

## **Penyederhanaan Fungsi Boolean**

**Contoh.**  $f(x, y) = x'y + xy' + y'$

disederhanakan menjadi

$$f(x, y) = x' + y'$$

**Penyederhanaan** fungsi Boolean dapat dilakukan dengan **3 cara**:

1. Secara aljabar
2. Menggunakan Peta Karnaugh
3. Menggunakan metode Quine Mc Cluskey (metode Tabulasi)

### **1. Penyederhanaan Secara Aljabar**

**Contoh:**

$$\begin{aligned}1. \quad f(x, y) &= x + x'y \\&= (x + x')(x + y) \\&= 1 \cdot (x + y) \\&= x + y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2. \quad f(x, y, z) &= x'y'z + x'yz + xy' \\&= x'z(y' + y) + xy' \\&= x'z + xz'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3. \quad f(x, y, z) &= xy + x'z + yz = xy + x'z + yz(x + x') \\&= xy + x'z + xyz + x'yz \\&= xy(1 + z) + x'z(1 + y) = xy + x'z\end{aligned}$$

## 2. PETA KARNAUGH

### a. Peta Karnaugh dengan dua peubah

		$y$	
		0	1
$x$	0	$x'y'$	$x'y$

$m_0$	$m_1$		
$m_2$	$m_3$		

$m_0$	$m_1$		
$m_2$	$m_3$		

### b. Peta dengan tiga peubah

		$yz$	00	01	11	10
		$x$	0	1	1	0
$m_0$	$m_1$	$m_3$	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
	$m_4$	$m_5$	$xy'z'$	$xy'z$	$xyz$	$xyz'$

**Contoh.** Diberikan tabel kebenaran, gambarkan Peta Karnaugh.

$x$	$y$	$z$	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

		$yz$	00	01	11	10
		$x$	0	1	1	0
$m_0$	$m_1$	$m_3$	0	0	0	1
	$m_4$	$m_5$	0	0	1	1

b. *Peta dengan empat peubah*

				<i>wx</i>	<i>yz</i>	00	01	11	10
<i>m</i> <sub>0</sub>	<i>m</i> <sub>1</sub>	<i>m</i> <sub>3</sub>	<i>m</i> <sub>2</sub>		00	<i>w'x'y'z'</i>	<i>w'x'y'z</i>	<i>w'x'yz</i>	<i>w'x'yz'</i>
<i>m</i> <sub>4</sub>	<i>m</i> <sub>5</sub>	<i>m</i> <sub>7</sub>	<i>m</i> <sub>6</sub>		01	<i>w'xy'z'</i>	<i>w'xy'z</i>	<i>w'xyz</i>	<i>w'xyz'</i>
<i>m</i> <sub>12</sub>	<i>m</i> <sub>13</sub>	<i>m</i> <sub>15</sub>	<i>m</i> <sub>14</sub>		11	<i>wxy'z'</i>	<i>wxy'z</i>	<i>wxyz</i>	<i>wxyz'</i>
<i>m</i> <sub>8</sub>	<i>m</i> <sub>9</sub>	<i>m</i> <sub>11</sub>	<i>m</i> <sub>10</sub>		10	<i>wx'y'z'</i>	<i>wx'y'z</i>	<i>wx'yz</i>	<i>wx'yz'</i>

**Contoh.** Diberikan tabel kebenaran, gambarkan Peta Karnaugh.

<b>w</b>	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>	<b>f(w, x, y, z)</b>
0	0	0	0	0
0	0	0	1	<b>1</b>
0	0	<b>1</b>	0	0
0	0	<b>1</b>	1	0
0	<b>1</b>	0	0	0
0	<b>1</b>	0	1	0
0	<b>1</b>	<b>1</b>	0	<b>1</b>
0	<b>1</b>	<b>1</b>	1	<b>1</b>
<b>1</b>	0	0	0	0
<b>1</b>	0	0	1	0
<b>1</b>	0	<b>1</b>	0	0
<b>1</b>	0	<b>1</b>	1	0
<b>1</b>	<b>1</b>	0	0	0
<b>1</b>	<b>1</b>	0	1	0
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	0	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	1	0

		<i>yz</i>	00	01	11	10
		<i>wx</i>	00	01	11	10
<i>wx</i>	00	0	<b>1</b>	0	<b>1</b>	
	01	0	0	<b>1</b>	<b>1</b>	
	11	0	0	0	<b>1</b>	
	10	0	0	0	0	

## Teknik Minimisasi Fungsi Boolean dengan Peta Karnaugh

### 1. Pasangan: dua buah 1 yang bertetangga

		yz	
		00	01
wx		00	01
00	00	0	0
01	01	0	0
<b>11</b>	<b>11</b>	0	1
10	10	0	0

Sebelum disederhanakan:  $f(w, x, y, z) = wxyz + wxyz'$

Hasil Penyederhanaan:  $f(w, x, y, z) = wxy$

Bukti secara aljabar:

$$\begin{aligned}f(w, x, y, z) &= wxyz + wxyz' \\&= wxy(z + z') \\&= wxy(1) \\&= wxy\end{aligned}$$

### 2. Kuad: empat buah 1 yang bertetangga

		yz	
		00	01
wx		00	01
00	00	0	0
01	01	0	0
<b>11</b>	<b>11</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
10	10	0	0

Sebelum disederhanakan:  $f(w, x, y, z) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wxyz'$

Hasil penyederhanaan:  $f(w, x, y, z) = wx$

Bukti secara aljabar:

$$\begin{aligned}
 f(w, x, y, z) &= wxy' + wxy \\
 &= wx(z' + z) \\
 &= wx(1) \\
 &= wx
 \end{aligned}$$

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
11	1	1	1	1	
10	0	0	0	0	

Contoh lain:

		yz	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
01	0	0	0	0	
11	1	1	0	0	
10	1	1	0	0	

Sebelum disederhanakan:  $f(w, x, y, z) = wxy'z' + wxy'z + wx'y'z' + wx'y'z$   
 Hasil penyederhanaan:  $f(w, x, y, z) = wy'$

3. Oktet: delapan buah 1 yang bertetangga

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
11	1	1	1	1	
10	1	1	1	1	

Sebelum disederhanakan:  $f(a, b, c, d) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wxyz' + wx'y'z' + wx'y'z + wx'yz + wx'yz'$

Hasil penyederhanaan:  $f(w, x, y, z) = w$

Bukti secara aljabar:

$$\begin{aligned}
 f(w, x, y, z) &= wy' + wy \\
 &= w(y' + y) \\
 &= w
 \end{aligned}$$

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
11	1	1	1	1	
10	1	1	1	1	

**Contoh 5.11.** Sederhanakan fungsi Boolean  $f(x, y, z) = x'y'z + xy'z' + xyz + xyz'$ .

Jawab:

Peta Karnaugh untuk fungsi tersebut adalah:

	$yz$ 00	01	11	10
$x$	0		1	
1	1		1	1

Hasil penyederhanaan:  $f(x, y, z) = yz + xz'$

**Contoh 5.12.** Andaikan suatu tabel kebenaran telah diterjemahkan ke dalam Peta Karnaugh. Sederhanakan fungsi Boolean yang bersesuaian sesederhana mungkin.

	$yz$ 00	01	11	10
$wx$	00	0	1	1
01	0	0	0	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

Jawab: (lihat Peta Karnaugh)  $f(w, x, y, z) = wy' + yz' + w'x'z$

**Contoh 5.13.** Minimisasi fungsi Boolean yang bersesuaian dengan Peta Karnaugh di bawah ini.

		yz	00	01	11	10
		wx	00	0	0	0
		01	0	1	0	0
		11	1	1	1	1
		10	1	1	1	1

Jawab: (lihat Peta Karnaugh)  $f(w, x, y, z) = w + xy'z$

Jika penyelesaian Contoh 5.13 adalah seperti di bawah ini:

		yz	00	01	11	10
		wx	00	0	0	0
		01	0	1	0	0
		11	1	1	1	1
		10	1	1	1	1

maka fungsi Boolean hasil penyederhanaan adalah

$$f(w, x, y, z) = w + w'xy'z \quad (\text{jumlah literal} = 5)$$

yang ternyata masih belum sederhana dibandingkan  $f(w, x, y, z) = w + xy'z$  ( $\text{jumlah literal} = 4$ ).

**Contoh 5.14.** (Penggulungan/*rolling*) Sederhanakan fungsi Boolean yang bersesuaian dengan Peta Karnaugh di bawah ini.

		yz				
		00	01	11	10	
wx		00	0	0	0	0
	01		1	0	0	1
	11		1	0	0	1
	10		0	0	0	0

Jawab:  $f(w, x, y, z) = xy'z' + xyz' \implies$  belum sederhana

Penyelesaian yang lebih minimal:

		yz				
		00	01	11	10	
wx		00	0	0	0	0
	01		1	0	0	1
	11		1	0	0	1
	10		0	0	0	0

$f(w, x, y, z) = xz' \implies$  lebih sederhana

**Contoh 5.15:** (Kelompok berlebihan) Sederhanakan fungsi Boolean yang bersesuaian dengan Peta Karnaugh di bawah ini.

		yz	00	01	11	10
		wx	00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0	
	01	0	1	0	0	
	11	0	1	1	0	
	10	0	0	1	0	

Jawab:  $f(w, x, y, z) = xy'z + wxz + wyz \rightarrow$  masih belum sederhana.

Penyelesaian yang lebih minimal:

		yz	00	01	11	10
		wx	00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0	
	01	0	1	0	0	
	11	0	1	1	0	
	10	0	0	1	0	

$$f(w, x, y, z) = xy'z + wyz \implies \text{lebih sederhana}$$

**Contoh 5.16.** Sederhanakan fungsi Boolean yang bersesuaian dengan Peta Karnaugh di bawah ini.

		cd			
		00	01	11	10
ab	00	0	0	0	0
	01	0	0	1	0
11	1	1	1	1	1
10	0	1	1	1	1

**Jawab:** (lihat Peta Karnaugh di atas)  $f(a, b, c, d) = ab + ad + ac + bcd$

**Contoh 5.17.** Minimisasi fungsi Boolean  $f(x, y, z) = x'z + x'y + xy'z + yz$

**Jawab:**

$$x'z = x'z(y + y') = x'yz + x'y'z$$

$$x'y = x'y(z + z') = x'yz + x'yz'$$

$$yz = yz(x + x') = xyz + x'yz$$

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= x'z + x'y + xy'z + yz \\ &= x'yz + x'y'z + x'yz + x'yz' + xy'z + xyz + x'yz \\ &= x'yz + x'y'z + x'yz' + xyz + xy'z \end{aligned}$$

Peta Karnaugh untuk fungsi tersebut adalah:

		yz			
		00	01	11	10
x	0		1	1	1
	1		1	1	

Hasil penyederhanaan:  $f(x, y, z) = z + x'yz'$

### Peta Karnaugh untuk lima peubah

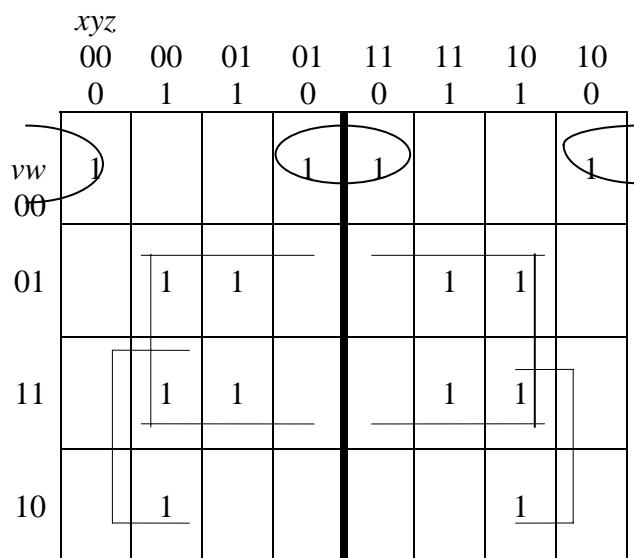
	000	001	011	010	110	111	101	100
00	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$	$m_6$	$m_7$	$m_5$	$m_4$
01	$m_8$	$m_9$	$m_{11}$	$m_{10}$	$m_{14}$	$m_{15}$	$m_{13}$	$m_{12}$
11	$m_{24}$	$m_{25}$	$m_{27}$	$m_{26}$	$m_{30}$	$m_{31}$	$m_{29}$	$m_{28}$
10	$m_{16}$	$m_{17}$	$m_{19}$	$m_{18}$	$m_{22}$	$m_{23}$	$m_{21}$	$m_{20}$

↑  
Garis pencerminkan

**Contoh 5.21.** (Contoh penggunaan Peta 5 peubah) Carilah fungsi sederhana dari  $f(v, w, x, y, z) = \Sigma (0, 2, 4, 6, 9, 11, 13, 15, 17, 21, 25, 27, 29, 31)$

Jawab:

Peta Karnaugh dari fungsi tersebut adalah:



$$\text{Jadi } f(v, w, x, y, z) = wz + v'w'z' + vy'z$$