



آزمون پایان‌ترم

نکات مهم

- شما تا ساعت ۱۲:۰۰ فرصت دارید پاسخ خود را در قالب یک سند pdf در سامانه کوئرا بارگذاری کنید.
- حتما در ابتدای پاسخ نام و شماره دانشجویی خود را یادداشت کنید.
- برای حل سؤالات می‌توانید از اسلایدهای درس کمک بگیرید ولی استفاده از هیچ منبع دیگری مجاز نیست.

مسئله‌ی ۱.

در این سؤال رابطه‌ی بین Nash equilibrium و dominant strategy ها را بررسی می‌کنیم. بازی زیر را در نظر بگیرید که در آن a, b, c و d اعداد نامنفی هستند. (۲۰ نمره)

		Player B	
		X	Y
Player A	X	a, a	b, c
	Y	c, b	d, d

فرض کنید استراتژی X برای هر بازیکن، dominant strictly باشد، یعنی، $b > d$ و $a > c$.

۱. تمامی pure Nash equilibrium های بازی را بدست بیاورید.
۲. تمامی evolutionary stable strategy های بازی را بدست بیاورید.
۳. اگر فرض سؤال را تغییر دهیم به طوری که $b = d$ و $a > c$ ، جواب سؤالات ۱ و ۲ چگونه تغییر می‌کند؟

مسئله‌ی ۲.

بازی زیر را در نظر بگیرید. (۳۰ نمره)

	1	2	3
1	4,4	5,3	9,3
2	3,5	6,6	9,2
3	3,9	2,9	8,8

۱. تمامی pure Nash equilibrium های بازی را بدست بیاورید.
۲. فرض کنید این بازی دوبار انجام شود و سود هر بازیکن برابر با مجموع سود او در این دو مرحله باشد. یک subgame perfect equilibrium برای این بازی ارائه دهید که در آن سود هر بازیکن ۱۴ باشد. (به همراه اثبات subgame perfect equilibrium بودن آن)

مسئله‌ی ۳.

یک عروسک ۱۰۰ تومانی از سه بخش A ، B و C تشکیل شده است. یک کارخانه بخش A را می‌سازد. دو کارخانه بخش B را می‌سازند. سه کارخانه هم بخش C را می‌سازند. فرض کنید هزینه‌ی ساخت این بخش‌ها برای کارخانه‌ها صفر است. (۳۰ نمره)

۱. یک مدل (coalition game) cooperative game برای این بازی ارائه کنید. یعنی این وضعیت را به صورت یک بازی با ۶ بازیکن مدل کنید و تابع سود همکاری‌های ممکن را ارائه دهید.

۲. core بازی را پیدا کنید.

۳. Shapley value ها را به دست آورید.

مسئله‌ی ۴.

یک Auction به روش second-price sealed-bid را در نظر بگیرید که در آن یک item و دو bidder وجود دارند. فرض کنید value برای هر دو bidder دو عدد تصادفی مستقل و یکنواخت (uniform) در بازه‌ی $[0, 1]$ باشد و هر bidder تنها از value خودش باخبر است. (۳۰ نمره)

۱. فرض کنید هر دو bidder rational هستند، یعنی به صورت بهینه bid می‌گذارند. امید ریاضی value برنده‌ی auction (کسی که item به او تعلق می‌گیرد) چقدر است؟ و امید ریاضی هزینه‌ای که باید بپردازد چقدر است؟

۲. فرض کنید bidder دوم irrational است و bid او همواره $(v_1 + 1)/2$ است که در آن v_1 value برای نفر دوم است. این مسئله چگونه بر روی استراتژی bidder اول اثر می‌گذارد؟

۳. در حالتی که bidder دوم irrational است، امید ریاضی value برنده‌ی auction چقدر است؟ و امید ریاضی هزینه‌ای که باید بپردازد چقدر است؟

راهنمایی: امید ریاضی ماکسیمم دو عدد x و y که تصادفی مستقل و یکنواخت در بازه‌ی $[0, 1]$ باشند، برابر است با:

$$\begin{aligned} E[\max(x, y)] &= \int_0^1 \int_0^1 \max(x, y) p[x, y] dx dy \\ &= \int_0^1 \int_0^x x dy dx + \int_0^1 \int_x^1 y dx dy \\ &= \int_0^1 \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 y^2 dy = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(موفق باشید:)