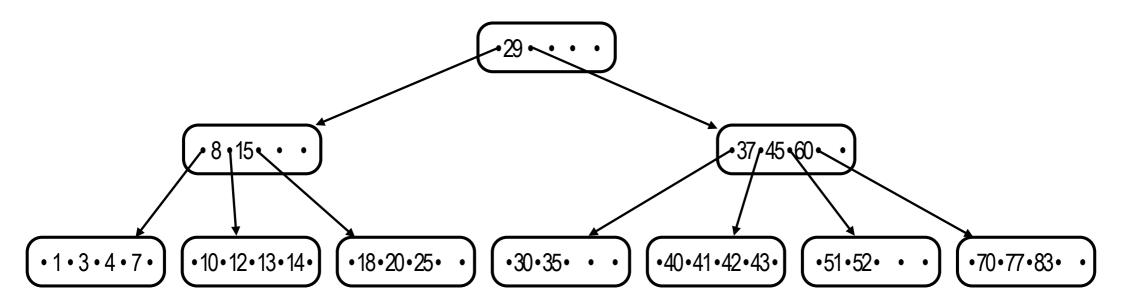
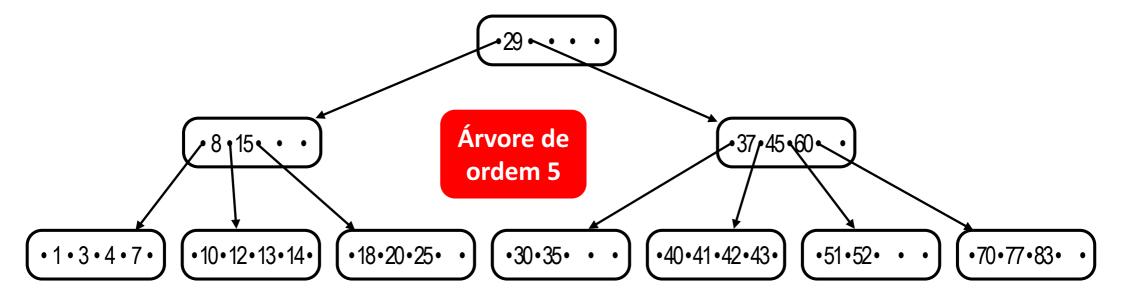
# Índices: Árvore B

#### **Árvore B**

 Árvore de busca em que cada nodo (ou página) contém mais de 1 elemento

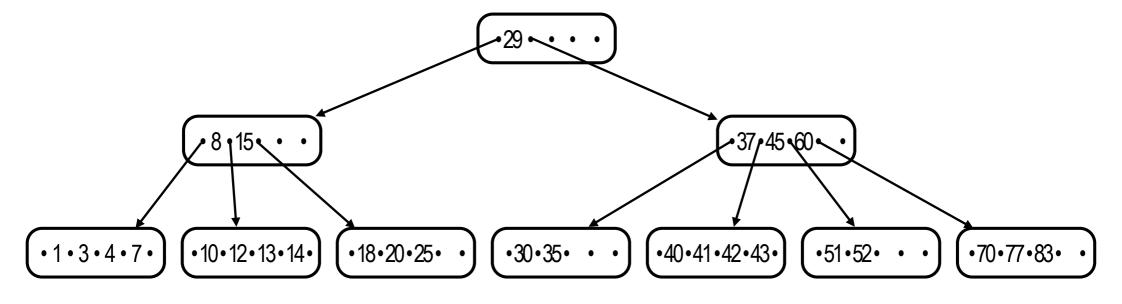


#### Ordem da árvore B



- Número mínimo de elementos que cada página (exceto raiz) pode ter (Cormen, 2001; Bayer e McCreight, 1972)
- Número de filhos que cada página pode ter (Knuth, 1978)

#### Regras da árvore B



- Cada página deve ter pelo menos 50% de ocupação (considerar ordem da árvore), exceto a raiz
- O número de filhos (exceto folha) deve ser o número de chaves + 1
- Todas as folhas estão no mesmo nível (o crescimento é para cima)

#### Estrutura da página em uma árvore B

#### **Árvore B**

Estrutura da página (tamanho fixo)

| Ν | P <sub>0</sub> | $C_0D_0$ | P <sub>1</sub> | $C_1D_1$ | P <sub>2</sub> | $C_2D_2$ | P <sub>3</sub> | $C_3D_3$ | ••• | P <sub>n-1</sub> | $C_{n-1}D_{n-1}$ | P <sub>n</sub> |  |
|---|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|-----|------------------|------------------|----------------|--|
|   |                |          |                |          |                |          |                |          |     |                  |                  |                |  |

- Em que:
  - N número de elementos presentes na página
  - C<sub>i</sub> chave do registro (geralmente um código)
  - D<sub>i</sub> dados (ex.: endereço do registro no arquivo)
  - P<sub>i</sub> ponteiro para o i-ésimo filho

### **Árvore B**

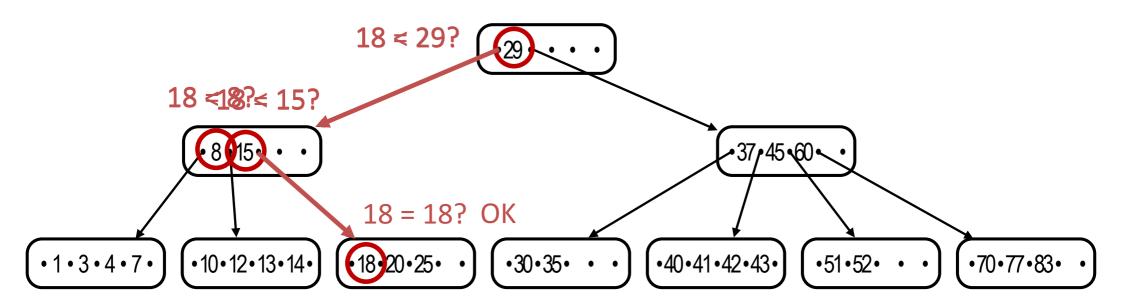
| N | Po | $C_0D_0$ | $P_1$ | $C_1D_1$ | P <sub>2</sub> | $C_2D_2$ | P <sub>3</sub> | C <sub>3</sub> D <sub>3</sub> |  | P <sub>n-1</sub> | $C_{n-1}D_{n-1}$ | P <sub>n</sub> |
|---|----|----------|-------|----------|----------------|----------|----------------|-------------------------------|--|------------------|------------------|----------------|
|---|----|----------|-------|----------|----------------|----------|----------------|-------------------------------|--|------------------|------------------|----------------|

| -   | Ponteiro para raiz |     |    |       |     |    |                |     |    |                |     |    |       |    |
|-----|--------------------|-----|----|-------|-----|----|----------------|-----|----|----------------|-----|----|-------|----|
| 0   | 296                |     |    |       |     |    |                |     |    |                |     |    |       |    |
| 8   | 2                  | 104 | 8  | $D_0$ | 200 | 15 | $D_1$          | 392 |    |                | -1  |    |       | -1 |
| 104 | 4                  | -1  | 1  | $D_0$ | -1  | 3  | $D_1$          | -1  | 4  | D <sub>2</sub> | -1  | 7  | $D_3$ | -1 |
| 200 | 4                  | -1  | 10 | $D_0$ | -1  | 12 | $D_1$          | -1  | 13 | D <sub>2</sub> | -1  | 14 | $D_3$ | -1 |
| 296 | 1                  | 8   | 29 | $D_0$ | 488 |    |                | -1  |    |                | -1  |    |       | -1 |
| 392 | 3                  | -1  | 18 | $D_0$ | -1  | 20 | $D_1$          | -1  | 25 | D <sub>2</sub> | -1  |    |       | -1 |
| 488 | 3                  | 584 | 37 | $D_0$ | 680 | 45 | $D_1$          | 776 | 60 | D <sub>2</sub> | 872 |    |       | -1 |
| 584 | 2                  | -1  | 30 | $D_0$ | -1  | 35 | $D_1$          | -1  |    |                | -1  |    |       | -1 |
| 680 | 4                  | -1  | 40 | $D_0$ | -1  | 41 | $D_1$          | -1  | 42 | D <sub>2</sub> | -1  | 43 | $D_3$ | -1 |
| 776 | 2                  | -1  | 51 | $D_0$ | -1  | 52 | $D_1$          | -1  |    |                | -1  |    |       | -1 |
| 872 | 3                  | -1  | 70 | $D_0$ | -1  | 77 | D <sub>1</sub> | -1  | 83 | D <sub>2</sub> | -1  |    |       | -1 |

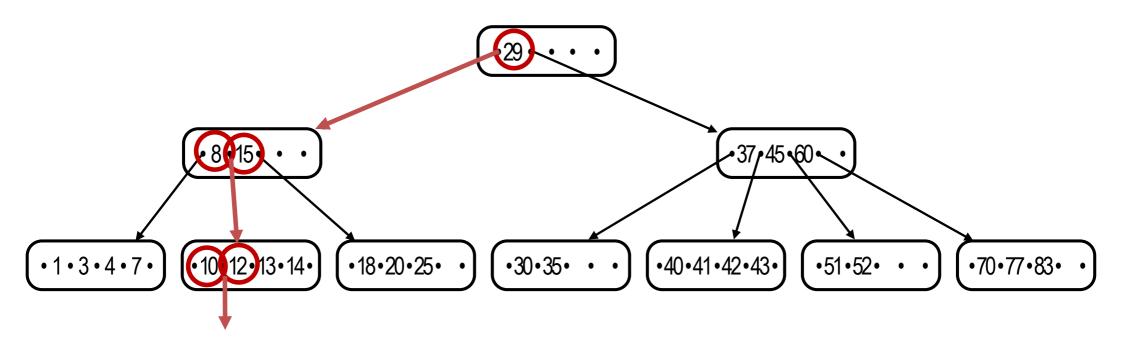
#### Busca em uma árvore B

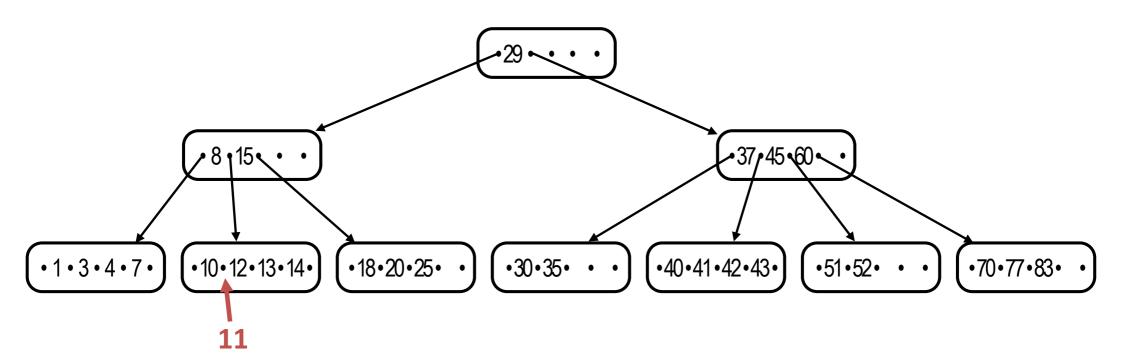
#### Busca em árvore B

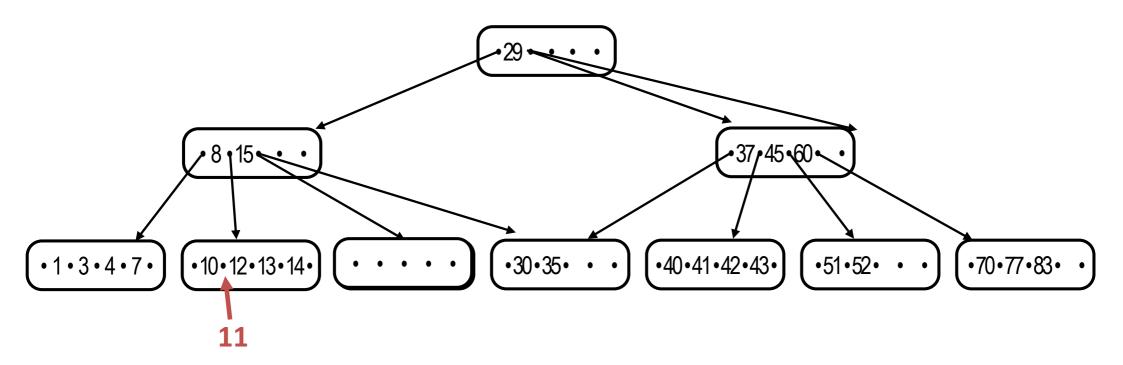
Exemplo – localizar chave 18

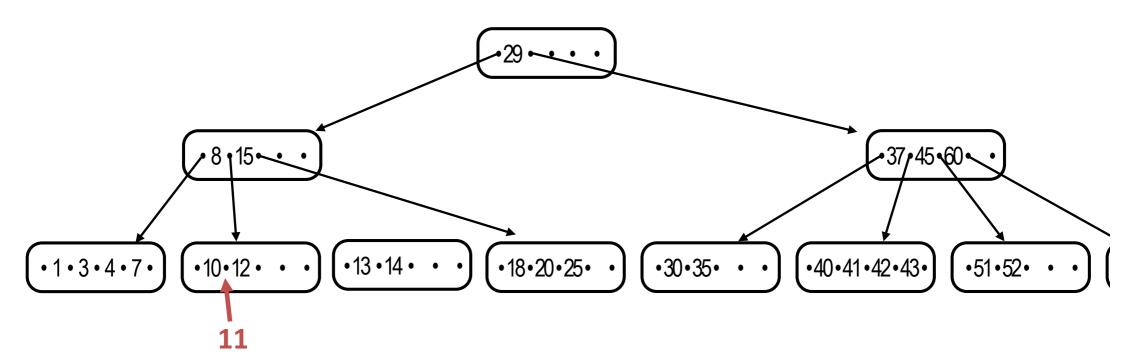


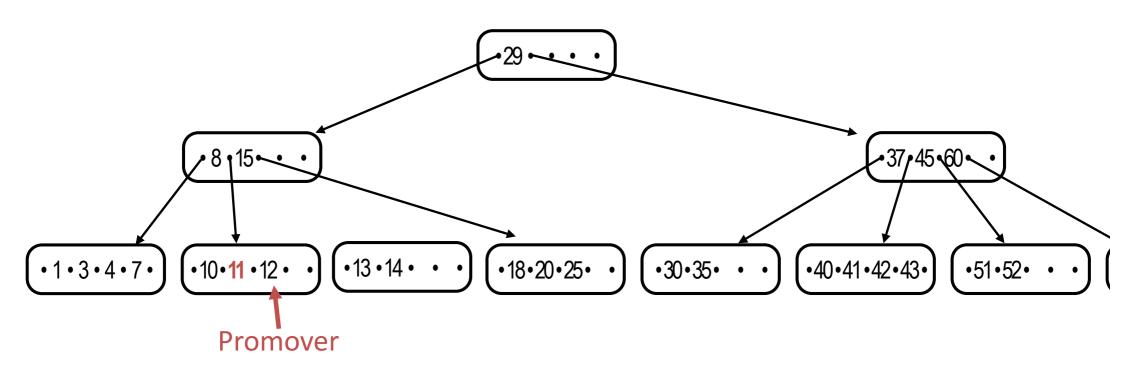
- Inserção
  - Se o elemento couber na página, basta inclui-lo de forma ordenada
  - Se não couber, a página deve ser dividida em duas e o elemento do meio deve ser promovido

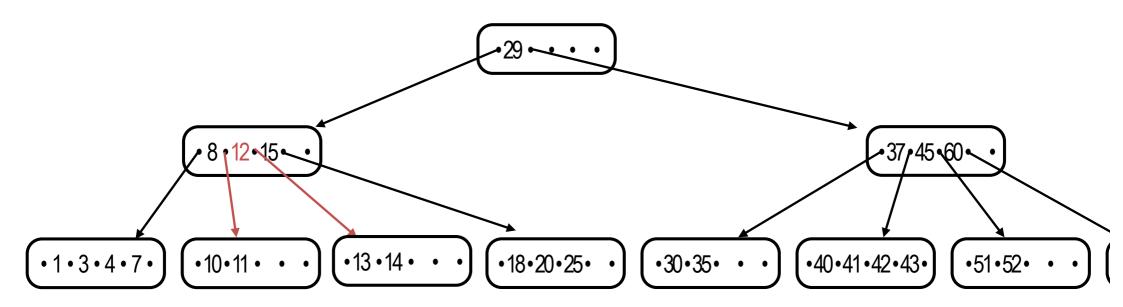




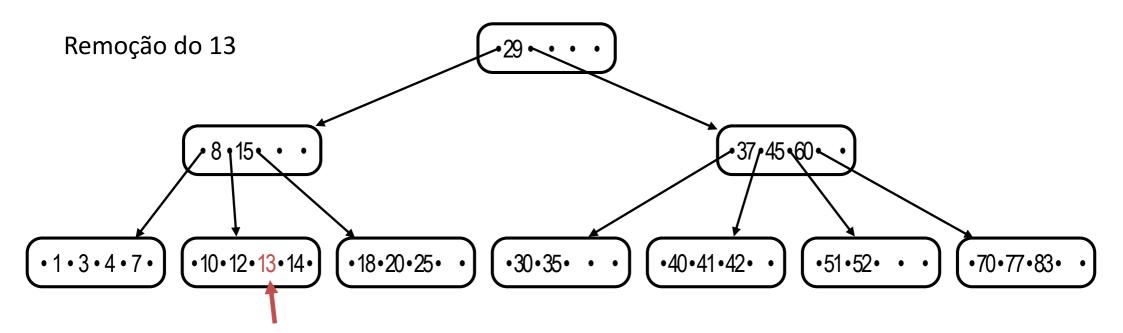




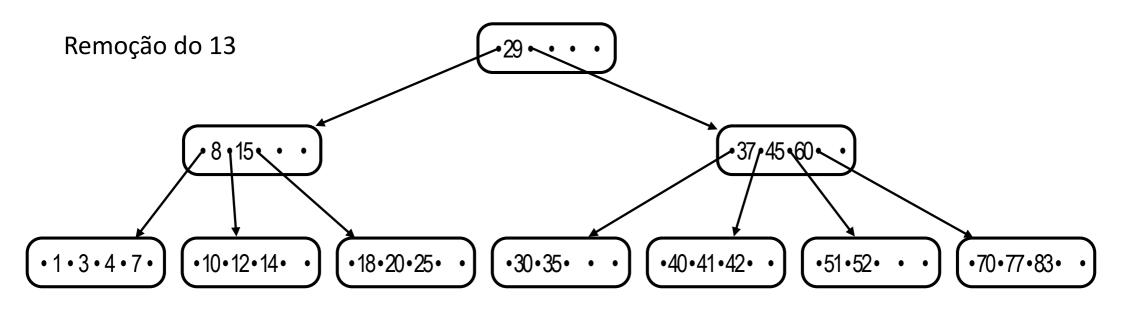




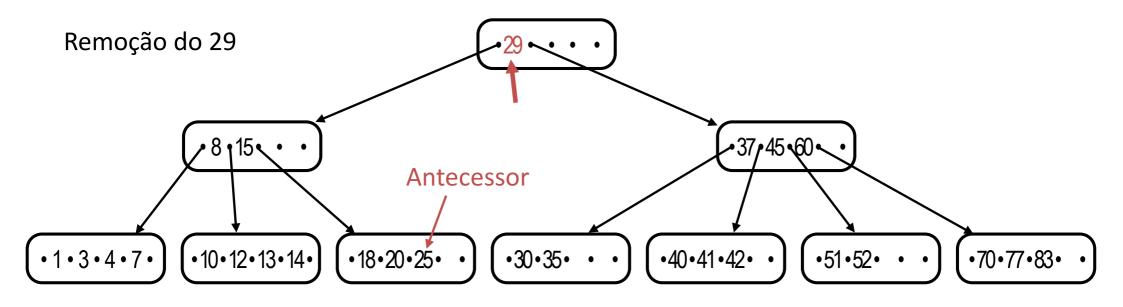
 Caso 1: se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha mantiver 50% de ocupação, basta removê-lo



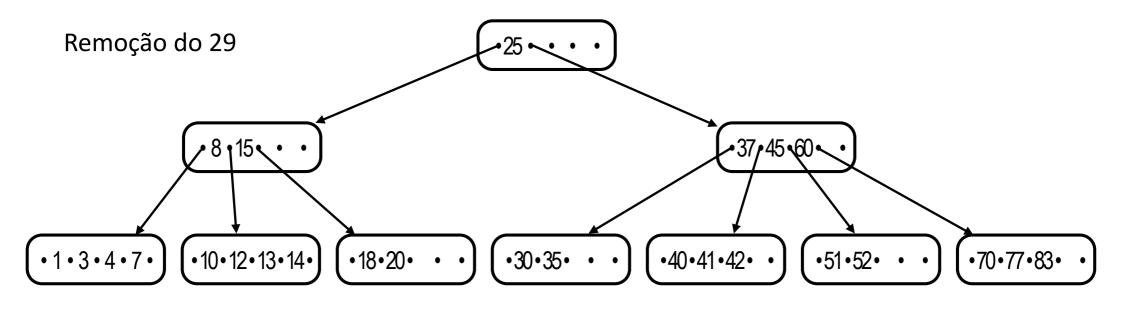
 Caso 1: se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha mantiver 50% de ocupação, basta removê-lo



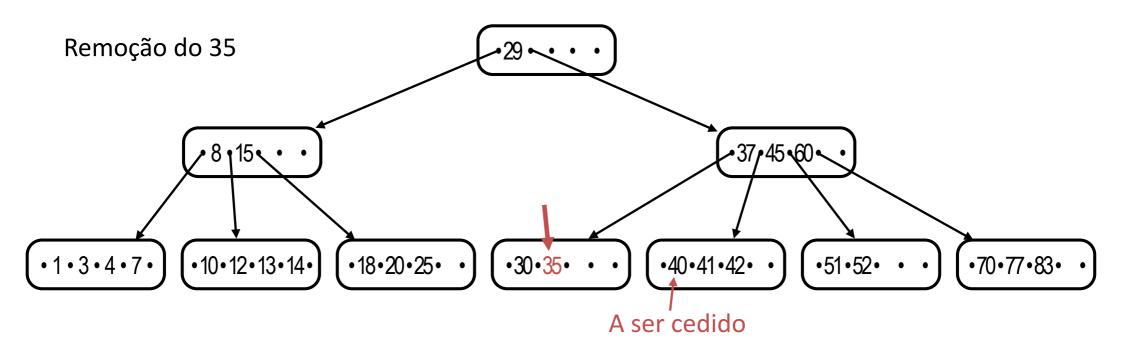
 Caso 2: se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor



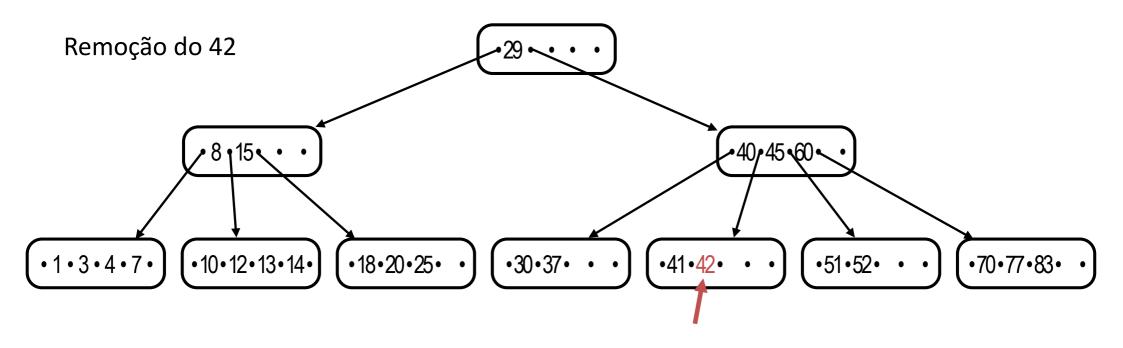
 Caso 2: se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor



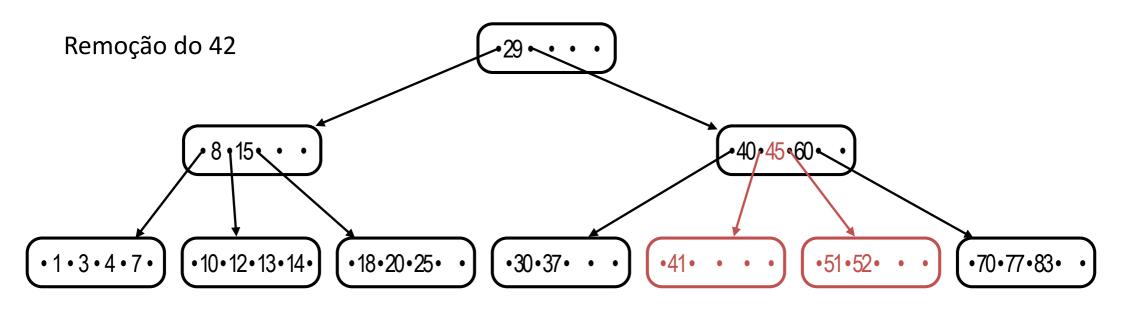
 Caso 3: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação, mas a página irmã puder ceder uma chave



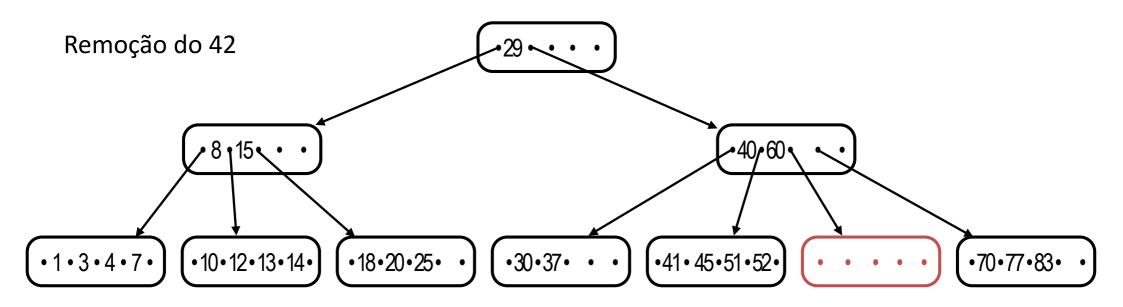
 Caso 4: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação e as páginas irmãs não puderem ceder uma chave



 Caso 4: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação e as páginas irmãs não puderem ceder uma chave



 Caso 4: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação e as páginas irmãs não puderem ceder uma chave

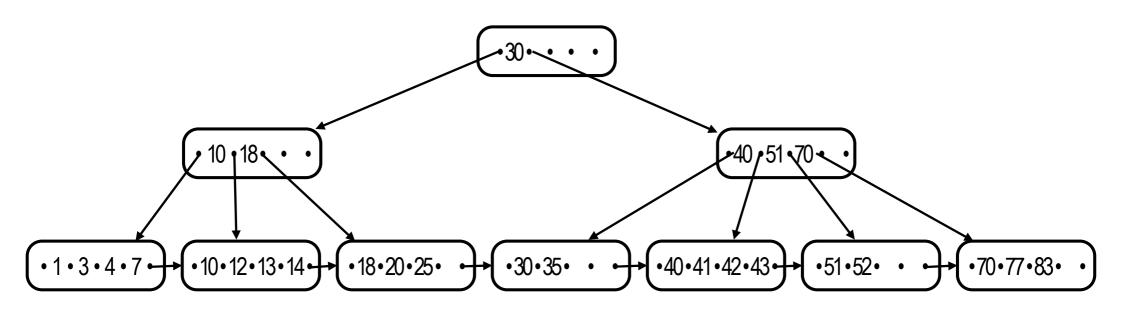


#### **Árvore B+**

#### **Árvore B+**

- Todas as chaves são armazenadas nas folhas
- Cada folha aponta para a próxima folha (para permitir a leitura sequencial)
- As folhas podem possuir uma estrutura diferente das páginas não folhas, por serem as únicas páginas a carregarem dados

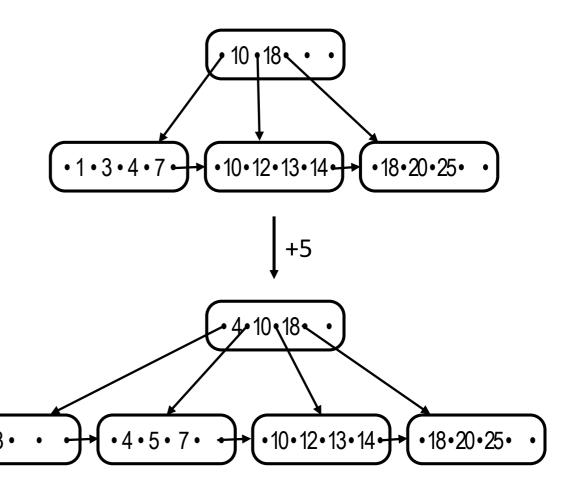
## **Árvore B+**



#### **Operações na árvore B+**

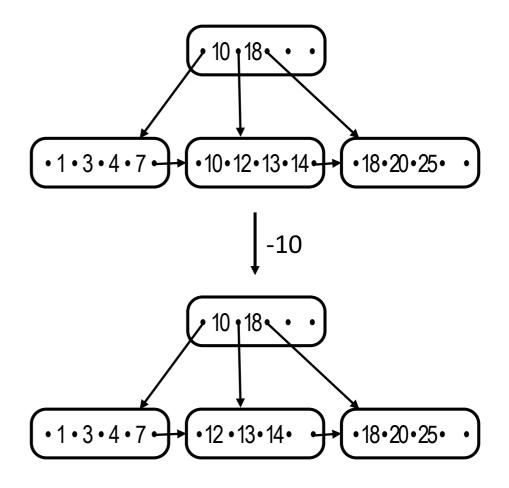
#### Inclusão na árvore B+

- Mesmas regras da árvore B
- Se ocorrer divisão de página, a chave deve ser mantida na folha e copiada para cima



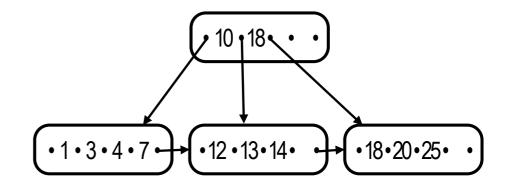
#### Remoção na árvore B+

- Mesmas regras da árvore B, inclusive de redistribuição e fusão
- As chaves removidas das folhas não precisam ser removidas das outras páginas.



#### Busca na árvore B+

 Mesmas regras da árvore B, mas as chaves devem ser localizadas apenas nas folhas



Chave 10 não é encontrada na árvore