طراحي الگوريتمها

نيمسال اول ١٠٥١ - ١٤٠٠



دانشکدهی مهندسی کامپیوتر مهندسی کامپیوتر

موعد تحويل: ١٢ آذر

برنامهریزی پویا / گرافها / شبکههای شار

تمرین عملی دوم

مسئلهی ۱. نارنگی

آقای مهندس میخواهد یک گراف «مهندسی ساز» بسازد. به یک گراف وزن دار بدون جهت مهندسی ساز میگوییم اگر بتوان طوری محسن چند سالی است که مدرک کارشناسی مهندسی کامپیوترش را گرفته است، ولی از آن جایی که به سربازی نرفته، نمی تواند در شرکتی استخدام شود. به همین دلیل برای درآوردن خرج خانواده اش در باغ عمویش کار می کند. این باغ به شکل یک جدول n در n است که در سطر iام و ستون iام آن یک درخت نارنگی وجود دارد که $a_{i,j}$ تا نارنگی دارد.

در یکی از این روزها، محسن که از غم روزگار بسیار خسته شده بود، از بالای باغ وارد شد و تلو تلو خوران می خواست خودش را به لب رودی که در پایین باغ جریان داشت برساند. در هر مرحله اگر محسن در خانه ی i,j (سطر iام و ستون iام) است، یا به خانه ی i+1,j+1 (در صورت وجود) یا به خانه ی i+1,j+1 (در صورت وجود) می میرود. علاوه بر این، او در طول مسیر حداکثر i بار می تواند حواسش را جمع کند و یک خانه ی مستقیم به پایین (یعنی به خانه ی i) برود. او به هر خانه ای که می رسد نارنگی های روی درخت آن را می شمارد. برنامه ای بنویسید که حداکثر تعداد نارنگی هایی را که محسن می تواند در طول مسیر دیده باشد پیدا کند.

ورودي

در خط اول ورودی، n و k داده شده است. در n خط بعدی، در هر خط n عدد داده شده است که عدد j ام در سطر iام نشان دهنده ی تعداد نارنگی های آن خانه یا همان $a_{i,j}$ است.

خروجي

در تنها خط خروجی حداکثر تعداد نارنگیهایی که محسن میتواند در طول مسیر دیده باشد را چاپ کنید. مسیر از یک خانهی دلخواه از سطر اول آغاز شده و به یک خانهی دلخواه از سطر آخر ختم میشود.

محدوديتها

- $Y \leqslant n \leqslant \delta \circ \circ \bullet$
- $\circ \leqslant k \leqslant \circ \circ \bullet$
- $\circ \leqslant a_{i,j} \leqslant \circ \circ \bullet$
- زمان اجرا: ١ ثانيه (يايتون: ٣ ثانيه)، حافظه: ٥١٢ مگابايت

نکته: ۳۰ نمره به تستهای حالت $k=\circ$ و ۳۰ نمره به تستهای با شرط ۵۰ $n,k\leqslant 0$ اختصاص یافته است.

ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه	خروجي نمونه
3 1	30
3 1 0 10 0	
0 10 0 10 11 0	
10 11 0	

در مثال فوق، محسن می تواند از ستون دوم سطر اول شروع کند و سپس از ۱ باری که می تواند حواسش را جمع کند استفاده کرده و به خانه ی پایین به خانه ی پایین چپش برود. و بدین ترتیب در مجموع ۳۰ عدد نارنگی را ببیند.

مسئلهی ۲. مصائب MST

پوپک که به تازگی در درس طراحی الگوریتمها با درخت پوشای کمینه (MST) آشنا شده است، میخواهد بفهمد که چقدر درس را فهیده است. به همین دلیل از آقا تورج ـ که از اساتید کار با MST است_ میخواهد که سوالی در مورد MST به او بدهد.

آقا تورج یک گراف ساده و **همبند** n رأسی و m یالی به پوپک می دهد. پوپک خیلی سریع MST این گراف را حساب کرده و به آقا تورج می دهد. آقا تورج لبخندی زده و می گوید این که خیلی ساده است! بنابراین او از پوپک می خواهد که مسئله ای سخت تر حل کند. آقا تورج از پوپک می خواهد که بررسی کند برای هر مجموعه از یالها که او بگوید، آیا MST ای وجود دارد که شامل همه آن یالها باشد یا خیر. پوپک با دیدن این سوال به نظرش رسیده که متاسفانه خیلی خوب MST را نیاموخته، به همین جهت دل شکسته شده است و از شما کمک می خواهد تا پاسخ سوالات آقا تورج را بدهید.

ورودي

خط اول ورودی شامل دو عدد n و m است که به ترتیب تعداد رأسها و تعداد یالهای گراف را مشخص میکند. سپس در m سطر بعدی در هر سطر سه عدد u_i, v_i, w_i میآید که بیانگر یک یال میان u_i و v_i با وزن v_i است. سپس در خط بعدی یک عدد v_i میآید که تعداد پرسشهای آقا تورج است. در v_i سطر بعدی، در ابتدا یک v_i میآید که تعداد یالهای درون این پرسش را معلوم می کند. سپس v_i عدد در ادامه همان سطر آمده است که شماره یالهایی است که آقا تورج می خواهد بداند آیا MST ای وجود دارد که شامل همه آن یالها باشد یا خیر (شماره یالها عددی در بازه ی v_i است که در هر پرسش متمایز است).

خروجي

خروجی باید شامل q سطر باشد که در سطر iام آن، چنانچه MST ای موجود باشد که شامل یالهای مورد نظر آقا تورج در پرسش iام باشد، YES چاپ شود وگرنه NO چاپ شود.

محدوديتها

- $1 \leqslant n, m \leqslant \Upsilon \times 10^{\delta}$
 - $n-1\leqslant m$ •
- $1 \leqslant c_i \leqslant n 1, \sum_{i=1}^q c_i \leqslant \Upsilon \times 10^{\delta}$
 - $1 \leqslant u_i, v_i \leqslant n \bullet$
 - $1 \leqslant w_i \leqslant Y \times 10^{\circ}$ •
- زمان اجرا: ۲ ثانیه، حافظه: ۲۵۶ مگابایت

ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه	خروجي نمونه
5 8	YES
2 1 4	YES
3 1 4	YES
4 1 5	NO
5 2 3	NO
4 5 2	YES
4 5 4	YES
1 4 4	NO
3 4 2	NO
10	NO
1 1	
3 4 1 5	
1 2	
3 4 1 3	
2 4 3	
3 2 5 4	
2 2 4	
4 3 2 1 4	
1 3	
2 2 1	

مسئلهی ۳. گراف بدون جهت

پوپک که به تازگی با نظریهی گرافها آشنا شده است، با حل هر مسئلهی گراف به شدت ذوقزده می شود. در همین حین او به آقا پیمان یک گراف جهت دار به پوران هدیه داده است. اما از آن جایی که پوران از گراف جهت دار خوشش نمی آید، می خواهد تمامی یالهای آن را پاک کند تا به گرافی بدون جهت تبدیل شود.

پوران در هر عملیات میتواند یک رأس را انتخاب کند و تمامی یالهای ورودی یا یالهای خروجی آن را حذف کند. برای رأس شماره i هزینه ی حذف یالهای ورودی i و هزینه ی حذف یالهای خروجی i است. پوران از شما میخواهد راهی با کمترین هزینه برای پاک کردن تمام یالهای گراف را بیابید.

ورودي

در خط اول ورودی، n و m داده شده است که نمایانگر تعداد رأسها و یالها است.

در خط دوم ورودی، n عدد داده شده که عدد iام نمایانگر in_i است.

در خط سوم ورودی، n عدد داده شده که عدد iام نمایانگر out_i است.

در خط iام از m خط بعدی، در هر خط دو عدد u_i و v_i آمده که نشان میدهد یک یال جهت دار از u_i به v_i در گراف وجود دارد. گراف ورودی می تواند طوقه یا یال چندگانه داشته باشد.

خروجي

در خط نخست خروجی، مجموع هزینهی مورد نیاز برای حذف یالها را چاپ کنید.

در خط دوم عدد k، تعداد عملیاتها، را چاپ کنید و در k خط بعدی، در هر خط ابتدا شماره ی رأس و سپس جهت یالهای حذف شده را چاپ کنید. اگر یالهای ورودی حذف شده اند کمله ی in و اگر یالهای خروجی حذف شده اند کلمه ی out را چاپ کنید.

اگر چند جواب بهینه وجود داشت، کافی است یکی را به دلخواه چاپ کنید.

محدوديتها

- $1 \leqslant n \leqslant 1 \circ \circ \bullet$
- $1 \leqslant m \leqslant 2 \circ \circ \circ \bullet$
- $1 \leqslant in_i, out_i \leqslant 10^9 \bullet$
- زمان اجرا: ۱ ثانیه (پایتون: ۳ ثانیه)، حافظه: ۵۱۲ مگابایت

ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه	خروجي نمونه
3 6	5
1 2 3	3
4 2 1	1 in
1 1	2 out
1 2	2 in
1 2	
2 3	
3 2	
3 1	