EJERCICIO 1:
Una familia se va de excursión a una ciudad lejana. De camino se dan cuenta de que han olvidado su equipaje en casa, por lo que deciden parar en un centro comercial a comprar ropa y comida nueva. Este contratiempo es una gran molestia pues han quedado con un guía turístico en la ciudad, por lo que necesitan acabar lo más rápidamente posible.
El centro comercial es más grande de lo que esperaban y no saben donde se encuentra cada objeto necesario, por lo que se ven obligados a recorrerlo entero.
Se acercan a un mapa esperando encontrar ayuda y solo logran ver que hay zonas de descanso entre las tiendas etiquetadas de forma alfabética.
La entrada A está conectada con las zonas de descanso B, C y D.
La zona B está conectada con las zonas A, F, H y J.
La zona C está conectada con las zonas A, E, G e I.
La zona D está conectada con las zonas A, E, F y G.
La zona E está conectada con las zonas C, D, F y G.
La zona F está conectada con las zonas B, D, E y G.
La zona G está conectada con las zonas C, D, E, F e I.
La zona H está conectada con las zonas B e I.
La zona I está conectada con las zonas C, G, H y J.
La zona J está conectada con las zonas B e I.
¿Qué recorrido deberá seguir la familia para poder pasar por todas las tiendas exactamente una vez?

Resolución del problema:
Procedemos a resolver el problema utilizando **teoría de grafos**. Como se puede observar en el enunciado, se busca recorrer todo el centro comercial en el menor tiempo posible.
Es decir, si planteamos un grafo cuyos nodos son las zonas de descanso y cuyas aristas son tiendas, buscamos su recorrido euleriano (camino que pasa por todas las aristas una vez).

Para saber si el grafo posee un camino euleriano debemos ver que posee exactamente o 0 o 2 nodos impares.
Vamos a empezar planteando la matriz de adyacencia (aristas) del problema:
Esta matriz nos muestra las conexiones disponibles entre nodos, marcando donde existe una arista de fila saliente a columna entrante. Como se puede observar es simétrica, por lo que las aristas no están dirigidas (grafo no dirigido)

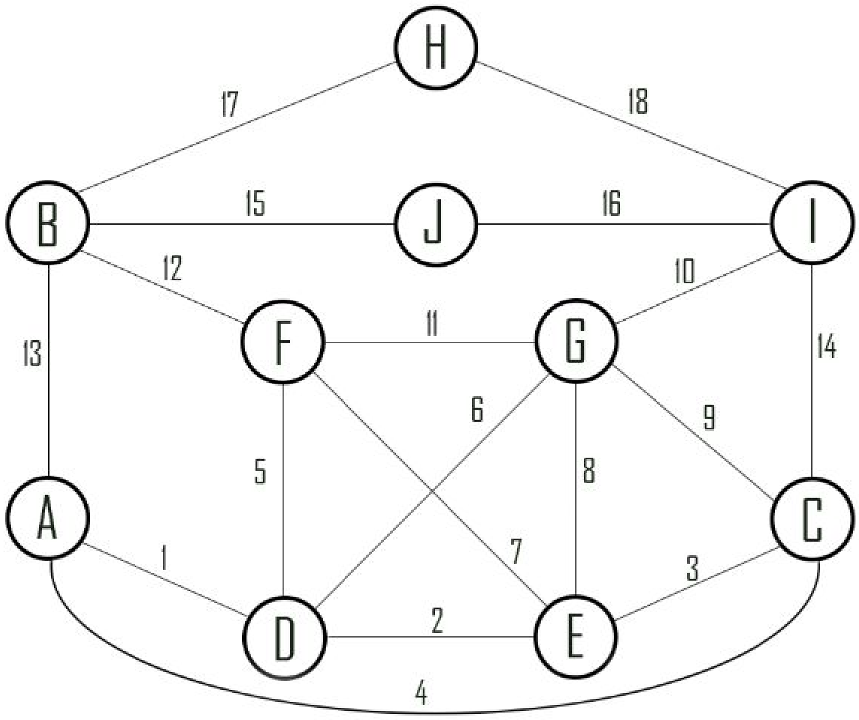
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
C	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
D	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
E	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
F	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
G	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
I	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
J	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0

En la matriz de adyacencia distinguimos con facilidad los nodos de **grado impar** (nodo A con grado 3 y nodo G con grado 5).
Por lo tanto, **tiene un camino euleriano**, es posible resolver el problema. Ahora solo tenemos que encontrarlo.

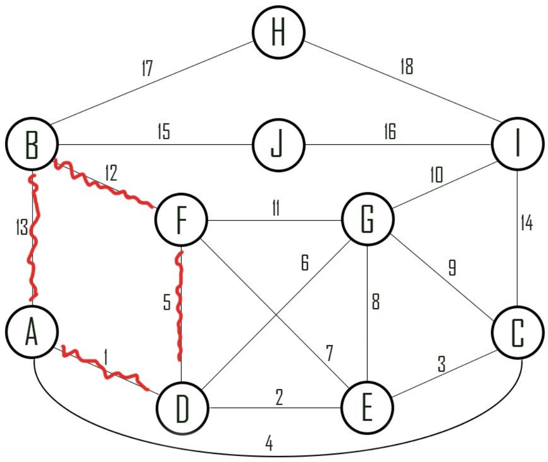
Como tiene exactamente 2 nodos impares, aplicamos el algoritmo visto en clase para ese caso:

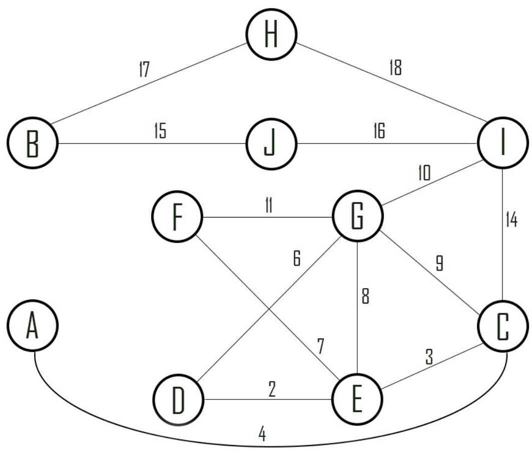
- Se inserta una arista falsa entre los nodos impares.
- Se realiza el recorrido euleriano.
    - Se crea un ciclo a partir de un vértice inicial.
    - Se eliminan las aristas utilizadas en ese ciclo (y los nodos aislados).
    - Se repite en cada una de las componentes conexas.
    - Se acoplan los ciclos obtenidos.
- Se elimina la arista falsa.

Para entender un poco mejor el procedimiento, vamos a <u>numerar cada arista</u>.
La siguiente imagen muestra el grafo con el que vamos a trabajar.

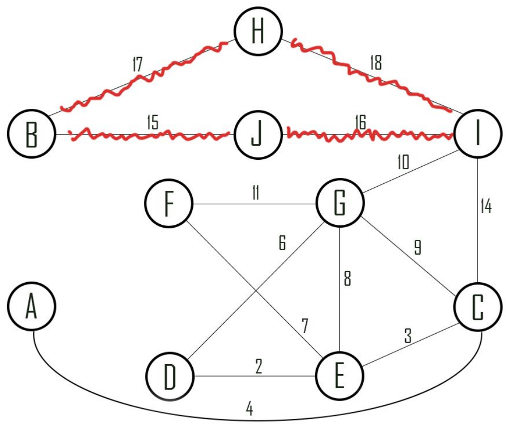


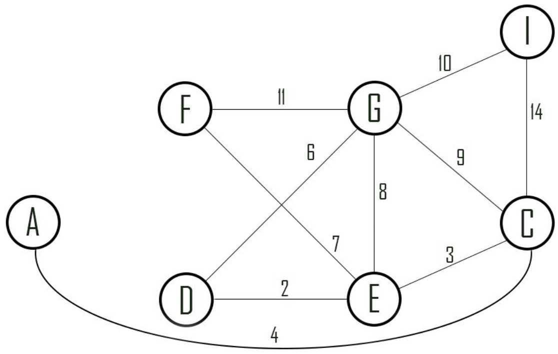
Ya que la entrada está en la zona de descanso A, vamos a plantear el primer ciclo a partir de ese nodo.
El **primer ciclo** es C1= {A 1 D 5 F 12 B 13 A}
Como los nodos aún tienen aristas que los mantienen conexos, siguen formando parte del grafo a evaluar.



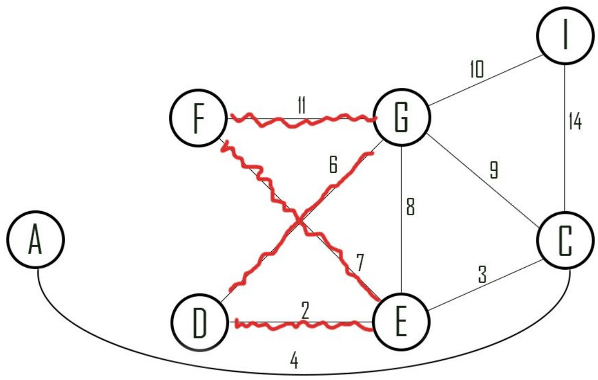


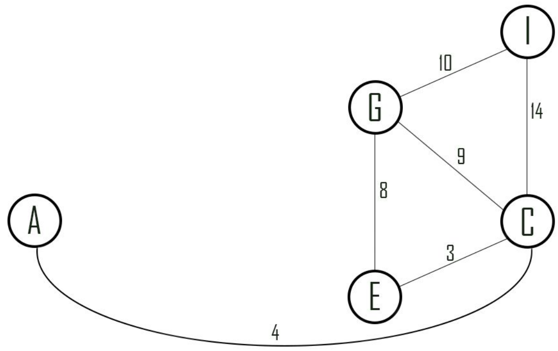
Como **segundo ciclo** podemos coger C2={ B 15 J 16 I 18 H 17 B}
En este caso algunos nodos quedan aislados, por lo que se eliminan también.



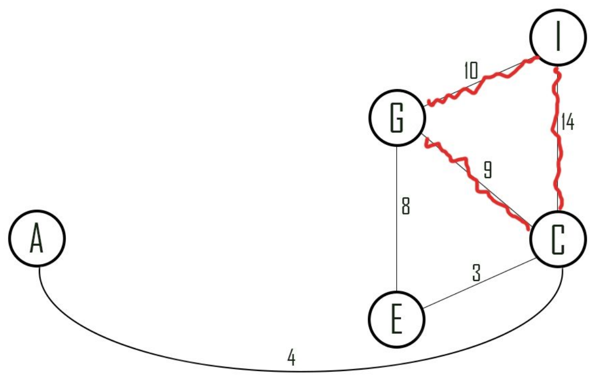


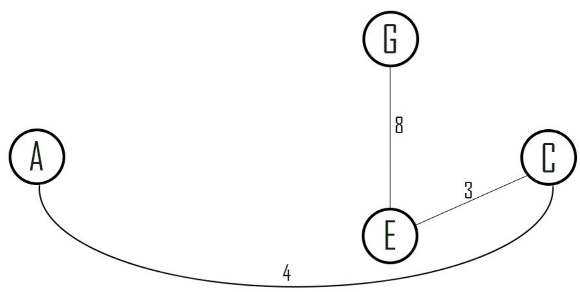
Como **tercer ciclo** podemos coger C3={ F 7 G 2 D 6 G 11 F}
De nuevo, quitamos los nodos aislados.



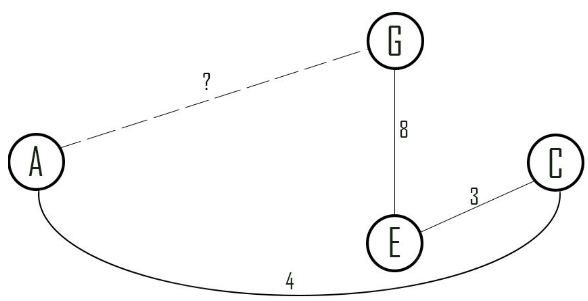


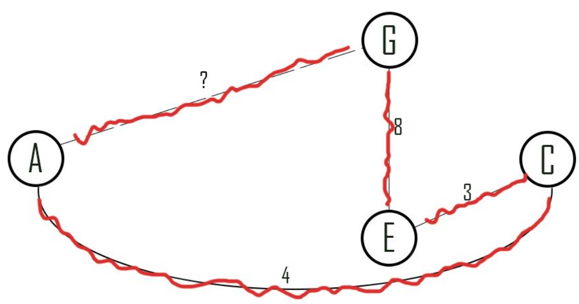
Como cuarto ciclo cogemos C4={ I 10 G 9 C 14 I}
Quitamos el nodo aislado I.





Finalmente, añadimos una **arista imaginaria** entre los <u>nodos impares A y G</u> para poder tener el **último ciclo** C5={ A 4 C 3 E 8 6 ? A}

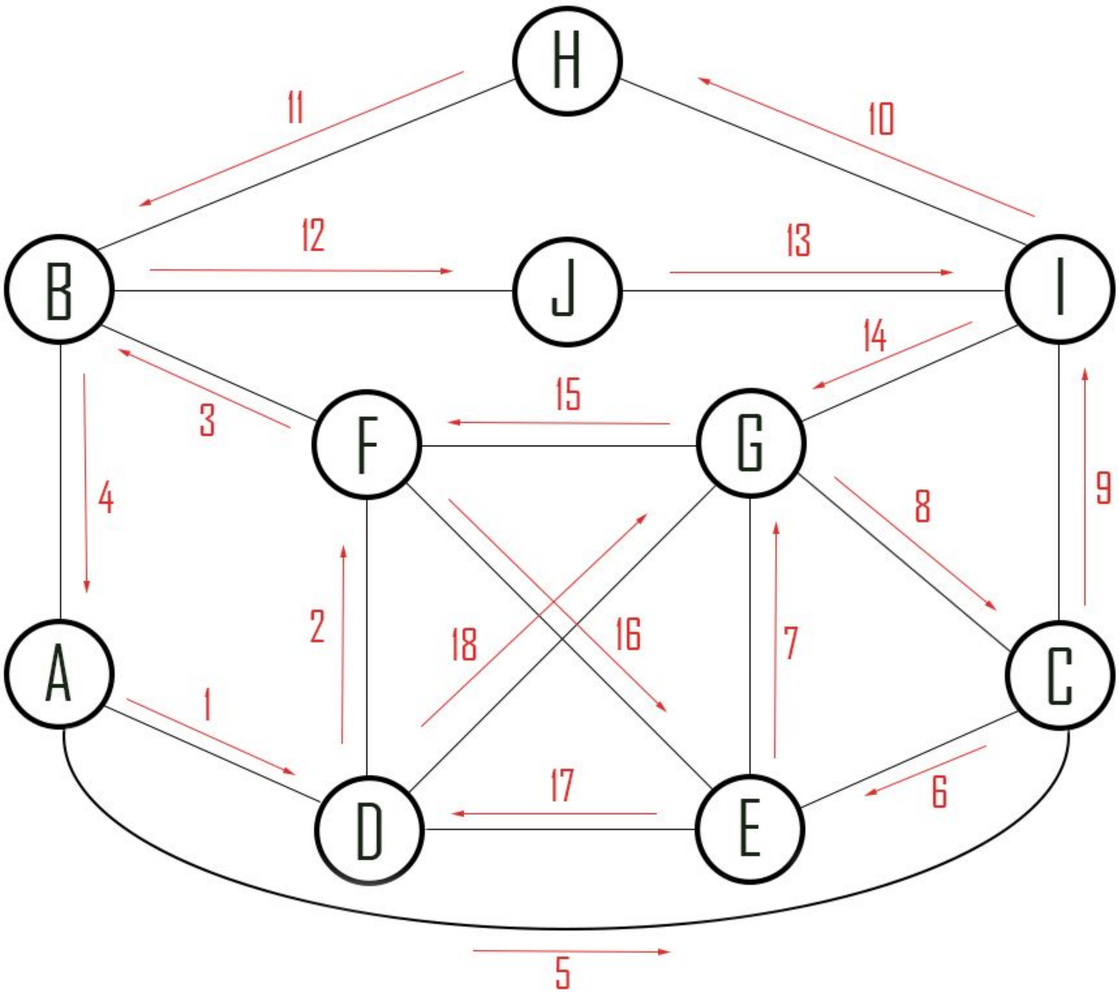




El último paso es **unir los ciclos** en un punto común y **eliminar la arista imaginaria**.
Los puntos de anclaje se marcan con _ y se muestra cada ciclo en un color distinto.

CAMINO EULERIANO: A 4 D 5 F 12 B 13 A 4 C 3 E 8 G 9 C 14 I 18 H 17 B 15 J 16 I 10 G 11 F 7 E 2 D 6 G

Por lo tanto el camino sería de esta forma (para simplificar ponemos como número de arista su orden en el recorrido):



Este es un camino a seguir para poder visitar todo el centro comercial antes de que cierre.