

1、 主观题

1.

(8 分) 交换二次积分的次序

$$\int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^1 f(x, y) dx + \int_2^3 dy \int_{y-2}^1 f(x, y) dx.$$

2.

(6 分) 求曲面 $z = x^2 + y^2$ 被平面 $z = 2$ 所截部分的面积.

3.

(6 分) 求二重积分 $\iint_D r d\sigma$, 其中 D 是心脏线 $r = a(1 + \cos \theta)$ 与圆周 $r = a$ ($a > 0$) 所围的不包含原点的区域.

4.

(10 分) 设 Γ 为柱面 $x^2 + y^2 = 2y$ 与平面 $y = z$ 的交线, 从 z 轴正向看为顺时针, 计算

$$I = \oint_{\Gamma} y^2 dx + xy dy + xz dz.$$

5.

(15 分) 已知曲线积分

$$\int_L (-2f(x) + e^x + 10 \cos x) \sin y dx + (f'(x) - 3f(x)) \cos y dy$$

与积分路径无关, $f(x)$ 有连续的二阶导函数, 求 $f(x)$.

6.

(8 分) 计算第二型曲面积分 $\iint_S xyz dx dy$, 其中 S 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 在第八卦限的部分, 取球面外侧.

7.

(8 分) 求方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{6y}{x} - xy^2$ 的通解.

8.

(8 分) 求微分方程 $y \cdot y'' - (y')^2 = 0$ 满足初始条件 $y(0) = y'(0) = 1$ 的特解.

9.

(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} x^{2n-2}$ 的收敛半径、收敛区间与收敛域.

10.

(10 分) 讨论下列级数的敛散性:

1) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(\ln n)^{\ln n}}$. 2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^{0.9}(\ln \ln n)^9}$.

11.

(8 分) 证明函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x^2 e^{-x^2 n^{1.5}}$ 在 $(-\infty < x < \infty)$ 上一致收敛.

12.

(5 分) 证明级数 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos n\varphi}{n}$ 不是绝对收敛.