

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательноеучреждение

высшего образования

«Московский государственный технический университетимени Н.Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)»(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ _ <u>Информатика, искусственный интеллект и системы управления</u>

КАФЕДРА _ <u>Системы обработки информации и управления</u>

Лабораторная работа №5 «Обучение на основе временны'х различий»

Студент группы ИУ5-23М

Кучин Е.А.

Цель работы

Ознакомление с базовыми методами обучения с подкреплением на основе временных различий.

Задание

На основе рассмотренного на лекции примера реализуйте следующие алгоритмы:

- SARSA
- Q-обучение
- Двойное Q-обучение

для любой среды обучения с подкреплением (кроме рассмотренной на лекции среды Toy Text / Frozen Lake) из библиотеки Gym (или аналогичной библиотеки).

Выполнение

Реализуем алгоритм Policy Iteration для среды Toy Text / CliffWalking-v0.

Код:

```
# Наименование алгоритма
   ALGO NAME = '---'
   def init (self, env, eps=0.1):
        # Среда
        self.env = env
       # Размерности Q-матрицы
        self.nA = env.action space.n
        self.nS = env.observation space.n
        # и сама матрица
        self.Q = np.zeros((self.nS, self.nA))
       # Значения коэффициентов
       # Порог выбора случайного действия
        self.eps = eps
        # Награды по эпизодам
        self.episodes_reward = []
   def print q(self):
        print('Вывод Q-матрицы для алгоритма ',
self.ALGO NAME)
        print(self.Q)
   def get_state(self, state):
        Возвращает правильное начальное состояние
        if type(state) is tuple:
            # Если состояние вернулось с виде кортежа,
то вернуть только номер состояния
            return state[0]
        else:
            return state
   def greedy(self, state):
```

```
<<Жадное>> текущее действие
        Возвращает действие, соответствующее
максимальному Q-значению
        для состояния state
        return np.argmax(self.Q[state])
    def make action(self, state):
        Выбор действия агентом
        if np.random.uniform(0, 1) < self.eps:</pre>
            # Если вероятность меньше ерѕ
            # то выбирается случайное действие
            return self.env.action space.sample()
        else:
            # иначе действие, соответствующее
максимальному Q-значению
            return self.greedy(state)
    def draw_episodes_reward(self):
        # Построение графика наград по эпизодам
        fig, ax = plt.subplots(figsize=(15, 10))
        y = self.episodes reward
        x = list(range(1, len(y) + 1))
        plt.plot(x, y, '-', linewidth=1, color='green')
        plt.title('Награды по эпизодам')
        plt.xlabel('Номер эпизода')
        plt.ylabel('Награда')
        plt.show()
    def learn(self):
        Реализация алгоритма обучения
```

```
pass
# ******** SARSA
*************
class SARSA Agent(BasicAgent):
   Реализация алгоритма SARSA
   # Наименование алгоритма
   ALGO NAME = 'SARSA'
   def init (self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98,
num episodes=20000):
       # Вызов конструктора верхнего уровня
       super().__init__(env, eps)
       # Learning rate
       self.lr = lr
       # Коэффициент дисконтирования
       self.gamma = gamma
       # Количество эпизодов
       self.num episodes = num episodes
       # Постепенное уменьшение ерѕ
       self.eps_decay = 0.00005
       self.eps_threshold = 0.01
   def learn(self):
       Обучение на основе алгоритма SARSA
       self.episodes_reward = []
       # Цикл по эпизодам
       for ep in tqdm(list(range(self.num_episodes))):
           # Начальное состояние среды
```

```
state = self.get state(self.env.reset())
            # Флаг штатного завершения эпизода
            done = False
            # Флаг нештатного завершения эпизода
            truncated = False
            # Суммарная награда по эпизоду
            tot rew = 0
            # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем
вероятность случайного выбора действия
            if self.eps > self.eps threshold:
                self.eps -= self.eps decay
            # Выбор действия
            action = self.make_action(state)
            # Проигрывание одного эпизода до финального
состояния
           while not (done or truncated):
                # Выполняем шаг в среде
                next_state, rew, done, truncated, _ =
self.env.step(action)
                # Выполняем следующее действие
                next action =
self.make action(next state)
                # Правило обновления Q для SARSA
                self.Q[state][action] =
self.Q[state][action] + self.lr * \
                                         (rew +
self.gamma * self.Q[next_state][next_action] -
self.Q[state][action])
```

```
# Следующее состояние считаем текущим
               state = next state
               action = next action
               # Суммарная награда за эпизод
               tot rew += rew
               if (done or truncated):
                   self.episodes reward.append(tot rew)
# ******* Q-обучение
*************
class QLearning_Agent(BasicAgent):
   Реализация алгоритма Q-Learning
   # Наименование алгоритма
   ALGO_NAME = 'Q-обучение'
   def __init__(self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98,
num episodes=20000):
       # Вызов конструктора верхнего уровня
       super().__init__(env, eps)
       # Learning rate
       self.lr = lr
       # Коэффициент дисконтирования
       self.gamma = gamma
       # Количество эпизодов
       self.num episodes = num episodes
       # Постепенное уменьшение ерѕ
       self.eps_decay = 0.00005
       self.eps_threshold = 0.01
   def learn(self):
       Обучение на основе алгоритма Q-Learning
```

```
self.episodes reward = []
        # Цикл по эпизодам
        for ep in tqdm(list(range(self.num episodes))):
            # Начальное состояние среды
            state = self.get state(self.env.reset())
            # Флаг штатного завершения эпизода
            done = False
            # Флаг нештатного завершения эпизода
            truncated = False
            # Суммарная награда по эпизоду
            tot rew = 0
            # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем
вероятность случайного выбора действия
            if self.eps > self.eps_threshold:
                self.eps -= self.eps_decay
            # Проигрывание одного эпизода до финального
состояния
            while not (done or truncated):
                # Выбор действия
                # B SARSA следующее действие выбиралось
после шага в среде
                action = self.make action(state)
                # Выполняем шаг в среде
                next_state, rew, done, truncated, _ =
self.env.step(action)
                # Правило обновления Q для SARSA (для
сравнения)
                # self.Q[state][action] =
self.Q[state][action] + self.lr * \
```

```
(rew + self.gamma *
self.Q[next state][next action] - self.Q[state][action])
               # Правило обновления для Q-обучения
               self.Q[state][action] =
self.Q[state][action] + self.lr * \
                                      (rew +
self.gamma * np.max(self.Q[next state]) -
self.Q[state][action])
               # Следующее состояние считаем текущим
               state = next state
               # Суммарная награда за эпизод
               tot rew += rew
               if (done or truncated):
                   self.episodes_reward.append(tot_rew)
# ****** ДВОЙНОЕ О-
обучение ***********************
class DoubleQLearning Agent(BasicAgent):
   Peaлизация алгоритма Double Q-Learning
   # Наименование алгоритма
   ALGO_NAME = 'Двойное Q-обучение'
   def __init__(self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98,
num episodes=20000):
       # Вызов конструктора верхнего уровня
       super().__init__(env, eps)
       # Вторая матрица
       self.Q2 = np.zeros((self.nS, self.nA))
       # Learning rate
       self.lr = lr
```

```
# Коэффициент дисконтирования
        self.gamma = gamma
        # Количество эпизодов
        self.num_episodes = num_episodes
        # Постепенное уменьшение ерѕ
        self.eps decay = 0.00005
        self.eps threshold = 0.01
    def greedy(self, state):
        <<Жадное>> текущее действие
        Возвращает действие, соответствующее
максимальному Q-значению
        для состояния state
        temp_q = self.Q[state] + self.Q2[state]
        return np.argmax(temp_q)
    def print q(self):
        print('Вывод Q-матриц для алгоритма ',
self.ALGO_NAME)
        print('Q1')
        print(self.Q)
        print('Q2')
        print(self.Q2)
    def learn(self):
        Обучение на основе алгоритма Double Q-Learning
        self.episodes reward = []
        # Цикл по эпизодам
        for ep in tqdm(list(range(self.num episodes))):
            # Начальное состояние среды
            state = self.get_state(self.env.reset())
```

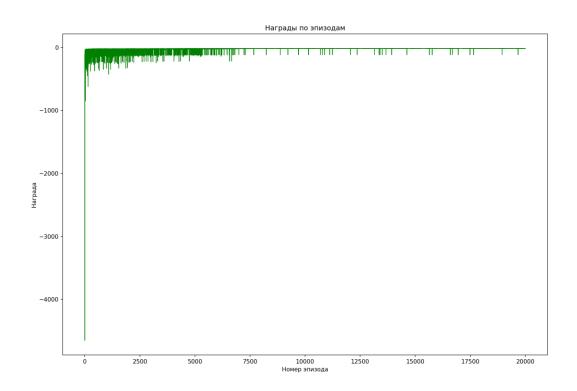
```
# Флаг штатного завершения эпизода
            done = False
            # Флаг нештатного завершения эпизода
            truncated = False
            # Суммарная награда по эпизоду
            tot rew = 0
            # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем
вероятность случайного выбора действия
            if self.eps > self.eps threshold:
                self.eps -= self.eps decay
            # Проигрывание одного эпизода до финального
состояния
            while not (done or truncated):
                # Выбор действия
                # B SARSA следующее действие выбиралось
после шага в среде
                action = self.make action(state)
                # Выполняем шаг в среде
                next_state, rew, done, truncated, _ =
self.env.step(action)
                if np.random.rand() < 0.5:</pre>
                    # Обновление первой таблицы
                    self.Q[state][action] =
self.Q[state][action] + self.lr * \
                                             (rew +
self.gamma *
self.Q2[next_state][np.argmax(self.Q[next_state])] -
                                              self.Q[stat
e][action])
                else:
```

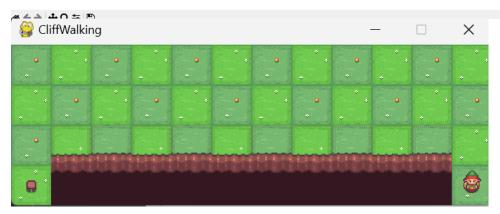
```
# Обновление второй таблицы
                    self.Q2[state][action] =
self.Q2[state][action] + self.lr * \
                                              (rew +
self.gamma *
self.Q[next state][np.argmax(self.Q2[next state])] -
                                               self.Q2[st
ate][action])
                # Следующее состояние считаем текущим
                state = next state
                # Суммарная награда за эпизод
                tot rew += rew
                if (done or truncated):
                    self.episodes reward.append(tot rew)
def play_agent(agent):
    Проигрывание сессии для обученного агента
    env2 = gym.make('CliffWalking-v0',
render_mode='human')
    state = env2.reset()[0]
    done = False
    while not done:
        action = agent.greedy(state)
        next_state, reward, terminated, truncated, _ =
env2.step(action)
        env2.render()
        state = next_state
        if terminated or truncated:
            done = True
def run sarsa():
```

```
env = gym.make('CliffWalking-v0')
    agent = SARSA_Agent(env)
    agent.learn()
    agent.print q()
    agent.draw episodes reward()
    play_agent(agent)
def run q learning():
    env = gym.make('CliffWalking-v0')
    agent = QLearning_Agent(env)
    agent.learn()
    agent.print_q()
    agent.draw_episodes_reward()
    play_agent(agent)
def run double q learning():
    env = gym.make('CliffWalking-v0')
    agent = DoubleQLearning Agent(env)
    agent.learn()
    agent.print_q()
    agent.draw_episodes_reward()
    play_agent(agent)
def main():
    run_sarsa()
    #run_q_learning()
    #run double q learning()
if __name__ == '__main__':
    main()
```

Результат работы программы для алгоритма SARSA:

```
Вывод Q-матрицы для алгоритма SARSA
[-12.48749754 - 11.66639835 - 13.42073519 - 13.40697399]
 [-11.69587112 -10.89505749 -12.57737613 -12.61879238]
 [-10.88311414 -10.11227071 -11.72924207 -11.8352084]
                             -11.0054496
 [-10.0419899]
                 -9.30820907
                                           -11.110293791
   -9.25989339
                             -10.17318446 -10.28687395]
                 -8.54590809
   -8.40886875
                 -7.57956895
                              -9.31565224
                                            -9.49054147]
                              -8.40163671
   -7.56078203
                 -6.68413961
                                            -8.59973287]
 Γ
   -6.66559792
                 -5.76683922
                              -6.28501812
                                            -7.69775871]
 Γ
   -5.75696866
                 -4.83729482
                              -5.2238815
                                            -6.86249333]
 Γ
   -4.85677362
                 -3.89454678
                              -4.11151426
                                            -5.99704317]
 [
   -3.91317819
                 -3.91242427
                              -2.94337292
                                            -5.067931621
                                           -13.93559129]
 [-13.36491905]
                -13.82214835
                             -14.96107432
 [ -12.42894123
                                           -16.12683897]
               -15.62397886
                             -20.5239411
                                           -17.98859378]
 [ -11.6908463
                -16.05227282
                             -30.04550455
 [ -10.88239699
               -15.78240856
                             -20.51226137
                                           -16.58667141]
 [-10.05864754]
               -14.54346638
                             -18.22055197
                                           -16.424908161
   -9.25048011
                -13.00032823
                             -24.10346982
                                           -14.787893131
 Γ
   -8.40076148
                -11.12026322 -16.85540569
                                           -17.241591461
Γ
   -7.53874372
                 -9.2911096
                              -14.91678344
                                           -13.687657081
Γ
   -8.48475534
                 -5.26445821
                             -13.43412488
                                           -11.189703811
Γ
                                           -10.169716411
   -7.20246703
                 -4.95648496 -13.71546024
Γ
   -5.64987908
                -2.950992
                             -17.24856808
                                            -6.822816771
Γ
[ -4.10683931
                 -2.96312386
                             -1.98030212
                                            -3.933276221
 [-13.98743904 -14.59224088 -15.60650741 -14.68899878]
 [-13.37198818 -28.17511889 -124.06346486 -21.24484419]
 [-17.41992889 -20.58117552 -110.65649897 -34.77547164]
 [ \ -15.69849349 \ \ -23.00234341 \ \ -114.51921178 \ \ \ -27.82403547]
 [-15.13898009 -17.01952102 -108.10380725 -17.30157339]
 [-15.45391474 -18.50195183 -92.56229261 -23.96747221]
 [-13.60649575 -22.5595971 -113.13314213 -18.99061304]
 [-12.67095676 -20.12032339 -105.99206364 -17.04193753]
 [-10.37764034 -11.65327985 -108.26544233 -17.6272184]
 \begin{bmatrix} -6.80516723 & -19.88266747 & -112.95616525 & -19.98106297 \end{bmatrix}
   -6.67918154 -2.08833782 -124.13140443 -13.83511482]
   -3.16494695 -1.98225499
                             -1.
                                            -3.1106409 ]
 [ -14.68094891 -114.78397415
                             -15.4109003
                                           -15.46183668]
    0.
                  0.
                               0.
                                            0.
                                                       ]
 Γ
    0.
                  0.
                                0.
                                             0.
                                                       ]
 [
    0.
                  0.
                                0.
                                             0.
 [
                                                       ]
    0.
                  0.
                               0.
                                             0.
 [
                                                       ]
    0.
                  0.
                               0.
                                             0.
 [
                                                       ]
                              0.
                                             0.
 Γ
    0.
                  0.
                                                       1
                                             0.
 Γ
    0.
                  0.
                              0.
                                                       1
 Γ
    0.
                  0.
                              0.
                                             0.
                                                       1
 Γ
    0.
                 0.
                              0.
                                             0.
                                                       1
    0.
                 0.
                               0.
                                             0.
Γ
                                                       1
    0.
                  0.
                                0.
                                             0.
                                                       11
 Γ
```

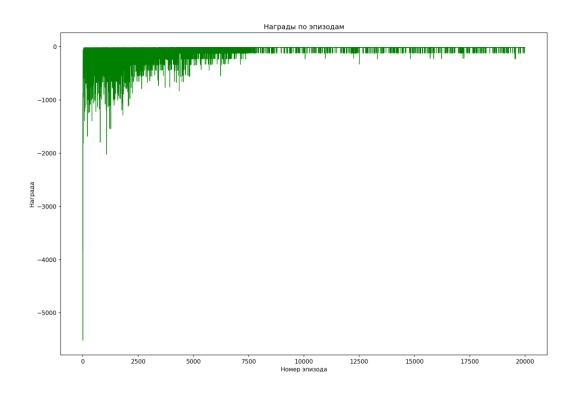


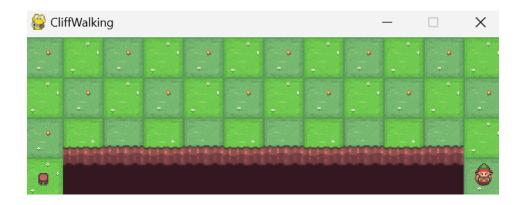


Результат работы программы для алгоритма Q-обучение:

```
[[-12.39040286 -12.29707966 -12.29595193 -12.41197684]
[ -11.47097796  -10.76412481  -10.76412849  -12.16752484]
[-10.69827652 -9.96342835 -9.96342804 -11.30099155]
[-9.92683095 -9.14635924 -9.14635924 -10.69710935]
\begin{bmatrix} -9.11229633 & -8.31261181 & -8.31261181 & -9.94743834 \end{bmatrix}
[ -8.30698013 -7.46184886 -7.46184886 -9.13200698]
[ -7.44902392 -6.59372333 -6.59372333 -8.27439168]
[ -6.59130676
               -5.70788096
                            -5.70788096 -7.44057164]
\begin{bmatrix} -5.69320462 & -4.80396016 & -4.80396016 & -6.58044772 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} -4.74769989 & -3.881592 & -3.881592 & -5.68125047 \end{bmatrix}
[ -3.87614256 -3.8642663
                            -2.9404 -4.76388909]
\begin{bmatrix} -13.02802 & -11.54888054 & -11.54888054 & -12.31765028 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} -12.31522008 & -10.76416381 & -10.76416381 & -12.317898181 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} -11.54875765 & -9.96343246 & -9.96343246 & -11.548880461 \end{bmatrix}
[-10.76414179 -9.14635966 -9.14635966 -10.76416377]
\begin{bmatrix} -9.96343087 & -8.31261189 & -8.31261189 & -9.96343245 \end{bmatrix}
[ -9.14635892 -7.46184887
                           -7.46184887 -9.14635965]
               -6.59372334 -6.59372334 -8.31261189]
[ -8.3126118
               -5.70788096 -5.70788096 -7.461848861
-7.4618488
\begin{bmatrix} -6.59372333 & -4.80396016 & -4.80396016 & -6.59372331 \end{bmatrix}
[ -5.70788092 -3.881592
                            -3.881592
                                        -5.70788093]
[ -4.80396015
               -2.9404
                            -2.9404
                                         -4.80396015]
[ -3.881592
               -2.9404
                            -1.98
                                         -3.881592 ]
[-12.31790293 -10.76416381 -12.31790293 -11.54888054]
[ -9.96343246
               -8.31261189 -111.31790293 -9.96343246]
[-9.14635966 -7.46184887 -111.31790293 -9.14635966]
               -6.59372334 -111.31790293 -8.31261189]
[ -8.31261189
[ -7.46184887 -5.70788096 -111.31790293 -7.46184887]
               -4.80396016 -111.31790293 -6.593723341
[ -6.59372334
-2.9404 -111.31790293 -4.80396016]
[-4.80396016
[ -3.881592
               -1.98 -111.31790293 -3.881592 ]
```

```
[ -2.9404
              -1.98
                                   -1.
                                                    -2.9404 ]
 [ -11.54888054 -111.31790293 -12.31790293 -12.31790293]
     0.
                     0.
                                      0.
                                                      0.
                                                                 ]
 [
     0.
                     0.
                                      0.
                                                      0.
                                                                 ]
                     0.
                                      0.
                                                      0.
     0.
                                                                 ]
                     0.
                                      0.
     0.
                                                      0.
                                                                 ]
                                      0.
                     0.
                                                      0.
     0.
                                                                 ]
     0.
                     0.
                                      0.
                                                      0.
                                                                 ]
                     0.
                                      0.
                                                      0.
 [
     0.
                                                                 ]
     0.
                     0.
                                      0.
                                                      0.
                                                                 ]
     0.
                     0.
                                      0.
                                                      0.
                                                                 ]
     0.
                     0.
                                      0.
                                                      0.
                                                                 ]
                     0.
                                      0.
                                                      0.
                                                                 ]]
 [
     0.
K Figure 1
```



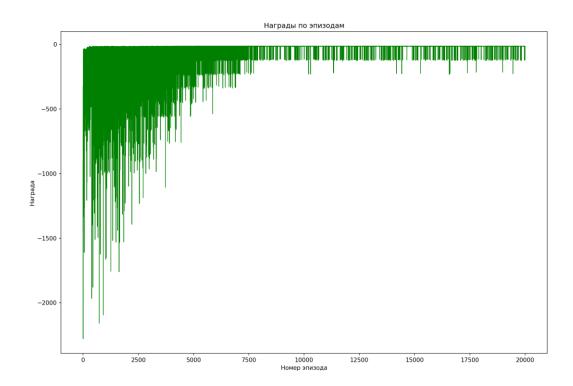


Результат работы программы для алгоритма двойное Q-обучение:

Вывод Q-матриц для алгоритма Двойное Q-обучение Q1 [[-31.30239245 -32.78573759 -12.35500081 -32.29949003] [-30.44992982 -23.4106236 -11.5556959 -25.00168031] [-22.79817579 -28.29203216 -11.00737396 -27.64824564][-24.25554908 -10.10026098 -15.82347474 -20.417121121 -15.01359927 -20.73031304] $\begin{bmatrix} -12.49020543 & -8.31269022 & -11.50301622 & -16.660006 \end{bmatrix}$ [-10.85105875 -13.48027072 -7.46184911 -13.61604636][-18.52512188 -22.19278191 -6.70817639 -16.78416999] [-18.789363 -6.24827683 -14.75298559 -17.79091852[-10.20231857 -15.07025526 -15.354384631 -4.97712694 [-7.209865]-4.62463389 -3.8815927 -8.69575185] [-4.88373469 -5.56844509 -2.94182622 -7.044189651 [-13.97497275 -11.54888054 -11.55888215 -12.625022391 [-12.33777678 -10.77935272 -10.76416381 -12.32620431] [-11.88903093 -9.96343246 -10.21971625 -11.59614557] [-11.41208797 -9.15937848 -9.14635966 -10.776044211 -8.31261189 -8.52837283 -10.89006617] [-11.15673676 [-9.28834393 -7.46184887 -7.66507269 -9.241890471 -6.59372334 -8.3328309] [-8.32171158 -6.59557023 [-9.40682605 -6.96996154 -5.70788096 -7.68570575] [-13.9177877 -5.37173809 -5.86801328 -8.93239961] -3.86199857 -5.95351265] [-5.94856238 -3.881592 [-5.14991675 -2.9404 -2.95484618 -6.54286376] -3.88712193 -2.94078113 -3.8811746] -1.98 [-12.31790293 -10.76416381 -12.31790293 -11.54888054][-11.54888054]-9.96343246 -111.31790293 -11.54888054] [-10.76416381-9.14635966 -111.31790293 -10.76416381] [-9.96343246 -8.31261189 -111.31790293 -9.963432461 -9.14635966 -7.46184887 -111.31790293 -9.146359661 [-8.31261189 -6.59372334 -111.31790293 -8.312611891 [-7.46184887 -5.70788096 -111.31790293 -7.46184887] [-6.59372334 -4.80396016 -111.31790293 -6.59372334] [-5.70788111 -3.881592 -111.31790293 -5.707880961

```
[ -5.36942648
                 -2.9404
                          -111.31790293 -4.80396016]
 [ -3.881592
                 -1.98
                            -111.31790292 -3.881592 ]
[-2.9404]
                 -1.98
                                             -2.9404
                               -1.
                                                       1
 [ -11.54888054 -111.31790293 -12.31790293 -12.31790293]
    0.
                   0.
                                0.
                                               0.
                                                        ]
                  0.
                                0.
                                               0.
    0.
                                                         1
     0.
                   0.
                                 0.
                                               0.
                                                        1
 [
     0.
                  0.
                                 0.
                                               0.
                                                         ]
 [
     0.
                  0.
                                 0.
                                               0.
                                                        ]
                                               0.
 [
    0.
                  0.
                                 0 .
                                                        ]
 [
    0.
                   0.
                                 0.
                                               \cap
                                                         ]
     0.
                                 0.
                                               0.
 [
                   0 .
                                                        ]
 [
                  0.
                                 0.
                                               0.
     0.
                                                         1
 [
     0.
                  0.
                                 0.
                                               0.
                                                         ]
     0.
                   0.
                                 0.
                                                         ]]
Q2
[[-27.95999372 -27.65522049 -12.43118643 -34.12091714]
[ -22.70521736 -30.51486467
                              -11.55067282 -31.698515361
[ -25.02207967 -25.63618176
                              -10.79829408 -20.3871938 ]
 [-18.92953685 -10.25796951 -20.67466875 -27.72676873]
 [-20.48767408 -9.15631827 -14.96758357 -19.00979969]
 [ -13.54411419
                -8.31266702 -11.9656263 -13.2958664 ]
 [ -11.17451455 -11.61018662
                              -7.46184893 -12.33040904]
 [ -15.15761976 -19.21849256
                              -6.86591433 -19.19134475]
 \begin{bmatrix} -17.32274286 & -8.38988048 & -20.36604338 & -14.93061311 \end{bmatrix}
 [ -13.26012052
                 -4.81213728
                               -5.17641022 -16.51875629]
 [ -6.31997876
                 -4.91501992
                              -3.90889175 -12.87767264]
 [ -5.33209214
                 -5.83233982
                              -2.94092812 -5.921789261
 [ -13.40752705 -11.54888054
                              -11.61738802 -12.38571099]
 [ -12.37367744 -10.76938292
                              -10.76416381 -12.31859505]
 [ -13.33359774
                 -9.96343246
                              -10.18938012 -11.68346535]
 [ -12.02677672
                 -9.19382348
                              -9.14635966 -10.79240262]
 [ -11.77905376
                 -8.31261189
                              -9.16826357 -10.977179421
[ -9.22294796
                 -7.46184887
                              -7.49308202 -9.179155391
 [ -8.32386027
                 -6.59623927
                               -6.59372334 -8.328001591
                 -9.27048179
                              -5.70788096 -7.84560688]
 [ -8.84438772
```

```
\begin{bmatrix} -11.49465463 & -4.80396016 & -5.42172141 & -8.85363475 \end{bmatrix}
[ -8.12892592
               -3.89576725 -4.45130001 -8.22197768]
[-4.8227216
               -2.9404
                           -2.93945816 -4.803289431
[ -3.89927613 -2.94146745 -1.98
                                        -3.968898781
[-12.31790293 -10.76416381 -12.31790293 -11.54888054]
[ -10.76416381
               -9.14635966 -111.31790293 -10.76416381]
               -8.31261189 -111.31790293 -9.96343246]
[ -9.96343246
[ -9.14635966
               -7.46184887 -111.31790293 -9.146359661
[ -8.31261189
               -6.59372334 -111.31790293 -8.31261189]
[ -7.46184887 -5.70788096 -111.31790293 -7.46184887]
[ -6.59372334
               -4.80396016 -111.31790293 -6.59372334]
              -3.881592 -111.31790293 -5.70788096]
[ -6.27862955
                         -111.31790293 -4.80396016]
[ -4.80396016 -2.9404 ]
                         -111.31790293 -3.881592 ]
[ -3.89632284 -1.98
               -1.98
[-2.9404]
                           -1.
                                         -2.9404
                                                  1
[-11.54888054 - 111.31790293 - 12.31790293 - 12.31790293]
                0.
                             0.
[ 0.
                                          0.
                                                   1
   0.
                0.
                             0.
                                          0.
Γ
                                                   1
   0.
                0.
                             0.
                                          0.
                                                   ]
                             0.
   0.
                0.
                                          0.
[
                                                   ]
[
   0.
                0.
                             0.
                                          0.
                                                   ]
[
   0.
                0.
                             0.
                                          0.
                                                   ]
                             0.
   0.
                0.
                                          0.
                                                   1
   0.
                0.
                             0.
                                          0.
[
                                                   ]
[
   0.
                0.
                             0.
                                          0.
                                                   ]
[
   0.
                0.
                             0.
                                          0.
                                                   ]
   0.
                0.
                             0.
                                          0.
                                                   ]]
```



4 4 1 ± 0 ± 10

