$(B38)_{16}$ a base 8,

A=11 B=12
C=13 D=14
E=15 F=16

1) $(B38) = 12 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = 3128$

$(3128)_8 = 3128 : 8 = 391 \cdot 8 + 0$

$391 : 8 = 48 \cdot 8 + 7$

$48 : 8 = 6 \cdot 8 + 0$

$6 : 8 = 0 \cdot 8 + 6 = 6070.$

(4) En un campo hay 20 vacas, 12 perros, 8 gatos, y 35 gallinas. Queremos elegir un total de 5 animales para fotografiar. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

(a) (5%) Si no hay restricciones.
(b) (10%) Si debe haber 10 vacas y 4 perros.
(c) (10%) Si debe haber al menos 5 gallinas.
(d) (10%) Si debe haber al menos un animal vaca, un perro, un gato y una gallina.

1) $20+12+8+35=75$

A) 1) Hacer 2 comparaciones
Con combinaciones diferentes
Con mismos elementos

5 Animales

V V P g V   g V V P V

Pensemos ⊔⊔⊔ es un corral
→ tengo los mismos Animales.

No son diferentes → Combinatorio.

$\binom{75}{5}$ ✓

c) 5 Animales Al menos 5 gallinas

tengo 35

$75-35=40$

5 es mínimo

• $\binom{35}{5}$ ✓

d) 4 tipos de Animales
Necesito 5 Animales

• $\binom{20}{2}\binom{12}{1}\binom{8}{1}\binom{35}{1}$

• $\binom{20}{1}\binom{12}{2}\binom{8}{1}\binom{35}{1}$

• $\binom{20}{1}\binom{12}{1}\binom{8}{2}\binom{35}{1}$

• $\binom{20}{1}\binom{12}{1}\binom{8}{1}\binom{35}{2}$

Principio de adición

3) Paso inductivo. Si vale para k, vale para k+1
Formula recursiva $\sum$
$\sum_{i=1}^{n+1} a_i = \sum_{i=1}^{n} a_i + a_{n+1}$

1 (15 %) Demostrar por inducción $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$.

1) Caso base. $n=1$

$$\sum_{i=1}^{1} \frac{1}{1(1+1)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$ ✓

$\underline{\text{obs}}$: no siempre el caso base es 1, puede ser 2, 5, 10, 40.

2) Hipotesis inductiva. $n=k$

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k}{k+1}$$

3) Paso inductivo. Si vale para k, vale para k+1

Formula recursiva $\sum$

$$\sum_{i=1}^{n+1} a_i = \sum_{i=1}^{n} a_i + a_{n+1}$$

✓

$$\sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \quad \left\{ \text{Formula recursiva} \right\}$$

$$\frac{k(k+1)\cancel{(k+2)}\cancel{(k+1)}}{(k+1)\cancel{(k+1)}\cancel{(k+2)}} = \frac{k^2+k}{k+1} = \frac{k^{2+1}}{k+1}$$

$$\frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)}$$

$$\frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{(k+1)^2}{\cancel{(k+1)}(k+2)}$$

Ejemplo 6.2.19 ▶ ¿De cuántas maneras se puede seleccionar un comité de dos mujeres y tres hombres de un grupo de cinco mujeres y seis hombres?

$$\binom{5}{2} \cdot \binom{6}{3} =$$

$$\frac{5!}{(5-2)!\,2!} \cdot \frac{6!}{(6-3)!\,3!}$$

"Por principio de multiplicación se concluye que:"

Igual que en el ejemplo 6.2.18, se encuentra que las dos mujeres se pueden elegir de

$$C(5,2) = 10$$

maneras y que los tres hombres se pueden elegir de

$$C(6,3) = 20$$

maneras. El comité se construye en dos pasos sucesivos: se elige a las mujeres; se elige a los hombres. Por el principio de la multiplicación, el número total de comités es

$$10 \cdot 20 = 200. \quad ◀$$

Ejemplo 6.2.21 ▶

Una baraja común de 52 cartas consiste en cuatro palos

tréboles, diamantes, corazones y espadas

con 13 denominaciones cada uno

as, de 2 a 10, jack, reina y rey.

a) ¿Cuántas manos de póquer (sin ordenar) de cinco cartas, seleccionadas de una baraja común de 52 cartas, existen?
b) ¿Cuántas manos de póquer contienen cartas todas del mismo palo?
c) ¿Cuántas manos de póquer contienen tres cartas de una denominación y dos de una segunda denominación?

cuay ? ??
mano? ??

a) $\binom{52}{4}$?

b) (

(2) (a) (15 %) Demostrar por inducción

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Suponiendo la igualdad verdadera cuando n=k, véase:

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k}{k+1}$$

Intentaré demostrar que la igualdad se cumple cuando n=k+1

$$\sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k+1}{k+2}$$

$$\sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i(i+1)}$$

$= \{\text{Def } \Sigma\}$

$$\frac{1}{k+1.(k+2)} + \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i(i+1}$$

$\equiv \{\text{Hipotesis Ind.}\}$

$$\frac{1}{k+1.(k+2)} + \frac{k}{(k+1)}$$

$= \{$

$$\frac{1}{k+1.(k+2)} + \left(\frac{k}{k+1} \cdot \frac{(k+2)}{k+2}\right)$$

$= \{$

$$\frac{1 + (k.(k+2)}{(k+1).(k+2)}$$

$= \{$

$$\frac{1 + k^2 + 2k}{(k+1).(k+2)}$$

(b) (25 %) Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}_0}$ la sucesión definida recursivamente por

$$\begin{cases} a_0 = 4, \\ a_1 = 15, \\ a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}, \text{ para } n \geq 2. \end{cases}$$

Probar que $a_n = n\,3^n + 4 \cdot 3^n$ para todo $n \in \mathbb{N}_0$.

(b) (25 %) Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}_0}$ la sucesión definida recursivamente por

$$\begin{cases} a_1 = 5, \\ a_2 = 13, \\ a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}, \text{ para } n \geq 3. \end{cases}$$

Probar que $a_n = 2^n + 3^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

Suponiendo que la igualdad es verdadera para $1 \leq h \leq k$

$5a_{k-1} - 6a_{k-2} = 2^k + 3^k$

Intentare demostrar que la igualdad se cumple cuando n=k+1

$5a_k - 6a_{k-1} \Rightarrow 2^{k+1} + 3^{k+1}$

Por principio de induccion completa sobre n, habiendo probado los casos base y habiendo demostrado que la igualdad se cumple cuando n=k+1 a partir de suponer que se la igualdad se cumple cuando n=k, podemos concluir que la igualdad se cumple para $\forall n \in \mathbb{N}$

$5a_k - 6a_{k-1}$

$\equiv$ { Hipotesis I }

$5.(2^k+3^k) - 6.(2^{k-1}+3^{k-1})$

$\equiv$ { Distrib. }

$5.2^k + 5.3^k - 6.2^{k-1} - 6.3^{k-1}$

$\equiv$ { Conmut. }

$5.2^k - 6.2^{k-1} + 5.3^k - 6.3^{k-1}$

$\equiv$ { }

$5.2^k - 3.2^1.2^{k-1} + 5.3^k - 2.3^1.3^{k-1}$

$\equiv$ { Prod. potencia igual base }

$5.2^k - 3.2^k + 5.3^k - 2.3^k$

$\equiv$ { F.C }

$2^k.(5-3) + 3^k.(5-2)$

$\equiv$ { Aritmetica

$2^k.2^1 + 3^k.3^1$

$\equiv$ { Prod. potencia igual base }

$2^{k+1} + 3^{k+1}$

✓

(17) Un banco tiene que elegir 5 cargos directivos: director(a), subdirector(a), interventor(a), cajero(a) y cobrador(a), entre 8 personas, de las cuales 3 son hombres y 5 son mujeres. ¿De cuántas formas puede hacerse la elección si:

a) se eligen los tres hombres?

b) se eligen tres mujeres y dos hombres?

c) se eligen al menos tres mujeres?

d) los hombres **E** y **M** no pueden estar juntos en la misma elección?

$1+2=4$

$3♂, 5♀ = 8$ personas

a) □□□□□

Combinaciones ordenadas sin repeticion

$\cancel{\frac{5!}{(5-3)!}} \cdot \binom{5}{2}$

$\binom{5}{2} \cdot 5!$

$\boxed{3! \cdot \binom{5}{2}}$

$5♀$ y 2 lugares $\binom{5}{2}$

□ □

$\frac{5!}{2!}$?

$\boxed{\binom{5}{3} \cdot \binom{3}{2}}$

$\boxed{\binom{6}{3} \cdot 5!}$

d

$-\binom{6}{3} 5!$

$\cancel{5!} \cdot \frac{8!}{(8-5)! \cdot \cancel{5!}}$

$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$ $- 940 \cdot 8$ 7440

$\underbrace{\left(5! \cdot \binom{8}{5}\right)}_{\text{Total}} - \underbrace{\left(\binom{6}{3} \cdot 5!\right)}_{♂ \text{ juntos}}$

Al menos $3♀$? $\binom{3}{}\binom{4}{}$

1°) $\binom{5}{3} \cdot \binom{3}{2} +$

2°) $\binom{5}{4} \cdot \binom{3}{2} +$

3°) $\binom{5}{5}$ $\neq 1$

"Por principio de adicion"

$\binom{3}{1} + \binom{5}{2} - \binom{6}{3}$

□ □ □ □ □

E . M .

$(a+b).c \Rightarrow ac + bc$

$\equiv\{$

$(a+b).c$

como se hace eso

raraso

I2) *Conmutatividad.* $a+b=b+a$; $ab=ba$.

I3) *Asociatividad.* $(a+b)+c=a+(b+c)$; $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$.

I4) *Existencia de elemento neutro.* Existen números $0, 1 \in \mathbb{Z}$ con $0 \neq 1$ tal que $a+0=a$; $a\cdot 1=a$.

I5) *Distributividad.* $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$.

I6) *Existencia del inverso aditivo, también llamado opuesto.* Por cada a en $\mathbb{Z}$ existe un único entero $-a$ en $\mathbb{Z}$ tal que $a+(-a)=0$.

I7) *Cancelación.* Si $a\neq 0$ y $a\cdot b=a\cdot c$, entonces $b=c$.

I8) *Ley de tricotomía.* Vale una y sólo una de las relaciones siguientes:

$$a<b, \qquad a=b, \qquad b<a.$$

I9) *Ley transitiva.* Si $a<b$ y $b<c$, entonces $a<c$.

I10) *Compatibilidad de la suma con el orden.* Si $a<b$, entonces $a+c<b+c$.

I11) *Compatibilidad del producto con el orden.* Si $a<b$ y $0<c$, entonces $ac<bc$.

$a+c<b+c$ implica que $a<b$

$\equiv\{$ suma uniforme $-c\}$

$a+(c-c)<b+(c-c)$

$\equiv\{$ inverso aditivo$\}$

$a+0<b+0$

$\equiv\{$ elem. neutro $\}$ $\rightarrow a<b$

(3) Sean $a, b \in \mathbb{Z}$. Probar las siguientes afirmaciones, justificando los pasos que realiza.

a) Si $0 < a$ y $0 < b$ entonces $a < b$ si y sólo si $a^2 < b^2$.

(3) ¿Cuántos números naturales múltiplos de 5 y menores que 4999 hay?

$5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2$

Combinaciones con repetecion

10/10

$5 \cdot 10^2 \cdot 2$

0 1 2 3 4

(0, 5)

?

1,2,3 → ke?

4

multiplos de 5: terminan en 0 y 5

(4) En un campo hay 32 vacas, 15 perros, 12 gatos, y 14 gallinas. Queremos elegir un total de 5 animales para fotografiar. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

(a) (5%) Si no hay restricciones.

(b) (10%) Si debe haber 2 vacas y 3 perros. NO es posible

(c) (10%) Si debe haber al menos 3 gallinas.

(d) (10%) Si debe haber al menos un animal vaca, un perro, un gato y una gallina.

a) $32+15+12+14=73$

$$\binom{73}{5} = \boxed{\frac{73!}{(73-5)!\,5!}}$$

$$\binom{0}{0} = 1$$

5!

b) $$\binom{32}{2} \cdot \binom{15}{3}$$

$73-14=59$

pollos

c) $$\binom{14}{3} \cdot \binom{73-14}{2} + \binom{14}{4} \cdot \binom{73-14}{1}$$

d) $\binom{32}{2}\cdot\binom{15}{1}\cdot\binom{12}{1}\cdot\binom{14}{1}+\binom{69}{1}\binom{32}{1}\binom{70}{1}\binom{12}{1}\binom{14}{1}$

$\binom{32}{1}\cdot\binom{15}{2}\cdot\binom{12}{1}\cdot\binom{14}{1}+$

$\binom{32}{1}\cdot\binom{15}{1}\cdot\binom{12}{2}\cdot\binom{14}{1}+$

$\binom{32}{1}\cdot\binom{15}{1}\cdot\binom{12}{1}\cdot\binom{14}{2}=$

(3) (15%) ¿Cuántas palabras distintas pueden formarse con las letras de la palabra ELECTROENCEFALOGRAMA?

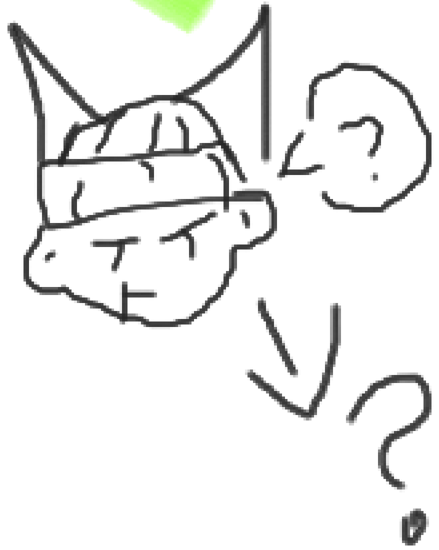
E	4
L	2
C	2
T	1
R	2
O	2
N	1
F	1
A	3
G	1
M	1

$$\frac{20!}{4!2!2!2!2!\cdot 3!}$$

10) c) ¿de cuantas formas distintas pueden ordenarse las letras de la palabra MATEMATICA si se pide que se alternen las consonantes y las vocales?

MATEMATICA

$$\frac{5!\,5!\,2}{3!\,2!\,2!}$$



$$\frac{10!}{3!\,2!\,2!}$$

10) c) ¿de cuantas formas distintas pueden ordenarse las letras de la palabra MATEMATICA si se pide que se alternen las consonantes y las vocales?

V	C	V	C	V	C	V	C	V	C
C	V	C	V	C	V	C	V	C	V

$$\cancel{2 \cdot \frac{10!}{5!\,5!}}$$

$$C^{5}_{10} = \frac{10!}{\ldots} = \frac{10!}{\ldots} = 252$$

https://es.onlinemschool.com/math/assistance/statistician/combination/

$$\frac{10!}{3!\,2!\,2}$$

$$= \frac{5!\,5!\,2}{3!\,2!\,2!}$$

VERIFICADO POR UN INTELECTUAL DE TIRABOSCHI

c) ¿De cuántas formas distintas pueden orden... ...a MATEMATICA si se pide que las consonantes y la... ...nen?
Rta: Tenemos 5 vocales y 5 consonantes, al alternarlos tendremos 5!5!A esto hay que multiplicarlo por 2 ya que se puede empezar con vocal o consonante y dividirlo por las repeticiones y nos quedan $\frac{5!5!2}{3!2!2!} = 1200$.

(6) Calcular:

a) $(2234)_5 + (2310)_5$, *b)* $(10101101)_2 + (10011)_2$.

Supongo que habra algun truco para sumar con bases distintas a 10, pero no tengo ganas, aca va un intento tho.

a)

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 2234 \\ 2310 \\ \hline 10044 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 1\,1\,1\,1\,1\,1 \\ +10101101 \\ 10011 \\ \hline 11000000 \end{array}$$

ahora a 414 a la basae q se me ocurra

El número 1503 escrito en base *seis* es igual a 3044 en base *cinco*

El número 1111 escrito en base *dos* es igual a 30 en base *cinco* .

que

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 3044 \\ 30 \\ \hline 3124 \end{array}$$

https://wims.univ-cotedazur.fr/wims/wims.cgi

$414 \,|\, 5$

$$\begin{array}{r} 399 \\ +\ 15 \\ \hline 414 \end{array}$$

Expresar en base 5: $(1503)_6 + (1111)_2$.

Aver ...

- $(1503)_6 = 1 \cdot 6^3 + 5 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 399$ +
- $(1111)_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 15$