*нуля, то оба элемента равны* **с точностью до обратимого элемента**, *т.е. существует ε $\in U(A)$, такой, что $a = \varepsilon b$.*

*$(iii)$ Элемент p $\in$ A называется* **неприводимым**, *если он не является ни нулевым, ни обратимым и если его единственными делителями являются 1 и p. Более точно: p неприводим тогда и только тогда, когда d | p $\Rightarrow$ d ~ 1 или d ~ p. Это свойство равносильно тому, что идеал Ap является максимальным в множестве* **однопорожденных** *(т.е главных) идеалов в A, отличных от A и {0}.*

*$(iv)$ Если кольцо A без делителей нуля, то p — неприводимый элемент тогда и только тогда, когда из p = de следует, что d или e — обратимый элемент в A.*

## 1.2 Что такое факториальное кольцо?

Теперь можно дать точное определение структуры колец, обобщающей в какой-то мере структуру кольца Z целых чисел.

**(4) Определение** (факториальность).

*Кольцо A называется факториальным, если оно не имеет делите лей нуля и если оно удовлетворяет основной теореме арифметики, что, формально, выражается следующим образом:*
*$(i)$ Наличие разложения на неприводимые множители:*

$$\forall a \in A^* \; U(A),\, \exists p_1, p_2, \ldots, p_n, \text{неприводимыеи такие, что}\; a = p_1 p_2 \ldots p_n.$$

*$(ii)$ Единственность такого разложения:*

$$a$$

В дальнейшем мы рассмотрим критерии, позволяющие распознать факториальность кольца. В настоящий момент читатель должен пове рить, что это понятие не «бессодержательное», т.е. класс факториаль ных колец сравнительно широк. Прежде, чем продолжать дальнейшее изучение делимости, укажем одно арифметическое приложение факто- риальности.

1