第三章 数字图像增强

图像增强的目的

- 使处理后的图像更适合于具体的应用，是面向问题的，例如：适合于处理X射线的技术并不一定适合于处理空间探测器传送的图像。
- 判断标准为人的主观视觉或便于后续的处理（如分割、特征计算等）。

图像增强技术可分为两大类：空域增强和变换域增强

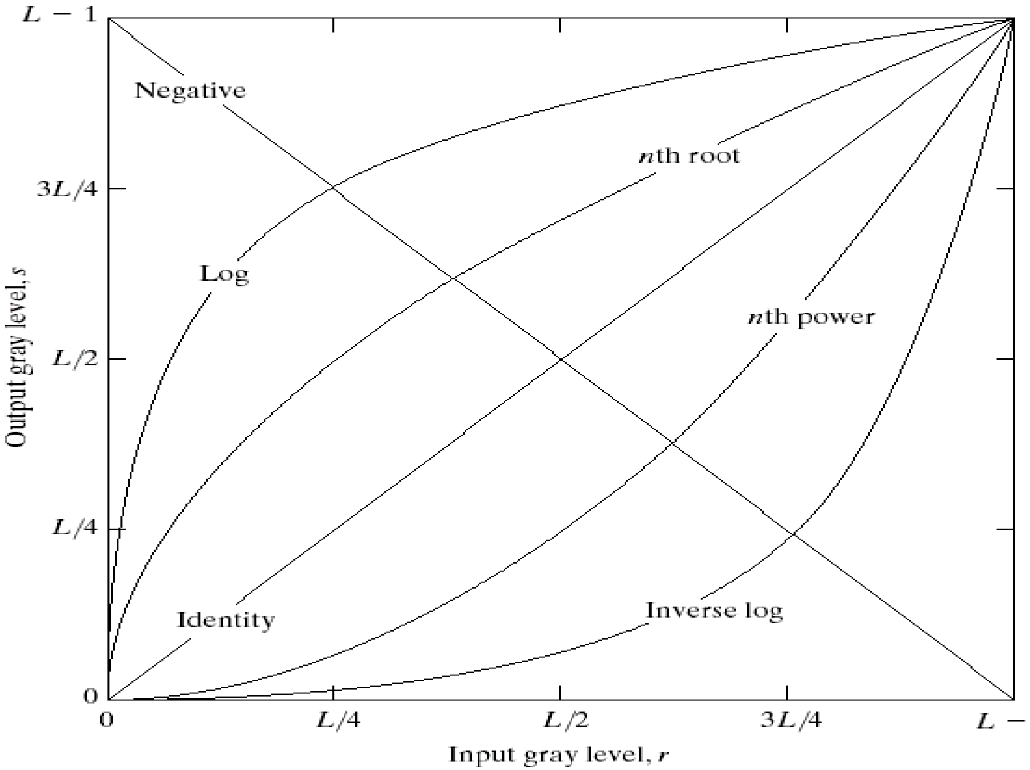
- 空域增强是直接对图像空间中的像素灰度进行处理，包括灰度变换、直方图处理、空间滤波、图像卷积等。
- 变换域增强则是将原定义在图像空间中的图像以某种形式(如傅里叶变换)变换到其它空间中，利用该空间的特有性质进行图像处理，最后再逆变换回原图像空间中。主要变换有傅里叶变换、小波变换、离散余弦变换、沃尔什变换等。
- 两大类中的某些方法通常也被结合在一起来进行增强操作。

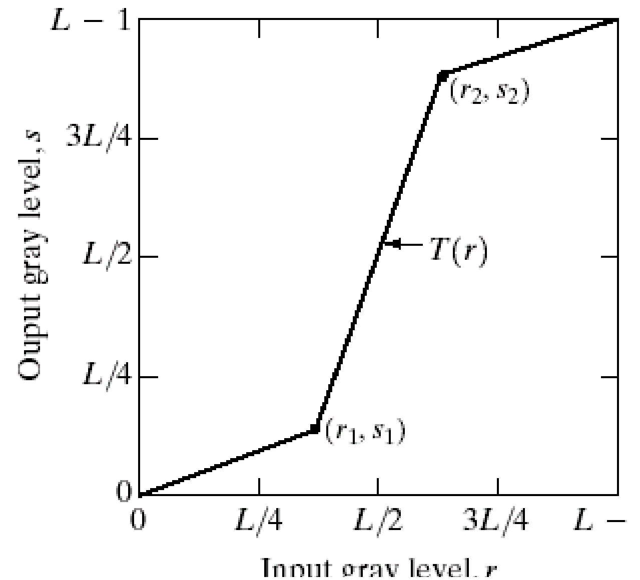
3学时授课

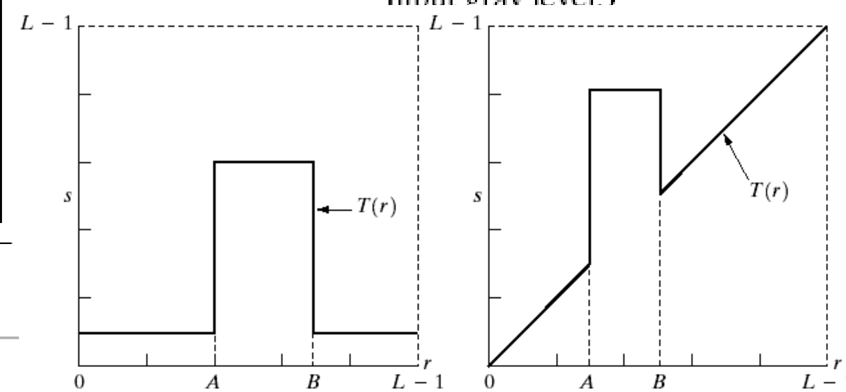
1学时作业

空域图像增强：灰度变换

- 灰度变换的一般数学表达式:$g(x,y)=T[f(x,y)]$,变换T要单调、灰度范围相同
- 常见的灰度变换如下图：图像反转、对数变换、幂次变换、分段线性变换等

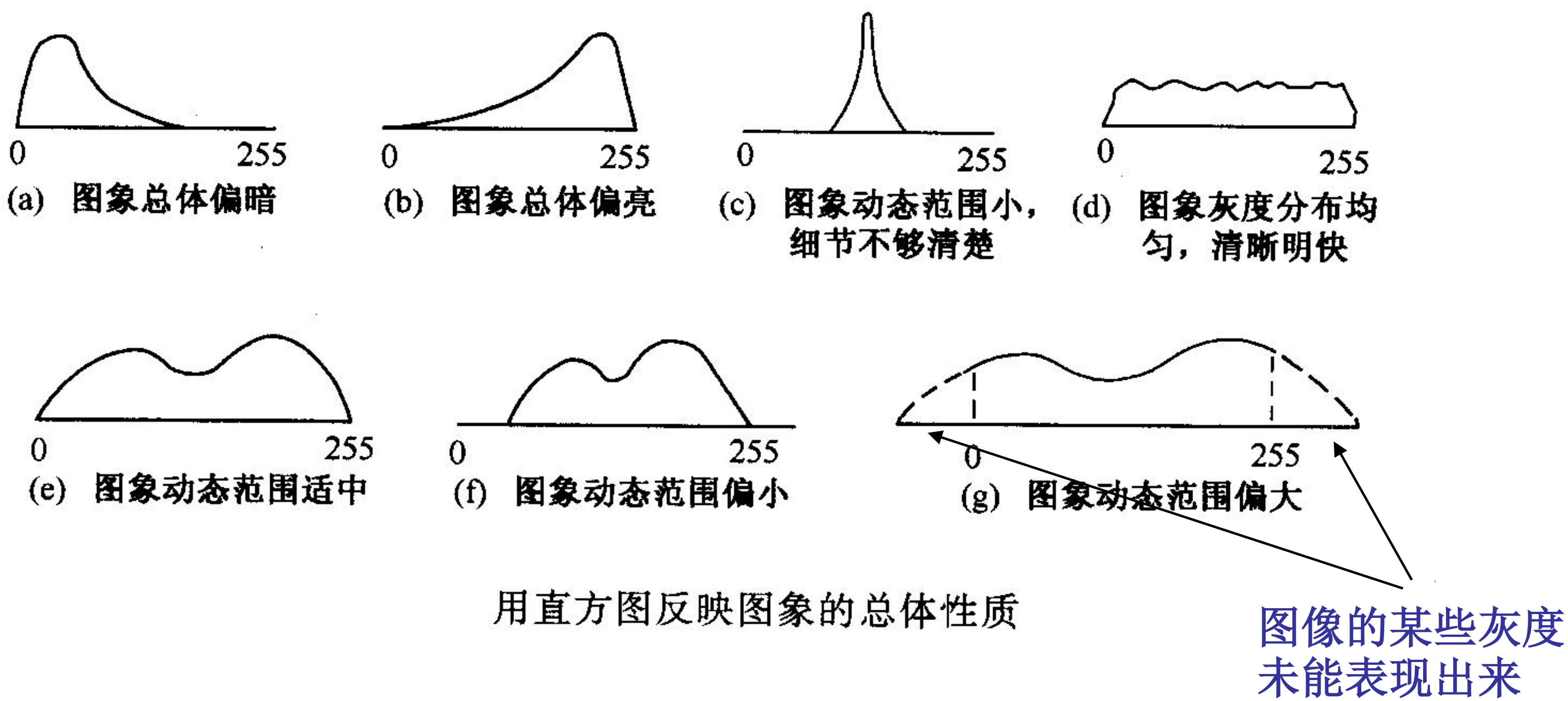






空域图像增强：直方图处理（1）

- 灰度直方图是大量的空域处理技术的基础，直方图处理可以有效地用于图像增强。
- 定义：图像灰度直方图h(i)是图像所有像素具有灰度i的概率或频数n_i/n. $\sum_i h(i)=1$
- 图像灰度直方图总体上描述了图像中灰度的分布，但丢失了空间信息
- 常见的灰度直方图增强技术有：直方图均衡化、直方图指定化



用直方图反映图象的总体性质

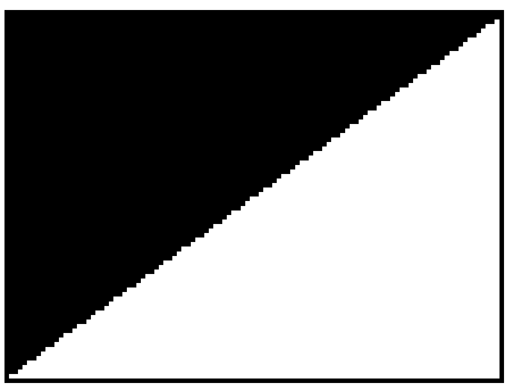
空域图像增强：直方图表征图像不唯一

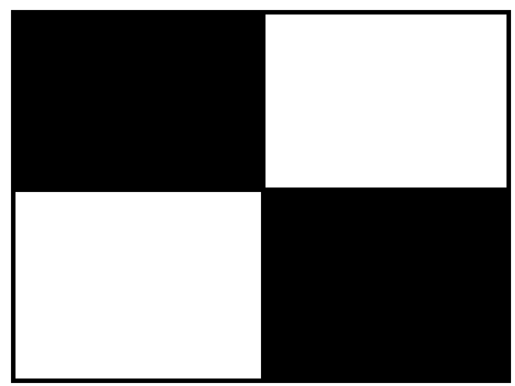
直方图描述了每个灰度级具有的像素的个数

反映的是图像灰度的统计信息

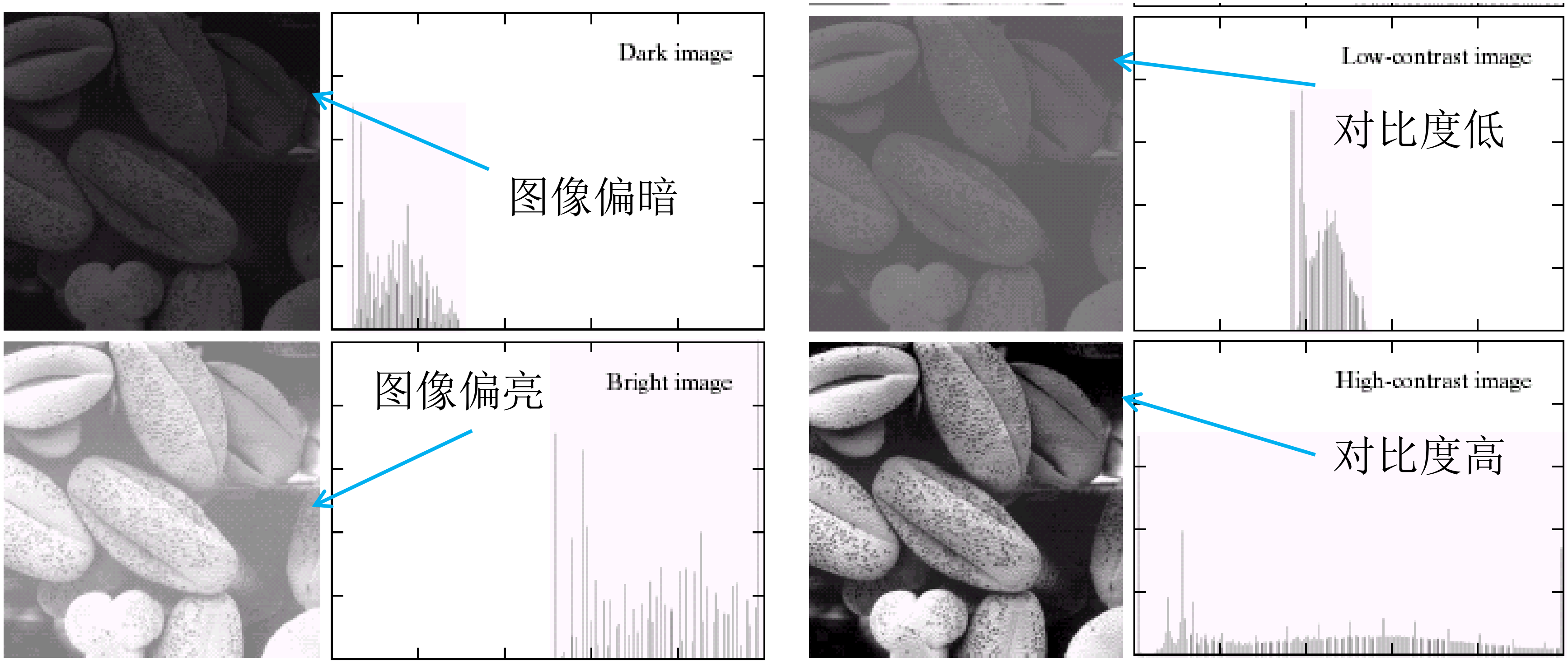
丢失了所有这些像素点的空间信息，即像素点的相对位置

因此，任一特定的图像有唯一的直方图，但反之并不成立



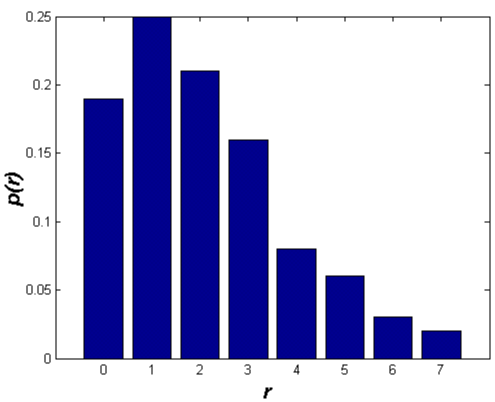


空域图像增强：直方图及图像示例



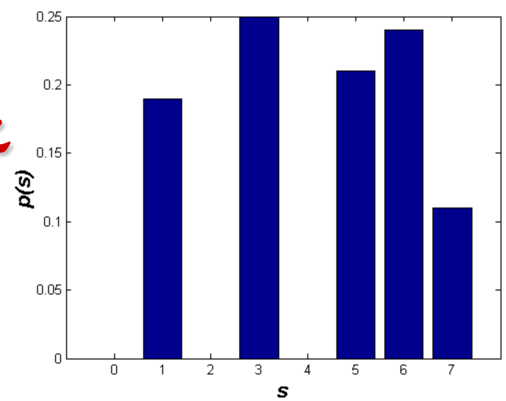
空域图像增强：直方图均衡化（2）

- 直方图均衡化可通俗地描述为：对一个已知灰度直方图分布h(i)的图像f(x, y)使用某种非线性变换，使得变换后的图像具有最均匀的灰度分布。
- 基本手段：借助于累积直方图 $H(j)=\sum_{i=0}^{j}h(i)$ 求取灰度的非线性变换
- 变换后的图像灰度g(x, y) = (L-1)*H(f(x, y)) （利用变换前后的累积直方图相等）



直方图均衡化

及其本质



变换前的频数差异 大于

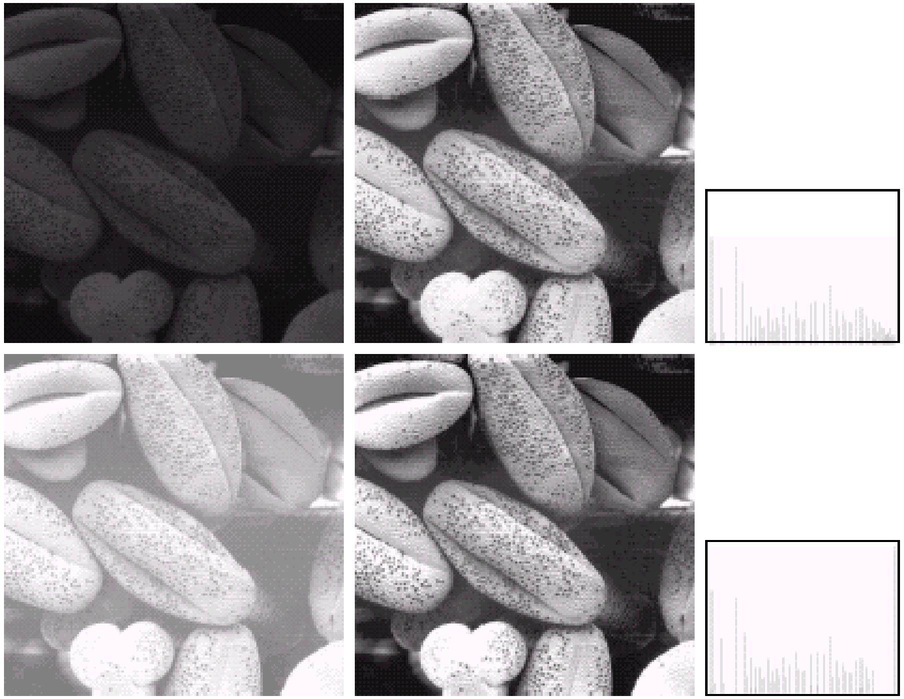
变换后的频数差异

变换要最大程度地使频数相等或频数差异降到最小

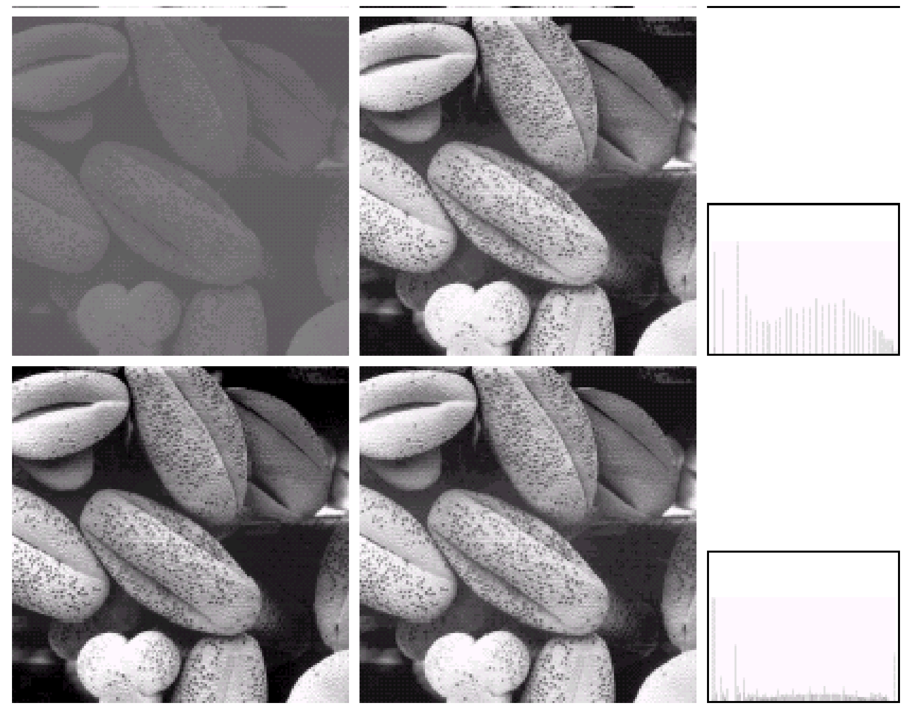
以牺牲灰度级个数为代价

- 直方图均衡化实质上是减少图像的灰度级以换取对比度的增加。
- 原直方图上频数很高的灰度，变换后其与相邻灰度的间隔将加大-》增强。
- 原直方图上频数较小的灰度级被归入很少几个或一个灰度级内而被压缩；若这些灰度级所构成的图像细节比较重要，则需采用局部区域直方图均衡。

空域图像增强：直方图均衡化示例



原图1/2 偏暗/偏亮图　　直方图均衡化后　　处理后的直方图



原图 3/4 对比度低/高　　直方图均衡化后　　处理后的直方图

空域图像增强：直方图均衡化示例

FIGURE 3.18 Transformation functions (1) through (4) were obtained from the histograms of the images in Fig.3.17(a), using Eq. (3.3-8).

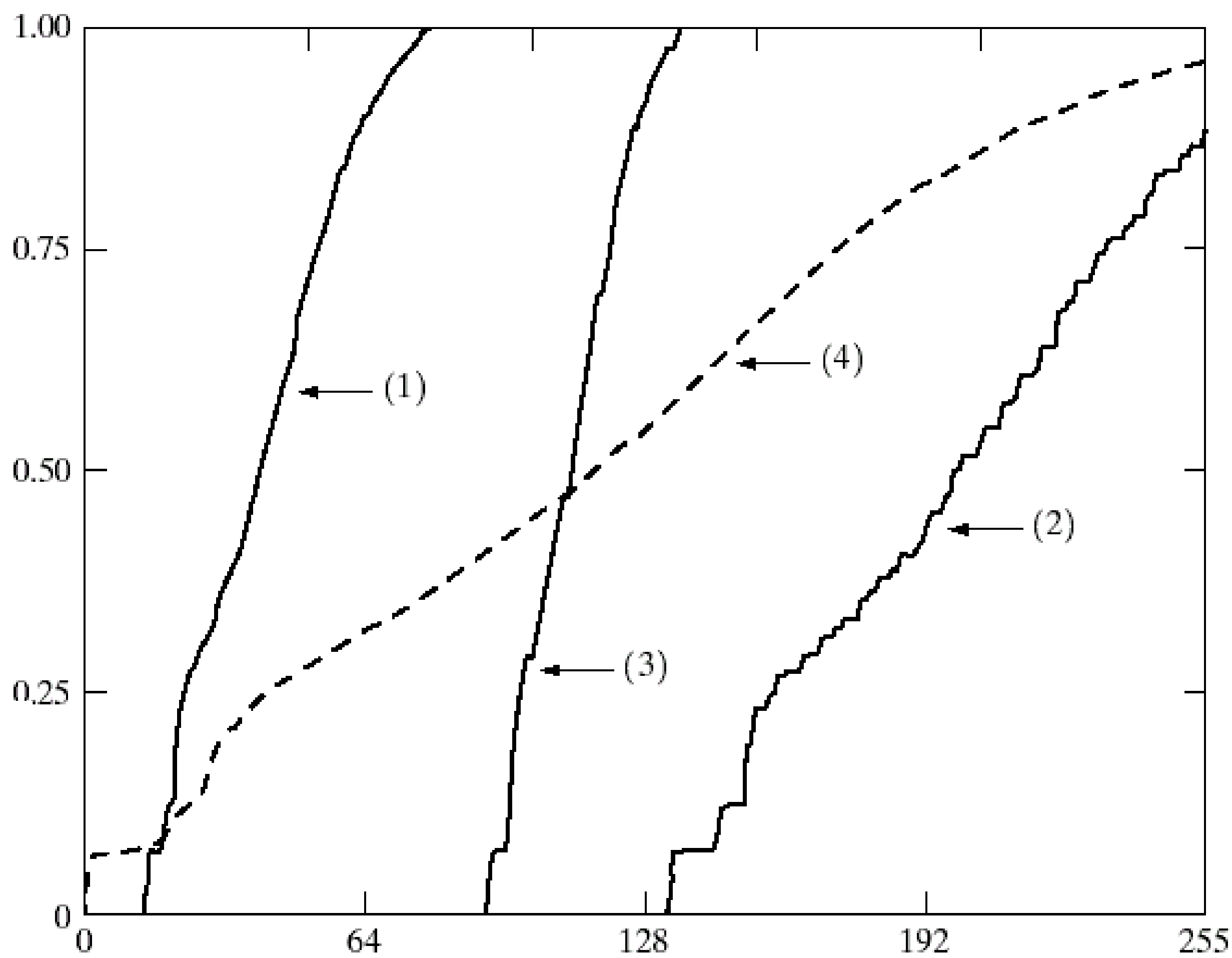
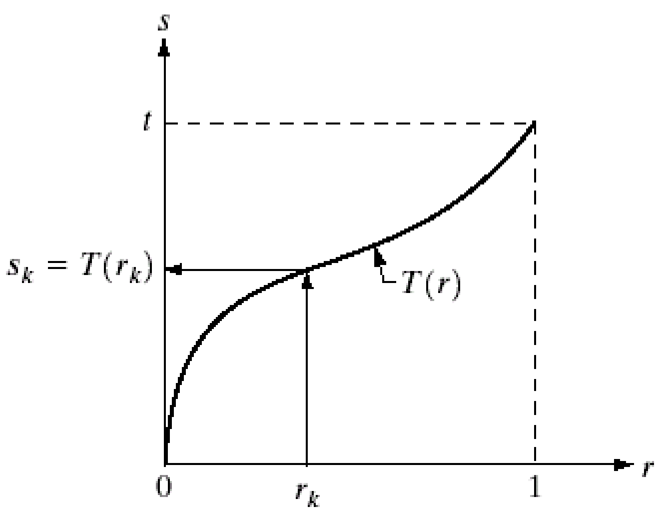


图1、图2、图3、图4做灰度直方图均衡化对应的灰度变换曲线 s=T(r)



空域图像增强：直方图指定或匹配 (1)

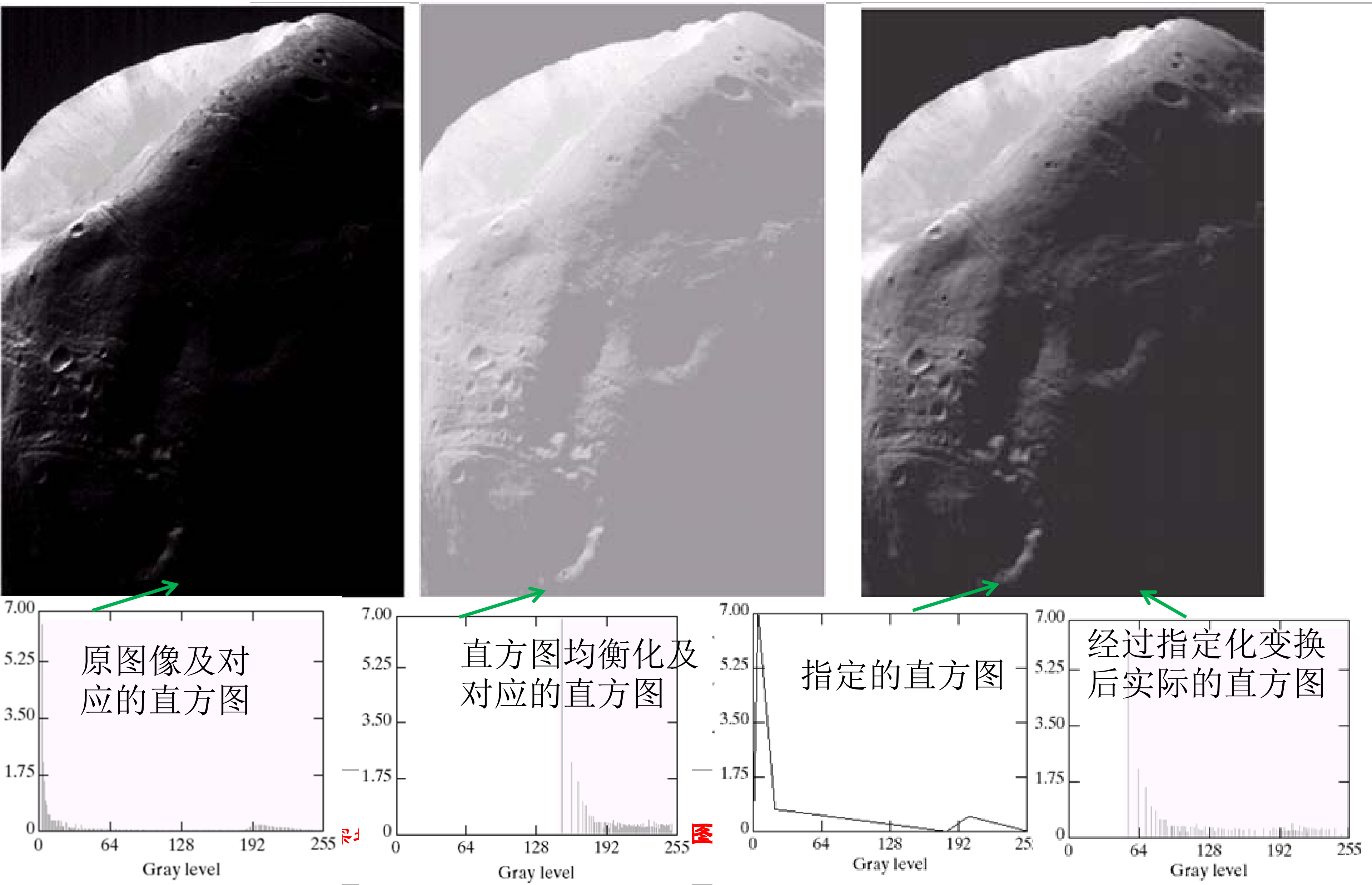
- 直方图指定或匹配的定义：将一个已知灰度直方图分布h(i)的图像f(x, y) 使用某种灰度的非线性变换，使得变换后的灰度具有指定的直方图分布s(i)。
- 基本手段：借助于累积直方图 $H(j)=\sum_{i=0}^{j}h(i)$ $S(j)=\sum_{i=0}^{j}s(i)$ 求取灰度变换
- 变换的确定：若H(j) ≥S(j_1)但H(j)<S(j_1+1),则输入灰度j变换成输出灰度j_1.

输入图像在灰度j处的累积直方图H(j)与输出图像在灰度j_1处的累积直方图S(j_1)近似相等

直方图指定或匹配的附注

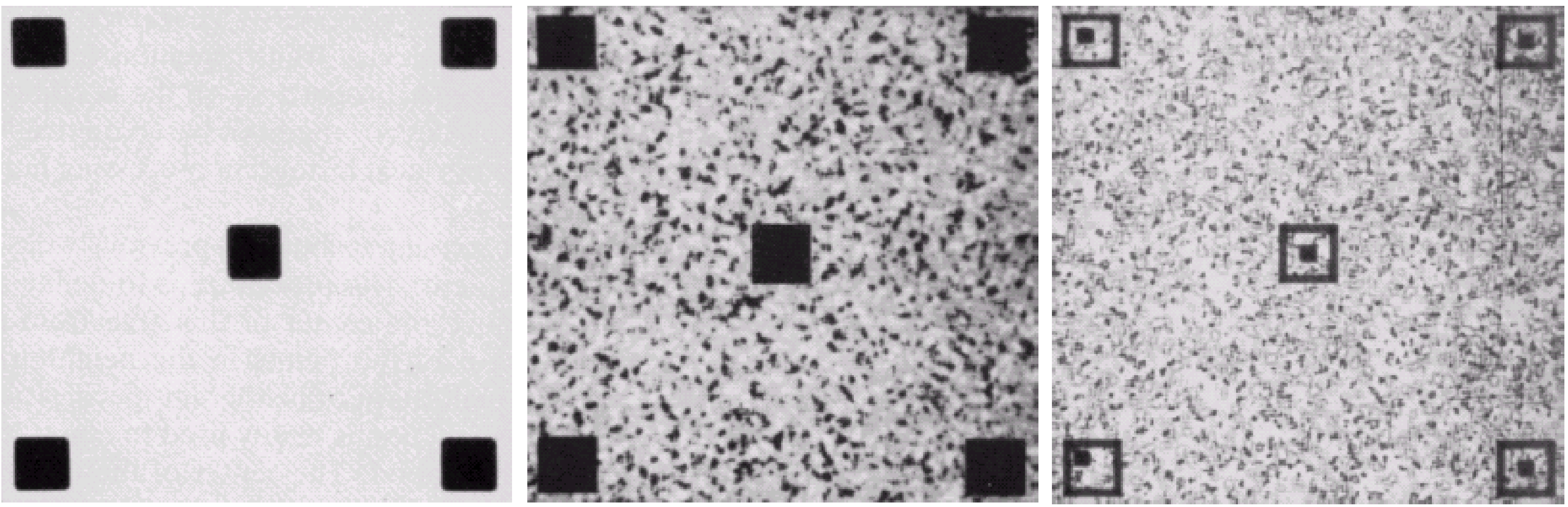
- 在模式识别或图像配准中，为了增强数据的一致性，有时需要对图像的灰度直方图进行匹配处理，使得输入的图像经过灰度变换后具有与参考图像相同的灰度直方图，然后进行后续处理。
- 待指定的灰度直方图一般靠实验确定。但也有这方面的研究文献。
- 直方图均衡化是直方图匹配的一种特例，对应于指定的分布为均匀分布。

空域图像增强：直方图指定或匹配示例 (2)



空域图像增强：直方图局部增强（4）

- 在某些情况下，用于增强某个小区域细节的局部增强技术是需要的。
- 局部增强其实就是基于邻域的空间域操作，前面的方法同样可以使用，但此时处理的是一幅图像中的某个子区域。
- 左原图； 中 总体直方图均衡化； 右 局部直方图均衡化 （7X7局部窗口）



总体直方图均衡化总体上增强了图像对比度，但黑色区域信息仍不清楚；

局部直方图均衡化增强了每个小区域包括黑色区域，但总体对比度增强效果不如前者

空域图像增强：基于直方图统计量的增强（5）

n阶中心矩：

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i)$$

均值：

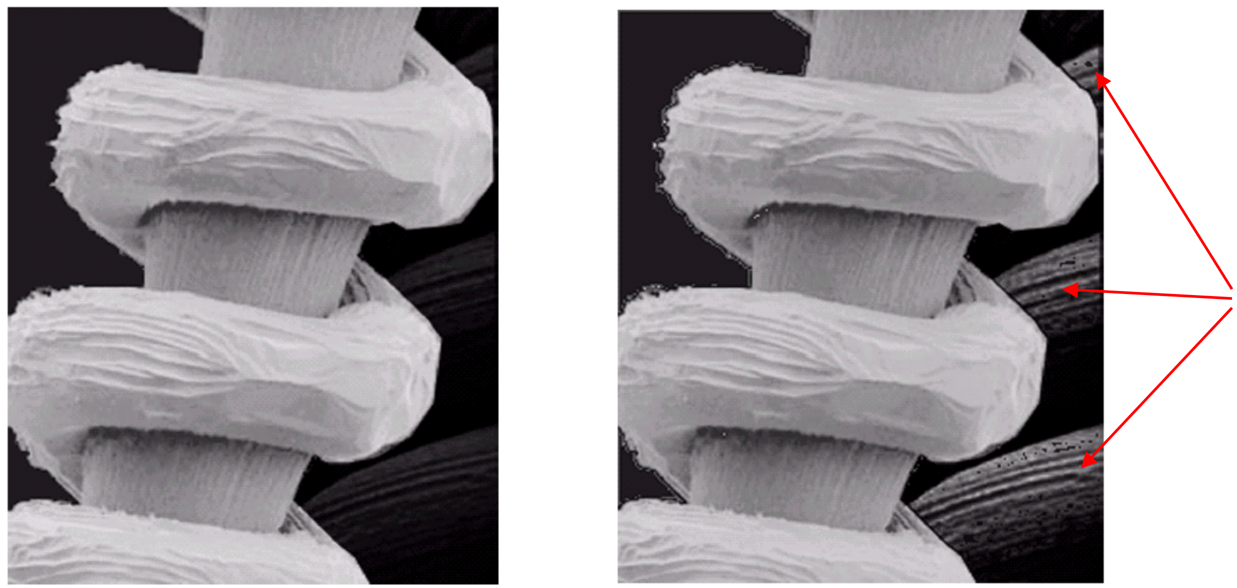
$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i)$$

显然：$\mu_0(r) = 1 \quad \mu_1(r) = 0$

二阶中心矩（方差）：

$$\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i)$$

m是图像平均灰度；灰度方差σ^2 代表了图像的平均对比度。这两个量的代表性的应用是在局部增强。局部增强例子 m_{sxy}、σ_{sxy}局部均值与均方差、M_G与D_G全局均值与均方差



$$g(x,y) = \begin{cases} E * f(x,y) & \text{如果} m_{s_{xy}} \le k_0 M_G \text{且} k_1 D_G \le \sigma_{s_{xy}} \le k_2 D_G \\ f(x,y) & \text{其它} \end{cases}$$

原图、局部增强图

局部增强针对局部均值较低及局部均方差位于一定范围的像素，如箭头所示。

空域图像增强：空间滤波

- 空间域滤波器：有线性与非线性之分；线性滤波器的设计常基于对傅里叶变换的分析，非线性滤波器一般直接对邻域进行操作。
- 功能上讲：空间滤波器主要分成平滑和锐化两类。
- 实现上：通常通过模板(template)求卷积运算。

$$\begin{bmatrix} w(-1,-1) & w(0,-1) & w(1,-1) \\ w(-1,0) & w(0,0) & w(1,0) \\ w(-1,1) & w(0,1) & w(1,1) \end{bmatrix}$$

- 工作原理：可借助频域分析实现。

$$\text{滤波器}\begin{cases} \text{线性滤波器}\begin{cases} \text{低通滤波器（均值滤波）} \\ \text{高通滤波器（边缘提取）} \end{cases} \\ \text{非线性滤波器}\begin{cases} \text{最大值滤波器} \\ \text{最小值滤波器} \\ \text{中值滤波器} \end{cases} \end{cases}$$

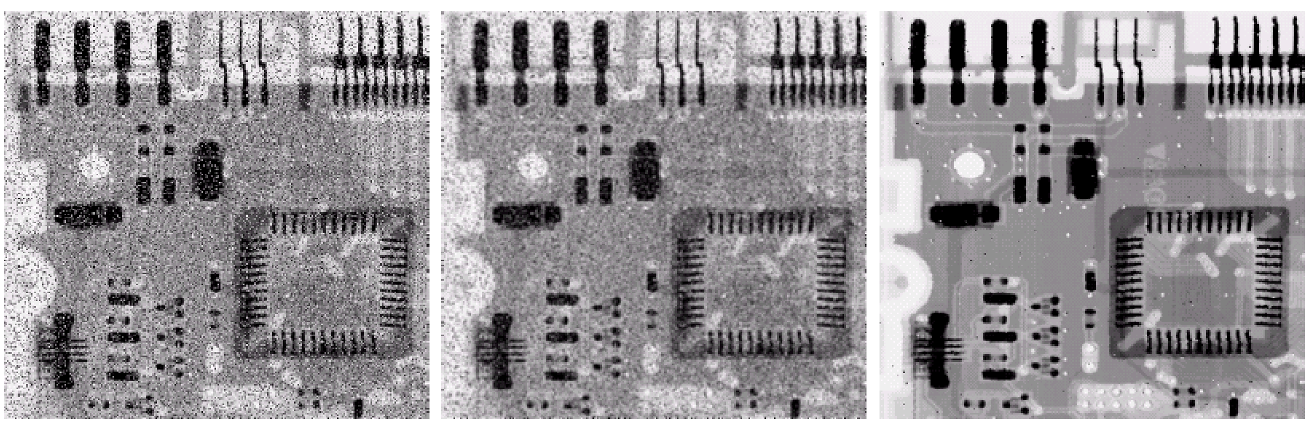
- 模板或核(kernel)卷积计算：对于以点(x, y)为中心（模板局部坐标(0,0)），图像f(x, y)与模板w(k, l)的卷积为

$$g(x,y) = w(k,l) * f(x,y) = \sum_{k=-K}^{K} \sum_{l=-L}^{L} w(k,l) \cdot f(x+k, y+l)$$

空域图像增强：平滑滤波器

- 平滑滤波通常被用来将图像模糊化、以及降低噪声。
- 模糊化处理通常用在预处理阶段，如在目标抽取前用于去掉小的细节，或者把线和曲线间的间隙连接起来。
- 噪声降低可以用线性的或非线性的滤波器来完成。
- 线性滤波器：降低噪声、引起边缘模糊（均值、高斯(preferred)）。
- 非线性滤波器：如 邻域内灰度排序统计方法
- 通常的排序包括最大、最小、中值
- 中值滤波较好地去除胡椒盐颗粒噪声而保留边缘

$$\frac{1}{10}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\quad \frac{1}{57}\begin{bmatrix}0 & 1 & 2 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 5 & 3 & 1\\ 2 & 5 & 9 & 5 & 2\\ 1 & 3 & 5 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0\end{bmatrix}$$



左：X射线照射得到的电路板图像，有胡椒盐噪声。

中:3x3均值滤波

右：3x3中值滤波

如何选取合适的模板大小是关键之一

空域图像增强：空间锐化滤波器（1）

- 图像锐化的目的：增强图像中景物的边界和轮廓
- 实际实现：用灰度差分来估计或逼近；由于也会放大噪声，应先平滑再求差分
- 锐化的分类：二阶微分滤波器（拉普拉斯算子）、一阶微分滤波器(梯度算子)
- 差分计算有方向性：微分算子可能对方向敏感，实际可计算对方向不敏感的量

比较一阶微分和二阶微分的特征：

- 一阶微分产生更多的边缘
- 二阶微分对细的细节，如细线和孤立点的响应更强
- 一阶微分对灰度的阶跃变化响应更强烈，而二阶微分则会在此产生双响应
- 二阶微分在灰度变化相似时，对线的响应要强于阶跃变化，对点的响应又强于线
- 对于多数应用，**二阶微分处理比一阶微分处理好**

空域图像增强：二阶微分增强（2）

具有各向同性特征的线性变换算子:Laplacian算子（相当于线性高通滤波器）

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 f}{\partial^2 y}$$

高斯平滑、再求二阶差分，可用模板卷积实现

离散实现：

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

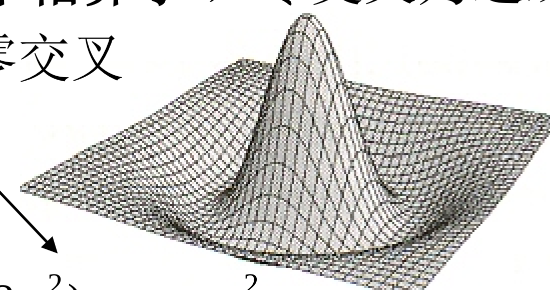
1	1	1
1	−8	1
1	1	1

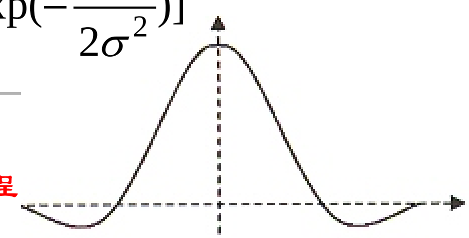
0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

$$\nabla^2 f = [f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1)] - 4f(x,y)$$

具有90º旋转不变性，45º方向旋转不变性的两个模板（两个简易+稍微复杂模板）

早期著名的**LoG算法**或Marr-Hildreth边缘算子或**墨西哥草帽算子**，零交叉为边缘点(zero-crossing)：实现步骤为高斯平滑、二阶导数、零交叉





$$f(x,y) * [\frac{(r^2 - 2\sigma^2)}{\sigma^4} \exp(-\frac{r^2}{2\sigma^2})]$$

(a)

(b)

空域图像增强：一阶微分增强（3）

梯度算子：

$$\nabla \mathbf{f} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial f / \partial x \\ \partial f / \partial y \end{bmatrix}$$

梯度矢量的幅度：

$$\nabla f = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \right]^{1/2}$$

在没有特殊说明时，通常把梯度矢量的幅度称为梯度。其具有旋转不变性。实际实现时通常采用如下近似： $\nabla f = |G_x| + |G_y|$

尽管其计算简单，也能反映灰度变化，但丧失了各向同性特征

常见的一阶微分算子的数字近似：

a) Robert 梯度算子

$$r_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} r_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

b) Sobel梯度算子

$$s_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} s_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

c) Prewitt梯度算子

$$p_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} p_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Robert梯度算子定位精度高，因只有差分而无平滑，对噪声敏感；Sobel与Prewitt综合性能好些，它们同时具有平滑和差分的功能；实际中多用Sobel梯度算子

变换域图像增强

- ■ 基本思想
- ➢ 利用变换，将空间由图像空间(x， y）变换到新的空间（u， v）
- ➢ 在新的空间（u， v)进行增强
- ➢ 利用逆变换从(u， v)空间转换回原图像空间（x， y)
- ■ 主要介绍频率空间
- ■ 简要介绍小波变换、离散余弦变换、沃尔什变换

变换域图像增强：二维傅里叶变换 （1）

- 傅里叶变换从图像得到频谱 $$F(u,v)=\frac{1}{M\cdot N}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-2\pi j\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)}$$
- 逆变换由频谱转换回空间域的图像 $$f(x,y)=\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{2\pi j\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)}$$
- 频域增强通过选择合适的H(u, v)实现，满足如下关系，*为卷积

$$G(u,v)=F(u,v)H(u,v),\ g(x,y)=IDFT(G(u,v))=f(x,y)*h(x,y)$$

- 卷积运算将频域与空间域的运算联系起来
- 频域增强的主要方式是低通、高通滤波器
- 空间域的卷积运算可以用频率域的特性来理解，频率域和图像空间域的操作可以互换，看何者更为方便。

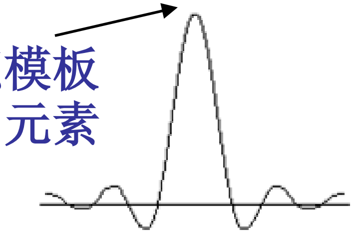
频域的相乘等价于空间域的卷积！！！

变换域图像增强：频域滤波器（2）

- 理想的低通滤波器：在频率D_0内为常数，之外为0，有振铃效应

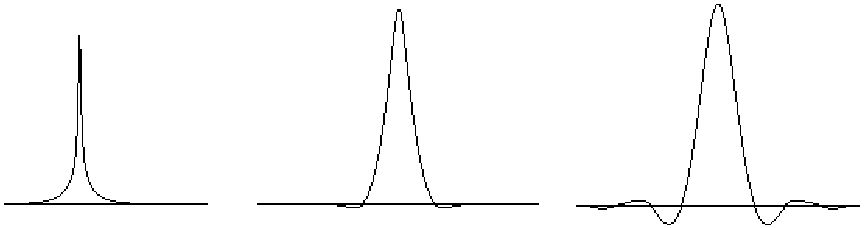
$$D(u,v)=\sqrt{u^2+v^2},\ H(u,v)=\begin{cases}1 & D(u,v)\le D_0\\ 0 & D(u,v)>D_0\end{cases}$$

空间域卷积模板
同时有正负元素



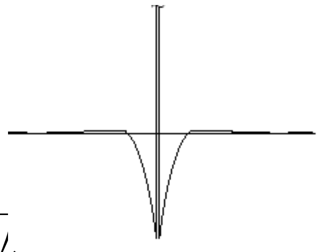
- 实际中采用Butterworth低通滤波器（D_0=5，n>=5时有振铃）

$$\boxed{H(u,v)=\frac{1}{1+[D(u,v)/D_0]^{2n}}}$$



- 理想的高通滤波器：在频率D_0外为常数，之内为0，有振铃效应
- 实际中采用Butterworth高通滤波器

$$\boxed{H(u,v)=\frac{1}{1+[D_0/D(u,v)]^{2n}}}$$

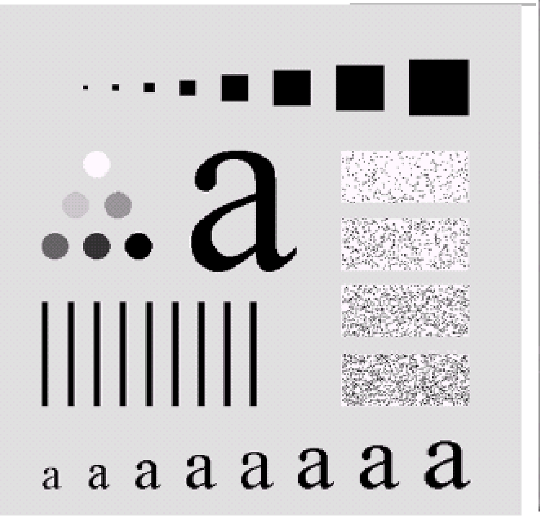


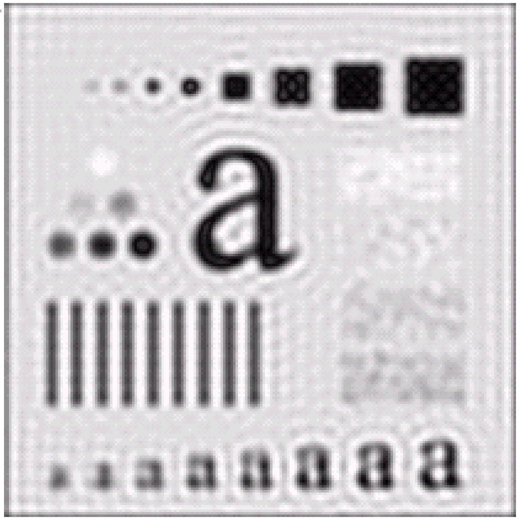
- 高斯型低通、高通滤波器，无振铃效应

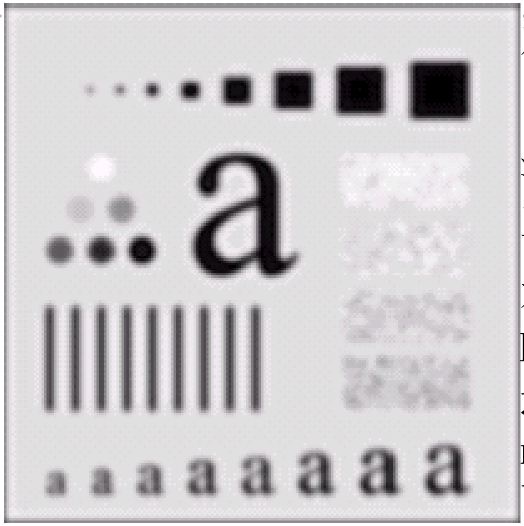
$$H(u,v)=\exp(-D^2(u,v)/(2D_0^2))$$

$$H(u,v)=1-\exp(-D^2(u,v)/(2D_0^2))$$

变换域图像增强：频域滤波器的实验（3）



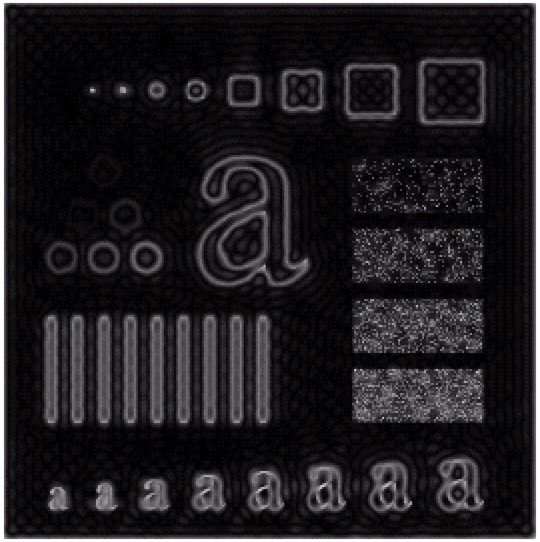


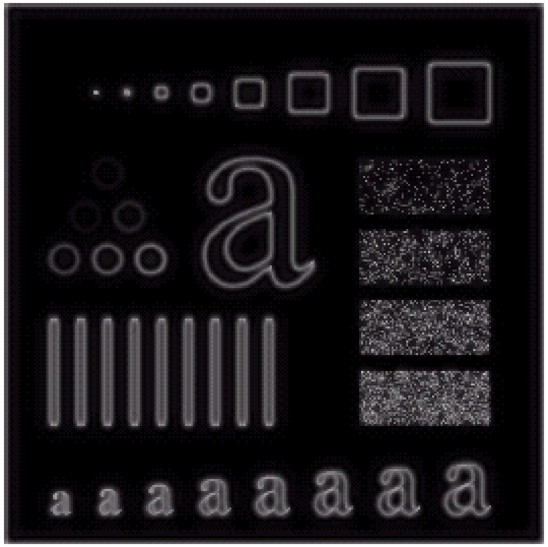


左：原图

中：理想低通滤波D_0=30，振铃严重

右：Butterworth低通滤波D_0=30，n=2，不理想，可能是D_0偏小





左：理想高通滤波D_0=30，振铃严重

右：Butterworth高通滤波D_0=30，n=2边缘增强效果不理想，可能是D_0偏小

变换域图像增强：同态滤波器 （4）

- 同态滤波是一种在频域中同时压缩亮度范围、增强对比度的方法。
- 原理如下：（还可消除乘性噪声！ ）

  图像f(x, y)可表示为照度分量i(x, y)与反射分量r(x, y)的乘积

  i(x, y)在空间中变化缓慢，为f(x, y)的低频部分

  r(x, y)在不同物体交界处变化快，为f(x, y)的高频部分

$$f(x,y) \Rightarrow \boxed{\ln} \Rightarrow \boxed{\mathrm{FFT}} \Rightarrow \boxed{H(u,v)} \Rightarrow \boxed{\mathrm{FFT}^{-1}} \Rightarrow \boxed{\exp} \Rightarrow g(x,y)$$

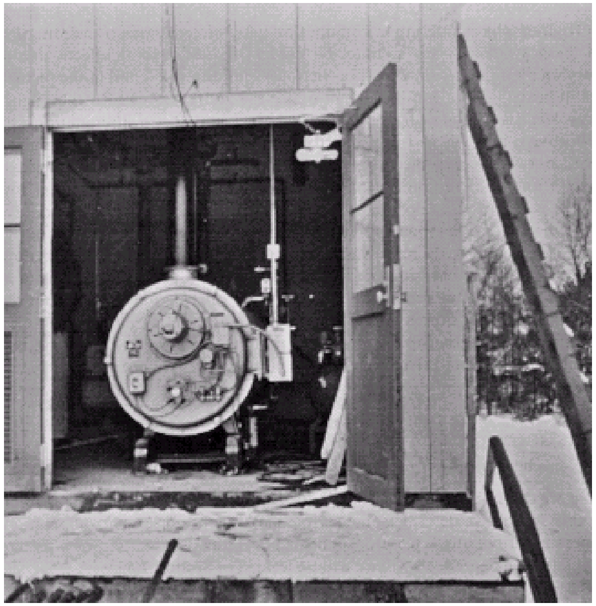
  设计合适的H(u, v)可减弱低频而增强高频，从而达到增强图像的目的：非均匀照度下，让亮度较低区域的细节更容易辨认些

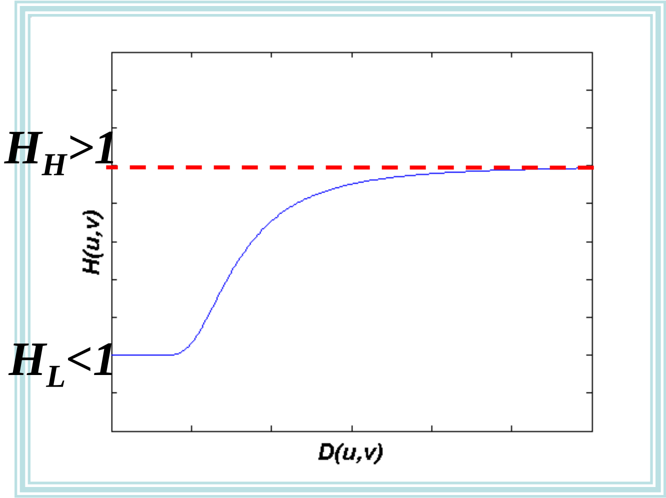
- H(u, v)为同态滤波器，可取$H_{high}(u, v)$高通滤波器，$H_L<1$，$H_H>1$.

$$H_{homo}(u,v) = (H_H - H_L)H_{high}(u,v) + H_L$$

低频时趋于H_L，高频时趋于H_H. $H_L<H_H$，即减弱低频，增强高频

变换域图像增强：同态滤波器实验结果（5）





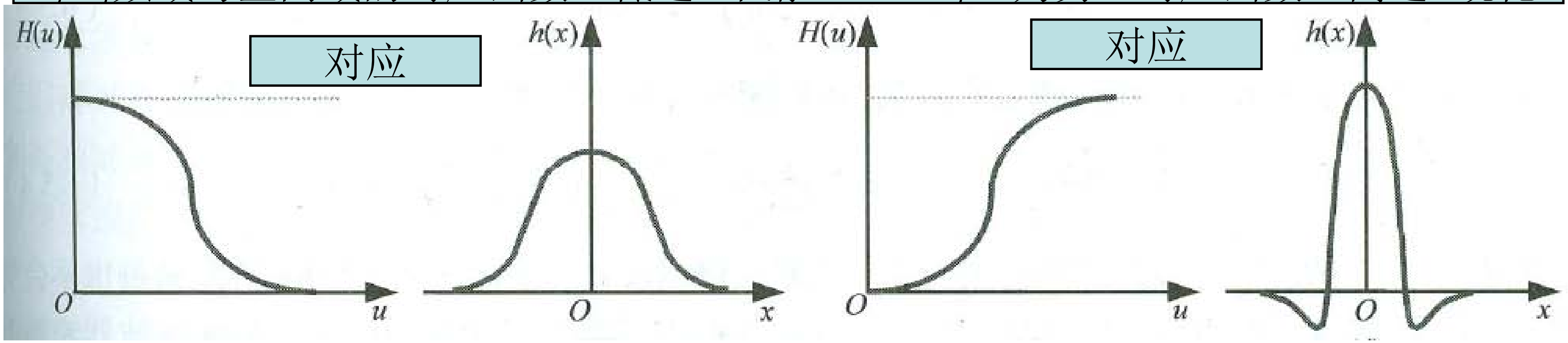
左：原图；中间：利用同态滤波器增强的结果，右图是对应的同态滤波器，其中H_L= 0.5，H_H=2.0，较暗的房间内的细节得到增强，

$$H_{homo}(u,v)=(H_H-H_L)[1-e^{-c(D^2(u,v)/D_0^2)}]+H_L$$

同态的含义：压缩图像亮度范围；增强图像对比度 （同时完成两种功能！）

空域技术与频域技术的关联（6）

1, 2,频域与空间域的对应函数：低通=平滑　　　3, 4 为另一对应函数：高通=锐化



空域技术的频域分析：空间域的卷积模板的频谱特性由其傅氏变换函数H(u)确定

频域技术的空间域分析：频域变换H(u)的空间域特征可从H(u)的傅氏逆变换得到

在设计滤波器时，鉴于频域相乘等价于空域的卷积，可在空域或频域内设计。

可先在频域内对滤波器设计，然后求傅氏逆变换，得到空域中对应的滤波器的设计。空域滤波在具体实现时有一些优点（如直观）。

其他变换域图像增强：小波变换

小波变换

- Ψ(x, y)表示二维母小波或基本小波，小波基为母小波的平移与伸缩，则f(x, y)的小波变换为 $$WT_f(a;b_1,b_2)=\frac{1}{a}\iint f(x,y)\Psi(\frac{x-b_1}{a},\frac{y-b_2}{a})dxdy$$
- 逆变换为
$$f(x,y)=\frac{1}{c_\Psi}\int_0^\infty\frac{da}{a^3}\iint WT_f(a;b_1,b_2)\Psi(\frac{x-b_1}{a},\frac{y-b_2}{a})db_1db_2$$
$$c_\Psi=\frac{1}{4\pi^2}\iint\frac{|\Psi(w_1,w_2)|^2}{|w_1^2+w_2^2|^2}dw_1dw_2$$
- 现有理论及应用已较成熟，有软件包，较复杂。
- 确定母小波是难点之一，可选用已有的Harr、Morlet、Mexican Hat、Daubechies、Meyer。
- 基于小波变换的图像增强主要是去除噪声。这可以对小波系数阈值化，去掉小的小波系数，再求逆变换。

其他变换域图像增强：离散余弦变换

- 傅立叶变换需要复数的乘法和加法运算，而复数运算比实数运算要费时得多
- 离散余弦变换是实值变换，它广泛应用于语音和图像的压缩

$$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\left[\alpha(u)\cos\frac{(2x+1)u\pi}{2M}\right]\left[b(v)\cos\frac{(2y+1)v\pi}{2N}\right]$$

$$f(x,y)=\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} G(u,v)\left[\alpha(u)\cos\frac{(2x+1)u\pi}{2M}\right]\left[b(v)\cos\frac{(2y+1)v\pi}{2N}\right]$$

$$\alpha(u)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1}{M}} & u=0\\ \sqrt{\dfrac{2}{M}} & 1\le u\le M-1\end{cases} \qquad b(u)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1}{N}} & u=0\\ \sqrt{\dfrac{2}{N}} & 1\le u\le N-1\end{cases}$$

其他变换域图像增强：沃尔什变换

- Walsh Transform中的变换矩阵简单（只有1和－1），占用存储空间少，产生容易，有快速算法，在大量数据需要实时处理的图像处理问题中，得到广泛应用
- $b_k(z)$表示z的二进制表达中的第k位(从0位开始数)为1或0
- 定义为正变换

$$W(u,v)=\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{[b_i(x)b_{n-1-i}(u)+b_i(y)b_{n-1-i}(v)]}$$

- 逆变换为

$$f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}W(u,v)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{[b_i(x)b_{n-1-i}(u)+b_i(y)b_{n-1-i}(v)]}$$

空域图像增强：二阶微分增强 作业（1学时）

鉴于LoG算法在历史中的地位，进行较深入的实验研究

探讨不同σ对LoG 算法的影响。图像Chapter3_1.pgm

计算公式（*表卷积）见(1)

$$f(x,y)*[\frac{(r^2-2\sigma^2)}{\sigma^4}\exp(-\frac{r^2}{2\sigma^2})] \quad (1)$$

1) 取σ =1.2然后求零交叉的结果

2) 取σ =2.8的然后求零交叉的结果

$$r^2 = x^2 + y^2$$

3) 讨论和结论：零交叉对σ的依赖性

注意：卷积模板大小取正方形NxN，N不小于3σ，卷积模板由(2)式确定

$$\frac{(r^2-2\sigma^2)}{\sigma^4}\exp(-\frac{r^2}{2\sigma^2}) \quad (2)$$