

Práctico 3, Comisión 6, 2024 Ejercicios 11 al 17

En este documento los profesores y estudiantes de la comisión 4 resolveremos colaborativamente los ejercicios 11 al 17 del Práctico 3. Están en verde los ejercicios resueltos, apenas entres a este doc estarán en verde sólo aquellos que se resolvieron en clase. Están en rojo los que todavía necesitan solución. Están en azul los que están siendo editados por alguien. Elegí un ejercicio que esté en rojo, **hace una copia**, pasalo a azul mientras estés trabajando en él y escribí tu nombre. Cuando lo termines, escribí **TERMINADO** al final. Los profes revisarán los ejercicios que estén terminados en azul y los pasarán a verde cuando sean correctos. También dejarán comentarios marcando errores para que los intente corregir el que hizo el ejercicio.

Equivalencia, Discrepancia y Negación

A1 Asociatividad equivalencia:	$((P \equiv Q) \equiv R) \equiv (P \equiv (Q \equiv R))$
A2 Conmutatividad equivalencia:	$P \equiv Q \equiv Q \equiv P$
A3 Neutro equivalencia:	$P \equiv \text{True} \equiv P$
A4 Definición de Negación:	$\neg(P \equiv Q) \equiv \neg P \equiv Q$
A5 Definición de False:	$\text{False} \equiv \neg \text{True}$
A6 Definición de discrepancia:	$P \neq Q \equiv \neg(P \equiv Q)$

Disyunción y Conjunción

A7 Asociatividad disyunción:	$(P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$
A8 Conmutatividad disyunción:	$P \vee Q \equiv Q \vee P$
A9 Idempotencia disyunción:	$P \vee P \equiv P$
A10 Distributividad disyunción con equivalencia:	$P \vee (Q \equiv R) \equiv (P \vee Q) \equiv (P \vee R)$
A11 Tercero excluido:	$P \vee \neg P$
A12 Regla dorada:	$P \wedge Q \equiv P \equiv Q \equiv P \vee Q$

Implicación

A13 Definición de implicación:	$P \Rightarrow Q \equiv P \vee Q \equiv Q$
A14 Definición de consecuencia:	$P \Leftarrow Q \equiv P \vee Q \equiv P$

Símbolos útiles

$\equiv \quad \wedge \quad \vee \quad \Rightarrow \quad \neg \quad \neq$

Ejercicio 11.

Demuestre los siguientes teoremas del cálculo proposicional.

- a) Caracterización de implicación: $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ (resuelto en clase)
- b) Definición dual de implicación: $p \Rightarrow q \equiv p \wedge q \equiv p$
- c) Absurdo: $p \Rightarrow \text{False} \equiv \neg p$
- d) Debilitamiento para \wedge : $p \wedge q \Rightarrow p$
- e) Debilitamiento para \vee : $p \Rightarrow p \vee q$.
- f) Modus Ponens: $p \wedge (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge q$.
- g) Modus Tollens: $(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \equiv \neg p \wedge \neg q$
- h) Contra recíproca $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$

Ejercicio 12.

Simplifique las siguientes expresiones eliminando los símbolos de implicación que sean posibles aplicando los teoremas de Modus Ponens y Modus Tollens. (Observe que estas expresiones no son teoremas)

- a) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge p$
- b) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge \neg r$
- c) $((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)) \wedge \neg(p \Rightarrow r)$

Ejercicio 13.

Demuestre los siguientes teoremas

- a) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \wedge (p \wedge q) \equiv p \wedge q \wedge r$
- b) $\neg p \wedge (s \vee t \Rightarrow p) \equiv \neg s \wedge \neg p \wedge \neg t$

Ejercicio 14.

Demuestre currificación (Hecho en clase)

Ejercicio 15.

Simplifique las siguientes expresiones. Utilice para ello los teoremas de Modus Ponens, Modus Tollens y Currificación.

- a) $(p \wedge q \Rightarrow r) \wedge p$
- b) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
- c) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \wedge \neg r$

Ejercicio 16.

Demuestre

- a) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
- b) $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

Ejercicio 17.

Demuestre los siguientes teoremas de la implicación:

- a) Transitividad: $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$.
- b) Monotonía de la conjunción: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge r)$.
- c) Monotonía disyunción: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \vee r \Rightarrow q \vee r)$.

