Práctico 3, Comisión 6, 2024 Ejercicios 11 al 17

En este documento los profesores y estudiantes de la comisión 6 resolveremos colaborativamente los ejercicios 11 al 17 del Práctico 3. Están en verde los ejercicios resueltos, apenas entres a este doc estarán en verde sólo aquellos que se resolvieron en clase. Están en rojo los que todavía necesitan solución. Están en azul los que están siendo editados por alguien. Elegí un ejercicio que esté en rojo, hace una copia, pasalo a azul mientras estés trabajando en él y escribí tu nombre. Cuando lo termines, escribí TERMINADO al final. Los profes revisarán los ejercicios que estén terminados en azul y los pasarán a verde cuando sean correctos. También dejarán comentarios marcando errores para que los intente corregir el que hizo el ejercicio.

Equivalencia, Discrepancia y Negación

A1 Asociatividad equivalencia:	$((P \equiv Q) \equiv R) \equiv (P \equiv (Q \equiv R))$
A2 Conmutatividad equivalencia:	$P \equiv Q \equiv Q \equiv P$
A3 Neutro equivalencia:	P ≡ True ≡ P
A4 Definición de Negación:	$\neg(P \equiv Q) \equiv \neg P \equiv Q$
A5 Definición de False:	False ≡ ¬True
A6 Definición de discrepancia:	$P \equiv Q \equiv \neg (P \equiv Q)$

Disyunción y Conjunción

A7 Asociatividad disyunción:	(P V Q) V R ≡ P V (Q V R)		
A8 Conmutatividad disyunción:	$P \lor Q \equiv Q \lor P$		
A9 Idempotencia disyunción:	PVP≣P		
A10 Distributividad disyunción con equivalencia:	$P \lor (Q \equiv R) \equiv (P \lor Q) \equiv (P \lor R)$		
A11 Tercero excluido:	P V ¬P		
A12 Regla dorada:	$P \land Q \equiv P \equiv Q \equiv P \lor Q$		

Implicación

A13 Definición de implicación:	$P \Rightarrow Q \equiv P \lor Q \equiv Q$
A14 Definición de consecuencia:	$P \leftarrow Q \equiv P \lor Q \equiv P$

Símbolos útiles

≣ ∧ v ⇒ ¬ ≢

Ejercicio 11.

Demuestre los siguientes teoremas del cálculo proposicional.

- a) Caracterización de implicación: $p \Rightarrow q \equiv \neg p \lor q$ (resuelto en clase)
- b) Definición dual de implicación: $p \Rightarrow q \equiv p \land q \equiv p$
- c) Absurdo: $p \Rightarrow False \equiv \neg p$
- d) Debilitamiento para Λ : p Λ q \Rightarrow p
- e) Debilitamiento para $V: p \Rightarrow p \lor q$.
- f) Modus Ponens: $p \land (p \Rightarrow q) \equiv p \land q$.
- g) Modus Tollens: $(p \Rightarrow q) \land \neg q \equiv \neg p \land \neg q$
- h) Contra recíproca $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
- h) Contra recíproca $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
 - 1. $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
 - 2. ≡ {Def. de Implica}
 - 3. $p \vee q \equiv q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
 - 1. $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
 - 2. \equiv {Caract. de Implica: $p \Rightarrow q \equiv \neg p \lor q$ }
 - 3. $\neg p \lor q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$

Ahora, vamos a hacer algo un poquito más difícil. Vamos a aplicar el mismo cambio, del lado derecho. El axioma me dice

$$p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

Pero en la fórmula en vez de p \Rightarrow q tengo $\neg p \Rightarrow \neg q$ entonces tengo primero que cambiar el axioma haciendo una sustitución uniforme. Voy a cambiar, en el axioma, todos los p por $\neg p$ y todos los q por $\neg q$. Entonces despues del cambio, nos queda.

$$\neg p \Rightarrow \neg q \equiv \neg \neg p \lor \neg q$$

No se si ese paso se entendió. Lo que estamos viendo es que si $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ entonces $\neg p \Rightarrow \neg q \equiv \neg \neg p \vee \neg q$ Porque esto "pensando el primero" pero donde p es ahora $\neg p \vee q$ es ahora $\neg q$. Se ve eso? si, se puede decir que pasaste del renglón 3 a esto $\neg p \Rightarrow \neg q \equiv \neg \neg p \vee \neg q$

Ahora, vamos a usar $\neg p \Rightarrow \neg q \equiv \neg \neg p \ v \ \neg q$ para escribir el renglón 4. Reemplazando $\neg p \Rightarrow \neg q$ que es lo que está subrayado por $\neg \neg p \ v \ \neg q$

```
    p ⇒ q ≡ ¬q ⇒ ¬p
    ≡ {Caract. de Implica: p ⇒ q ≡ ¬p v q}
    ¬p v q ≡ ¬q ⇒ ¬p
    ≡ {Caract. de Implica: ¬q ⇒ ¬p ≡ ¬¬q v ¬p}
    ¬p v q ≡ ¬¬q v ¬p
    ≡ {Conmutatividad de v : ¬p v q ≡ q v ¬p}
    q v ¬p ≡ ¬¬q v ¬p
    ≡ {Doble negación : ¬¬q ≡ q}
    q v ¬p ≡ q v ¬p
    q v ¬p ≡ q v ¬p
```

Primero hacemos el cambio, reemplazando ¬¬q por q. Fijate que ya está todo preparado, cambiamos como siempre lo subrayado por algo que sabemos es equivalente. Hagamos ese paso primero. Ahora sí. Con esa línea terminamos, porque llegamos a algo que es Sustitución uniforme de p \equiv p. Es decir, demostramos ya que p \equiv p es teorema. Entonces si reemplazo p por cualquier fórmula también es teorema, en este caso estóy pensando en reemplazar p por q v ¬p para obtener q v ¬p \equiv \underline{q} v ¬p

Entonces esa última fórmula es teorema. Y como en cada paso tenemos una equivalencia, la línea 1 también es teorema. Que es lo que queríamos demostrar. Y ahi terminamos.

bien, se va entendiendo bastante mejor, gracias

Que bueno. Por ahi, mirá otra vez la grabación de algunas demostraciones que hice yo, para tratar de entender en cada paso, como siempre estuve haciendo cambios de una fórmula por otra que ya sabía que era equivalente (porque era un axioma, o porque ya la demostré antes). Eso es lo único que se puede hacer en una demostración. Hay que encontrar cuales son los reemplazos que necesito hacer. Hasta llegar a algo que ya sé es un teorema.

Ánimo. Con un poco de práctica se va haciendo más facil. Al final de este ejercicio, ya se notaba que trabajabas entendiendo mejor que había que hacer. si, voy a ver despues devuelta la grabacion. Gracias por la paciencia profe jajaj

De nada. De eso trabajo :D. Suerte! ;)

```
Diego Honorato (Aike)
```

b) Definición dual de implicación: $p \Rightarrow q \equiv p \land q \equiv p$

```
p \Rightarrow q \equiv p \land q \equiv p
≡{Notación} /// Acá es donde yo escribiría que usaste la Def. de \Rightarrow
```

```
p \lor q \equiv q \equiv p \land q \equiv p
≡{A13 Definición de ⇒}
        p \vee \neg q \equiv p \equiv q \equiv p \wedge q \equiv p
={T5 Teorema Estrella }
        p \land -q \equiv p \land q \equiv p
={A12 Dorada inversa }
        Terminado (??) @ cualquier cosita, estaré en otro ejercicio
```

C: Te dejo avanzar entonces, y después lo vemos. Así entiendo mejor como lo pensas. Vuelvo en un rato.

b)
$$(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$
 $\neg ((\neg p \lor q) \land (\neg q \lor r)) \lor (\neg p \lor r)$
 $\neg (\neg p \lor q) \lor \neg (\neg q \lor r) \lor (\neg p \lor r)$
 $(p \land \neg q) \lor (q \land \neg r) \lor (\neg p \lor r)$

a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r)) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r$
{currificación }
 $(p \land q \Rightarrow r) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r$
{regla dorada }
 $(p \land q \Rightarrow r) \land (p \equiv q \equiv p \land q) \equiv p \land q \land r$
Diego Honorato

d) Debilitamiento para Λ : p Λ q \Rightarrow p

```
p \land q \Rightarrow p
≡{Notación}
          p \equiv q \equiv p \lor q \Rightarrow p
≡{Dorada}
          p \equiv q \equiv p \lor (q \Rightarrow p)
={Creación de ( ) }
          p \equiv q \equiv p \vee (p \vee q \equiv q)
≡{A13 Definición de ⇒}
          q \equiv (p \equiv p) v (p v q \equiv q)
≡{A2 conmuto}
          q \equiv True \ v \ (p \ v \ q \equiv q)
≡{Def. de True}
```

```
q \equiv True \ v \ False \equiv q

\equiv \{Def \ de \ False\}

q \equiv True \equiv q

\equiv \{A3\}
```

Dudo que este bien, Terminado con dudas.

```
Jorge Mansilla
h) Contra recíproca p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p
\equiv \{ \text{Def de } \Rightarrow \}
\neg p \lor q \equiv q \lor \neg p
\equiv \{ \text{Conmutatividad de } \lor \}
\neg p \lor q \equiv \neg p \lor q
True
```

TERMINADO (?) Arantxa: Bien! Pondría "conmutatividad de v", no estoy segura que exista conmutación jaja

```
g) Modus Tollens: (p \Rightarrow q) \land \neg q \equiv \neg p \land \neg q - Lauty es Lauty
(p \Rightarrow q) \land \neg q \equiv \neg p \land \neg q
≡{regla dorada}
(p \Rightarrow q) \equiv \neg q \equiv (p \Rightarrow q) \lor \neg q \equiv \underline{\neg p} \land \underline{\neg q}
≡{regla dorada}
(p \Rightarrow q) \equiv \underline{\neg q} \equiv (p \Rightarrow q) \lor \neg q \equiv \neg p \equiv \underline{\neg q} \equiv \neg p \lor \neg q
{tachado ¬q }
(p\Rightarrow q) \equiv (p\Rightarrow q) \lor \neg q \equiv \neg p \lor \neg q
{def. a13 x2}
\neg p \lor q \equiv (\neg p \lor q) \lor \neg q \equiv \neg p \lor \neg q
{asociatividad de la disyuncion}
\neg p \lor q \equiv \neg p \lor (q \lor \neg q) \equiv \neg p \lor \neg q
{tercero excluido}
\neg p \lor q \equiv \neg p \lor True \equiv \neg p \equiv \neg p \lor \neg q
{elemento absorbente de la disyuncion, P= not p}
\neg p \lor q \equiv True \equiv \neg p \equiv \neg p \lor \neg q
{def a10}
\neg p \lor (q \equiv \neg q) \equiv True \equiv \neg p
{def. a3}
\neg p \lor (q \equiv \neg q) \equiv \neg p
{def. a4}
\neg p \lor \neg (q \equiv q) \equiv \neg p
{reflexibilidad del equivalente}
¬p V <u>¬True</u> ≡ ¬p
{def a5}
<u>¬p V False</u> ≡ ¬p
{elemento neutro de la disyuncion}
{por reflexividad} Reflexividad jaja
True
```

De diez! Una cosita, para el parcial es super importante que en vez de poner a10 por ejemplo pongas el nombre del axioma.

Ejercicio 12.

Simplifique las siguientes expresiones eliminando los símbolos de implicación que sean posibles aplicando los teoremas de Modus Ponens y Modus Tollens. (Observe que estas expresiones no son teoremas)

```
a) (p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \land p
b) (p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \land \neg r
c) ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)) \land \neg (p \Rightarrow r)
```

Ángeles

a)
$$(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \land p$$

 $\equiv \{\text{por Teo. Modus Ponens}\}\$
 $(p \land q) \land (q \Rightarrow r) \land p$

Antes de usar MP, hace un paso de Conmut. de $^{\land}$ para "juntar" p con (p \Rightarrow q) Arranquemos acá abajo:

a)
$$(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \land p$$

 $\equiv \{\text{por Conmut de }^{\land}\}$
 $(p \Rightarrow q) \land p \land (q \Rightarrow r)$
 $\equiv \{\text{por MP}\}$ // Seguí vos....
 $(p \land q) \land (q \Rightarrow r)$ // Perfecto. Podemos hacer un paso mas.
Por asoc. podes "juntar" q con la otra implicación y usar MP una vez mas.

$$\equiv \{\text{por Asoc.}\} \ // \text{ Seguí vos....}$$

$$p \land (q \land (q \Rightarrow r)) \ // \text{ Se ve?}$$

quedaria como p \land q \land r entre parentesis siendo el ultimo paso, sii! me habia complicado mucho se ve, tenia otro procedimiento en mente mucho mas largo, probablemente incorrecto. pero muchas gracias profe! lo entendi todo entiendo, gracias d nuevo! :D

Exacto. Los paréntesis igual se pueden quitar por asoc. de ^.

Pero eso sería la fórmula más simple.

Creo que quedó claro, era solo agarrarle la mano a MP para ver como funcionaba. Hay diferentes formas de hacerlo, a veces es sólo más largo (no necesariamente "incorrecto"). El único problema cuando es mas largo, es que hay más chances de perderse. Por eso es importante ir haciendo de a poco cada paso. Y de nada :D.

Abigail

b)
$$(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \land \neg r$$

 $\equiv \{ \text{ Def. de A13 } \}$
 $(p \lor q \equiv q) \land (q \Rightarrow r) \land \neg r$
 $\equiv \{ \text{ Def. de A13 } \}$
 $(p \lor q \equiv q) \land (q \lor r \equiv r) \land \neg r$

```
≡{ Def. de A }
```

no sabría bien cómo seguir

hola! si, estaba pensando que sin los parentesis me confundia, no entiendo bien a qué tengo que llegar

Ahi donde resalté es muy importante mantener los paréntesis, se ve? Hola jaja :) Claro y ahi también.

Es del 12, verdad? Fijate que la consigna es simplificar lo más posible usando modus ponens y modus tollens

sip, okk

Mirá, te propongo que arranques de nuevo porque fijate que desde el principio podés aplicar uno bastante directo. No está mal lo que hiciste, pero para practicar modus ponens y modus tollens. :)

claro, lo voy a hacer de nuevo, gracias :)

Si bien lo podría dejar acá ya que quedaron todos los signos de implicacion eliminados, quiero probar "simplificando más", corrijanme con gusto de ahora en adelante, por que creo que hago un atentado a los axiomas con lo que voy a escribir

$$(P \land Q \equiv P) \land (\neg q \land \neg r)$$

$$\equiv \{Reescritura\}$$

$$(P \land Q \equiv P) \land \neg (q \land r)$$

$$\equiv \{T13 \text{ Morgan inverso}\}$$

$$(P \land Q \equiv P) \land \neg (P \equiv Q \equiv P \lor Q)$$

Terminado, no se si pueda cancelar q = p v q, quedaría como $p = \wedge \neg ()$ pero no creo que esté bien.

Ejercicio 13.

Demuestre los siguientes teoremas

a)
$$(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r$$

b) $\neg p \land (s \lor t \Rightarrow p) \equiv \neg s \land \neg p \land \neg t$
a) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r$

Carlos Ocssa

```
a) (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r

{currificación }

(p \land q \Rightarrow r) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r

{modus ponens }

(p \land q \Rightarrow r) \land p \land (p \Rightarrow q) \equiv p \land q \land r
```

Fijate ahi el profe te escribió en el chat

Ejercicio 14.

Demuestre currificación (Hecho en clase)

Ejercicio 15.

Simplifique las siguientes expresiones. Utilice para ello los teoremas de Modus Ponens, Modus Tollens y Currificación.

a)
$$(p \land q \Rightarrow r) \land p$$

b)
$$(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

c) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \land \neg r$

Jorge Mansilla

a) $(\underline{p} \land \underline{q} \Rightarrow r) \land p$ $\equiv \{\text{definicion de } \Rightarrow \}$ $(\underline{\neg(p \land q)} \lor r) \land p$ $\equiv \{\text{De Morgan}\}$ $((\underline{\neg p} \lor \underline{\neg q}) \lor r) \land p$ $\equiv \{\text{Conmutatividad}\}$ $((\underline{\neg q} \lor r \lor \underline{\neg p}) \land p$ $\equiv \{\text{Asociatividad del } \lor \}$ $((\underline{\neg q} \lor r) \lor \underline{\neg p}) \land p$ $\equiv \{\text{De Morgan}\}$ $(\underline{\neg (q \land \underline{\neg r}) \lor \underline{\neg p}) \land p$ $\equiv \{\text{Def de } \Rightarrow \}$

 $((q \land \neg r) \Rightarrow \neg p) \land p$?????? claaaaaaaaaao y ahora modus tollens. Con confianza! ≡{Def de Modus Tollens}

¬(q ∧_¬r) ∧ p ???tararáááá. Muy bien.

Si, fijate que hay varios así. Que tenés que desarmar las cosas y después de asociar podés convertir las disyunciones en implicaciones y tener modus tollens. A practicar!

Gracias:D

Modus Tollens $(p \Rightarrow q) \land \neg q \equiv \neg p \land \neg q$

Te doy una pista: aplicando la definición de implicación, como habías hecho antes, habías llegado a

 $(\neg (p \land q) \lor r) \land p$. Después hiciste morgan y llegaste a $(\neg p \lor \neg q) \lor r) \land p$. Qué pasa si ahora lo considerás como $((\neg q \lor r) \lor \neg p) \land p$ y escribís lo de adentro del paréntesis como una implicación de nuevo? $(\neg (q \land \neg r) \lor \neg p) \land p$

Ahi haria De morgan dos veces? (¬ (q ∧ ¬r) ∨ ¬p)

Es como hacer De morgan otra vez? claro, para que te quede una implicación que se parezca a Modulusss=Modus Tollens jaja

Regla dorada: $P \land Q \equiv P \equiv Q \equiv P \lor Q$

```
Modus Ponens p \land (p \Rightarrow q) \equiv p \land q Modus Tollens (p \Rightarrow q) \land \negq \equiv \negp \land \negq Currificación p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv p \land q \Rightarrow r Estrella p \lor q \equiv p \lor \negq \equiv p Alguien? :') Quién pregunta?

Jorge Mansilla
b) (p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)
\equiv{Def de \Rightarrow}
\neg((\negp \lor q) \land (\negq \lor r)) \lor (\negp \lor r)
\equiv{De Morgan}
\neg(\negp \lor q) \lor \neg(\negq \lor r) \lor (\negp \lor r)
\equiv{Def. de \neg}
(p \land \negq) \lor (q \land \negr) \lor (\negp \lor r)
```

Ejercicio 16.

Demuestre

```
a) p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)
b) \neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)
```

```
montoya lautaro agustin (pehua)

16a) p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)
\equiv \{axioma \ 13 \ P \Rightarrow Q \equiv P \lor Q \equiv Q \}
p \Rightarrow ((q \lor r) \equiv r) \equiv q \Rightarrow ((p \lor r) \equiv r)
```

Este paso no podés hacerlo. Tenés que $(q \lor r) \equiv r$, acordate las reglas de precedencia! primero se resuelve la disjunción *procedo a llora sisi Jajaja no llores, es práctica no más. Del otro lado de la implicación hiciste lo mismo. VAmos de nuevo! cuesta arrancar pero ya le vas a agarrar la mano

<3

aveeeeeeer

Vi mal!!! Si vale. Perdón perdón. ooooooh vamoooo jajaj * se festeja en el obelisco* Jajaja vi conjunción, mala mía. Es el ejercicio 8b, elemento absorbente de la disyunción. :) Genial que les guste!!!

ahi voy por ahi entonces gracias, son lo mas y estas actividades estan buenas posta

No podés sacar los paréntesis. son importantes en esas expresiones. Fiajte que tenés q V r \equiv r y al quitar los paréntesis hacés q V (r \equiv r). No son expresiones equivalentes, no hay ningun axioma ni teorema que diga que podés quitar los paréntesis

sabes que tenia miedo de eso justamente , no me acordaba bien ahi modifico y sigo
Si no encontrás un axioma/teorema que lo justifique, no podés hacerlo
oki

Acordate de ir subrayando lo que vas modificando :)

```
a) (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r {Caracterización de \rightarrowP= p, Q=(q\rightarrowr)} \neg p \lor (q \Rightarrow r) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r {Caracterización P=q, q=r} \neg p \lor (\neg q \lor r) \land (p \land q) \equiv p \land q \land r {Mt}
```

Por qué lo empezaste de nuevo? el comentario era en uno de tus pasos. Osea después de todo lo que habías hecho podías hacer eso, no al principio de todo Ah Bueno

Venías super bien :'(No podés hacer ctrl z? Ahora lo i

Fijate acá, que podés hacer que la parte izquierda se parezca al modulus tollen Necesitás que te quede $r \Rightarrow (\neg p \land \neg q) \land (p \land q)$.-.... podéS??? chan chan chan Ahora lo intento :) :) :)

Ejercicio 17.

Demuestre los siguientes teoremas de la implicación:

```
a) Transitividad: (p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r).
Marcela tintilay
17. a) Transitividad: (p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r).
(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)
por caracterización ⇒
(\neg p \lor q) \land (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)
por caracterización ⇒
(\neg p \lor q) \land (\neg q \lor r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)
por caracterización ⇒
(\neg p \lor q) \land (\neg q \lor r) \Rightarrow (\neg p \lor r)
por regla dorada
(\neg p \lor q) \equiv (\neg q \lor r) \equiv (\neg p \lor q) \lor (\neg q \lor r) \Rightarrow (\neg p \lor r)
por estrella
(\neg p \lor q) \equiv (\neg q \lor r) \equiv (\neg p \lor q) \lor \neg (\neg q \lor r) \equiv (\neg p \lor q) \Rightarrow (\neg p \lor r)
no lo sigo, porque me perdí, ja, lo retomo luego. Gracias
b) Monotonía de la conjunción: (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \land r \Rightarrow q \land r).
b) (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \land r \Rightarrow q \land r).
           ≡{ Currif.}
            (p \Rightarrow q) \land p \land r \Rightarrow q \land r
           ≡{ Modus Ponens}
           p \wedge q \wedge r \Rightarrow q \wedge r
           ≡{ Asociatividad y Conmutatividad}
            (q \land r) \land p \Rightarrow q \land r
```

≡{Debilitamiento para <u>∧</u>.} True

profe no se si el debilitamiento se puede usar para llegar a true

c) Monotonía disyunción: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \lor r \Rightarrow q \lor r)$.