Comienzo de guía 3
Clase 1: Clase 10 - Introducción a los Algoritmos C6 - 22 de Abril
Practicohttps://famaf.aulavirtual.unc.edu.ar/pluginfile.php/39195/mod_resource/content/1/practico3.pdf
Tabla:
https://famaf.aulavirtual.unc.edu.ar/pluginfile.php/34281/mod_resource/content/4/digesto-proposicional-ord.pdf

p	q	p ∨ q	p ∧ q	p ⇒ q	p ⇐ q (q ⇒ p)	p ≡ q	p ≡/≡ q
V	V	V	V	V	V	V	F
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	F	V	V	V	F

1. Sac´ a todos los par´ entesis que sean superfluos según las reglas de precedencia de los operadores booleanos.
a) $((((a = b) \wedge (b = c)) \Rightarrow (a = c)) \equiv True)$

$a = b \wedge b = c \Rightarrow a = c \equiv True$

b) $(((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \Rightarrow (p \equiv q))$

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \equiv q)$

c) $(((p \wedge q) \vee (\neg r)) \Rightarrow (p \wedge (q \vee r)))$

$(p \wedge q) \vee \neg r \Rightarrow ((p \wedge (q \vee r))$

2. Introducí par´entesis para hacer expl´ıcita la precedencia.
a) $p \vee q \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
$((p \vee q) \Rightarrow r) \equiv ((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r))$

b) $p \Rightarrow q \equiv p \vee q \equiv q$
$(((p \Rightarrow q) \equiv (p \vee q))) \equiv q$

c) $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
$(p \Rightarrow q) \equiv ((\neg p) \vee q)$

poner o no los () de equivalencia da igual.

3)

a) $((True \wedge False) \Rightarrow False) \equiv False$.
Falso, debería dar True. Ya que F -> F = V

b) $(2 = (3 \vee 3)) = ((4 \vee (a * a)) + (2 \leqslant (b + 7)))$
siempre y cuando a y b :: Int. Falto paréntesis

c) $((x \wedge y) \equiv a) \wedge (z \leqslant w)$
si x, y, z y w :: Int. Falto paréntesis

d) $(x + 3) \Rightarrow y$
si, x, y :: Int. Falta paréntesis

e) $((x + 3) = y) \wedge (\neg z)$
Falta un paréntesis.
x, y, z :: Int

f)$(a \vee b) = (3 + y)$

No riparia, a o b devuelve bool, y debería de volver bool pero no puedo sumar un número a un bol

g) $((a \geqslant b) \wedge ((3 + 2) < 4)) \Rightarrow c) \equiv ((b + 1) = 2)$

falta de paréntesis, devuelve bool se podría tipar

h) $((((a + 2) \geqslant c)) \Rightarrow ((3 + 2) < b)) \equiv c) \equiv (b = (2 * a))$

si a, b y c son números y devuelve books. Falta de paréntesis.

i) $(((\neg a) * (b + c)) = (d \vee p) \Rightarrow q) \equiv (((r \Leftarrow (s \wedge j)) = (k +(l * m)))$

si a b c d p q r s j k l m :: Int y devuelve books. Falta de paréntesis.

4)Decid´ ı si cada una de las siguientes fórmulas proposicionales es **válida** o no. En caso que una fórmula **no sea válida**, decid´ ı si es **satisfacible o no**. En todos los casos **justificó con una tabla de verdad**, **un ejemplo o un contraejemplo, según corresponda**.

Importante: Cuando una fórmula es **siempre verdadera la llamamos válida**, cuando es **verdadera para algunos valores la llamamos satisfactible**, cuando es falsa para algunos valores la llamamos no válida y cuando es falsa para todos los valores la llamamos no satisfactible.

a) p
Depende del valor que toma p, puede ser falso o verdadero, por lo tanto. Es satisfacible pero a la vez no, es válida, pero a la vez no. Contingente
P
V
F

b) p ≡ p
Puede ser Contingente y satisfacible..

c) (p ≡ p) ≡ p
(p ≡ p) ≡ p es una contingencia
Si p es V: (V ≡ V) ≡ V retorna verdadero.
Si p es F: (F ≡ F) ≡ F retorna falso.
d) p ⇒ q ≡ q ⇒ p
Es satisfacible, contingente.
V -> f = f -> v
= F
f - > f = f -> f
= V
e) p ∨ q ⇒ p
Es satisfacible, no válida.
f v v - > f
v - > f = F
v v f - > f
v - > f = F

f) p ∧ q ⇒ p
Es satisfacible, contingencia.
v ^ f -> v
f -> v = F
f ^ f -> f
f - > f = V
v -> v = v
v = v = V

g) p ⇒ q ∧ p
Es satisfacible, contingencia.
v -> f ^ v
v - > f = F

f - > f ^ f
f -> f = f

v -> v ^ v
v -> v = V

h) p ⇒ q ∨ p
Es satisfacible, contingencia.
i) p ⇒ q
Es satisfacible, contingencia
j) p ⇒ (q ⇒ p)
Es satisfacible, contingencia

k) p ≡ p ≡ True
Es válida
l) True ∨ p
Satisfacible, contingencia
m) True ∧ p
Satisfacible, contingencia
n) False ∨ p
Satisfacible, contingencia
˜n) False ∧ p
Satisfacible, No válida.

clase 2: Clase 11 - Introducción a los Algoritmos C6 - 24 de Abril

5) . Da ejemplos y una justificación apropiada de una f´ormula:
a) válida (y por lo tanto satisfactible).

p v -p

como ambos toman el mismo valor, ya sea verdadero o falso, cuando uno toma verdadero, la otra p toma el contrario, haciéndola satisfacible siempre

b) satisfactible pero no válida.
p ^ q
por mas que tome uno verdadero, el otro será falso y siempre devolver a falso

c) no satisfactible (y por lo tanto no válida).

p = q

6)Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional, es decir, son fórmulas válidas utilizando solo axiomas (no se pueden usar teoremas). Realizó la demostraci´on justificando cada paso con
un axioma y la sustitución utilizada en el mismo. Por ejemplo, demostramos el teorema Asociatividad de
la discrepancia: (p ≢ (q ≢ r)) ≡ ((p ≢ q) ≢ r), partiendo de la parte izquierda:

a) Reflexividad del equivalente: (p ≡ p) ≡ True

(p ≡ p) ≡ True
≡ {eliminación de paréntesis superfluos}
p ≡ p ≡ True
≡ {por A2 Conmutatividad}
p ≡ True ≡ p

b) Doble negación: $\neg\neg p \equiv p$

$\neg\neg p \equiv p$

$\equiv$ {Definición de - A4}

$\neg(\neg p \equiv p)$

$\equiv$ {A2 conmutatividad}

$\neg(p = \neg p)$

$\equiv$ {definición de $\neg$ A4}

$\neg p = \neg p$

c) Equivalencia y negaci´on: $p \equiv False \equiv \neg p$

$p \equiv False \equiv \neg p$

$\equiv$ {Notación}

$p \equiv (False \equiv -p)$

$\equiv$ {Paréntesis}

$p \equiv (-p \equiv False)$

$\equiv$ {A2}

$p \equiv -(p \equiv False)$

$\equiv$ {A4 Definición de -}

$p \equiv -(False \equiv p)$

$\equiv$ {A2}

$p \equiv -False \equiv p$

$\equiv$ {A4}

$p \equiv True \equiv p$

$\equiv$ {Def. de - A4}

d) Neutro de la discrepancia: $(p \not\equiv false) \equiv p$

$(\underline{p \not\equiv false}) \equiv p$

$\equiv$ {A6 Def de discrepancia}

$-(p = False) = p$

$\equiv$ {Def de A2 conmutatividad}

$-(False = p) = p$

$\equiv$ {Elim de () y A4 def de -}

$-False = p = p$

$\equiv$ {Def de True}

$True = p = p$

$\equiv$ {Creación de ()}

$(True = p) = p$

$\equiv$ {Def de A2 conmutatividad}

$(p = True) = p$

$\equiv$ {A3 Neutro de =}

$p = True = p$

Clase 3: Clase 12 - Introducción a los Algoritmos C6 - 29 de Abril

7)

a)$p \equiv p \equiv \underline{p \equiv True}$

$p \equiv (p \equiv True \equiv p)$ No es válido!

$p \equiv True$

b) $((p \not\equiv q) \equiv r) \equiv (p \not\equiv (q \equiv r))$

p	q	r	$p \not\equiv q$	$q \equiv r$	$p \not\equiv (q \equiv r)$	$(p \not\equiv q) \equiv r$	$((p \not\equiv q) \equiv r) \equiv (p \not\equiv (q \equiv$
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	V	V	F	V
V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	F	F	V	V
F	F	F	F	V	T	F	V

Fórmula válida, es por asociatividad de la equivalencia con la no equivalencia
Se explica por la conmutatividad.

c) $(p \equiv q) \equiv (\neg p \equiv \neg q)$

p	q	-p	-q	p=q	-p=-q	$(p \equiv q) \equiv (\neg p \equiv \neg q)$
v	v	f	f	v	v	v
v	f	f	v	f	f	v
f	v	v	f	f	f	v
f	f	v	v	v	v	v

Fórmula válida

d) $\neg p \equiv False$

p	-p	false	-p = false
v	f	f	v
v	f	f	v
f	v	f	f

f	v	f	f

Fórmula no válida

e) $(\neg p \equiv q) \equiv (\neg p \equiv \neg q)$

p	q	-p	-q	-p = q	-p=-q	$(\neg p \equiv q) \equiv (\neg p \equiv \neg q)$
v	v	f	f	f	v	f
v	f	f	v	v	f	f
f	v	v	f	v	f	f
f	f	v	v	f	v	f

Fórmula no válida, no son equivalentes

BUSCA CONTRAEJEMPLOS

8. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas, justificando cada paso con el axioma aplicado.

a) Distributividad de la disyunción con la disyunción: $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee (p \vee r)$

$\underline{p} \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee (p \vee r)$
≡ { A9 Idemp. de Disy. }
$p \vee p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee (p \vee r)$
≡ { A7 Asoc. }
$p \vee \underline{(p \vee q)} \vee r \equiv (p \vee q) \vee (p \vee r)$
≡ { A8 Conmutatividad. }
$p \vee q \vee p \vee r \equiv p \vee q \vee p \vee r$ Valido por equivalencia

b) Elemento absorbente de la disyuncíon: $p \vee True \equiv True$

Ayuda: Podes comenzar la demostraci´on de la siguiente manera
$p \vee \underline{True} \equiv True$
≡ { Def. de True }
$\underline{p \vee (p \equiv p)} \equiv True$

≡{Neutro de la Equiv. $p \equiv True \equiv p$, y Conm, obteniendo $p \equiv p \equiv True$ }

$(p \vee p) = (p \vee p) = true$

={A10 Distributividad}

$true = True = true$

={Def. True}

True

CUIDADO LAS PRECEDENCIAS

c) Elemento neutro de la disyunci´on: $p \vee False \equiv p$

Ayuda: Podes comenzar la demostraci´on de la siguiente manera

$p \vee \underline{False} \equiv p$

≡ {A5 Def. de False }

$p \vee \underline{\neg True} \equiv p$

≡ {Def. True$(p \equiv p) \equiv True$}

$p \vee \neg\underline{(p \equiv p)} \equiv p$

≡ {A4 Def. de Neg.}

$p \vee (-p \equiv p) \equiv p$

≡ {A10 Distributividad}

$p \vee \neg p \equiv \underline{p \vee p} \equiv p$

≡ {A9 Idemp de v }

$p \vee \neg p \equiv \underline{p \equiv p}$

≡ { $p \equiv p \equiv True$ }

$p \vee \neg p \equiv True$

d) Teorema Estrella : $p \vee q \equiv p \vee \neg q \equiv p$

Ayuda: Podés utilizar la distributividad de ∨ con el ≡.

$\underline{p \vee q \equiv p \vee \neg q} \equiv p$

≡ {Distr. de v en ≡ (AKA factor común) }

$p \vee (\underline{q \equiv \neg q}) \equiv p$

≡ { $q \equiv \neg q \equiv False$ teo ya demostrado}

$p \vee False \equiv p$

9)

a) Distributividad de la disyunción con la conjunción: $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

= {A12 Dorada }

$P \vee ((\underline{(q \equiv r \equiv q \vee r)}) \quad \equiv (p \vee q)) \wedge (p \vee r)$

= {Distributividad V con =}

$p \vee q = p \vee r = p \vee (q \vee r) \quad = \underline{(p \vee q) \wedge (p \vee r)}$

= {A12 Dorada, $p = p \vee q$, $q = q = p \vee r$}

$\underline{p \vee q = p \vee r} = p \vee (q \vee r) \quad \underline{= (p \vee q) = (p \vee r)} = (p \vee q) \vee (p \vee r)$

={Tachado de p v q y p v r}

p v (q v r) = (p v q) v (p v r)

={Factor común de p v}

p v (q v r) = p v (q v r)

equivalencia que es verdadera.

b) Asociatividad de la conjunción: (p ∧ q) ∧ r ≡ p ∧ (q ∧ r)

(p ∧ q) ∧ r ≡ p ∧ (q ∧ r)

≡ {A12 Regla Dorada}

(p ≡ q ≡ p v q) ∧ r ≡ p ∧ (q ∧ r)

≡ {A12 Regla Dorada}

(p ≡ q ≡ p v q) ≡ r ≡ (p ≡ q ≡ p v q) v r ≡ p ∧ (q ∧ r)

≡ {A7 Asoc.}

p ≡ q ≡ p v q ≡ r ≡ (p ≡ q ≡ p v q) v r ≡ p ∧ (q ∧ r)

≡ {Conm. }

p ≡ q ≡ p v q ≡ r ≡ r v (p ≡ q ≡ p v q) ≡ p ∧ (q ∧ r)

≡ {Distr. de v en ≡ (más Conm. y Asoc.)}

p ≡ q ≡ p v q ≡ r ≡ r v p ≡ r v q ≡ r v p v q ≡ p ∧ (q ∧ r)

≡ {Regla Dorada}

~~p~~ ≡ q ≡ p v q ≡ r ≡ r v p ≡ r v q ≡ r v p v q ≡ ~~p~~ ≡ q ∧ r ≡ p v (q ∧ r)

≡ {**Tachado**}

q ≡ p v q ≡ r ≡ r v p ≡ r v q ≡ r v p v q ≡ q ∧ r ≡ p v (q ∧ r)

≡ {Regla Dorada}

~~q~~ ≡ p v q ≡ ~~r~~ ≡ r v p ≡ ~~r v q~~ ≡ r v p v q ≡ ~~q~~ ≡ ~~r~~ ≡ ~~q v r~~ ≡ p v (q ∧ r)

≡ {**Tachado y Conm. de v**}

p v q ≡ r v p ≡ r v p v q ≡ p v (q ∧ r)

≡ {Regla Dorada}

p v q ≡ r v p ≡ r v p v q ≡ p v (q ≡ r ≡ q v r)

≡ {Distr. de v en ≡ }

p v q ≡ r v p ≡ r v p v q ≡ p v q ≡ p v r ≡ p v q v r

Teorema por Reflexividad (y Conmut.)

c) Idempotencia de la conjunción: p ∧ p ≡ p

p ∧ p ≡ p

= {A12 Dorada q= p, p = p}

p = p = p v p = p

={A3 Neutro equivalencia}

True = p v p = p

={Def true, p v p = True = P}

True = p = p

={A2 Conmutatividad}

p = True = P

d) Conmutatividad de la conjunción: p ∧ q ≡ q ∧ p

p ∧ q ≡ q ∧ p

={A12 Dorada}

(P = Q = P v Q) = q ^ p

={A12 Dorada}

(p = q = p v q)= (q = p = q v p)

={A2 Conmutatividad}

(q = p = p v q) = (q = p = q v p)

={Tachado}

p v q = q v p

={A8 Conmutatividad}

q v p = q v p

={Igualdad}

e) Distributividad de la conjunción con la disyunción: p ∧ (q ∨ r) ≡ (p ∧ q) ∨ (p ∧ r)

p ∧ (q ∨ r) ≡ (p ∧ q) ∨ (p ∧ r)

= {A12 Dorada 2 veces}

p ∧ (q ∨ r) ≡ (p = q = p v q) ∨ (p = r = p v r)

={A12 Dorada, p = p, q = q v r}

P = (q v r) = p v (q v r) ≡ (p = q = p v q) ∨ (p = r = p v r)

={Factor común q v }

q v (r = p) v r = (q = p v q) v (p = r = p v r)

????????????

f) Elemento absorbente de la conjunción: p ∧ False ≡ False

p ∧ False ≡ False

={Dorada}

p ≡ False ≡ p ∨ False ≡ False

={Conmutatividad}

p ≡ False ≡ False ≡ p ∨ False

={Neutro equivalencia}

p ≡ True ≡ p ∨ False

={Neutro de la disyunción}

p ≡ True ≡ p

={Neutro equivalencia}

True

g) Elemento neutro de la conjunción: p ∧ True ≡ p

p ∧ True ≡ p

={dorada}

p = True = p v True = p

={A2 Conmutatividad}

p = True = p = p v True

={A3 Neutro equivalencia}

$True = p \vee True$

i) De Morgan para la disyunción: $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$\underline{\neg(p \wedge q)} \equiv \neg p \vee \neg q$

$\equiv$ {regla dorada A12 $P \wedge Q \equiv P \equiv Q \equiv P \vee Q$}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg p \vee \neg q$

$\equiv$ {def ¬ A4}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg(p \vee \neg q)$

$\equiv$ {teorema estrella T5}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg(p \vee q \equiv p)$

$\equiv$ {def negación A4}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg(p \vee q) \equiv p$

$\equiv$ {conmutatividad $\vee$ A8}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg(q \vee p) \equiv p$

$\equiv$ {teorema estrella t5 $P \vee Q \equiv P \vee \neg Q \equiv P$}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg(q \vee \neg p \equiv q) \equiv p$

$\equiv$ {conmutatividad $\vee$ A8}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg(\neg p \vee q \equiv q) \equiv p$

$\equiv$ {def negación A4}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv q \equiv p$

$\equiv$ {def negación A4}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg\neg p \vee q \equiv q \equiv p$

$\equiv$ {T1 Doble negacion: $\neg\neg P \equiv P$}

$p \equiv q \equiv p \vee q \equiv p \vee q \equiv q \equiv p$

$\equiv$ {conmutación $\equiv$ A2}

$p \equiv p \vee q \equiv p \vee q \equiv q \equiv q \equiv p$

$\equiv$ {reflexividad $\equiv$}

$p \equiv True \equiv True \equiv p$

$\equiv$ {reflexividad $\equiv$}

$p \equiv True \equiv p$

Axioma neutro de la equivalencia

h) De Morgan para la conjunción: $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

$\equiv$ { Regla dorada }

$\neg ((p \equiv q) \equiv (p \vee q)) \equiv \neg p \vee \neg q$

$\equiv$ { Def ¬ }

$\neg (p \equiv q) \equiv p \vee q \equiv \neg p \vee \neg q$

= { Teorema estrella; $P \coloneqq \neg p$, $Q \coloneqq \neg q$ }

$\neg p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg p \vee \neg(\neg q) \equiv \neg p$

$\equiv$ { Teorema doble negación }

$\neg p \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg p \vee q \equiv \neg p$

$\equiv$ { Conmutatividad $\equiv$ }

$\neg p \equiv q \equiv p \vee q \equiv q \vee \neg p \equiv \neg p$

$\equiv$ { Teorema estrella; $P := q$, $Q := \neg p$ }

$\neg p \equiv q \equiv p \vee q \equiv q \equiv q \vee \neg(\neg p) \equiv \neg p$

$\equiv$ { Teorema doble negación }

$\neg p \equiv q \equiv p \vee q \equiv q \equiv q \vee p \equiv \neg p$

$\equiv$ { Conmutatividad $\vee$ }

$\neg p \equiv q \equiv p \vee q \equiv q \equiv p \vee q \equiv \neg p$

$\equiv$ { Conmutatividad y asociatividad $\equiv$ }

$(\neg p \equiv q \equiv p \vee q) \equiv (\neg p \equiv q \equiv p \vee q)$

$\equiv$ { Reflexividad $\equiv$ }

True

j) Ley de absorción: $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

={A12 Dorada, p = p, q = p v q}

$p = (p \vee q) = \underline{p \vee (p \vee q)} = p$

={A7 asociatividad}

$p = \underline{(p \vee q) = p \vee q} = p$

={Def. De true}

$p = True = p$

={A3 Neutro equivalencia}

k) Ley de absorci´on (bis): $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

={A12 Dorada}

$p \vee (p = q = p \vee q) = p$

={Distributividad de p v}

$p \vee p = p \vee q = p \vee p \vee q = p$

={Def. de true}

$p = p \vee q = p \vee q = p$

={Demostrado anteriormente}

10. Decidı si cada una de las siguientes fórmulas proposicionales son válidas o no. En todos los casos justifí acon una demostración o un contraejemplo, según corresponda.

a) $p \wedge (q \equiv r) \equiv (p \wedge q) \equiv (p \wedge r)$

válida

$\underline{p \wedge (q \equiv r) \equiv (p \wedge q) \equiv (p \wedge r)}$

<u>={Regla dorada, P = p, Q = (q ≡ r)}</u>

$\underline{p \equiv (q \equiv r) \equiv p \vee (q \equiv r) \equiv (p \wedge q) \equiv (p \wedge r)}$

<u>={A10}</u>

$\underline{p \equiv (q \equiv r) \equiv (p \vee q) \equiv (p \vee r) \equiv (p \wedge q) \equiv (p \wedge r)}$
$\underline{=\{\text{Conmutatividad}\}}$
$\underline{(p \wedge r) \equiv p \equiv (p \vee r) \equiv (q \equiv r) \equiv (p \vee q) \equiv (p \wedge q)}$
$\underline{=\{\text{Regla dorada, } P{=}p,\ Q{=}r\}}$
$\underline{r \equiv (q \equiv r) \equiv (p \vee q) \equiv (p \wedge q)}$
$\underline{=\{\text{Conmutativa, asociativa}\}}$
$\underline{q \equiv (r\equiv r) \equiv (p \vee q) \equiv (p \wedge q)}$
$\underline{=\{\text{Conmutativa}\}}$
$\underline{(p \vee q) \equiv (p \wedge q) \equiv q \equiv (r\equiv r)}$
$\underline{=\{\text{Dorada, } P{=}p,\ Q{=}q\ \}}$
$\underline{(r\equiv r) \equiv p}$
$\underline{=\{\text{Reflexividad}\}}$
$\underline{True \equiv p}$

b) $p \wedge (q \equiv r) \equiv (p \wedge q) \equiv (p \wedge r) \equiv p$

$p \wedge (q \equiv r) \equiv (\underline{p \wedge q}) \equiv (\underline{p \wedge r}) \equiv p$
={a12 dorada 2 veces}
$p \wedge (q \equiv r) \equiv (p = q = p \vee q) \equiv (p = r = p \vee r) \equiv p$
={a12 dorada, p = p, q = q=r}
$p = (q = r) = p \vee \underline{(q = r)} \equiv \quad (p = q = p \vee q) \equiv (p = r = p \vee r) \equiv p$
={conmutatividad a2}
$p = \underline{(q = r)} = \underline{p \vee (r} = q) \equiv \quad (p = \underline{q =} p \vee q) \equiv (p = \underline{r = p \vee r}) \equiv p$
={Tachado}
$p = q = p = p \vee q = p = p$
={Def. de true}
$p = q = True \vee q = True$
={Def. de true }
$p = q = True = True$
={no es teorema}
$p = q = True$

c)

IntroAlgo 3/5 viernes

Lunes, clase 13: Clase 13 - Introducción a los Algoritmos C6 - 6 de Mayo

11)
a) Caracterizaci´on de implicación: $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

$\underline{p \Rightarrow q} \equiv \neg p \vee q$

={Notación}
P ∨ Q ≡ Q = -p v q
={A13 Definición de ->}
Q ≡ P v Q ≡ ¬P ∨ Q
={Conmuto, es teorema estrella}
q = (p = -p)v q
={Factor común v q}
q = False v q
={T4 Elemento neutro v}
q = q

b) Definición dual de implicación: p ⇒ q ≡ p ∧ q ≡ p

p ⇒ q ≡ p ∧ q ≡ p
={Notación}
p v q = q ≡ p ∧ q ≡ p
={A13 Definición de ->}
p v q = q = p = q = p v q = p
={A12 Dorada}
p = p
={Tachado de p v q = q}
True

c) Absurdo: p ⇒ False ≡ ¬p.

p ⇒ False ≡ ¬p.
={Notación}
p v False = False ≡ ¬p.
={A13}
p v False = True
={T4 Elemento neutro v}
p = True

d) Debilitamiento para ∧: p ∧ q ⇒ p.

p ∧ q ⇒ p
={A13 Definición de ->}
p ^ (q v p) = p
={A12 Dorada}
p = (q v p) = p v (q v p) = p
={Tachado de p = }
(q v p) = p v (q v p)
={A8 Conmutatividad}
p v q = p v p v q
={Def. True}
p v q = p v q
Igualdad verdadera

si no otro:

p ^ q -> p

={T19 Caracterización de implicación, p = p ^ q, q = q }
-(p ^ q) v p
={T13 De morgan para ^}
-p v -q v p
={A2 Conmutativiadad}
-p v p v q
={A11 Tercero excluido, p v-p = True}
True v q
Verdadero

e) Debilitamiento para ∨: p ⇒ p ∨ q.

p -> p v q
={A13 Definicion ->}
p v (p v q) = p v q
={A7 Por asociatividad y Def. de true}
p v q = p v q
Verdadero

f) Modus Ponens p ∧ (p ⇒ q) ≡ p ∧ q.

p ∧ (p ⇒ q) ≡ p ∧ q.
={A13 Def. de ->}
p ∧(P ∨ Q ≡ Q) = p ∧ q
={A12 Dorada}
p ^ (p v q = q) = (P ≡ Q ≡ P ∨ Q)
={Dorada p= p, q = p v q = q}
p = (p v q = q) = p v (p v q = q) = (p = q = p v q)
={Distributividad de p v}
p = (p v q = q) = (p v p) v (p v q) = (p v q) = (p = q = p v q)
={A12 Dorada}
p = (p v q = q) = (p v p) v (p v q) = p v q = (p = q = p v q)
={Idem}
p ^ q = p v p v q = p v q = p ^ q
={Conmutatividad}
p v q = p v q = p ^ q = p ^ q

true

e) Debilitamiento para ∨: p ⇒ p ∨ q.

p ⇒ p ∨ q
={Notación}
p -> q v p
={A8 COnmutatividad de V}
p v q = q v p
={A13 def de ->}
p v q = p v q
={A8 conmutatividad de v}

true
={Igualdad}

f) Modus Ponens p ∧ (p ⇒ q) ≡ p ∧ q

p ∧ (p ⇒ q) ≡ p ∧ q
={A12 dorada, p = p, q = p -> q}
p = (p -> q) = p v (p -> q) ≡ p ∧ q
={A12 dorada}
p = (p -> q) = p v (p -> q) ≡ p = q = p v q
={Tachado p =}
(p -> q) = p v (p -> q) ≡ q = p v q
={A13 def de ->}
p v q = q = p v (p v q = q) = q = p v q
={Distributividad de p v}
p v q = q = (p v p) v (p v q) = p v q) = q = p v q
={Tachad de p v q yA9 Idempotencia }
p v q = q = p v (p v q) = q
={Conmutatividad y Idemp}
p v q = q = p v q = q
IGUALDAD

g) Modus Tollens (p ⇒ q) ∧ ¬q ≡ ¬p ∧ ¬q.

(p ⇒ q) ∧ ¬q ≡ ¬p ∧ ¬q
={Notación}
(p -> q) = -q = (p -> q) v -q ≡ ¬p ∧ ¬q
={A12 Dorada, p = p - > q, q = -q}
(p -> q) = -q = (p -> q) v -q ≡ -p = -q = -p v -q
={A12 dorada, p =-p, q = -q}
(p v q = q) = -q = (p v q = q) v -q ≡ -p = -q = -p v -q
={Dos veces a13, definición de ->}
(p v q = q) = -q = (p v q = q) v -q ≡ -p = -q = -p v -q
={Tachado de =q y -q}
(p v q) = p v (q v -q) ≡ -p = -p v -q
={Asociatividad}
(p v q) = p v True = -p = -p v -q
={Elemento absorbente v}
(p v q) = True = -p = -p v -q
={def. de true }
(p v q) = True = -p v -q = -p
={Conmutatividad}
False = -p
={T2 Equivalencia y negación}
True

Válido

h) Contrarrecíproca $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$.

$\underline{p \Rightarrow q} \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$.

={Teo. Implicación. t19 Caracterización de ->}

$\neg p \vee q = \underline{\neg q \Rightarrow \neg p.}$

={Teo. Implicación. t19 Caracterización de ->- p = -q. q= -p}

-p v q = −q v -p

={Teo Doble negación}

-p v q = $\underline{\text{q v -p}}$

={A8 conmutatividad, quedando una igualdad}

-p v q = -p v q

12) . Simplifique las siguientes expresiones eliminando los símbolos de implicación que sean posibles aplicando los teoremas de Modus Ponens y Modus Tollens. (Observe que estas expresiones no son teoremas)

a) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge p$

$\underline{(p \Rightarrow q})\wedge (q \Rightarrow r) \wedge p$

={Conmutatividad}

p ^ (p -> q) ^ (q -> r)

={T21 Modus ponens con equivalencia}

p ^ q ^ q -> r

={T21 Modus ponens con equivalencia}

p ^ q ^r

b) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge \neg r$

$(p \Rightarrow q) \wedge ((q \Rightarrow r) \wedge \neg r)$

≡ { Teo. asociatividad $\wedge$, modus tollens con equivalencia }

$((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \wedge \neg r$

≡ { Teo. asociatividad $\wedge$, modus tollens con equivalencia }

$\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$

podría sacar la negación afuera y seguir con t23 de nuevo pero flojera

c) $((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)) \wedge \neg(p \Rightarrow r)$

$((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)) \wedge \neg(p \Rightarrow r)$

$\equiv$ { Teo. modus tollens con equivalencia. $P := (p \Rightarrow q)$, $Q := (p \Rightarrow r)$ }

$\neg(p \Rightarrow q) \wedge \neg(p \Rightarrow r)$

$\equiv$ { Teo. caracterización de $\Rightarrow$ }

$\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(\neg p \vee r)$

$\equiv$ { Teo. De Morgan para $\vee$ }

$\neg(\neg p) \wedge \neg q \wedge \neg(\neg p) \wedge \neg r$

$\equiv$ { Teo. doble negación }

$p \wedge \neg q \wedge p \wedge \neg r$

$\equiv$ { Teo. conmutatividad $\wedge$, asociatividad $\wedge$ }

$(p \wedge p) \wedge \neg q \wedge \neg r$

$\equiv$ { Teo. idempotencia $\wedge$ }

$p \wedge \neg q \wedge \neg r$

13) Demostrar los siguientes teoremas

a) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \wedge (p \wedge q) \equiv p \wedge q \wedge r$

$(p \Rightarrow \underline{(q \Rightarrow r)}) \wedge (p \wedge q) \equiv p \wedge q \wedge r$

={T19 Caracterizacion de ->}

$(p \Rightarrow (-q \vee r) \wedge (p \wedge q) \equiv p \wedge q \wedge r$

={T19 caracterización de -> p= p, q= -q v r}

$(-p \vee (-q \vee r)) \wedge (p \wedge q) = p \wedge q \wedge r$

={Conmutacion de p ^ q }

$(p \wedge q) \wedge (-p \vee (-q \vee r)) = p \wedge q \wedge r$

={Distributividad de la conjuncion con la disyuncion}

$(p \wedge q \wedge -p) \vee (p \wedge q) \wedge (-q \vee r) = p \wedge q \wedge r$

={Principio de no contradiccion, asocio y conmuto antes}

$(False \wedge q) \vee (p \wedge q) \wedge (-q \vee r) = p \wedge q \wedge r$

={Elemento absorbente de la conjuncion}

$False \vee (p \wedge q) \wedge (-q \vee r) = p \wedge q \wedge$

={Distributividad de la conjuncion con la disyuncion }

$False \vee (p \wedge q \wedge -q) \vee (p \wedge q \wedge r) = p \wedge q \wedge r$

={Principio de no contradiccion}

$False \vee (p \wedge False) \vee (p \wedge q \wedge r) = p \wedge q \wedge r$

={Elemento absorvente de la conjuncion}

$False \vee False \vee (p \wedge q \wedge r) = p \wedge q \wedge r$

={Elemento neutro de la disyuncion}

$False \vee (p \wedge q \wedge r) = p \wedge q \wedge r$

={Elemento neutro de la disyuncion}

$p \wedge q \wedge r = p \wedge q \wedge r$

14)

$\underline{p \Rightarrow (q \Rightarrow r)} \equiv (p \wedge q \Rightarrow r)$

≡ {Caract. de ⇒}

$\neg p \vee (\underline{q \Rightarrow r}) \equiv (p \wedge q \Rightarrow r)$

≡ {Caract. de ⇒}

$\neg p \vee \neg q \vee r \equiv \underline{p \wedge q \Rightarrow r}$

≡ {Caract. de ⇒}

$\neg p \vee \neg q \vee r \equiv \underline{\neg(p \wedge q)} \vee r$

≡ {De Morgan de ¬ con ^}

$\neg p \vee \neg q \vee r \equiv \neg p \vee \neg q \vee r$ Refl.

$\underline{p \Rightarrow (q \Rightarrow r)} \equiv (p \wedge q \Rightarrow r)$

≡ {Caracterización de => P:=p ; Q:=(q=>r)}

$\neg p \vee (\underline{q \Rightarrow r}) \equiv (p \wedge q \Rightarrow r)$

≡ {Caracterización de la => P:=q ; Q:=r }

$\neg p \vee (\neg q \vee r) \equiv (\underline{p \wedge q \Rightarrow r})$

≡ {Caracterización de la => P:=(p^q) ; Q:=r }

$\neg p \vee (\neg q \vee r) \equiv \underline{\neg (p \wedge q)} \vee r$

≡ {De Morgan}

$\neg p \vee \neg q \vee r \equiv \neg p \vee \neg q \vee r$

15. Simplifique las siguientes expresiones. Utilice para ello los teoremas de Modus Ponens, Modus Tollens y Currificación.

a) $(p \wedge q \Rightarrow r) \wedge p$

a) $(\underline{p \wedge q} \Rightarrow r) \wedge p$

≡{Caracterización de ⇒}

$(\underline{\neg(p \wedge q)} \vee r) \wedge p$

≡{De Morgan}

$(\underline{(\neg p \vee \neg q) \vee r)} \wedge p$

≡{Conmutatividad}

$(\underline{(\neg q \vee r \vee \neg p)} \wedge p$

≡{Asociatividad del v}

$((\underline{\neg q \vee r)} \vee \neg p) \wedge p$

≡{De Morgan}

$(\underline{\neg (q \wedge \neg r) \vee \neg p}) \wedge p$

≡{Def de ⇒}

$\underline{(-(q \wedge \neg r) \Rightarrow \neg p) \wedge p}$

≡{Def de Modus Tollens}

$\neg(q \wedge \neg r) \wedge p$

b)$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
={Definicion de ->}
$(p \vee q = q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
={Definicion de ->}
$(p \vee q = q) \wedge (q \vee r = r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
={Asociatividad de q}
(p v q) = (q v r = r) -> (p -> r)
={Definicion de ->}
(p v q) = (q v r = r) -> (p v r = r)
={Defin de ni idea la vddasasm,dasjlkdalskdasl):}

c) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \wedge \neg r$

$(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \wedge \neg r$
={Currificacion}
$(p \wedge q$ -> r) $\wedge$ -r
={Modus tollens con equivalencia, p = p v q, q = r}
-(p $\wedge$ q) $\wedge$ -r
={De morgan para $\wedge$}
-p v q $\wedge$ -r

16)
a) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$.

$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$.
={T24 Currificacion}
(p $\wedge$ q -> r) = q -> (p -> r)
={T24 Currificacion p = q, q = p, r = r}
(p $\wedge$ q -> r) = (q $\wedge$ p -> r)
={Conmutacion}
(p $\wedge$ q -> r) = (p $\wedge$ q -> r)
Por ref. Equivalencia es True

b) $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

$\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
={T19 Caracterizacion de ->}
- -p v (p -> q)
={T1 Definicion de Negacion}
p v (p -> q)
={Distributividad de p v}
(p v p) -> (p v q)
={Idemp de v}
p -> (p v q)   Debilitamiento de -> y V

17. Demuestre los siguientes teoremas de la implicaci´on:

a) Transitividad: (p ⇒ q) ∧ (q ⇒ r) ⇒ (p ⇒ r). literal es el 15 b lol

b) Monotonìa de la conjunci´on: (p ⇒ q) ⇒ (p ∧ r ⇒ q ∧ r).

(p ⇒ q) ⇒ (p ∧ r ⇒ q ∧ r)
={Currificacion, p = p -> q, q= p ∧ r, r = q v r}
(p -> q) ∧ (p ∧ r) -> (q ∧ r)
={A13 Definicion de ->}
(-p v q) ∧ (p ∧ r) -> (q ∧ r)
={Distributividad de ∧}
((-p ∧ p ∧ r) v (q ∧ p ∧ r) -> (q ∧ r)
={No contradiccion}
(False ∧ r) v (q ∧ p ∧ r) -> (q ∧ r)
={T10 Elementos absorvente}
False v (q ∧ p ∧ r) -> (q ∧ r)
={T4 Elemento Neutro v}
q ∧ p ∧ r -> (q ∧ r)
={T19 Caracterizacion de ->}
-(q ∧ p ∧ r) -> (q ∧ r)
={De morgan para Disyuncion}
(-q v -p v -r) v (q ∧ r)
={Distributividad}
((¬q ∨ ¬r ∨ q) ∨ q) ∧ ((¬q ∨ ¬r ∨ q) ∨ r)
={Conmutacion}
((-q v (q v q) v -r) ∧ (True v True)
={Elemento absorvente}
(-q v q v -r) ∧ (True)
={A11 Tercero excluido}
True v -r ∧ True
={ T3 Elemento absorvente}
True ∧ True
={TRUEEE}

c) Monoton´ıa disjunci´on: (p ⇒ q) ⇒ (p ∨ r ⇒ q ∨ r)

(p ⇒ q) ⇒ (p ∨ r ⇒ q ∨ r)
={T24 Currificacion}
(p -> q) ∧ (p v r) -> q v r
={T19 Caracterizacion p = -p -> q ∧ p v r, q = q v r}
-((-p -> q) ∧ (p v r)) v q v r
={T13 de morgan para ∧}
-(-p -> q) v -(p v r) v q v r

={T19 Caracterizacion de ->}
-(--p v q) v -(p v r) v q v r
={T1 Definicion de –}
-(p v q) v -(p v r) v q v r
={T12 de morgan para v}
(-p ∧ -q) v (-p ∧ -r) v q v r
={Conmutacion}
(-p ∧ -p) v (-q ∧ -r) v q v r
={Idempotencia}
-p v (-q ∧ -r) v q v r
={Conmutaciones}
-p v (-q v q v -r v r)
={T3 Elemento Absorbente}
-p v (True v True)
={T3 Absorvente}
-p v True
?

Práctico 3, Comisión 6 - 2024: Ejercicios 11 al 17