



LinAlgDat

2018/2019

Prøve I, tirsdag d. 21/5 2019 kl. 11:00–12:15

Velkommen! Det er tilladt at medbringe skriftligt materiale såsom bøger, noter og lignende på papirform eller USB-stik til prøven. Ingen yderligere elektroniske hjælpemidler må medbringes.

Opgave 1 (50%)

Betragt ligningssystemet (med ukendt a):

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 - x_4 &= 1 \\x_1 - x_2 + x_3 + ax_4 &= 0 \\2x_1 - 4x_2 + ax_3 + (a-2)x_4 &= 0.\end{aligned}$$

(a) Opstil ligningssystemets totalmatrix og udfør følgende rækkeoperationer:

$$-\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{r}_2, \quad -2\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_3 \rightarrow \mathbf{r}_3, \quad 2\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{r}_1.$$

(b) Bestem for samtlige værdier af a løsningsmængden til ligningssystemet.

(c) Lad $a = 0$ og lad \mathbf{A} betegne koefficientmatricen for ligningssystemet. Begrund, at der findes en invertibel matrix \mathbf{X} så

$$\mathbf{XA} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Opgave 2 (50%)

Betragt den lineære transformation $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ givet ved forskriften:

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestem forskriften den inverse lineære transformation $T^{-1}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

Betragt herefter den lineære transformation $S: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ givet ved:

$$S \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = y_1 - y_2 + y_3.$$

(b) Bestem en basis for $\text{Ker}(S \circ T)$.