

FILTRAGE PASSIF

Cours 1-ère année
Bachelor Cybersécurité
EPITA

Sommaire

- **1 OBJECTIF DU COURS**
- **2 QCM (rappel des pré-requis)**
- **3 IMPEDANCE COMPLEXE**
 - 3.1 IMPEDANCE DE LA RESISTANCE
 - 3.2 IMPEDANCE DE L'INDUCTANCE
 - 3.3 IMPEDANCE DU CONDENSATEUR
- **4 FONCTION DE TRANSFERT**
- **5 DIAGRAMME DE BODE**
- **6 EXERCICES**

Objectif du cours

AVIS	CRITÈRES	LE P'TIT TRUC EN PLUS	COMPÉTENT	EN COURS D'ACQUISITION	DÉBUTANT
Décrire le comportement et le type d'un circuit de filtrage du 1er ordre		Etre capable d'ajuster les paramètres de filtres	<ul style="list-style-type: none"> • Relier les dimensions mathématique et physique du problème afin de prédire le fonctionnement du circuit en dressant La représentation de bode ou on définit la courbe de gain et la courbe de phase • Déterminer le type de montage (passe bas, passe haut ou passe bande...) • Catégoriser le type de filtre (1er ordre, 2eme ordre...) • identifier certaines paramètres spécifique aux filtre (fréquence de coupure, résonnance...) 	<ul style="list-style-type: none"> • Définir les deux fonctions de la pulsation w : <ul style="list-style-type: none"> » le gain qui correspond au module de la fonction de transfert » la phase qui correspond à l'argument de la fonction de transfert 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifier les différents éléments du montage (entrée, sortie, contre réaction, alimentation, etc). • Déterminer l'impédance des différents blocs constitutifs.

QCM (rappel des pré-requis)

L'impédance complexe d'une inductance est :

- ☐ $L\omega$
- ☐ $jL\omega$
- ☐ $-jL\omega$

L'admittance complexe d'un condensateur est :

- ☐ $jC\omega$
- ☐ $-jC\omega$
- ☐ $\frac{1}{jC\omega}$

L'impédance complexe de R et L en série est :

- ☐ $R + jL\omega$
- ☐ $R + L\omega$
- ☐ $\frac{jRL\omega}{(R + jL\omega)}$

L'impédance complexe de R et C en parallèle est :

- ☐ $\frac{1}{R + C\omega}$
- ☐ $\frac{R}{(1 + jRC\omega)}$
- ☐ $\frac{1}{R - jC\omega}$

3. Impédance Complexe

Pour un dipôle D, parcouru par le courant $i(t)$ et aux bornes duquel on mesure la tension $u(t)$, l'impédance complexe est définie comme étant le rapport de la représentation complexe de $u(t)$ par celle de $i(t)$:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

3.1 Impédance de la résistance

Aux bornes d'une résistance, $u = R i$.
Donc

$$\underline{Z}_R = R$$

Remarques :

- L'impédance dépend de la fréquence
- Une impédance qui a une partie imaginaire négative est de type *capacitif*
- Une impédance qui a une partie imaginaire positive est de type *inductif*.
- La partie réelle d'une impédance est de type *résistif* et est toujours positive.
- Le condensateur déphase le courant par rapport à la tension de $-90^\circ \Rightarrow i(t)$ est en avance sur $u(t)$.
- La bobine déphase le courant par rapport à la tension de $+90^\circ \Rightarrow i(t)$ est en retard sur $u(t)$.

3.2 Impédance de l'inductance

Aux bornes d'une inductance, $u = L \frac{di}{dt}$.

Si $\underline{I} = I \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$, alors $\underline{U} = L \cdot j\omega \underline{I}$

Donc

$$\underline{Z}_L = jL\omega$$

3.3 Impédance du condensateur

Aux bornes d'un condensateur, $i = C \frac{du}{dt}$.

Si $\underline{U} = U \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$, alors $\underline{I} = C \cdot j\omega \underline{U}$

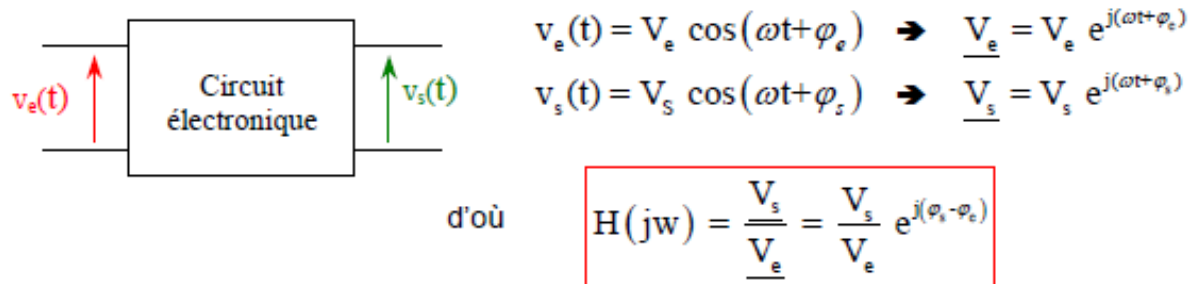
Donc

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$$

5. Notion de fonction de transfert

L'impédance de certains éléments de base de l'électrocinétique est variable avec la pulsation de la source d'alimentation. Cette propriété est utilisée dans les fonctions électroniques où interviennent des signaux à fréquence variable. Les circuits électroniques sont alors décrits par leur fonction de transfert. Elle traduit le rapport entre la grandeur de sortie et celle d'entrée et son étude permet de décrire les propriétés du circuit associé. En régime sinusoïdal, c'est une fonction complexe de la variable *fréquence*. C'est donc la vision fréquentielle des signaux qui sera étudiée, se substituant à la vision temporelle. Les amplitudes et phases relatives des signaux en fonction de la fréquence constitueront le centre des études.

On représente un circuit électronique sous la forme d'une "boîte noire" et on considère l'entrée et la sortie sous leur représentation complexe.



On définit alors les deux fonctions de la pulsation ω :

- le **gain** du circuit qui est le module de la fonction de transfert :
- la **phase** du circuit qui est l'argument de la fonction de transfert :

$$H(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$$

$$\varphi = \arg[\underline{H}(j\omega)] = \varphi_s - \varphi_e$$

6.Représentation de Bode

L'analyse purement algébrique de l'évolution du gain et de la phase de la fonction de transfert d'un circuit devient souvent très vite complexe et fastidieuse. Aussi, on préfère utiliser une représentation graphique : **les diagrammes de Bode**. On définit :

- La courbe de gain : $G_{dB} = 20 \log(|H(j\omega)|) = 20 \log H(\omega)$ qui s'exprime en *décibel (dB)*
- La courbe de phase : $\varphi = \arg[H(j\omega)] = \varphi_e - \varphi_s$

Remarques :

L'axe des fréquences est en échelle *logarithmique* (graduée par décade), ce qui permet une représentation sur une plus large plage de valeurs (compression d'échelle).

Les diagrammes de Bode peuvent se représenter sous forme de courbe réelles ou de diagrammes asymptotiques :

- **courbes réelles** : c'est la représentation graphique des fonctions G_{dB} et φ en fonction de f ou de ω .
- **diagramme asymptotique** : c'est la représentation graphique simplifiée des fonctions à l'aide de leurs équivalents aux bornes du domaine de définition ($\omega \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$ et $\omega \rightarrow \omega_c$).

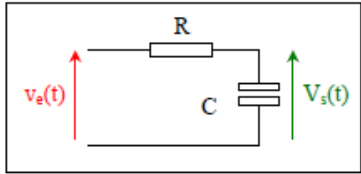
Note importante sur les commodités d'écriture

$$s = j\omega = j 2 \pi f \quad (\omega = 2\pi f) \quad \text{ou} \quad p = j\omega$$

$$\omega_0 = 2 \pi f_0 = 1 / \tau \quad f_0 : \text{fréquence de coupure} \quad \tau : \text{constante de temps}$$

6.Représentation de Bode

Exemple : Etude d'un circuit RC



La fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

si on pose $\omega_c = 1/RC$, la fonction de transfert devient : $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$

D'où :

$$\left| \underline{H}(j\omega) \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2}}$$

$$\varphi = -\text{Arctan} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

Calcul de l'argument de H

Calcul du module de H

$$\underline{H} = \frac{1}{\left[1 + j\frac{W}{W_0} \right]}$$

$$\underline{H} = \frac{1 + j0}{\left[1 + j\frac{W}{W_c} \right]}$$

$$\varphi = \frac{\text{Arctag} (0 / 1)}{\text{Arctag} [(W / W_c) / 1]}$$

$$\varphi = \frac{\text{Arctag} (0)}{\text{Arctag} (W / W_c)}$$

$$\varphi = 0 - \text{Arctag} (W / W_c)$$

$$\varphi = -\text{Arctag} (W / W_c)$$

φ : degré

Si $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{V}_s \rightarrow \underline{V}_e = \underline{V}_s \text{ max}$

Si $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \underline{V}_s \rightarrow 0 \text{ V} = \underline{V}_s \text{ min}$

- La tension de sortie est fortement atténuée pour les hautes fréquences et fortement favorisée pour les basses fréquences . Donc , c'est un passe bas .

$$\underline{H} = \frac{1}{\left(1 + j\frac{W}{W_c} \right)} = \frac{1 + j0}{\left(1 + j\frac{W}{W_c} \right)}$$

$$|\underline{H}| = \left\| \frac{1 + j0}{\left(1 + j\frac{W}{W_c} \right)} \right\| = \frac{\|1 + j0\|}{\left\| \left(1 + j\frac{W}{W_c} \right) \right\|}$$

$$|\underline{H}| = \frac{\sqrt{(1)^2 + (0)^2}}{\sqrt{(1)^2 + \left(\frac{W}{W_c} \right)^2}}$$

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_c} \right)^2}}$$

6.Représentation de Bode

Etude du module :

$$G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)| = -10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

- aux basses fréquences, $\omega \rightarrow 0$ donc $G_{dB} \rightarrow 0$
- aux hautes fréquences, $\omega \rightarrow +\infty$ donc $G_{dB} \rightarrow 20 \log \omega_c - 20 \log \omega$
- pour $\omega = \omega_c$, $G_{dB} = -10 \log 2 = -3dB$
- calcul de la pente aux hautes fréquences :
 - sur $[\omega_c, 2\omega_c]$, $G_{dB} = [20 \log \omega_c - 20 \log \omega_c] - [20 \log \omega_c - 20 \log 2\omega_c] = -20 \log 2 = -6dB$
 - sur $[\omega_c, 10\omega_c]$, $G_{dB} = [20 \log \omega_c - 20 \log \omega_c] - [20 \log \omega_c - 20 \log 10\omega_c] = -20 \log 10 = -20dB$

La représentation asymptotique de Bode est donc composée de 2 asymptotes :

- ✓ 1 asymptote parallèle à l'axe des fréquences pour $\omega < \omega_c$ ($G_{dB} = 0dB$)
- ✓ 1 asymptote oblique de pente $-6dB/octave$ ou $-20dB/décade$ pour $\omega > \omega_c$
- ✓ le point d'intersection entre les 2 asymptotes est le point où $\omega = \omega_c$, c'est la **pulsation de coupure**

Etude de l'argument :

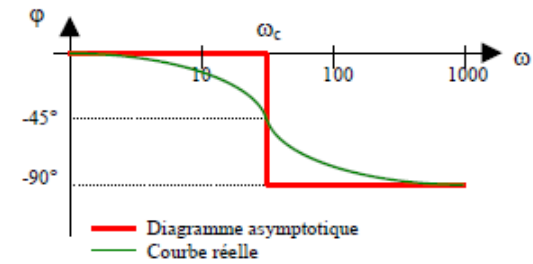
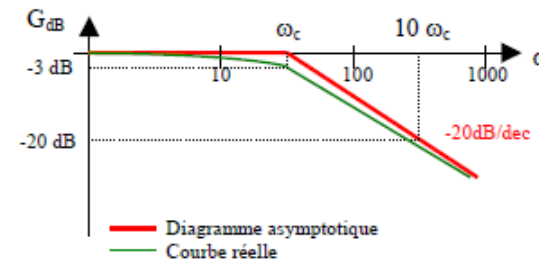
$$\varphi = -\text{Arctan} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

- aux basses fréquences, $\omega \rightarrow 0$ donc $\varphi \rightarrow 0^\circ$
- aux hautes fréquences, $\omega \rightarrow +\infty$ donc $\varphi \rightarrow -90^\circ$
- pour $\omega = \omega_c$, $G_{dB} = -\text{Arctan} 1 = -45^\circ$

La représentation asymptotique de Bode est donc composée de 2 asymptotes :

- ✓ 1 asymptote parallèle à l'axe des fréquences pour $\omega < \omega_c$ ($\varphi = 0^\circ$)
- ✓ 1 asymptote parallèle à l'axe des fréquences pour $\omega > \omega_c$ ($\varphi = -90^\circ$)
- ✓ le point d'intersection entre les 2 asymptotes est le point où $\omega = \omega_c$ ($\varphi = -45^\circ$)

Courbes de Bode :



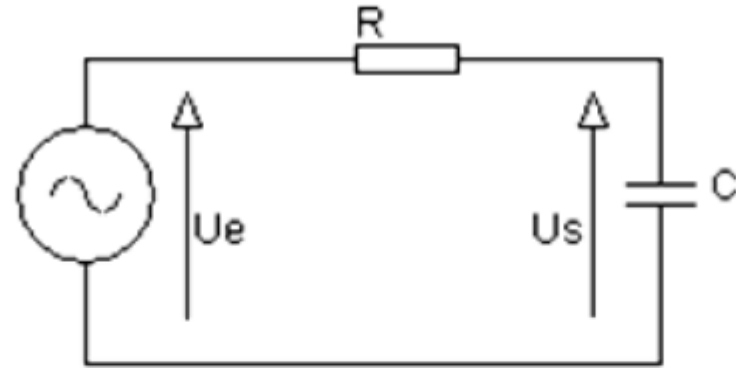
Remarques :

La pente à $\pm 20 \text{ dB/décade}$ (ou $\pm 6 \text{ dB/décade}$) est typique d'un système du 1^{er} ordre en ω .
Le déphasage de $\pm 90^\circ$ est typique d'un système du 1^{er} ordre en ω .
Un système d'ordre n apportera des pentes et des déphasages n fois plus grand.

Exercices

Exercice 1

Soit le filtre suivant :



$$U_e = 10V \quad R = 1k \quad C = 20nF$$

1. Exprimer sa fonction de transfert A_v en fonction de f et f_c .
2. Quelle est la fréquence de coupure du circuit?
3. Que valent U_s , $G(\text{dB}) = 20\log|A_v|$ et le déphasage φ à la fréquence de coupure?
4. Que valent U_s , A_v (dB) et φ à $f_c/10$, $f_c/2$, $2 \times f_c$ et $10 \times f_c$?
5. Déterminer les équations des asymptotes et tracer les diagrammes de Bode de la phase et de l'amplitude.

1.

$$A_v = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

$$|A_v| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_c})^2}}$$

2. $\omega_0 = RC = 2\pi f_c \Rightarrow f_c = 1/2\pi RC = 7,96 \text{ kHz}$ (fréquence de coupure)

3. à la fréquence de coupure : $f = f_c$

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_c})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$U_s = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ V}$$

$$G(\text{dB}) = 20\log|A_v| = 20\log \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$G(\text{dB}) = -3 \text{ dB}$$

$$\varphi = -\text{Arctg } \omega/\omega_0 = -\text{Arctg } 1$$

$$\varphi = -45^\circ$$

4.

	f(Hz)	Us(V)	Av(dB)	φ (degré)
fc	7957,75	7,07	- 3,01	- 45,00
fc/10	795,77	9,95	- 0,04	- 5,71
fc/2	3978,87	8,94	- 0,97	- 26,57
2fc	15915,49	4,47	- 6,99	- 63,43
10fc	79577,47	1,00	- 20,04	- 84,29

5. Diagrammes de Bode de la phase et de l'amplitude.

$$G(\text{dB}) = 20 \log |A_v| = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = 20 \log 1 - 10 \log (1 + (\omega / \omega_0)^2)$$

$$G(\text{dB}) = - 10 \log (1 + (\omega / \omega_0)^2)$$

- $\omega / \omega_0 \ll 1 : G(\text{dB}) \approx -10 \log 1 = 0$

$$G(\text{dB}) = 0$$

$G(\text{dB}) = 0$: équation d'une droite

Pour les basses fréquences, la courbe du gain est assimilable à une droite $G(\text{dB}) = 0$.

- $\omega / \omega_0 \gg 1 : G(\text{dB}) \approx -20 \log \frac{\omega}{\omega_0}$

$$G(\text{dB}) = -20 \log \omega + 20 \log \omega_0$$

$G(\text{dB}) = -20 \log \omega + 20 \log \omega_0$: c'est une droite de la forme :

$y = ax + b$ avec : $y = G(\text{dB})$, $a = -20$, $x = \log \omega$ et $b = 20 \log \omega_0$

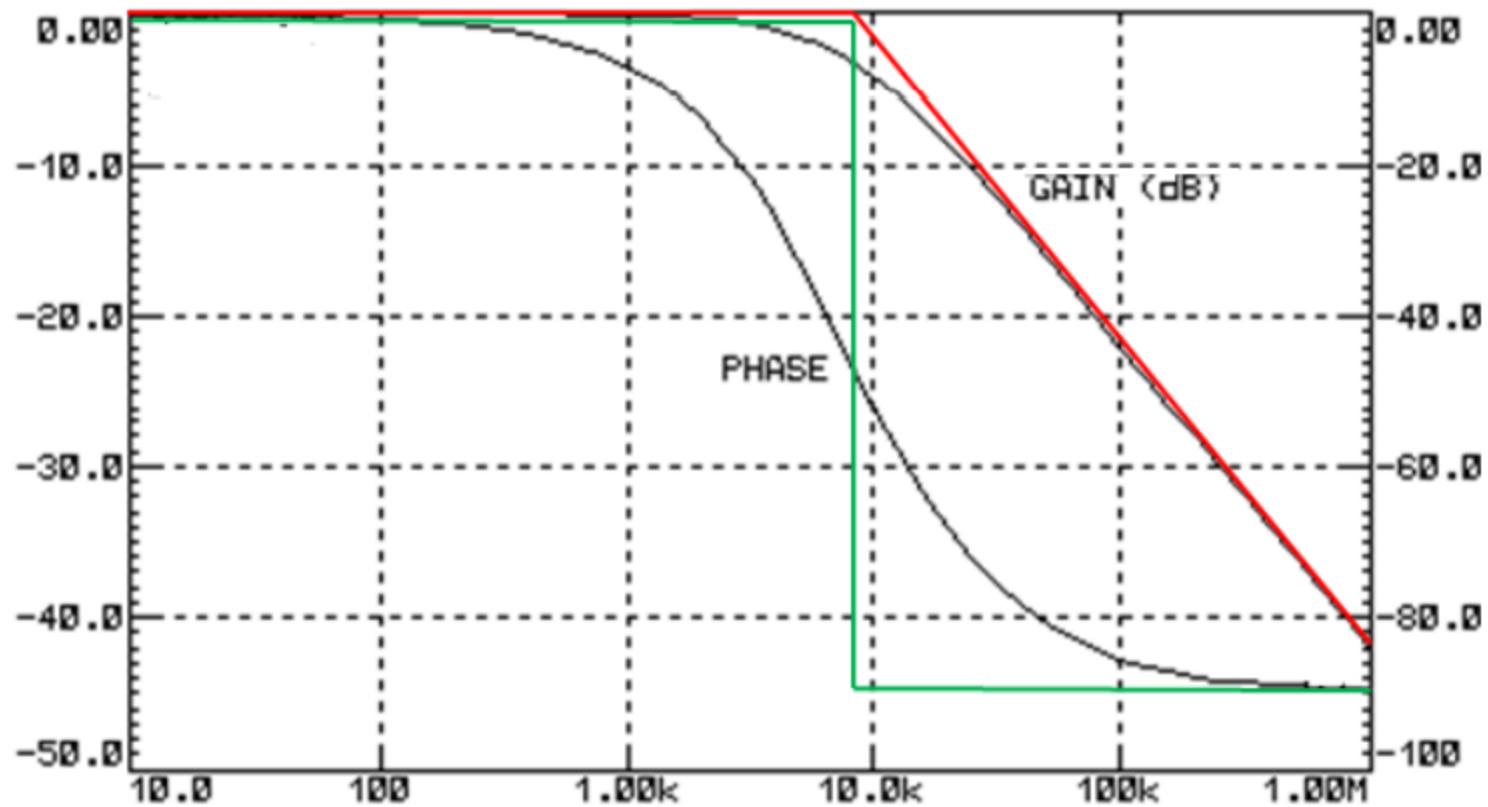
pour : $\omega = 10\omega_0$ $G(\text{dB}) \approx -20$, $\omega = 100\omega_0$ $G(\text{dB}) \approx -40$, $\omega = 1000\omega_0$ $G(\text{dB}) \approx -60$

Pour les hautes fréquences, la courbe du gain est assimilable à une droite de pente -20dB/décade .

Les 2 droites se coupent en ω_0 : $-20 \log \omega + 20 \log \omega_0 = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0$

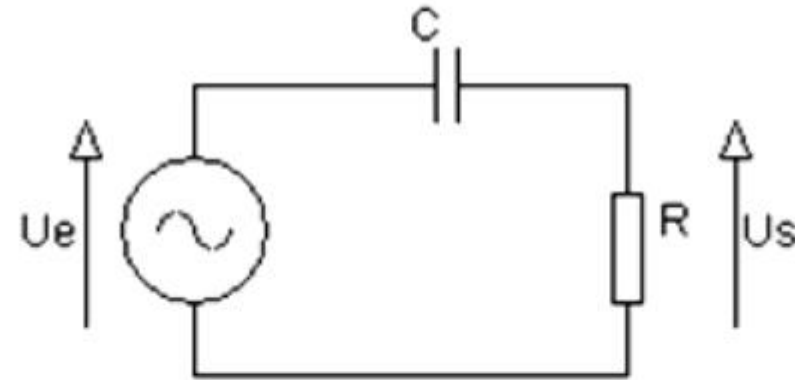
$$\varphi = - \operatorname{Arctg} \omega/\omega_0 = - \operatorname{Arctg} f/f_c$$

- $\omega / \omega_0 \ll 1 :$ $\varphi \approx - \operatorname{Arctg} 0^\circ = 0^\circ$
- $\omega / \omega_0 \gg 1 :$ $\varphi \approx - \operatorname{Arctg} \infty = - 90^\circ$
- $\omega / \omega_0 = 1 :$ $\varphi = - \operatorname{Arctg} 1 = - 45^\circ$



Exercice 2

Soit le filtre RC suivant :



1. Exprimer la fonction de transfert A_v ($A_v = \text{tension de sortie} / \text{tension d'entrée}$) en fonction de R et C .
2. Quel est le type de ce filtre et quel son ordre ?
3. Exprimer la fréquence de coupure f_c en fonction de R et C .
4. Calculer la valeur du condensateur ainsi que la valeur de la tension de sortie du filtre pour $f_c = 627\text{kHz}$, $R = 6,8\text{k}\Omega$ et $U_e = 2\text{V}$

1. $A_v = \frac{R}{R+1/jC\omega}$

$$A_v = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}$$

2. D'après la fonction de transfert, on a un filtre passe haut du 1^{er} ordre.

3. $A_v = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} = \frac{j\omega/\omega_0}{1+j\omega/\omega_0} \quad G_m = 1$

$$\omega_0 = 1/RC = 2\pi f_c$$

$$f_c = 1/2\pi RC$$

4. $C = 1/2\pi R f_c = 1/2\pi (627.10^3 \times 6,8.10^3)$

$$C = 37,33 \text{ pF}$$

$$|A_v| = \frac{U_s}{U_e} = \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\omega / \omega_0 = 2\pi f / 2\pi f_c = f / f_c$$

$$|A_v| = \frac{U_s}{U_e} = \frac{\frac{f}{f_c}}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$

Pour $f = f_c$,

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

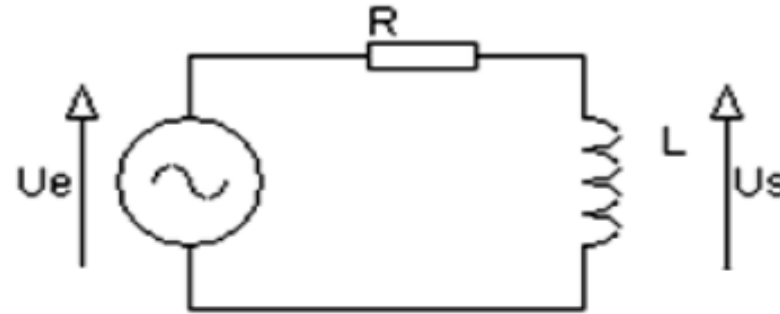
$$U_s = \frac{U_e}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$U_s = 1,4 \text{ V}$$

Exercice 3

1. Donner le schéma d'un filtre RL passe-haut 1^{er} ordre.
2. Exprimer sa fonction de transfert A_v en fonction de R et L .
3. La résistance R est de $10\text{k}\Omega$ et la fréquence de coupure f_c est de $3,5\text{kHz}$, calculer la valeur de la bobine
4. Une tension de $1,6\text{V}$ est mesurée à la sortie du filtre lorsqu'un signal de 7kHz est appliqué à l'entrée ; calculer la valeur de la tension à l'entrée du filtre.
5. Déterminer les équations des asymptotes et tracer les diagrammes de Bode de la phase et de l'amplitude.

1. Schéma d'un filtre RL passe-haut premier ordre



2. $A_v = \frac{jL\omega}{R+jL\omega}$

$$A_v = \frac{j\omega L/R}{1+j\omega L/R}$$

A_v est une fonction de transfert d'un filtre RL passe-haut 1^{er} ordre

3. $A_v = \frac{j\omega L/R}{1+j\omega L/R} = \frac{j\omega/\omega_0}{1+j\omega/\omega_0} \quad G_m = 1$

$$\omega_0 = R/L = 2\pi f_c \quad \Rightarrow \quad L = R/2\pi f_c$$

$$L = 10^4 / 2\pi \times 3,5 \cdot 10^3$$

$$L = 455 \text{ mH}$$

$$4. |A_v| = \frac{U_s}{U_e} = \frac{\frac{1}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\omega / \omega_0 = 2\pi f / 2\pi f_c = f / f_c$$

$$|A_v| = \frac{U_s}{U_e} = \frac{\frac{f}{f_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$

$$f / f_c = 7\text{kHz} / 3,5\text{kHz} = 2$$

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{2}{\sqrt{1+(2)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \Rightarrow \quad U_e = U_s \times \sqrt{5}/2$$

$$U_e = 1,6\text{V} \times \sqrt{5}/2$$

$$U_e = 1,79\text{V}$$

5. Diagrammes de Bode de la phase et de l'amplitude.

$$G = 20 \log |Av| = 20 \log \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = 20 \log \frac{\omega}{\omega_0} - 10 \log (1 + (\omega / \omega_0)^2)$$

- $\omega / \omega_0 \gg 1 : G(\text{dB}) \approx 20 \log \omega / \omega_0 - 20 \log \omega / \omega_0 = 0$ **$G(\text{dB}) = 0$**

$G(\text{dB}) = 0$: équation d'une droite

Pour les hautes fréquences, la courbe du gain est assimilable à une droite $G = 0$.

- $\omega / \omega_0 \ll 1 : G(\text{dB}) \approx 20 \log \frac{\omega}{\omega_0} - 10 \log 1$ **$G(\text{dB}) = 20 \log \omega - 20 \log \omega_0$**

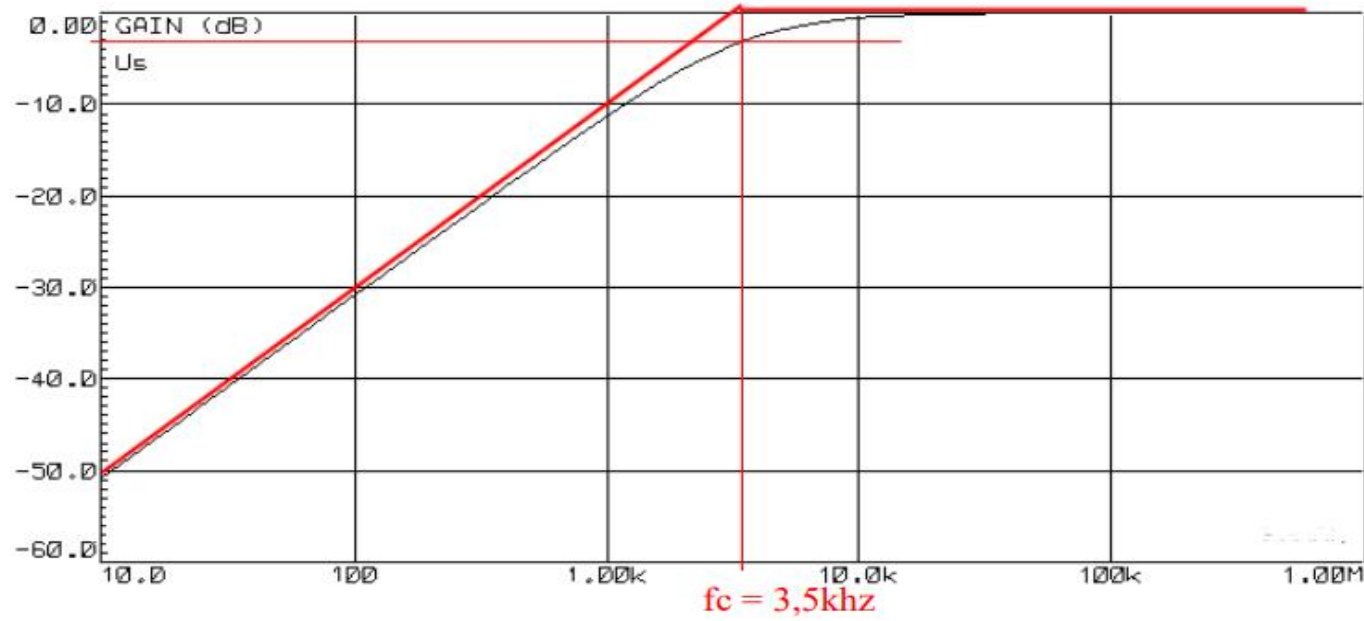
$G(\text{dB}) = 20\log\omega - 20\log\omega_0$: c'est une droite de la forme :

$y = ax + b$ avec : $y = G(\text{dB})$, $a = 20$, $x = \log\omega$ et $b = -20\log\omega_0$

pour : $\omega = 10\omega_0$ $G(\text{dB}) \approx 20$, $\omega = 100\omega_0$ $G(\text{dB}) \approx 40$, $\omega = 1000\omega_0$ $G(\text{dB}) \approx 60$

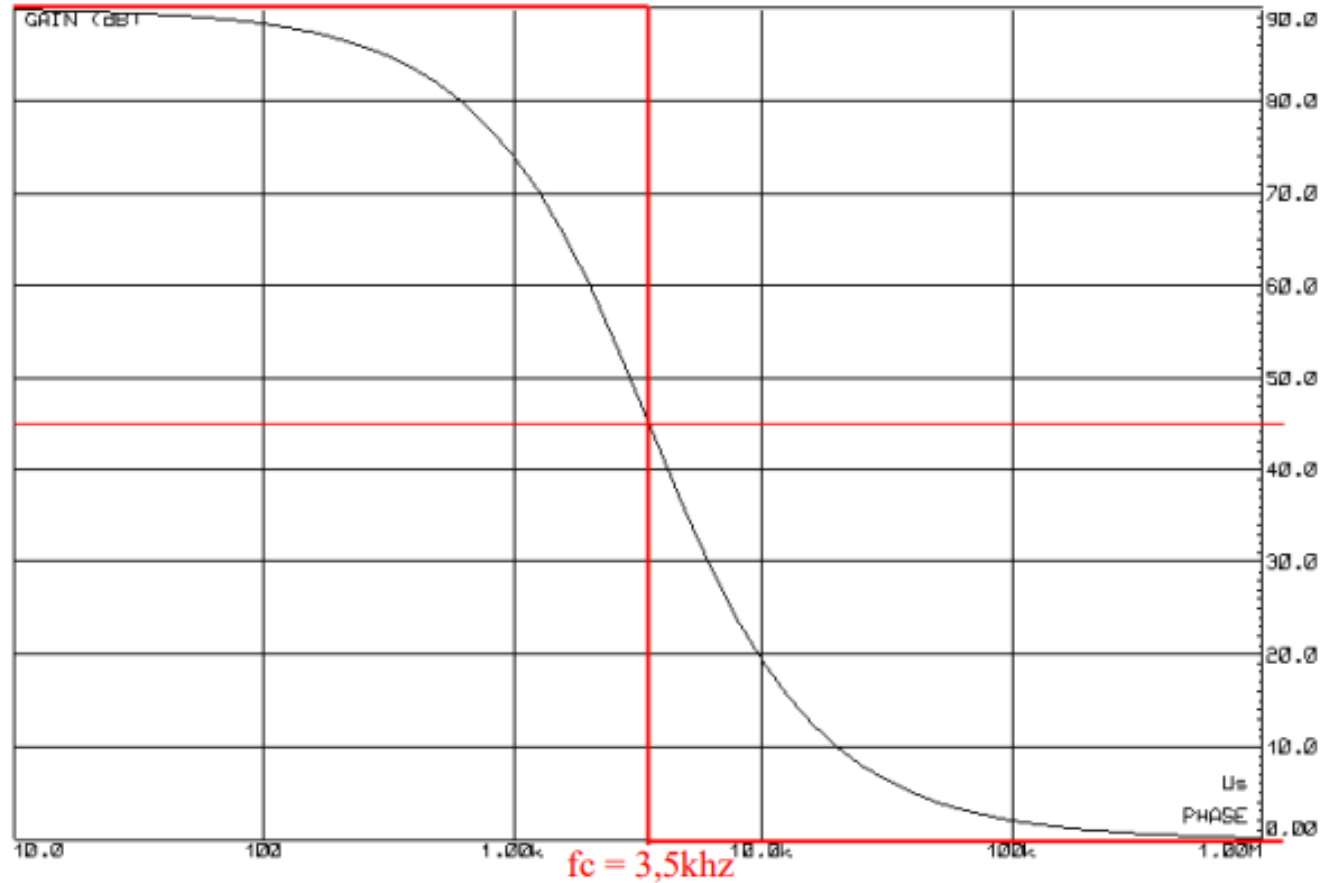
Pour les basses fréquences, la courbe du gain est assimilable à une droite de pente 20dB/décade.

Les 2 droites se coupent en ω_0 : $20\log\omega - 20\log\omega_0 = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0$



$$\varphi = 90^\circ - \text{Arctg } \omega/\omega_0 = 90^\circ - \text{Arctg } f/f_c$$

- $\omega / \omega_0 \ll 1$: $\varphi \approx 90^\circ - \text{Arctg}0^\circ = 90^\circ$
- $\omega / \omega_0 \gg 1$: $\varphi \approx 90^\circ - \text{Arctg}\infty = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$
- $\omega / \omega_0 = 1$: $\varphi = 90^\circ - \text{Arctg}1 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

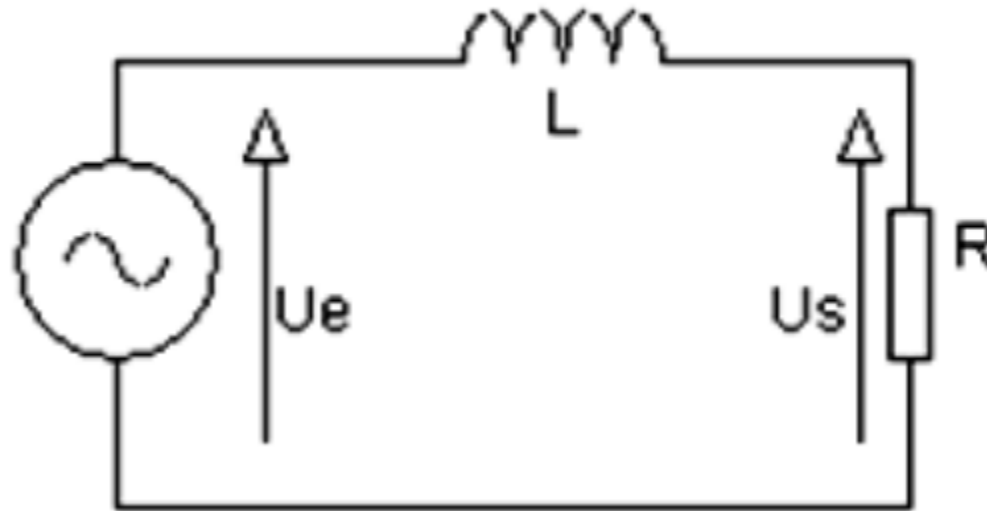


On voit qu'à la fréquence de coupure : GAIN (dB) = -3dB et la phase = 45°

Exercice 4

1. Donner le schéma d'un filtre RL passe-bas 1^{er} ordre
2. Exprimer sa fonction de transfert A_v en fonction de R et L .
3. La résistance R est de $820\ \Omega$ et la fréquence de coupure f_c est de 10kHz .
4. Une tension de $1,91\text{V}$ est mesurée à la sortie du filtre lorsqu'un signal de 1kHz est appliqué à l'entrée. Calculer la valeur de la bobine ainsi que la valeur de la tension à l'entrée du filtre.

1. Schéma d'un filtre RL passe-bas 1^{er} ordre



$$2. A_v = \frac{R}{R + jL\omega}$$

$$A_v = \frac{1}{1 + j\omega L/R}$$

$$3. A_v = \frac{1}{1 + \frac{j\omega L}{R}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad G_m = 1$$

$$\omega_0 = R/L$$

A_v est bien une fonction de transfert d'un filtre passe-bas 1^{er} ordre

$$\omega_0 = R/L = 2\pi f_c \quad \Rightarrow \quad L = R/2\pi f_c$$

$$L = 820/2\pi \times 10^4$$

$$L = 13 \text{ mH}$$

$$4. |A_v| = \frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\omega / \omega_0 = 2\pi f / 2\pi f_c = f / f_c$$

$$|A_v| = \frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$

$$f / f_c = 10\text{kHz} / 1\text{kHz} = 10$$

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{10}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,01}}$$

$$U_e = U_s = 1,91\text{V} \times \frac{1}{\sqrt{1 + 0,01}}$$

$$U_e = 1,9\text{V}$$

Annexes

Rappel des fonctions de transfert des filtres du premier ordre

On définit la fonction de transfert A_v par le rapport : tension de sortie / tension d'entrée.

Pour étudier un filtre, on étudie le module et la de sa fonction de transfert.

$$A_v = |A_v| \underline{\varphi} \quad |A_v|: \text{module} \quad \varphi : \text{phase}$$

Le gain en décibel est défini par : $G(\text{dB}) = 20\log|A_v|$

Pour des commodités d'écriture, certains auteurs posent :

$$s = j\omega = j 2 \pi f \quad (\omega = 2\pi f) \quad \text{ou} \quad p = j\omega$$

$$\omega_0 = 2 \pi f_0 = 1 / \tau \quad f_0 : \text{fréquence de coupure} \quad \tau : \text{constante de temps}$$

G_m : gain maximal

Rappel des fonctions de transfert des filtres du premier ordre

Passe-bas :

$$A_v = G_m \frac{1}{s\tau + 1} = G_m \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$|A_v| = G_m \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\varphi = - \operatorname{Arctg} \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$G(\text{dB}) = 20 \log G_m \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Rappel des fonctions de transfert des filtres du premier ordre

Passe-haut :

□

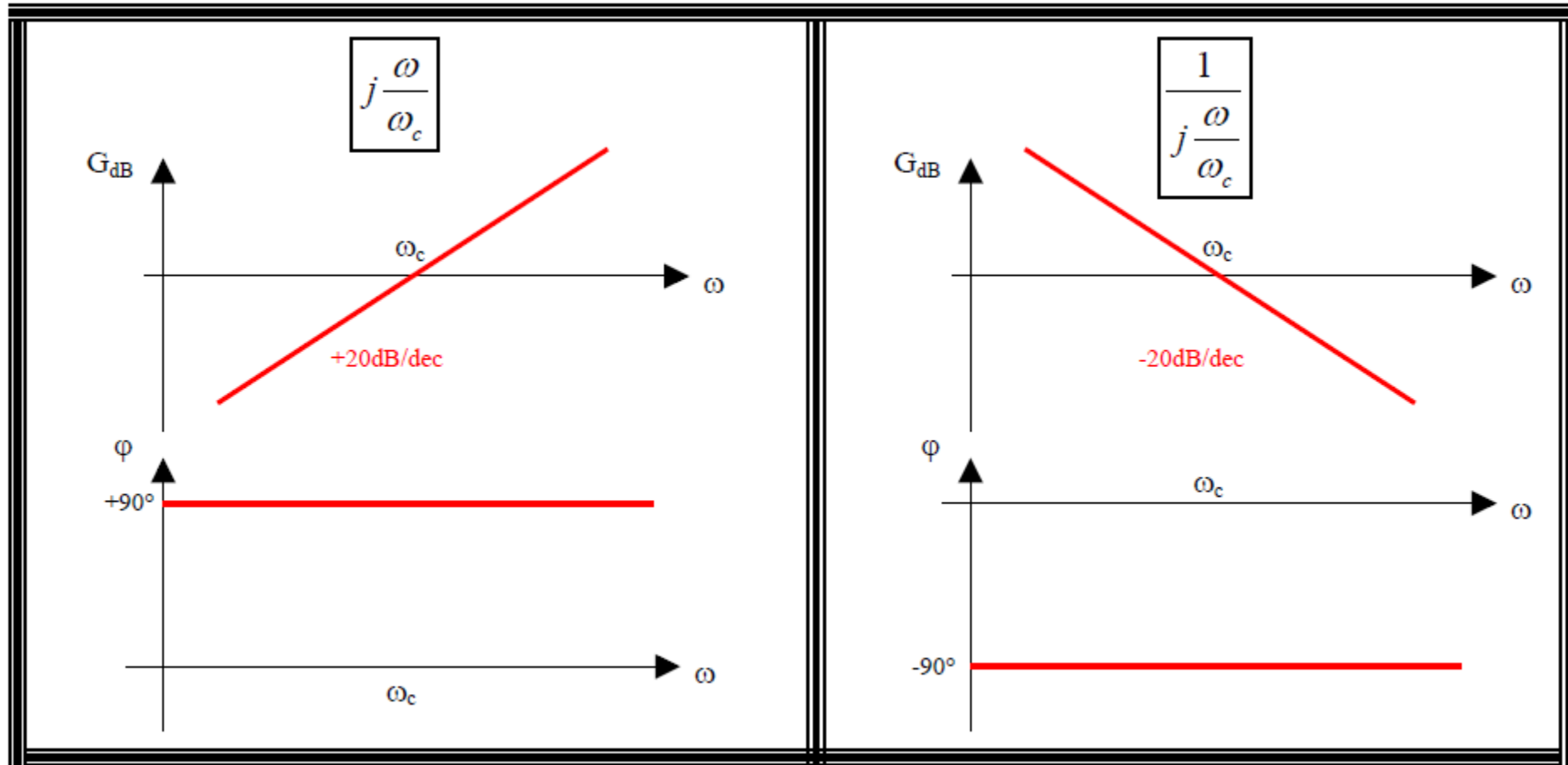
$$A_v = G_m \frac{s\tau}{s\tau + 1} = G_m \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$|A_v| = G_m \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

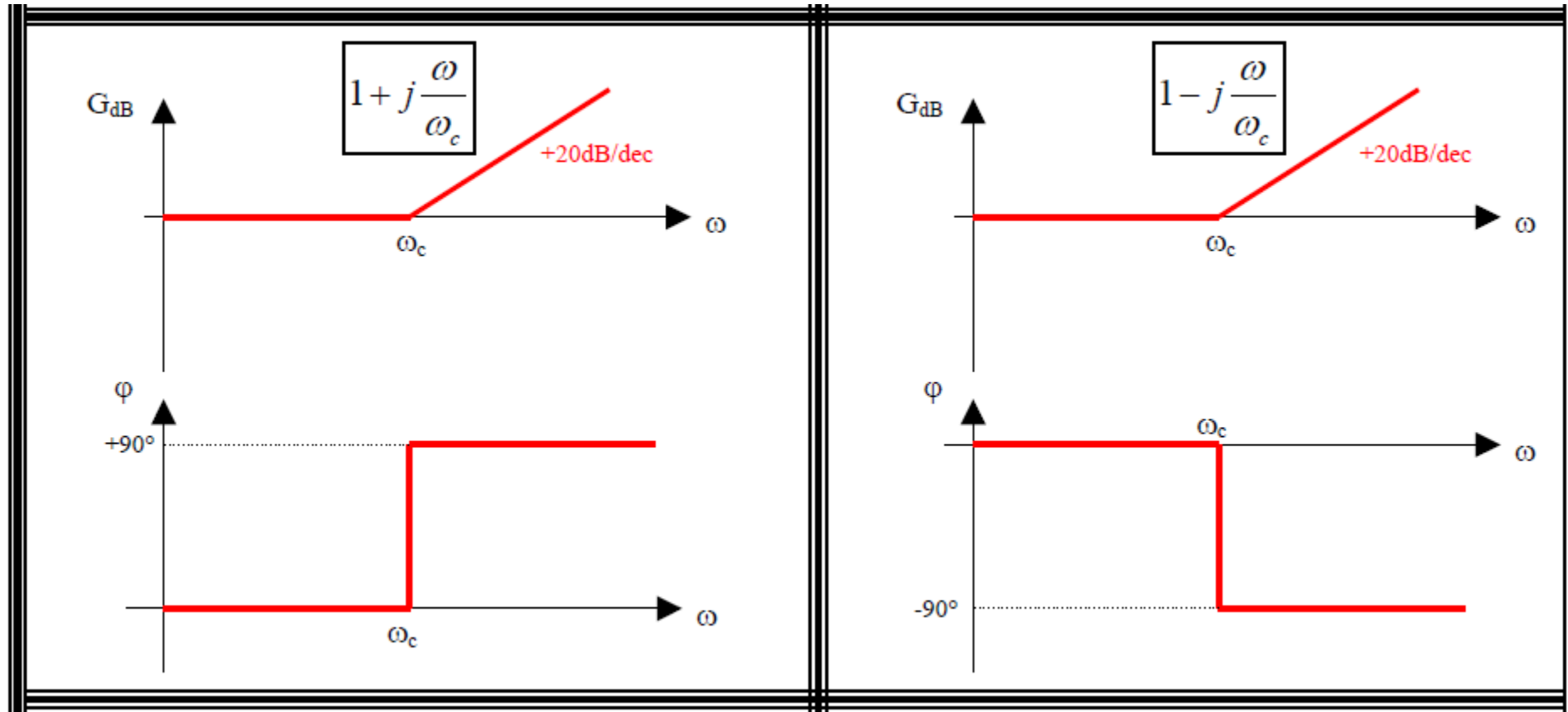
$$\varphi = 90^\circ - \text{Arctg} \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$G(\text{dB}) = 20 \log G_m \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Annexe 1 : Diagramme asymptotique de Bode



Annexe 1 : Diagramme asymptotique de Bode



Annexe 1 : Diagramme asymptotique de Bode

