哈尔滨工业大学计算学部

实验报告

课程名称：数据结构与算法

课程类型：专业基础（必修）

实验项目：图型结构及其应用

实验题目：最短路径算法

实验日期：2022 年 11 月 3 日

班级：2103601

学号：2021112845

姓名：张智雄

设计成绩	报告成绩	指导老师
		李秀坤

一、实验目的

最短路径问题研究的主要有：单源最短路径问题和所有顶点对之间的最短路径问题。在计算机领域和实际工程中具有广泛的应用，如集成电路设计、GPS/游戏地图导航、智能交通、路由选择、铺设管线等。本实验要求设计和实现 Dijkstra 算法和 Floyd-Warshall 算法，求解最短路径问题。

二、实验要求及实验环境

实验要求：

1. 实现单源最短路径的 Dijkstra 算法，输出源点及其到其他顶点的最短路径长度和最短路径。
2. 实现全局最短路径的 Floyd-Warshall 算法。计算任意两个顶点间的最短距离矩阵和最短路径矩阵，并输出任意两个顶点间的最短路径长度和最短路径。
3. 用 Dijkstra 或 Floyd-Warshall 算法解决单目标最短路径问题：找出图中每个顶点 v 到某个指定顶点 c 最短路径。
4. 利用 Dijkstra 或 Floyd-Warshall 算法解决单顶点对间最短路径问题：对于某对顶点 u 和 v，找出 u 到 v 和 v 到 u 的一条最短路径。
5. 以文件形式输入图的顶点和边，并以适当的方式展示相应的结果。要求顶点不少于 10 个，边不少于 13 个。

实验环境：

Windows11 操作系统+VS Code 编译器

三、设计思想

- **数据结构：**

本实验对图的相关信息采用邻接矩阵的数据结构进行存储，对最短路径以及最短路径长度均采用顺序结构（逻辑与物理结构相统一，即数组的格式进行储存），具体格式以及功能如下：

序号	名称	功能
1	matrix[N][N]	有向图的邻接矩阵
2	Distance[N]	Dijkstra算法最短路径长度
3	Path[N]	Dijkstra算法最短路径
4	A[N][N]	Floyd算法最短路径长度
5	P[N][N]	Floyd算法最短路径

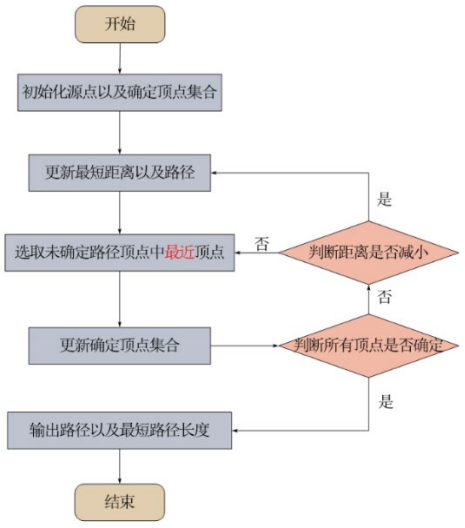
- 函数以及其主要功能：

序号	函数名	函数功能	函数参数	函数返回值
1	Dijkstra( )	Dijkstra最短路径算法	源点i，最短距离Distance[N], 最短路径Path[N]，邻接矩阵matrix[][N]	无
2	Floyd( )	Floyd最短路径算法	最短距离A[][N]，最短路径P[][N]，邻接矩阵matrix[][N]	无
3	Dijkstra_show_path()	展示Dijkstra算法最短路径	起点u，终点v，最短距离Distance[]，最短路径Path[]	无
4	Floyd_show_path( )	展示Floyd算法最短路径	起点i，终点c，最短距离A[][N] ，最短路径P[][N]	无

- 核心算法的主要步骤：

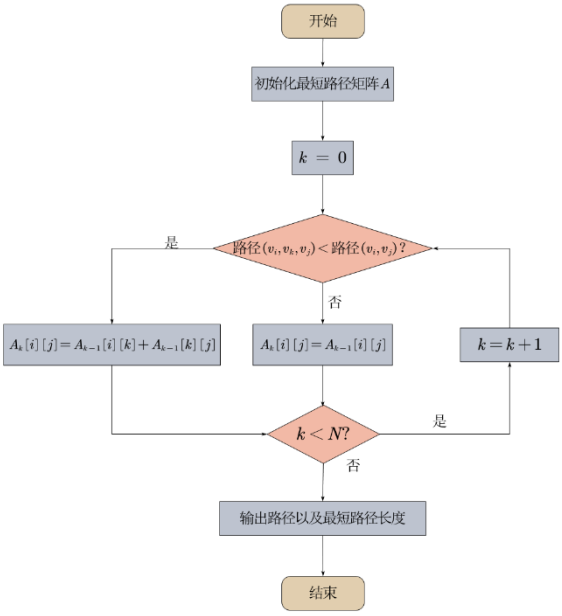
1. Dijkstra 最短路径算法

Dijkstra 最短路径算法主要流程图如下：



2. Floyd 最短路径算法

Floyd 最短路径算法主要流程图如下：



3. 最短路径的展示

在 Dijkstra 最短路径算法中，基于栈的数据结构，从终点开始依次访问路径数组上的邻接顶点并加入栈中，直至访问至源点或起点后依次输出。

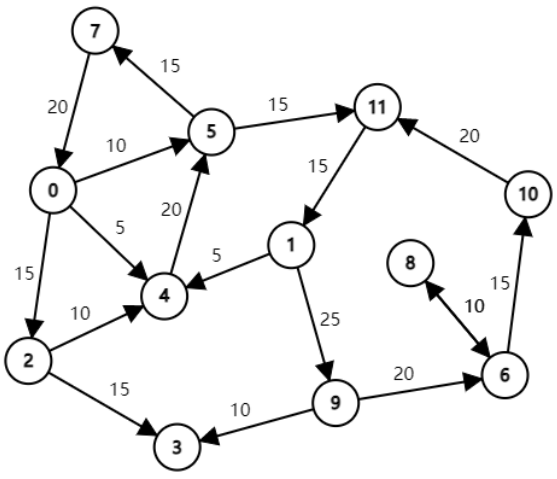
而在 Floyd 最短路径算法中，由于此算法基于动态规划的思想，每次需要考虑 i~k 和 k~j 两段的情况，因而采用递归的思想，依次访问前后两段，直至找到不可再分的点后输出最短路径

4. 单目标最短路径算法

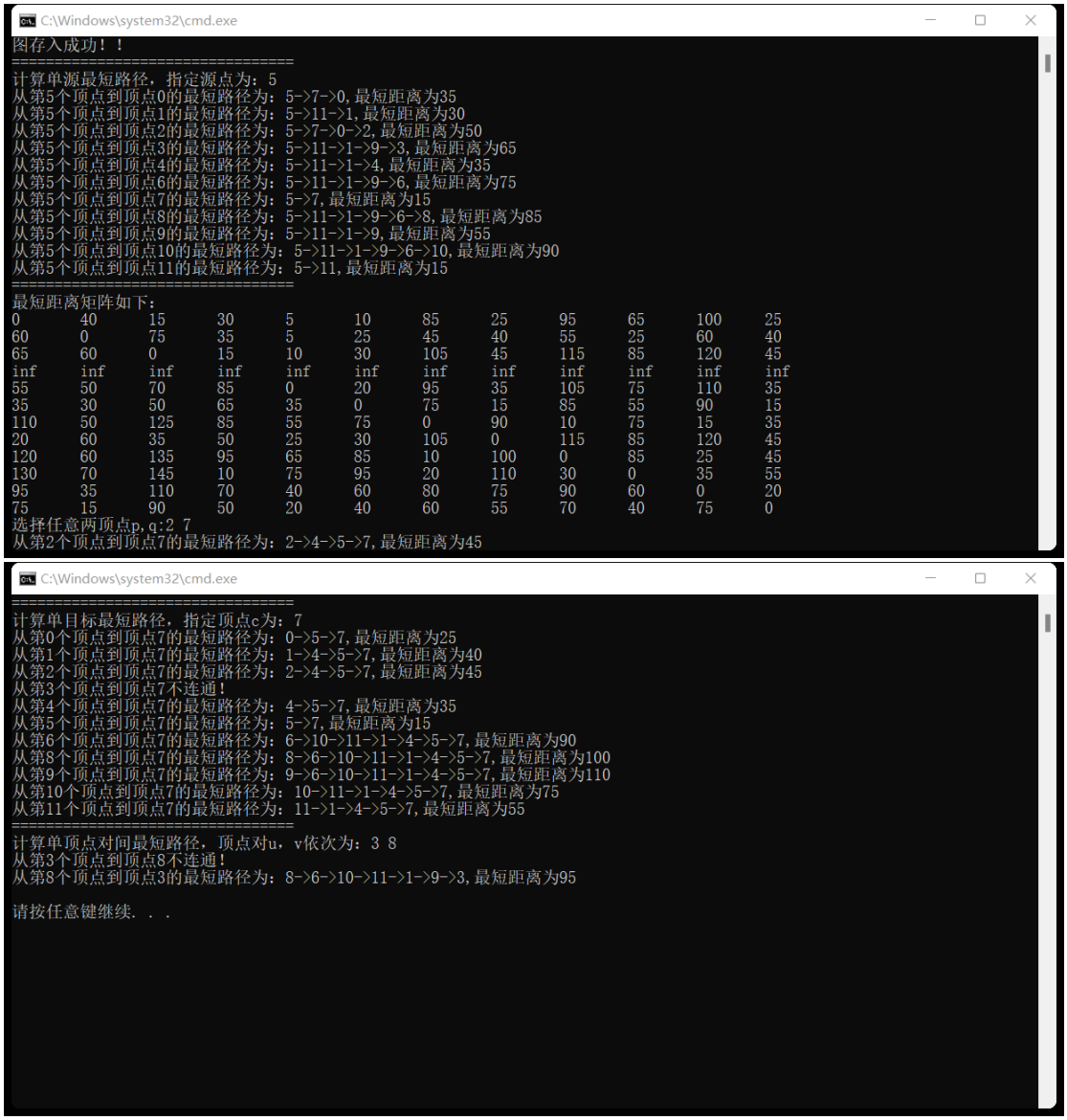
将单源的 Dijkstra 算法中的参数矩阵转置即可，输出路径时不需要栈结构辅助（本身相当于已经逆置一次）

四、测试结果

测试样例如右图：



运行结果如下：



五、经验体会与不足

经验体会：

通过本实验，加深了对图型结构的理解，同时对 Dijkstra 算法和 Floyd-Warshall 算法有了一定了解，对其中的贪心思想以及动态规划思想有了一定体会，同时在单源与单目标的问题的转换中，体会到了灵活的设计思维，而非简单粗暴的遍历求解。

存在不足：

1. 可以考虑计算有向图的可达矩阵，理解可达矩阵的含义。
2. 利用堆结构（优先级队列）改进和优化 Dijkstra 算法。

六、附录：源代码（带注释）

```
#include<iostream>
#include<math.h>
#include<algorithm>
#include<stack>
#include<fstream>
#define N 12
#define inf 1000
using namespace std;

//Dijkstra 算法
void Dijkstra(int i,int Distance[N], int Path[N], int matrix[][N]);
//Floyd 算法
void Floyd(int A[][N], int P[][N], int matrix[][N]);
//单目标最短路径输出
void Dijkstra_show_path_1(int u, int v, int Distance[], int Path[]);
//单源最短路径输出
void Dijkstra_show_path(int u, int v, int Distance[], int Path[]);
//Floyd 最短路径输出
void Floyd_show_path(int i, int c, int A[][N], int P[][N]);

int main()
{
    int Distance[2][N], Path[2][N];
    int C[N][N],A[N][N],P[N][N];
    int m,n;
    //初始化
    for(int i = 0; i < N; i++)
        for(int j = 0; j < N; j++)
            C[i][j] = inf;

    //文件导入边信息
    ifstream infile;
    infile.open("data.txt");
    while(!infile.eof())
        infile>>m>>n>>C[m][n];
    cout<<"图存入成功！！"<<endl;

    Floyd(A, P, C);
    //Dijkstra 输出源点及其到其他顶点的最短路径长度和最短路径
```

```
    int a;
    cout<<"================================="<<endl;
    cout<<"计算单源最短路径，指定源点为：";
    cin>>a;
    Dijkstra(a, Distance[0], Path[0], C);
    for(int i = 0; i < N; i++)
        if(a != i)  Dijkstra_show_path(a,i,Distance[0],Path[0]);

    //Floyd 计算任意两个顶点间的最短距离矩阵和最短路径矩阵，并输出任意两个顶点间的最短路径长度和最短路径
    cout<<"================================="<<endl;
    cout<<"最短距离矩阵如下："<<endl;
    for(int i = 0; i < N; i++)
    {
        for(int j = 0; j < N; j++)
            {
                if(i != j && A[i][j] < inf)  cout<<A[i][j]<<"\t";
                else if(A[i][j] >= inf)  cout<<"inf"<<"\t";
                else cout<<0<<"\t";
            }
        cout<<endl;
    }
    int p,q;
    cout<<"选择任意两顶点 p,q:";
    cin>>p>>q;
    Floyd_show_path(p,q,A,P);

    //Dijkstra 计算单目标最短路径
    cout<<"================================="<<endl;
    int c;
    cout<<"计算单目标最短路径，指定顶点 c 为：";
    cin>>c;
    //矩阵转置
    int C1[N][N];
    for(int i = 0; i < N; i++)
        for(int j = 0; j < N; j++)
            C1[j][i] = C[i][j];
    Dijkstra(c, Distance[0], Path[0], C1);
    for(int i = 0; i < N; i++)
        if(c != i)  Dijkstra_show_path_1(c,i,Distance[0],Path[0])
;

    //Dijkstra 计算单顶点对间最短路径问题
    cout<<"================================="<<endl;
```

```
    int u,v;
    cout<<"计算单顶点对间最短路径，顶点对 u，v 依次为：";
    cin>>u>>v;
    Dijkstra(u, Distance[0], Path[0], C);
    Dijkstra_show_path(u,v,Distance[0],Path[0]);
    Dijkstra(v, Distance[1], Path[1], C);
    Dijkstra_show_path(v,u,Distance[1],Path[1]);
}

void Dijkstra(int i,int Distance[N], int Path[N], int matrix[][N]
)
{
    //数据结构初始化
    //Distance[]-源点到顶点的最短路径长度，Path[]为最短路径上最后经过
的顶点，S[]存放源点和已生成的终点
    bool flag[N];
    for(int j = 0; j < N; j++){
        Distance[j] = matrix[i][j];
        Path[j] = i;
        flag[j] = false;
     }

     flag[i] = true;

     for(int k = 0; k < N - 1; k++){
         int min = inf;
         int w = i;
         for(int j = 0; j < N; j++){
             if(flag[j] == true) continue;
             if(Distance[j] < min)  {w = j; min = Distance[j];}
         }

         flag[w] = true;

         for(int j = 0; j < N; j++){
             if(flag[j] == true) continue;
             else{
                 if(Distance[j] >= Distance[w] + matrix[w][j])
                     {Distance[j] = Distance[w] + matrix[w][j]; P
ath[j] = w;}
             }
         }
     }
}
```

```
123.
124.void Floyd(int A[][N], int P[][N], int matrix[][N])
125.{
126.    //初始化
127.    for(int i = 0; i < N; i++)
128.        for(int j = 0; j < N; j++) {
129.            A[i][j] = matrix[i][j];
130.            P[i][j] = -1;
131.        }
132.    //迭代
133.    for(int k = 0; k < N; k++)
134.        for(int i = 0; i < N; i++)
135.            for(int j = 0; j < N; j++) {
136.                if(A[i][j] > (A[i][k] + A[k][j])){
137.                    A[i][j] = A[i][k] + A[k][j];
138.                    P[i][j] = k;
139.                }
140.            }
141.}
142.void find(int i, int c,int P[][N])
143.{
144.    if(P[i][c] == -1) cout<<"->"<<c;
145.    else{
146.        find(i, P[i][c], P);
147.        find(P[i][c], c, P);
148.    }
149.}
150.void Floyd_show_path(int i, int c, int A[][N], int P[][N])
151.{
152.    if(A[i][c] < inf){
153.        cout<<"从第"<<i<<"个顶点到顶点"<<c<<"的最短路径为: ";
154.        cout<<i;
155.        find(i,c,P);
156.        cout<<",最短距离为"<<A[i][c]<<endl;
157.    }
158.    else cout<<"从第"<<i<<"个顶点到顶点"<<c<<"不连通! "<<endl;
159.}
160.
161.void Dijkstra_show_path(int u, int v, int Distance[], int Path[]
)
162.{
163.    if(Distance[v] < inf){
164.        cout<<"从第"<<u<<"个顶点到顶点"<<v<<"的最短路径为: ";
165.        cout<<u<<"->";
```

```
        int y = v;
        stack<int> p;
        while(Path[y] != u){
            y = Path[y];
            p.push(y);
        }
        while(!p.empty())
            {cout<<p.top()<<"->";p.pop();}
        cout<<v<<",最短距离为"<<Distance[v]<<endl;
    }
    else cout<<"从第"<<u<<"个顶点到顶点"<<v<<"不连通！"<<endl;
}

void Dijkstra_show_path_1(int u, int v, int Distance[], int Path[])
{
    if(Distance[v] < inf){
        cout<<"从第"<<v<<"个顶点到顶点"<<u<<"的最短路径为："；
        cout<<v<<"->";
        int y = v;
        stack<int> p;
        while(Path[y] != u){
            y = Path[y];
            cout<<y<<"->";
        }
        cout<<u<<",最短距离为"<<Distance[v]<<endl;
    }
    else cout<<"从第"<<v<<"个顶点到顶点"<<u<<"不连通！"<<endl;
}
```