

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey



Tecnológico de Monterrey

**Inteligencia artificial avanzada para la ciencia de datos I
(Gpo 101)**

2. La variable continua: Unos problemillas

Facundo Colasurdo Caldironi A01198015

- Parte 1: Unos problemitas

- De la presentación: 2-Variable continua, resuelve:

- Ejemplo 1: encuentra el valor de c que hace que $f(x)$ sea una función de densidad de la variable aleatoria X y calcula $P(0 < X < 1)$

Handwritten notes for Example 1:

$f(x) = \begin{cases} cx & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

1. Calcule el valor de la constante C para que $f(x)$ sea una función de densidad de x .
1. $3/8$

2. Calcule $P[0 < X \leq 1]$.
2. $\frac{1}{8}$

3) $\int_0^2 cx^2 dx = 1$

$c \int_0^2 x^2 dx = 1$

$\int_0^2 \frac{x^3}{3} = 1$

$\left(\frac{(2)^3}{3} - \frac{0}{3}\right) = 1$

$\left(\frac{8}{3} - \frac{0}{3}\right) = 1$

$\frac{8}{3} = 1$

4) $\int_0^1 \frac{3}{8} x^2 dx = \frac{3}{8} \left(\frac{1}{3}\right)$

$\left(\frac{3}{8} \left(\frac{x^3}{3}\right)\right)_0^1 = \frac{3}{8} \left(\frac{1^3}{3}\right) = \frac{1}{8}$

- Ejemplo 2: Del flujo vehicular

- Puedes resolver los problemas con la herramienta que consideres más apropiada: R, Maxima, Mathematica, Matlab, Calculadora con CAS, a mano (en papel o tablet). Indica cuál fue la herramienta que usaste para resolver las integrales.
- Imprime tu trabajo en pdf (puede ser una foto si lo hiciste a mano)

X = Tiempo transcurrido en segundos

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^4} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases}$$

a)

$$\int_1^\infty \frac{k}{x^4} dx = k x^{-4} = \left(\frac{k x^{-3}}{-3} \right) \Big|_1^\infty = \left(\frac{k}{-3 x^3} \right) \Big|_1^\infty$$
$$= \left. \frac{k}{3 x^3} \right|_1^\infty = \frac{k}{3(1)^3} = \frac{k}{3} \quad \frac{k}{3} = 1$$

$$k = 3$$

b)

$$[E(x)]^2$$

$$\int_1^\infty x f(x) dx = x \cdot \frac{3}{x^4} dx = \frac{3}{x^3} dx = \left[\frac{3}{-2x^2} \right] = \left[\frac{3}{-2(1)^2} \right] - \frac{3}{2}$$

$$E(x)^2$$

$$\int_1^\infty x^2 f(x) dx = x^2 \left(\frac{3}{x^4} \right) dx = \frac{3}{x^2} dx = \left[\frac{3}{-x} \right] = \frac{3}{-1}$$

$$E(x)^2 - [E(x)]^2$$

$$= 3 - \left(\frac{3}{2} \right)^2 = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$$

$$6) \int_{-\infty}^x f(x) dx = \int_1^x \frac{3}{x^4} dx = \left(-\frac{1}{x^3} \right) \Big|_1^x = \left(-\frac{1}{x^3} \right) \Big|_1^{\infty}$$

$$= -\frac{1}{(\infty)^3} + \frac{1}{1^3} = -\frac{1}{\infty^3} + 1 = \underline{\underline{1 - \frac{1}{\infty^3}}}$$

$$7) P(X > 2) = \int_2^{\infty} \frac{3}{x^4} dx = 3 \int_2^{\infty} \frac{1}{x^4} dx = x^{-4} \Big|_2^{\infty} = 13 \frac{1}{x^3} \Big|_2^{\infty}$$

$$= 0 - [-\frac{1}{8}] = \frac{1}{8} \quad P(X > 2) = \frac{1}{8}$$

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{1}{x^3} \quad P(X < 2) = 1 - \frac{1}{8} = \underline{\underline{\frac{7}{8}}}$$