

字符串

1. 字符串基础
2. 标准库
3. 字符串hash
4. Tire
5. 前缀函数(KMP)
6. Z函数(EXKMP)
7. AC自动机和fail树
8. 后缀数组
9. 后缀自动机(SAM)
10. 序列自动机
11. Manacher
12. lyndon分解

字符串

1. 字符串基础

注意事项：

1. 对于字符串问题，最好使用char []来存储，不要用string，否则可能会占用大量内存及减低速度
2. strlen(char [])，以及相似方法的复杂度均为O(n)，千万不要用在循环里！
3. map储存string是O(n)比较的，unordered_map会自动hash。

基础概念：

1. **字符集**：字符集 Σ 建立了一个全序关系，对于 Σ 中的任意两个不同的元素都可以比较大小，其元素称为字符。
2. **字符串**：n个字符顺次排列形成的序列，n为S的长度，记为|S|。第i个字母为S[i]，有些地方为S[i-1]。
3. **子串**：S[i..j]， $i \leq j$ ，也就是依次排列的S[i], S[i+1], ..., S[j]。
4. **子序列**：从S中将若干元素提取出来并不改变相对位置形成的序列，也就是S[p1], S[p2], ..., S[pk]， $1 \leq p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_k \leq |S|$
5. **前后缀**：前缀为从串首开始到某个位置结束的一个特殊子串，到位置i的前缀记为Prefix(S,i)。后缀为从某个位置开始到整个串末尾结束的一个特殊子串，从位置i开始的后缀记为Suffix(S,i)。真前缀后缀就是去除字符串本身的前缀后缀。
6. **回文串**：正着写和倒着写一样的字符串。
7. **字典序**：以第i个字符作为第i关键字进行大小比较，空字符小于字符集内任何字符。
8. **border**：对字符串S和 $0 \leq r < |S|$ ，若S长度为r的前缀和长度为r的后缀相等，就称S长度为r的前缀是S的border。所有前缀的border组成的函数也就是前缀函数。
9. **字符串的周期**：对字符串S和 $0 < p \leq |S|$ ， $S[i] = S[i+p]$ 对所有 $0 \leq i \leq |S| - p - 1$ 成立，则p为S的周期
10. **自动机**：竞赛中所说的“自动机”一般都指“确定有限状态自动机”(DFA)。
 - ① **字符集** Σ ，该自动机只能输入这些字符。
 - ② **状态集合** Q 。如果把一个DFA看成一张有向图，那么DFA中的状态就相当于图上的顶点。
 - ③ **起始状态** $start$ ， $start \in Q$ ，是一个特殊的状态。起始状态一般用s表示，为了避免混淆，这里使用 $start$ 。
 - ④ **接受状态集合** F ， $F \subseteq Q$ ，是一组特殊的状态。
 - ⑤ **转移函数** δ ， δ 是一个接受两个参数返回一个值的函数，其中第一个参数和返回值都是一个状态，第二个参数是字符集中的一个字符。如果把一个DFA看成一张有向图，那么DFA中的转移函数就相当于顶点间的边，而每条边上都有一个字符。

2. 标准库

因为效率问题，这里只讲标准库而不讲string

1. **strlen(S)**，返回从S[0]到'\0'的长度，不开O₂优化时，时间复杂度为O(n)
2. **strcmp(S1,S2)**，字典序S1>S2返回正数，=返回0，<返回负数，不同平台的正负数返回不同
3. **strcpy(S1,S2)**，复制S2到S1中
4. **strncpy(S1,S2,cnt)**，复制S2 cnt个字符到S1中，S2长度不够补充'\0'
5. **strcat(S1,S2)**，S1后面接上S2
6. **strstr(S1,S2)**，找到S2在S1第一次出现的地址，如果找不到，返回NULL，效率为O(n²)，不如kmp

3.字符串hash

hash的本质为把字符串通过hash函数映射成值域较小、方便比较的范围。

hash函数的性质：

hash函数值不一样时，字符串一定不一样；

hash函数一样时，字符串大概率一样。

通常用的hash为多项式hash，

$$f(s) = \sum_{i=0}^{len-1} s[i] * base^{len-i} \% M$$

$$\text{或者 } f(s) = \sum_{i=0}^{len-1} s[i] * base^i \% M$$

```
//双模，可取区间
const int bs=233;
const int M[2]={998244353,1000000007};
int bsp[2][N];
void init(int n){
    bsp[0][0]=bsp[1][0]=1;
    for (int k=0;k<2;k++){
        for (int i=1;i<=n;i++){
            bsp[k][i]=bsp[k][i-1]*bs%M[k];
        }
    }
}
int hash(char *s,int k){
    int len=strlen(s);
    int ans=0;
    for (int i=0;i<len;i++){
        ans=(ans+(s[i]-'a')*bsp[k][i])%M[k];
    }
    return ans;
}
struct Hash{
    char s[N];
    int a[2][N];
    void init(){
        int len=strlen(s);
        a[0][0]=a[1][0]=0;
        for (int k=0;k<2;k++){
            for (int i=0;i<len;i++){
                a[k][i]=(a[k][max(i-1,0)]+(s[i]-'a')*bsp[k][i])%M[k];
            }
        }
    }
}
int qpow(int x,int y,int p){
    int ans=1;
    while (y){
        if (y&1)ans=ans*x%p;
        x=x*x%p;y>>=1;
    }return ans;
}
int sub(int l,int r,int k){
    return (a[k][r]-(l>0?a[k][l-1]:0)+M[k])%M[k]*qpow(bsp[k][1],M[k]-2,M[k])%M[k];
}
}hs;
```

4.Tire

```
struct Trie{
    int ch[N][26],cnt=0;
    int newnode(){
        cnt++;
        for (int i=0;i<26;i++)ch[cnt][i]=0;
        return cnt;
    }
    void init(){
        cnt=0;
        newnode();
    }
    void insert(char *s){
```

```

        int len=strlen(s);
        int rt=1;
        for (int i=0;i<len;i++){
            int t=s[i]-'a';
            if (!ch[rt][t])ch[rt][t]=newnode();
            rt=ch[rt][t];
        }
    }
};

```

1.树上最大异或路径(高位到低位建树，每次插入根到点的异或和，然后询问与该值异或最大的值)

2.01字典树，从低位到高位建树

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=5e5*23+10;
struct Trie_01{
    const int M=20;
    //xorv[rt]指以rt为根的子树维护的异或和
    //w[rt]指有几个数经过这条rt到它父亲的边
    int ch[N][2],cnt=0,w[N],xorv[N];
    int newnode(){
        ++cnt;
        ch[cnt][0]=ch[cnt][1]=w[cnt]=xorv[cnt]=0;
        return cnt;
    }
    void pushup(int rt){
        xorv[rt]=w[rt]=0;
        if (ch[rt][0]){
            w[rt]+=w[ch[rt][0]];
            xorv[rt]^=xorv[ch[rt][0]]<<1;
        }
        if (ch[rt][1]){
            w[rt]+=w[ch[rt][1]];
            xorv[rt]^=xorv[ch[rt][1]]<<1|(w[ch[rt][1]]&1);
        }
    }
    void insert(int rt,int x,int dep){
        if (dep==M){
            w[rt]++;return;
        }
        if (!ch[rt][x&1])ch[rt][x&1]=newnode();
        insert(ch[rt][x&1],x>>1,dep+1);
        pushup(rt);
    }
    void erase(int rt,int x,int dep){
        if (dep==M){
            w[rt]--;return;
        }
        erase(ch[rt][x&1],x>>1,dep+1);
        pushup(rt);
    }
    void addall(int rt){//全部数+1
        swap(ch[rt][0],ch[rt][1]);
        if (ch[rt][0])addall(ch[rt][0]);
        pushup(rt);
    }
    void suball(int rt){//全部数-1
        swap(ch[rt][0],ch[rt][1]);
        if (ch[rt][1])suball(ch[rt][1]);
        pushup(rt);
    }
    int merge(int a,int b){//复杂度为小的数字集合的复杂度(类似启发式合并的复杂度)，trie合并不仅仅限于01-trie
        if(!a)return b;//用这种合并时因为每个数多一个根，要数组大小+1*N
        if(!b)return a;
        w[a]=w[a]+w[b];
        xorv[a]^=xorv[b];
        for (int i=0;i<2;i++)ch[a][i]=merge(ch[a][i],ch[b][i]);
        return a;
    }
};

```

```

    }
}tr;
//一棵树，三种操作，1.与x距离1的点权值+1。2.x权值-y。3.询问与x距离1的点权值异或和
int n,m;
vector<int>v[N];
int f[N],rt[N];
int ad[N],a[N];
void dfs(int x,int fa){
    f[x]=fa;
    for (int i:v[x]){
        if (i==fa)continue;
        dfs(i,x);
    }
}
signed main(){
    int op,x,y;
    cin>>n>>m;
    for (int i=1;i<n;i++){
        scanf("%d%d",&x,&y);
        v[x].push_back(y);v[y].push_back(x);
    }
    dfs(1,0);
    for (int i=1;i<=n;i++)scanf("%d",&a[i]);
    for (int i=1;i<=n;i++)rt[i]=tr.newnode();
    for (int i=2;i<=n;i++)tr.insert(rt[f[i]],a[i],0);
    while (m--){
        scanf("%d",&op);
        if (op==1){
            scanf("%d",&x);
            tr.addall(rt[x]);
            ad[x]++;
            if (f[x]!=0){
                int t=f[f[x]];
                if (t)tr.erase(rt[t],a[f[x]]+ad[t],0);
                a[f[x]]++;
                if (t)tr.insert(rt[t],a[f[x]]+ad[t],0);
            }
        }
        else if (op==2){
            scanf("%d%d",&x,&y);
            if (f[x])tr.erase(rt[f[x]],a[x]+ad[f[x]],0);
            a[x]-=y;
            if (f[x])tr.insert(rt[f[x]],a[x]+ad[f[x]],0);
        }
        else{
            scanf("%d",&x);
            printf("%d\n",(tr.xorv[rt[x]]^(a[f[x]]+ad[f[f[x]]])));
        }
    }
    return 0;
}

```

3.最小异或生成树Xor MST

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=2e5*17+10;
int n;
int a[N];
struct node{
    const int M=30;
    int ch[N][2],cnt=0;
    vector<int>v[N];
    int newnode(){
        ++cnt;ch[cnt][0]=ch[cnt][1]=0;
        return cnt;
    }
    void init(){
        cnt=0;newnode();
        for (int i=1;i<=n;i++)v[i].clear();
    }
}

```

```

}
void insert(int x){
    int rt=1;
    for (int i=M;i>=0;i--){
        int t=(x>>i&1);
        if (!ch[rt][t])ch[rt][t]=newnode();
        rt=ch[rt][t];
        v[rt].push_back(x);
    }
}
int query(int rt,int x,int dep){
    int ans=0;
    for (int i=dep;i>=0;i--){
        int t=(x>>i&1);
        if (ch[rt][t])rt=ch[rt][t];
        else rt=ch[rt][t^1],ans+=(1<<i);
    }
    return ans;
}
long long solve(int rt,int dep){
    int l=ch[rt][0],r=ch[rt][1];
    long long ans=0;
    if (l&&r){//左右子树连一条最小的边
        ans=1e16;
        if (v[l].size()>v[r].size())swap(l,r);
        for (int i:v[l]){
            ans=min(ans,query(r,i,dep-1)+(1ll<<dep));
        }
    }
    if (l)ans+=solve(l,dep-1);
    if (r)ans+=solve(r,dep-1);
    return ans;
}
}tr;
signed main(){
    cin>>n;
    for (int i=1;i<=n;i++)scanf("%lld",&a[i]);
    sort(a+1,a+1+n);
    tr.init();
    a[0]=-1;
    for (int i=1;i<=n;i++)if (a[i]!=a[i-1])tr.insert(a[i]);
    cout<<tr.solve(1,30)<<endl;
    return 0;
}

```

5.前缀函数(KMP)

前缀函数(next数组): next[i]为子串S[0..i]相等的真前缀和真后缀的最长长度,也就是border, 和右边字符没关系

abcab



1.字符串匹配kmp, 查找S2在S1中出现的位置

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=1e6+10;
char s1[N],s2[N];
int nx[N];
void get_nx(char *s) {
    int len=strlen(s);
    for (int i=1,j=0;i<len;i++){
        while (j&&s[i]!=s[j])j=nx[j-1];
        if (s[i]==s[j])j++;
        nx[i]=j;
    }
}

```

```

}
signed main(){
    cin>>s1>>s2;
    get_nx(s2);
    int len1=strlen(s1),len2=strlen(s2);
    int i=0,j=0;
    for(int i=0,j=0;i<len1;i++){
        while(j&& s1[i]!=s2[j])j=nx[j-1];
        if (s1[i]==s2[j])j++;
        if (j==len2){cout<<i-j+1<<endl;j=nx[j-1];}
    }
    return 0;
}

```

2.字符串周期: $\text{len}-\text{nx}[\text{len}-1]$ 也就是S的最小周期

3.①统计字符串S每个前缀在S中出现的次数

```

for (int i=0;i<len;i++)if(nx[i])ans[nx[i]-1]++;
for (int i=len-1;i>=0;i--)if(nx[i])ans[nx[i]-1]+=ans[i];
for (int i=0;i<len;i++)ans[i]++;

```

②统计字符串S1每个前缀在S2中出现的次数

构造S1+'#'+S2的字符串,只管nx[p], $p \geq |S1|+1$

```

scanf("%s%s",s1,s2);
int len1=strlen(s1);
strcat(s1,"#");strcat(s1,s2);
get_nx(s1);
int len=strlen(s1);
for (int i=len1+1;i<len;i++)if(nx[i])ans[nx[i]-1]++;
for (int i=len-1;i>=0;i--)if(nx[i])ans[nx[i]-1]+=ans[i];

```

4.本质不同子串数目

$O(n^2)$, 通过迭代的方式, 已知S的本质不同子串数目, 再在前面或者后面加上一个字符, 求含该字符的前缀在S中出现的次数为1的个数, 加之。支持前后删减一个字符。

5.kmp自动机

如下代码, 建立 $\text{nxt}[N][26]$, $\text{nxt}[i][c]$ 代表当前的nx函数为i, 下一位为c的话, 下一位的nx函数为多少; 当然也可以以 $\text{nxt}[i][c]$ 代表当前的匹配位为i, 下一位为c的话, 下一位的nx函数为多少来建立kmp自动机

```

int nx[N];
int nxt[N][26];
void get_nx(char *s) {
    int len=strlen(s);
    for (int i=1,j=0;i<len;i++){
        while (j&& s[i]!=s[j])j=nx[j-1];
        if (s[i]==s[j])j++;
        nx[i]=j;
    }
    for (int i=0;i<len;i++){
        for (int c=0;c<26;c++){
            if (i&&c+'a'!=s[i])nxt[i][c]=nxt[nx[i-1]][c];
            else nxt[i][c]=i+(c+'a'==s[i]);
        }
    }
}

```

6.Z函数(EXKMP)

$z[i]$ 为S和 $S[i..len-1]$ 的最长公共前缀, $z[0]$ 通常不定义为0, 和右边字符有关系, 不能从左往右迭代

abcab

```
int z[N];
void get_z(char *s){ //z函数在重新计算时要重新清零
    int len=strlen(s);
    for (int i=1,l=0,r=0;i<len;i++){
        if (i<=r)z[i]=min(r-i+1,z[i-1]); //不超过当前长度的已经匹配过的长度
        while(i+z[i]<len&&s[z[i]]==s[i+z[i]])++z[i];
        if (i+z[i]-1>r)l=i,r=i+z[i]-1;
    }
}
```

1.字符串匹配，查找S2在S1中出现的位置

S2+'#'+S1，求z函数，z[i]为len2的位置为匹配位置

2.字符串的周期

从小到大循环，找到i+z[i]-1==len-1的第一个位置(同next数组)，n-z[i]就是其周期

3.本质不同子串

$O(n^2)$ ，通过迭代的方式，已知S的本质不同子串数目，再在前面或者后面加上一个字符，把新增的字符通过反转之类的操作放到第一个位置，求一遍z函数，后方没有出现过的字符就是多出的本质不同子串数。

7.AC自动机和fail树

fail指针指向存在的最长后缀处标号

```
struct Trie{
    int ch[N][26],f[N],cnt,ans[N];
    int newnode(){
        cnt++;
        for (int i=0;i<26;i++)ch[cnt][i]=0;
        f[cnt]=1;ans[cnt]=0;
        return cnt;
    }
    void init(){
        cnt=0;
        newnode();
    }
    void insert(char *s){
        int len=strlen(s),rt=1;
        for (int i=0;i<len;i++){
            int t=s[i]-'a';
            if (!ch[rt][t])ch[rt][t]=newnode();
            rt=ch[rt][t];
        }
        ans[rt]++;
    }
    void build(){
        queue<int>q;
        for (int i=0;i<26;i++){ //预处理第二层，防止ch[1][i]=0使得f[ch[1][i]]指向自己的节点
            if(ch[1][i])q.push(ch[1][i]);
            else ch[1][i]=1;
        }
        while(!q.empty()){
            int t=q.front();q.pop();
            for (int i=0;i<26;i++){
                if (ch[t][i]){
                    f[ch[t][i]]=ch[f[t]][i]; //ch[t][i]的fail为t的fail的i连边
                    q.push(ch[t][i]);
                }
                else ch[t][i]=ch[f[t]][i]; //保证ch[t][i]!=0,连fail节点，同时方便后面查询
            }
        }
    }
}
```

```

    }
    int query(char *s) {
        int rt=1,res=0;
        int len=strlen(s);
        for (int i=0;i<len;i++){
            rt=ch[rt][s[i]-'a'];
            for (int j=rt;j!=1&&ans[j]!=-1;j=f[j]){
                res+=ans[j],ans[j]=-1;
            }
        }
        return res;
    }
}AC;

```

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=1e6+10;
struct AC{
    int cnt,rt;
    int ans[N],ch[N][26],f[N];
    int newnode(){
        ++cnt;
        for (int i=0;i<26;i++)ch[cnt][i]=0;
        f[cnt]=ans[cnt]=0;
        return cnt;
    }
    void init(){
        cnt=0;
        rt=newnode();
    }
    void insert(string s){
        int l=s.size();
        int x=rt;
        for (int i=0;i<l;i++){
            int t=s[i]-'a';
            if (!ch[x][t])ch[x][t]=newnode();
            x=ch[x][t];
        }
        ans[x]++;
    }
    void build(){
        queue<int>q;
        q.push(rt);
        while (!q.empty()){
            int t=q.front();q.pop();
            for (int i=0;i<26;i++){
                int to=ch[t][i];
                if (!to)continue;
                if (t==rt)f[to]=rt;
                else{
                    int fa=f[t];
                    while (fa!=rt&&!ch[fa][i])fa=f[fa];
                    if (ch[fa][i])f[to]=ch[fa][i];
                    else f[to]=rt;
                }
                q.push(to);
            }
        }
    }
    int query(string s){
        int l=s.size(),x=rt,res=0;
        for(int i=0;i<l;i++){
            int t=s[i]-'a';
            while(x!=rt&&!ch[x][t])x=f[x];
            if (!ch[x][t])continue;
            for (int j=ch[x][t];j!=rt&&ans[j]!=-1;j=f[j]){
                res+=ans[j],ans[j]=-1;
            }
            x=ch[x][t];
        }
    }
}

```



```

        return res;
    }
}ac;
string s;
signed main(){
    int n;
    cin>>n;
    ac.init();
    for (int i=1;i<=n;i++){
        cin>>s;
        ac.insert(s);
    }
    ac.build();
    cin>>s;
    cout<<ac.query(s)<<endl;
    //system("pause");
    return 0;
}
// 2 a aa aaaaaaaa

```

8.后缀数组

sa[i]为排名为i的后缀的起始位置的下标, rk[i]为后缀i的排名, sa[rk[i]]=i, rk[sa[i]]=i

```

#include<bits/stdc++.h>//O(nlog^2n),特殊数据会卡,例如 a,...,z,a...z,...
using namespace std;
const int N=1e6+10;
char s[N];
int sa[N],rk[N],oldrk[N];
int w;
signed main(){
    scanf("%s",s+1);
    int n=strlen(s+1);
    for (int i=1;i<=n;i++)sa[i]=i,rk[i]=s[i];
    for (w=1;w<n;w<=1){
        sort(sa+1,sa+n+1,[](int x,int y){
            return rk[x]==rk[y]?rk[x+w]<rk[y+w]:rk[x]<rk[y];
        });
        memcpy(oldrk,rk,sizeof rk);
        int p,i;
        for (p=0,i=1;i<=n;i++){
            if (oldrk[sa[i]]==oldrk[sa[i-1]]&&oldrk[sa[i]+w]==oldrk[sa[i-1]+w]){
                rk[sa[i]]=p;
            }
            else rk[sa[i]]=++p;
        }
        if (p==n)break;
    }
    for (int i=1;i<=n;i++)cout<<sa[i]<<" ";
    return 0;
}

```

```

#include<bits/stdc++.h>//O(nlog^2n)
using namespace std;
const int N=1e6+10;
char s[N];
int n;
int sa[N],rk[N],oldrk[N],cnt[N],id[N];
void SA(){
    n=strlen(s+1);
    int m=max(300,n);
    int i,j,w;
    for (i=1;i<=n;i++)++cnt[rk[i]=s[i]];
    for (i=1;i<=m;i++)cnt[i]+=cnt[i-1];
    for (i=n;i>=1;i--)sa[cnt[rk[i]]--]=i;
    for (w=1;w<n;w<=1){
        for (i=1;i<=m;i++)cnt[i]=0;
        for (i=1;i<=n;i++)id[i]=sa[i];
        for (i=1;i<=n;i++)++cnt[rk[id[i]+w]];
    }
}

```

```

        for (i=1;i<=m;i++)cnt[i]+=cnt[i-1];
        for (i=n;i>=1;i--)sa[cnt[rk[id[i]+w]]--]=id[i];
        for (i=1;i<=m;i++)cnt[i]=0;
        for (i=1;i<=n;i++)id[i]=sa[i];
        for (i=1;i<=n;i++)++cnt[rk[id[i]]];
        for (i=1;i<=m;i++)cnt[i]+=cnt[i-1];
        for (i=n;i>=1;i--)sa[cnt[rk[id[i]]]--]=id[i];
        memcpy(olldrk,rk,sizeof rk);
        int p,i;
        for (p=0,i=1;i<=n;i++){
            if (olldrk[sa[i]]==olldrk[sa[i-1]]&&olldrk[sa[i]+w]==olldrk[sa[i-1]+w]){
                rk[sa[i]]=p;
            }
            else rk[sa[i]]==++p;
        }
        if (p==n)break;
    }
}
signed main(){
    scanf("%s",s+1);
    SA();
    for (int i=1;i<=n;i++)cout<<sa[i]<<" ";
    return 0;
}

```

1.每次从S中取队首或者队尾的字符加入新队列，使得最后字典序最小

贪心，如果队首字符<队尾字符，插入队首；如果队首字符>队尾字符，插入队尾；如果相等就比较下一个字符，总体而言就是比较字典序

S +‘超小值’+ S^T ， S^T 代表反串，求出rk，rk[超小值前面的]为队首的字典序排名，rk[超小值后面的]为队尾的字典序排名

```

cin>>n;
for (int i=1;i<=n;i++)cin>>s[i];s[n+1]='\0';
memcpy(t,s,sizeof s);
reverse(t+1,t+1+n);
strcat(s+1,"0");//此处"0"小于所有其他字符
strcat(s+1,t+1);
n=strlen(s+1);
SA();
int l=1,r=(n-1)>>1,tot=0;
while (l<=r){
    printf("%c",rk[l]<rk[n-r+1]?s[l++]:s[r--]);
    if (++tot%80==0) printf("\n");
}

```

2.height[i]为lcp(sa[i],sa[i-1])，也就是第i名的后缀和第i-1名的后缀的最长公共前缀，height[1]为0。

对于 j, k ， $rk[i] < rk[k]$ ，易知具有以下性质 1， $lcp(suffix(j), suffix(k)) = \min(height[rk[j] + 1], height[rk[j] + 2], \dots, height[rk[k]])$

同时，height数组具有以下性质： $height[rk[i]] \geq height[rk[i - 1]] - 1$

证明：设 $sa[rk[i - 1] - 1] = k$ ，即排在后缀i-1前一名的是k

if $height[rk[i - 1]] \leq 1$ ：显然成立

else $height[rk[i - 1]] > 1$ ：

$\therefore lcp(suffix(k), suffix(i - 1)) > 1$

$\therefore suffix(k), suffix(i - 1)$ 前缀至少存在一个字母是相同的

$\therefore rk[k + 1] < rk[i], lcp(suffix(k + 1), suffix(i)) = height[rk[i - 1]] - 1$

\therefore 由性质1得， $height[rk[i]] \geq height[rk[i - 1]] - 1$

```

int ht[N];
for (int i=1,k=0;i<=n;i++) {
    if(k)k--;
    while(s[i+k]==s[sa[rk[i]-1]+k])k++;
    ht[rk[i]]=k;
}

```

由性质1+rmq算法或者线段树，可以求得 $\text{lcp}(\text{suffix}(j), \text{suffix}(k))$

3.字符串子串 $A=S[a..b], B=S[c..d]$ 大小关系，已知 $S[a..b], S[c..d]$ 长度可以 $O(1)$ 判断，

$\text{lcp}(a, c) \geq \min(|A|, |B|)$ 时， $A < B \iff |A| < |B|$

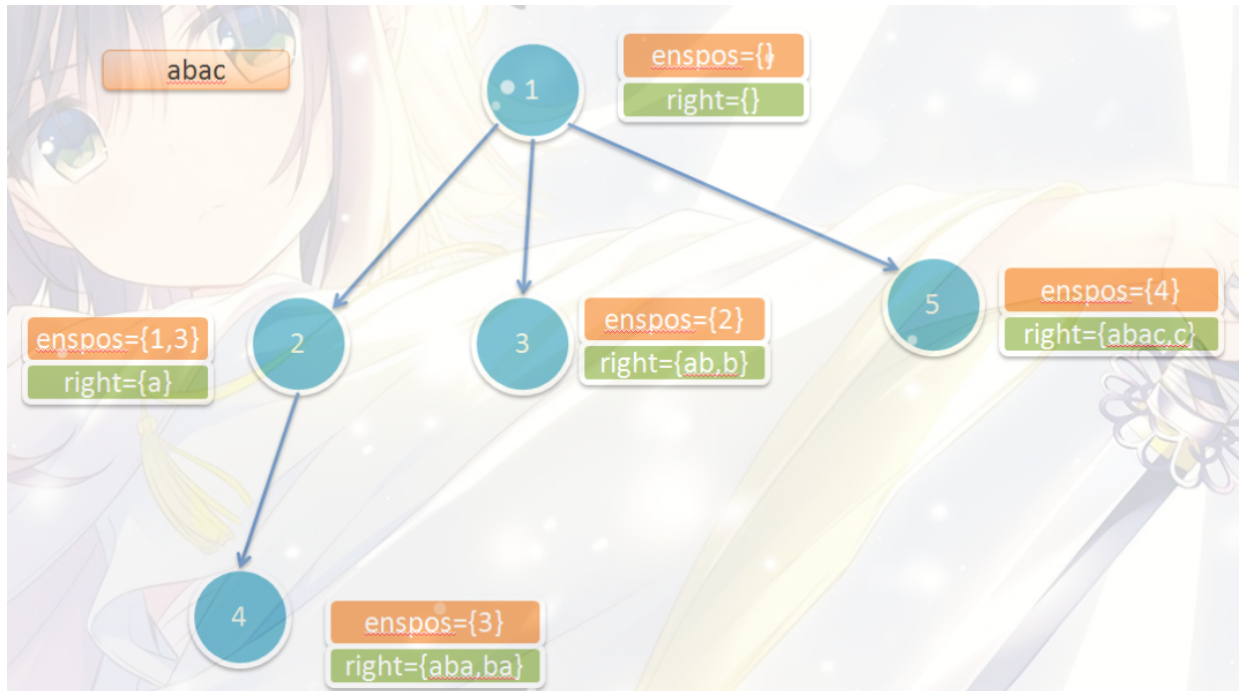
else, $A < B \iff \text{rk}[a] < \text{rk}[b]$

4.本质不同子串

所有后缀的所有前缀就是字符串的所有子串

$$\frac{n*(n+1)}{2} - \sum_{i=1}^n \text{height}[i]$$

9.后缀自动机(SAM)



1.后缀自动机

```
struct SAM{
    struct node{
        int ch[26];
        int len, fa;
        node(){memset(ch, 0, sizeof(ch)); len=0;}
    } a[N<<1];
    int las=1, tot=1, ha[N];
    int newnode(){
        ++tot;
        for (int i=0; i<26; i++) a[tot].ch[i]=0;
        a[tot].len=a[tot].len=0; ha[tot]=0;
        return tot;
    }
    void init(){
        las=tot=1;
    }
    void add(int x){
        int p=las, np=las=newnode(); ha[tot]=1;
        a[np].len=a[p].len+1;
        for(; p&&!a[p].ch[x]; p=a[p].fa) a[p].ch[x]=np;
        if(!p) a[np].fa=1; //case 1
        else{
            int q=a[p].ch[x];
            if(a[q].len==a[p].len+1) a[np].fa=q; //case 2
            else{
                int nq=newnode(); a[nq]=a[q];
                a[nq].len=a[p].len+1;
                a[q].fa=a[np].fa=nq;
                for(; p&&a[p].ch[x]==q; p=a[p].fa) a[p].ch[x]=nq; //case 3
            }
        }
    }
}
```

```

    }
}
}sam;

```

2.广义后缀自动机

法一：直接将多个串加分隔符合成一条串

法二：对于每个串从1节点开始add

```

struct SAM{
    struct node{
        int ch[26];
        int len,fa;
        node(){memset(ch,0,sizeof(ch));len=0;}
    }a[N<<1];
    int las=1,tot=1,ha[N];
    int newnode(){
        ++tot;
        for (int i=0;i<26;i++)a[tot].ch[i]=0;
        a[tot].len=a[tot].len=0;ha[tot]=0;
        return tot;
    }
    void init(){
        las=tot=1;
    }
    int add(int x,int las){
        if(a[las].ch[x]){
            int p=las,t=a[p].ch[x];
            if(a[p].len+1==a[t].len) return t;
            else{
                int y=newnode();
                a[y].len=a[p].len+1;
                memcpy(a[y].ch,a[t].ch,sizeof a[t].ch);
                while(p&& a[p].ch[x]==t)a[p].ch[x]=y,p=a[p].fa;
                a[y].fa=a[t].fa;a[t].fa=y;
                return y;
            }
        }
        int p=las,np=las=newnode();ha[tot]=1;//
        a[np].len=a[p].len+1;
        for(;p&&!a[p].ch[x];p=a[p].fa)a[p].ch[x]=np;
        if(!p)a[np].fa=1;//case 1
        else{
            int q=a[p].ch[x];
            if(a[q].len==a[p].len+1)a[np].fa=q;//case 2
            else{
                int nq=newnode();a[nq].fa=a[q].fa;
                for (int i=0;i<26;i++)a[nq].ch[i]=a[a[q].ch[i]].len?a[q].ch[i]:0;
                a[nq].len=a[p].len+1;
                a[q].fa=a[np].fa=nq;
                for(;p&&a[p].ch[x]==q;p=a[p].fa)a[p].ch[x]=nq;//case 3
            }
        }
        return np;
    }
    void getsum(){//本质不同子串
        long long ans=0;
        for(register int i=2;i<=tot;++i)ans+=a[i].len-a[a[i].fa].len;
        printf("%lld\n",ans);
    }
}sam;

```

法三：先建好字典树再处理其他元素

```

struct SAM{
    struct node{
        int ch[26];
        int len,fa;
        node(){memset(ch,0,sizeof(ch));len=0;}
    }

```

```

}a[N<<1];
int las=1,tot=1;
int newnode(){
    ++tot;
    for (int i=0;i<26;i++)a[tot].ch[i]=0;
    a[tot].len=a[tot].fa=0;
    return tot;
}
void init(){
    las=tot=1;
}
int add(int x,int las){
    int p=las,np=las=a[las].ch[x];
    if(a[np].len)return np;
    a[np].len=a[p].len+1;
    p=a[p].fa;
    for(;p&&!a[p].ch[x];p=a[p].fa)a[p].ch[x]=np;
    if(!p)a[np].fa=1;//case 1
    else{
        int q=a[p].ch[x];
        if(a[q].len==a[p].len+1)a[np].fa=q;//case 2
        else{
            int nq=newnode();a[nq].fa=a[q].fa;
            for (int i=0;i<26;i++)a[nq].ch[i]=a[a[q].ch[i]].len?a[q].ch[i]:0;
            a[nq].len=a[p].len+1;
            a[q].fa=a[np].fa=nq;
            for(;p&&a[p].ch[x]==q;p=a[p].fa)a[p].ch[x]=nq;//case 3
        }
    }
    return np;
}
void buildtrie(char *s){
    int len=strlen(s),rt=1;
    for (int i=0;i<len;i++){
        int x=s[i]-'a';
        if(!a[rt].ch[x])a[rt].ch[x]=newnode();
        rt=a[rt].ch[x];
    }
}
void buildsam(){
    queue<pair<int,int> >q;
    for (int i=0;i<26;i++)if(a[1].ch[i])q.push({i,1});
    while (!q.empty()){
        auto t=q.front();
        q.pop();
        int las=add(t.first,t.second);
        for(int i=0;i<26;i++)if(a[las].ch[i])q.push({i,las});
    }
}
void getsum(){
    long long ans=0;
    for (int i=2;i<=tot;i++)ans+=a[i].len-a[a[i].fa].len;
    printf("%lld\n",ans);
}
}
sam;

```

10.序列自动机

```

//求g[i][j]为[i,n]第一个j出现的位置
const int inf=0x3f3f3f3f;
int nxt[N][27];
void init(char *s){
    int len=strlen(s);
    for(int i=0;i<26;i++) nxt[len][i]=inf;
    for(int i=len-1;i>=0;i--){
        for(int j=0;j<26;j++){
            nxt[i][j]=nxt[i+1][j];
        }
        nxt[i][s[i]-'a']=i;
    }
}

```

11.Manacher

```

int Init(){
    int len=ss.size();
    str[0]='$',str[1]='#';
    int j=1;
    for(int i=0;i<len;++i)
        str[++j]=ss[i],str[++j]='#';
    str[++j]='\0';
    return j;
}
int Manacher(){
    int len=Init(),maxv=0,id=1,mx=1;
    for(int i=1;i<len;++i){
        if(mx>i) p[i]=min(p[2*id-i],mx-i);
        else p[i]=1;
        while(str[i-p[i]]==str[i+p[i]]) p[i]++;
        if(mx<i+p[i]) id=i,mx=i+p[i];
        if (i==p[i])maxv=max(maxv,p[i]-1);
    }
    return maxv;
}

```

12.lyndon分解

```

//给定一个字符串s(sum of s<=2e7),求1-n的前缀每个前缀的最小字典序后缀的位置k*1112^(i-1),例k=1时,contest的后缀为
contest
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
const int N=1e6+10;
const int mod=1e9+7;
char s[N];
int p[N];//记录每个点的所属lyndon串的左端点
int main() {
    int T;
    cin>>T;
    while(T--){
        scanf("%s",s+1);
        int n=strlen(s+1);
        for(int i=1;i<=n;i++)p[i]=0;
        int i=1;
        while (i<=n){
            int j=i,k=i+1;
            p[i]=i;
            while(j<=n&&s[j]<=s[k]){
                if(s[j]<s[k])j=i,p[k]=i;
                else p[k]=p[j]+k-j,j++;
                k++;
            }
            while(i<=j)i+=k-j;
        }
        ll t=1,ans=0;
        for(int i=1;i<=n;i++)ans=(ans+t*p[i]%mod)%mod,t=t*1112%mod;
    }
}

```

```
        printf("%lld\n",ans);  
    }  
    return 0;  
}
```