

Algoritmos y Estructuras de Datos I

Digesto para la Programación Imperativa

1. Relación entre Terna de Hoare y Precondición Más Débil (*Weakest Precondition*):

$$\{P\} S \{Q\} \equiv P \Rightarrow wp.S.Q$$

2. Skip:

Verificación con Terna de Hoare:	Weakest Precondition:
$\{P\} \text{ skip } \{Q\} \equiv P \Rightarrow Q$	$wp.\text{skip}.Q \equiv Q$

3. Asignación ($:=$):

Verificación con Terna de Hoare:
$\{P\} x_1, \dots, x_n := E_1, \dots, E_n \{Q\} \equiv P \Rightarrow Q(x_1 \leftarrow E_1, \dots, x_n \leftarrow E_n)$
Weakest Precondition:
$wp.(x_1, \dots, x_n := E_1, \dots, E_n).Q \equiv Q(x_1 \leftarrow E_1, \dots, x_n \leftarrow E_n)$

Nota: “ \leftarrow ” es el reemplazo sintáctico de una variable por una expresión.

Secuenciación, composición o concatenación ($;$):

Verificación con Ternas de Hoare:	Weakest Precondition:
$\{P\} S; T \{Q\} \equiv \text{Existe } R \text{ tal que } \{P\} S \{R\} \wedge \{R\} T \{Q\}$	$wp.(S; T).Q \equiv wp.S.(wp.T.Q)$

Condicional o alternativa (if):

Verificación con Ternas de Hoare:
$\begin{array}{ll} \{P\} \text{ if } B_1 \rightarrow S_1 \{Q\} & \equiv P \Rightarrow (B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_n) \\ \quad \square B_2 \rightarrow S_2 & \wedge \{B_1 \wedge P\} S_1 \{Q\} \\ \quad \vdots & \wedge \{B_2 \wedge P\} S_2 \{Q\} \\ \quad \square B_n \rightarrow S_n & \vdots \\ \text{fi} & \wedge \{B_n \wedge P\} S_n \{Q\} \end{array}$
Weakest Precondition:
$\begin{array}{l} wp.(\text{if } \dots \text{fi}).Q \equiv (B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_n) \\ \quad \wedge (B_1 \Rightarrow wp.S_1.Q) \\ \quad \wedge (B_2 \Rightarrow wp.S_2.Q) \\ \quad \vdots \\ \quad \wedge (B_n \Rightarrow wp.S_n.Q) \end{array}$

Ciclo o repetición (do):

Verificación con Ternas de Hoare:	
$\{P\} \text{ do } B \rightarrow S \text{ od } \{Q\}$	\equiv
	Existe I (invariante) tal que
	$P \Rightarrow I$
	$\wedge I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
	$\wedge \{I \wedge B\} S \{I\}$
	\wedge
	Existe función de cota $t : \text{Estados} \mapsto \text{Int}$
	(i) $I \wedge B \Rightarrow t \geq 0$
	(ii) $\{I \wedge B \wedge t = T\} S \{t < T\}$
	} (terminación)

Anotaciones Secuenciales

$\begin{matrix} \{R\} \\ \{P\} \\ S \\ \{Q\} \end{matrix}$	\equiv	$R \Rightarrow P \wedge \begin{matrix} \{P\} \\ S \\ \{Q\} \end{matrix}$	\equiv	$\begin{matrix} \{P\} \\ S \\ \{Q\} \\ \{R\} \end{matrix} \wedge Q \Rightarrow R$
------------------------------------------------------------	----------	--------------------------------------------------------------------------	----------	-----------------------------------------------------------------------------------