento stimando l'errore medio dei predittori prodotti dall'algoritmo.
- Come metriche si sono poi usate la:
 - AUROC: una misura di robustezza del classificatore, che mette in relazione le misure di Recall e False Positive Rate, al variare di una soglia applicata all'output del modello.



- Per stimare le performance dei nostri predittori si è utilizzata la tecnica della cross-validazione, la quale permette di valutare l'errore di un algoritmo di apprendimento stimando l'errore medio dei predittori prodotti dall'algoritmo.
- Come metriche si sono poi usate la:
 - AUROC: una misura di robustezza del classificatore, che mette in relazione le misure di Recall e False Positive Rate, al variare di una soglia applicata all'output del modello.
 - AUPRC: è una misura che mette in relazione la variazione di Precision al variare della Recall ed è utile nel caso di problemi sbilanciati.



- Per stimare le performance dei nostri predittori si è utilizzata la tecnica della cross-validazione, la quale permette di valutare l'errore di un algoritmo di apprendimento stimando l'errore medio dei predittori prodotti dall'algoritmo.
- Come metriche si sono poi usate la:
 - AUROC: una misura di robustezza del classificatore, che mette in relazione le misure di Recall e False Positive Rate, al variare di una soglia applicata all'output del modello.
 - AÜPRC: è una misura che mette in relazione la variazione di Precision al variare della Recall ed è utile nel caso di problemi sbilanciati.
 - 3. F-Score gerarchica: è una metrica centrata sui geni, massimizzata al variare di una soglia t in (0, 1). Tale misura si basa sulla Precisione e Recall centrate sui geni e non su le classi. Tale metrica è stata usata per il fit degli iperparametri dei metodi ensemble (soglia e pesi).

$$\begin{split} & Precision(t) = \frac{1}{n} \sum_{n'=1}^{n} \frac{TruePositive_{j}(t)}{TruePositive_{j}(t) + FalsePositive_{j}(t)} \\ & Recall(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{TruePositive_{j}(t) + FalseNegative_{j}(t)}{TruePositive_{j}(t) + FalseNegative_{j}(t)} \end{split}$$

 $Fmax = \max_{t} \frac{2Precision(t)Recall(t)}{Precision(t) + Recall(t)}$

Stima preliminare dei tempi di calcolo degli algoritmi flat

Cross-validation 10 fold - No tuning - Campione 10 classi

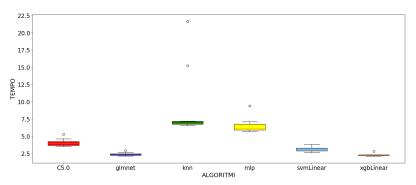
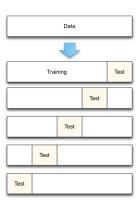


Figura: Il box plot dei tempi di esecuzione, con cross-validation a 10 fold per l' ontologia BP. I tempi sono da intendersi in ore e per classe, per un campione di 10 classi.

 Si è prima di tutto ridotto il numero di fold da 10 a 5 nella cross-validation



- Si è prima di tutto ridotto il numero di fold da 10 a 5 nella cross-validation
- Si sono provati due metodi di riduzione della dimensionalità:

- Si è prima di tutto ridotto il numero di fold da 10 a 5 nella cross-validation
- Si sono provati due metodi di riduzione della dimensionalità:
 - Selezione delle feature con Correlazione di Pearson (FS).

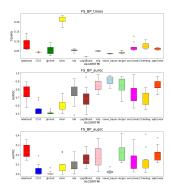
$$corr_{X,Y} = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

- Si è prima di tutto ridotto il numero di fold da 10 a 5 nella cross-validation
- Si sono provati due metodi di riduzione della dimensionalità:
 - Selezione delle feature con Correlazione di Pearson (FS).
 - 2. Selezione delle componenti con la Principal Component Analysis (PCA)





- Si è prima di tutto ridotto il numero di fold da 10 a 5 nella cross-validation
- Si sono provati due metodi di riduzione della dimensionalità:
 - Selezione delle feature con Correlazione di Pearson (FS).
 - 2. Selezione delle componenti con la Principal Component Analysis (PCA)
- Sempre facendo una stima sul medesimo campione di 10 classi, si sono testate:
 - configurazioni per la FS per le prime 1000, 500 e 100 feature nel ranking ottenuto (a destra BoxPlot per le prime 100 feature selezionate)



- Si è prima di tutto ridotto il numero di fold da 10 a 5 nella cross-validation
- Si sono provati due metodi di riduzione della dimensionalità:
 - Selezione delle feature con Correlazione di Pearson (FS).
 - 2. Selezione delle componenti con la Principal Component Analysis (PCA)
- Sempre facendo una stima sul medesimo campione di 10 classi, si sono testate:
 - configurazioni per la FS per le prime 1000, 500 e 100 feature nel ranking ottenuto (a destra BoxPlot per le prime 100 feature selezionate)
 - configurazióni per la PCA, per le componenti che selezionano rispettivamente il 90%, il 70% e il 50% della varianza spiegata (a destra BoxPlot per le prime 15 componenti = 50% varianza spiegata)

