不可压流体的模拟、渲染和应用研究

摘 要

不可压流体

**关键词：**计算机图形学，拉式模拟，OpenGL，屏幕空间渲染，不可压流体，实时应用，CUDA

**The simulation, rendering and application of incompressible fluids**

**ABSTRACT**

**Key words：**computer graphics, Lagrangian simulation, OpenGL, screen-space rendering, incompressible fluids，real-time application， CUDA

目 录

[1 引 言 1](#_Toc402184259)

[1.1 研究背景 1](#_Toc402184260)

[1.2 流体模拟的研究现状与相关工作 1](#_Toc402184261)

[1.3 流体渲染的研究现状与相关工作 1](#_Toc402184264)

[1.4 本文所作的工作 1](#_Toc402184265)

[2 流体的PBF模拟方法 2](#_Toc402184266)

[2.1 Navier-Stokes方程组 2](#_Toc402184267)

[2.2 平滑粒子动力学模型 2](#_Toc402184268)

[2.3 求解不可压性的PBF方法 2](#_Toc402184268)

[2.3.1 流体位置的压强修正 2](#_Toc402184269)

[2.3.2 流体速度的涡度、粘度修正 2](#_Toc402184270)

[2.4 PBF方法的GPU并行化实现 2](#_Toc402184268)

[2.4.1 CUDA并行编程简介 2](#_Toc402184269)

[2.4.2 近邻粒子寻找算法 2](#_Toc402184269)

[2.4.3 实现管线细节 2](#_Toc402184269)

[3 流体的屏幕空间渲染 3](#_Toc402184272)

[4 结果和讨论 4](#_Toc402184280)

[5 结论和展望 6](#_Toc402184288)

[5.1 结论 6](#_Toc402184289)

[5.2 展望 6](#_Toc402184290)

[参考文献 7](#_Toc402184291)

[谢 辞 8](#_Toc402184292)

# 1 引 言

## 1.1 研究背景

计算流体力学（Computational Fluid Dynamics, CFD）是使用数值方法模拟流体运动的学科，流体模拟对象包括水流、火焰、烟雾、流动的沙粒等一系列自然现象和景观。航空航天、传播制造等领域对模拟的物理真实性有很高要求。与这些领域不同，计算机图形学中常常牺牲一定的物理准确性，以较小的计算量，追求视觉上的真实性。计算机游戏、医疗研究等交互性较强的应用，更是对流体的模拟和渲染提出了严格的实时性要求。由于传统的模拟方法计算量庞大，并行化程度低，不能很好满足实时性要求，流体模拟的实时化逐渐成为业界和学界研究的热点。

## 1.2 流体模拟的研究现状与相关工作

根据微分方程离散方式的不同，模拟方法通常可分为欧式法（Euler method）、拉式法（Lagrangian method）和混合方法（Hybrid method）三类。本世纪初Stam等人发表的两篇重要论文[1][2]，成为了欧式法的奠基之作。欧式法将空间分割为离散的格子（Grid），将流体的速度、压强、温度等物理参数记录在格子中。通过将NS方程进行有限差分，欧式法将微分方程求解转化为高阶线性方程的求解。针对欧式法均匀采样浪费空间，损失精度的问题，Losassao提出了八叉树[3]，Feldman[4]等人提出了非结构四面体网格（Unstructured tetrahedral meshes）的离散方法。然而，这些方法的实现十分复杂，同时精度通常逊于朴素的欧式方法。传统欧式法依旧存在过高内存要求、采样精度损失和数值耗散等一些问题[5]。2016年，Chern等人发表了论文《薛定谔的烟》[6]，提出使用为值域的波函数描述流体状态，并使用凝聚态物理中用于求解超流体的非线性薛定谔方程（Gross-Pitaevskii方程）作为流体的动力学方程，开发了一种没有数值耗散，同时可以高效求解其不可压性的欧式方法。这种方法在对烟雾的模拟上取得了突破性的效果。但对于需要渲染表面的水流等液体，目前并没有好的波函数表面重建方法。

拉式法将流体离散为固定数量，在约束下自由活动的粒子，由粒子记录流体状态的各个物理量。拉式法可追溯到20世纪70年代Gingold、Lucy等人在研究星际气体运动的工作[7][8]。Desbrun和Cani[9]最先把Gingold的平滑粒子流体动力学方法（Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH）引入图形学中。随后，Müller的工作[10]展现了SPH在实时动画和交互应用中的前景。Solenthaler等人提出的预测校正不可压SPH（Predictive-corrective incompressible，SPH）第一次实现了满足不可压条件的拉式方法，将拉式方法推进了一大步，并在实时模拟领域得到了广泛的应用。随后Macklin等人的基于位置的流体（Position base fluids），又在同等精度下提高了模拟步长和稳定性，进一步提升了流体模拟的实时性。该方法是本文实现的重点。

混合方法是目前电影工业界常用的，精度最高的方法。混合方法使用欧式法求解不可压方程，欧式法精度高且易于处理流体边界；使用拉式法处理流体的对流（advection），即各物理量随着流体在速度场的转移，从而避免了欧式法的数值耗散。经典的混合方法包括八十年代流行至今的粒子元胞法（Particle-In-Cell, PIC）[11]，和隐式粒子流体法（FLuid Implicit Particle, FLIP）[12]。商业软件如Houdini，Realflow几乎都是使用FLIP方法。最近Jiang等人提出了仿射粒子元胞法（Affine Particle-In-Cell, APIC）[13]，其兼具了PIC的稳定性和FLIP低耗散的特点。其改进，Fu提出的多项式粒子元胞法（A polynomial particle-in-cell method）[14]，大幅减少了能量和旋量(vorticity)在数值计算中的损失。APIC被已经应用在迪士尼和皮克斯最新的电影中（如《海洋奇缘》）[15]。

## [1.3 流体渲染的研究现状与相关工作](#生成函数法及其优势)

## 1.4 本文所作的工作

本文针对不可压流体，实现了一种新的拉式（Lagrangian）实时模拟方法，称为基于位置的流体（Position based fluids）方法[16]。同时，本文实现了一种屏幕空间的拉式流体渲染方法，这种方法利用深度缓存（Depth buffer）还原粒子化表示的液体[17]，省去了传统方法中的重建步骤，表现出优秀的实时效果。

# 2 理论部分

## 2.1 生成函数法的基本关系式

根据配位（或酸碱）反应的平衡关系，可以得到生成函数[6]与配合物（或酸）的各级累积稳定常数及溶液中游离配位剂（或氢离子）的平衡浓度之间的关系：

 或  （2.1）

式（2.1）中，是配合物（或酸）的生成函数；*βj*（*j*=1,2,…,*n*）是配合物（或酸）的各级累积稳定常数；[L]（或[H+]）是溶液中游离配位剂（或氢离子）的平衡浓度（其中，L的电荷已略）。

将式（2.1）写作以下形式，可以得到生成函数法测定配合物（或酸）稳定常数的基本关系式：

 或  （2.2）

利用式（2.2），可以……。

……。

## 2.2 各种生成函数法的测定原理

### [2.2.1 直接计算生成函数法](#直接计算生成函数法测定稳定常数的原理)

……。

### 2.2.2 分段拟合生成函数法

……。

### 2.2.3 半整数生成函数法

……。

# 3 实验部分

## 3.1 仪器和试剂

### 3.1.1 仪器

798-MPT全自动电位滴定仪（瑞士万通）；

氢离子选择性复合电极（瑞士万通）；

……。

### 3.1.2 试剂

氢氧化钠（A.R.）；

邻苯二甲酸氢钾（容量基准试剂）；

氯化钾（A.R.）；

……。

## 3.2 溶液的配制及标定

### 3.2.1 NaOH标准溶液的配制及标定

称12.0g 固体NaOH至100mL烧杯，蒸馏水溶解，转移至试剂瓶，用蒸馏水稀释至总体积为3L，待标定。

将基准邻苯二甲酸氢钾于105oC～110 oC烘至恒重（约3小时），置于干燥器，冷却至室温。精确称取基准邻苯二甲酸氢钾若干（见表3.1）至100mL烧杯，分别加入50mL蒸馏水，溶解，用待标定的NaOH溶液自动电位滴定，平行实验三次。NaOH标准溶液的标定结果见表3.1。

表3.1 氢氧化钠溶液浓度标定

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 编号 | 邻苯二甲酸氢钾质量/g | NaOH溶液体积/mL | NaOH溶液浓度/（mol·L-1） |
| 1 | 0.1118 | 5.91 | 0.0926 |
| 2 | 0.1028 | 5.42 | 0.0929 |
| 3 | 0.1124 | 5.91 | 0.0932 |

### 

### 3.2.2 氯化钾离子强度调节剂的配制

……。

## 3.3 实验步骤

……。

# 4 结果和讨论

## 4.1 多元酸体系的结果和讨论

### 4.1.1 直接计算法

……。

### 4.1.2 半整数法

A. 半整数法的求解过程

a. 可以直接得到半整数的情况



从表4.1可见，当为0.5和1.5时的pH分别是5.32和2.74，即……。



b. 无法直接得到半整数的情况



在用半整数生成函数法直接求解时，会遇到这样的问题……。表4.4列出了滴定过程中乙二酸溶液的各主要物理量的部分数据。从表4.4可见，……。

……

……。

表4.4 草酸的部分数据列表

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *V*/mL | *E*/mV | pH | [H+]/（mol·L-1） |  |
| …… | …… | …… | …… | …… |
|  |  |  |  |  |
| 1.00 | 2.62×102 | 2.22 | 6.07×10-3 | 1.14 |
| 1.50 | 2.60×102 | 2.27 | 5.42×10-3 | 1.10 |
|  |  |  |  |  |
| …… | …… | …… | …… | …… |

续表4.4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *V*/mL | *E*/mV | pH | [H+]/（mol·L-1） |  |
| …… | …… | …… | …… | …… |
| …… | …… | …… | …… | …… |
| …… | …… | …… | …… | …… |



图4.1 乙二酸 ≥1.15数据段曲线及其拟合曲线（实线--实际曲线，虚线--拟合曲线）



针对这种情况，可以采用多项式拟合的方法求解。以乙二酸为例，在Excel中，选取1.28<<1.15之间的数据，以为横坐标，pH为纵坐标，做-pH曲线（见图4.1），并添加趋势线，选择相关系数*R*2最接近1的多项式作为拟合方程，……。



B. 半整数法的计算结果

利用半整数生成函数法，对各种多元酸三次平行实验数据分别进行处理，并求平均值，结果见……。

C. 半整数法计算结果的讨论

……。

### 4.1.3 分段拟合法

……。

## 4.2 氨基酸合铜体系的结果和讨论

……。

## 4.3 关于计算方法的讨论

## 4.4 关于其他问题的讨论

# 5 结论和展望

## 5.1 结论

（1）生成函数法可以分为直接计算生成函数法、分段拟合生成函数法及半整数生成函数法。这三种方法有如下特点：①……；②……；③……。

（2）本文运用三种不同生成函数法，测定了多元酸和氨基酸合铜配合物的稳定常数，得到了……。

（3）三种生成函数法中无论哪一种方法，对待测酸或配合物稳定常数的大小均有一定的要求，如……。

……。

## 5.2 展望

（1）生成函数法理论可靠，计算方便，但……。

（2）在生成函数法的应用中，还有以下问题有待研究和解决：①……；②……。

……。

# 

# 参考文献

[1] J. Stam, “Stable fluids,” in *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH ’99*, 1999, pp. 121–128.

[2] R. Fedkiw, J. Stam, and H. W. Jensen, “Visual simulation of smoke,” in *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH ’01*, 2001, pp. 15–22.

[3] F. Losasso, F. Gibou, and R. Fedkiw, “Simulating water and smoke with an octree data structure,” in *ACM SIGGRAPH 2004 Papers on - SIGGRAPH ’04*, 2004, vol. 23, no. 3, p. 457.

[4] B. E. Feldman, J. F. O’Brien, B. M. Klingner, and T. G. Goktekin, “Fluids in deforming meshes,” in *Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation - SCA ’05*, 2005, p. 255.

[5] R. Bridson, *Fluid Simulation for Computer Graphics*. A K Peters, 2007.

[6] A. Chern, F. Knöppel, U. Pinkall, P. Schröder, and S. Weißmann, “Schrödinger’s smoke,” *ACM Trans. Graph.*, vol. 35, no. 4, pp. 1–13, Jul. 2016.

[7] R. A. Gingold and J. J. Monaghan, “Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 181, no. 3, pp. 375–389, Dec. 1977.

[8] L. B. Lucy, “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis,” *Astron. J.*, vol. 82, p. 1013, Dec. 1977.

[9] M. Desbrun and M.-P. Gascuel, “Smoothed Particles: A new paradigm for animating highly deformable bodies,” Springer, Vienna, 1996, pp. 61–76.

[10] M. Müller, D. Charypar, and M. Gross, “Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications,” *Proc. 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symp. Comput. Animat.*, no. 5, pp. 154–159, 2003.

[11] F. H. Harlow, “The particle-in-cell method for numerical solution of problems in fluid dynamics,” in *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, 1963.

[12] J. U. Brackbill and H. M. Ruppel, “FLIP: A method for adaptively zoned, particle-in-cell calculations of fluid flows in two dimensions,” *J. Comput. Phys.*, vol. 65, no. 2, pp. 314–343, Aug. 1986.

[13] C. Jiang, C. Schroeder, A. Selle, J. Teran, and A. Stomakhin, “The affine particle-in-cell method,” *ACM Trans. Graph.*, vol. 34, no. 4, p. 51:1-51:10, Jul. 2015.

[14] C. Fu, Q. Guo, T. Gast, C. Jiang, and J. Teran, “A polynomial particle-in-cell method,” *ACM Trans. Graph.*, vol. 36, no. 6, pp. 1–12, Nov. 2017.

[15] Stuart Wolpert, “UCLA mathematicians bring ocean to life for Disney’s ‘Moana’ | UCLA,” 2017. [Online]. Available: http://newsroom.ucla.edu/stories/ucla-mathematicians-help-bring-the-ocean-to-life-for-disneys-hit-movie-moana. [Accessed: 14-Mar-2018].

[16] M. Macklin and M. Müller, “Position based fluids,” *ACM Trans. Graph.*, vol. 32, no. 4, p. 1, Jul. 2013.

[17] W. J. van der Laan, S. Green, and M. Sainz, “Screen space fluid rendering with curvature flow,” in *Proceedings of the 2009 symposium on Interactive 3D graphics and games - I3D ’09*, 2009, p. 91.

# 谢 辞

正文内容