

а) Таким образом, SVD A имеет вид:

$$A = U \Sigma U^*; \Sigma = \text{diag}(|\lambda_1| \dots |\lambda_n|)$$

Через $T = \Lambda$ можно записать так:

$$A = U \cdot (T T^*)^{1/2} \cdot U^*, \quad \text{корень квадратной матрицы — не отриц. определителю}$$

— ~~квадратная~~ квадратная матрица с корнями э-тов квадратной матрицы не отриц.

б) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; A A^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; A A^* \neq A^* A$

Кли это показано в N_4 , ~~$\lambda_1(A) = \lambda_2(A) = 0$~~ $\lambda_1(A) = \lambda_2(A) = 0$

$$A A^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; |A - \lambda E| = \lambda(\lambda - 1), \quad \lambda_1(A A^*) = 1$$

$$\lambda_2(A A^*) = 0$$

$$\sigma_1(A) = \max_i \sqrt{\lambda_i(A A^*)} = 1 \neq \max_i \lambda_i(A) = 0 = \max_i \lambda_i(A) \quad \text{— условие не выполнено в общем случае}$$

□