

EJERCICIO 2:

En un liceo de una pequeña comunidad se disponen a exponer una serie de películas antiguas para celebrar el día del cine con sus ciudadanos. Para ello han preguntado a los vecinos que películas les gustaría ver a cada uno, partiendo de una lista de 12 películas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Pepe	Mei	Ana	Roi	Ian	Jon	Amy	Pol	Vin	Paz	Hug	Eli
Ana	Pepe	Uma	Axe	Pau	Mei	Zoe	Tom	Max	Leo	Luz	Ale
Roi	Uma	Zoe	Tom	Max	Hug	Bob	Ken	Edd	Sia	Lia	Edd
Ian	Amy	Axe	Vin	Leo	Eli	Ale	Lia	Luz	Bea	Bob	Ken
Jon		Pol	Pau							Sia	Bea
Paz											

El liceo solo está abierto de 15 a 20h, por lo que tienen que cuadrar las proyecciones de forma que todos puedan asistir a aquellas a las que se apuntaron. ¿Qué organización servirá para que todos los vecinos puedan ver la película que quieren?

Resolución del problema:

Para resolver este problema es necesario utilizar la **teoría de grafos**, más concretamente aquella sobre coloreado y número cromático.

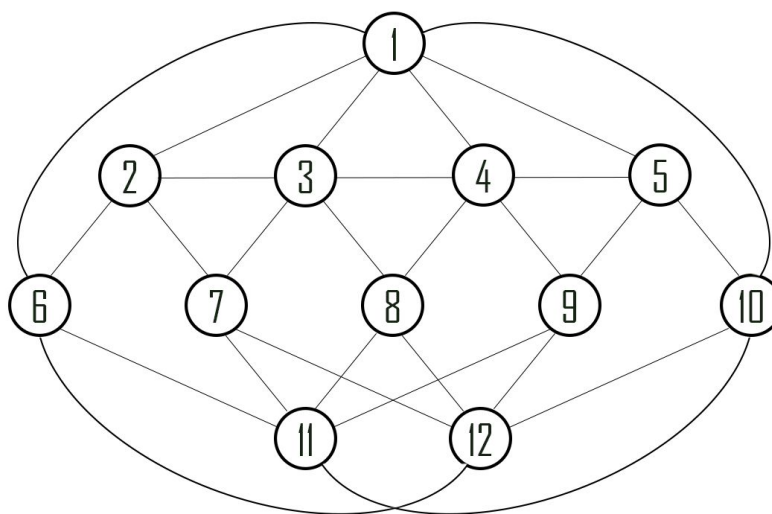
Planteamos las películas como nodos de un grafo y establecemos una arista entre dos nodos si un mismo vecino planea asistir a ambas películas.

De esa forma nos queda una matriz de adyacencia tal que:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
2	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
4	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
5	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0

6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
9	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
10	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
11	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
12	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0

Como vemos obtenemos un grafo no dirigido (simetrica). Lo dibujamos ayudándonos de la matriz.



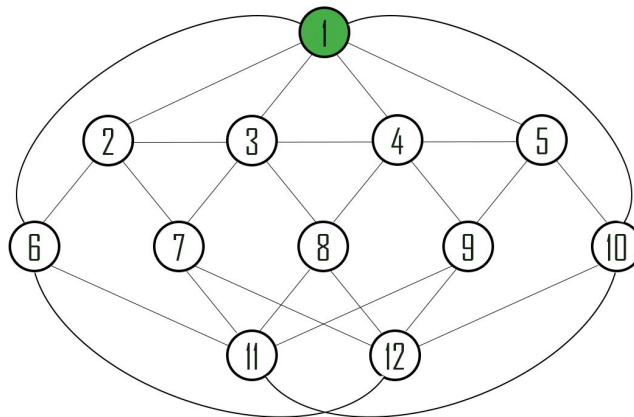
Como tenemos que plantear un horario de forma que **todos puedan acceder a todas las películas que quieren**, estamos realizando un problema de **coloreamiento** de un grafo. Es decir, queremos evitar que dos películas a las que quiere ir un mismo vecino se proyecten al mismo tiempo (dos nodos adyacentes no pueden tener el mismo color), y al mismo tiempo queremos que se establezcan la menor cantidad de horarios posibles ya que el liceo tiene un horario limitado.

Para resolverlo calculamos el **número cromático**:

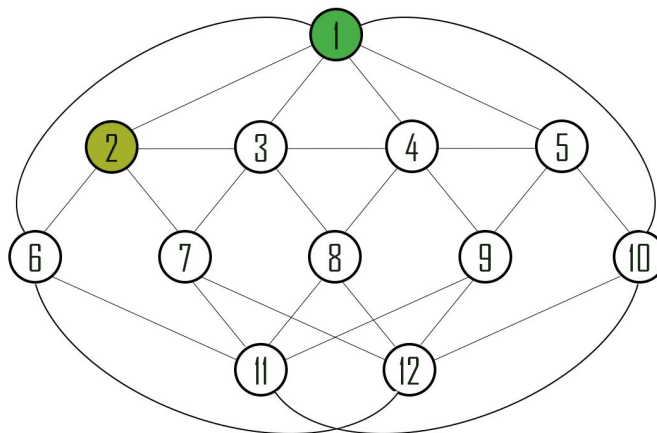
- Numeramos los vértices y coloreamos el primero de un color.
- Tomamos el siguiente vértice en la lista y lo coloreamos con el mínimo color admisible.
- Repetimos el paso anterior hasta que el grafo esté totalmente coloreado.

Vamos a ir coloreando el grafo paso a paso.

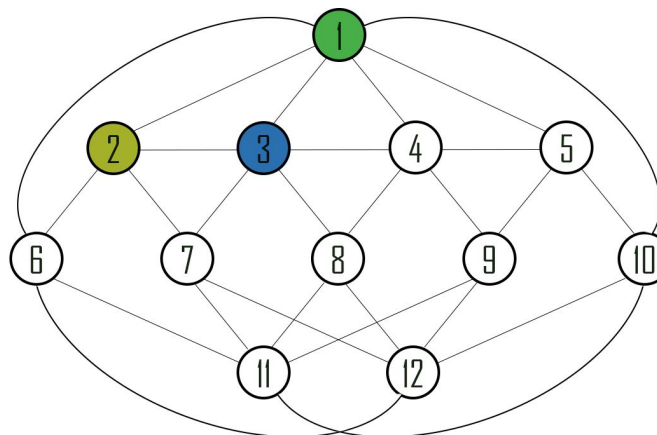
Coloreamos el nodo número 1 con un primer color.



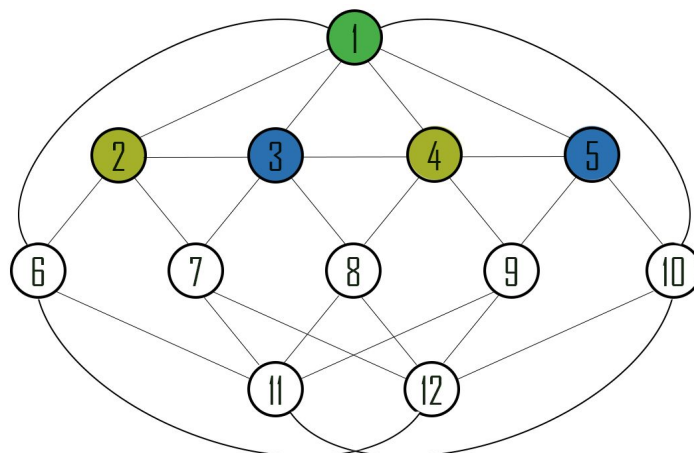
Ahora es el turno del nodo 2. Lo coloreamos con un nuevo color ya que es adyacente a 1 y no puede tener el mismo.



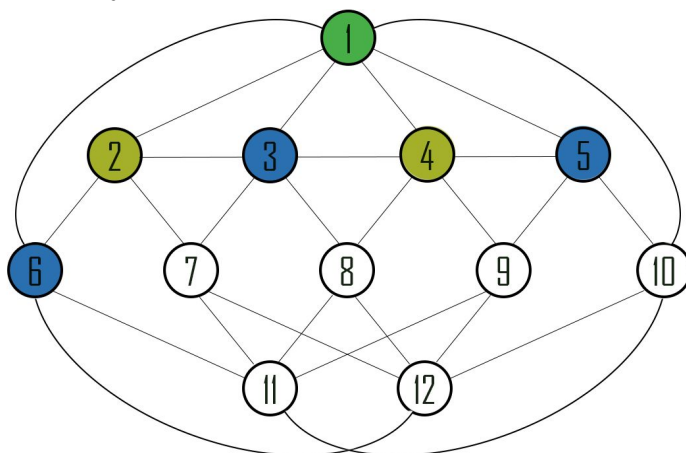
Continuamos con el nodo 3. Como es adyacente tanto a 1 como a 2, tiene que tener un nuevo color.



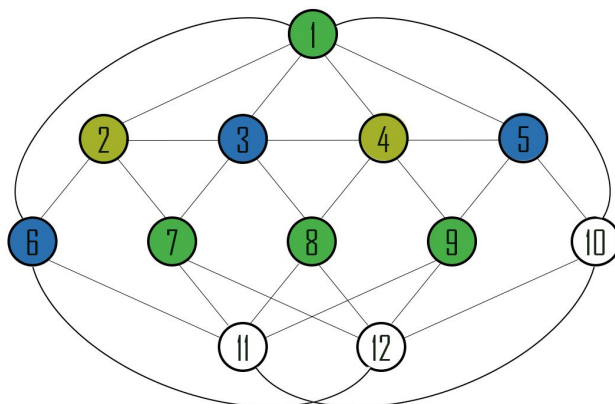
Pasamos al nodo 4. En este caso es adyacente con el nodo 1 y el nodo 3, pero no con el nodo 2. Por lo tanto podemos utilizar el mismo color que usa este último. Seguimos con el nodo 5. Este es adyacente a 1 y 4, pero no a 3. Por lo tanto utilizamos el mismo color que con el nodo 3.



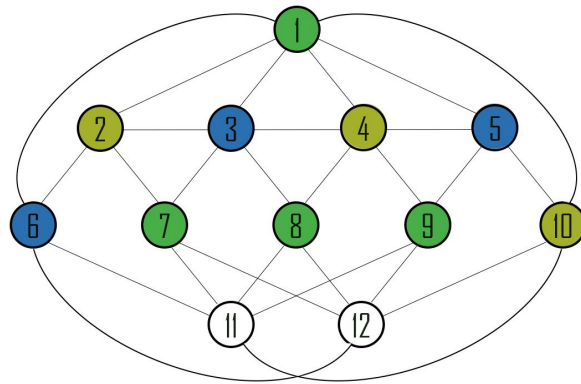
El nodo 6 es adyacente a 1 y 2, por lo que podemos utilizar el color azul.



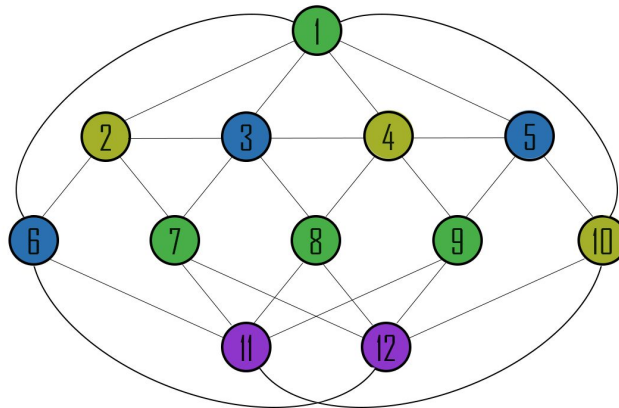
Como el nodo 7, 8 y 9 no son adyacentes entre sí y ambos son adyacentes con nodos coloreados de azul y amarillo, se pueden colorear con el mismo color. Como buscamos el mínimo posible reutilizamos el primer color utilizado, el verde.



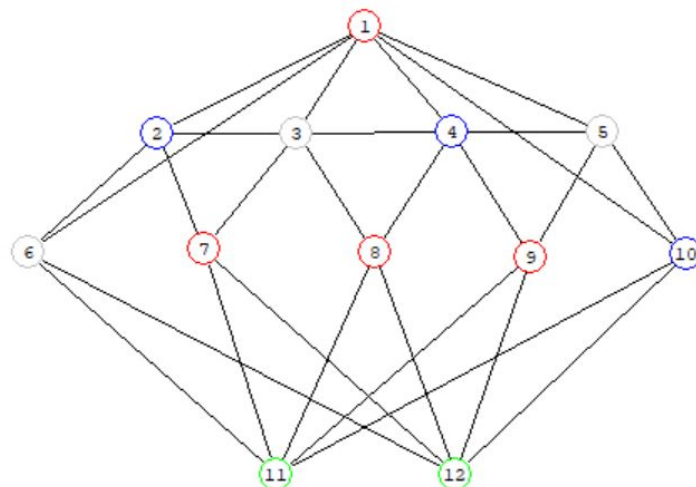
El nodo 10 es adyacente a 1 y 5, por lo que no puede ser ni verde ni azul (primer y tercer color utilizados). Por lo tanto usará el segundo color, amarillo.



Los nodos 11 y 12 son adyacentes a nodos verde, azul y amarillo. Por lo tanto no pueden utilizar ningún color disponible hasta la fecha. Utilizamos un nuevo color. Como no son adyacentes entre sí, ambos pueden pintarse del mismo.



Comprobamos el resultado con GRIN:



Por lo tanto, este grafo tiene número cromático 4, es **4-coloreable**.

De esta forma podemos resolver el problema agrupando por colores. Es decir, se pueden proyectar al mismo tiempo aquellas películas que no sean adyacentes (tengan el mismo

color), de forma que todos los vecinos puedan ver todas las películas que quieren si que se solapen en el tiempo.

Por lo tanto, un **horario válido** para resolver el problema es:

- De 15:00 a 16:15 se proyectarán las películas 1,7,8 y 9.
- De 16:15 a 17:30 se proyectarán las películas 2,4 y 10.
- De 17:30 a 18:45 se proyectarán las películas 3,5 y 6.
- De 18:45 a 20:00 se proyectarán las películas 11 y 12.