

Successions de nombres reals

Àlex Arenas, Sergio Gómez

Universitat Rovira i Virgili, Tarragona

Successions de nombres reals

- Definicions
- Tipus de successions
- Successions particulars

- Successió (o seqüència)
 - □ Llista d'elements en un cert ordre

```
3, 5, 7, 9, ...

1st term

3rd term

2nd term

4th term

three dots means
goes on forever (infinite)

("term", "element" or "member" mean the same thing)
```

- □ Poden ser
 - Infinites
 - Finites → No interessen, habitualment no es consideren successions

- Successió (o seqüència)
 - □ Representació matemàtica

$$a_0, a_1, a_2, ..., a_n, ...$$
 $\{a_0, a_1, a_2, ..., a_n, ...\}$
 $\{a_0, a_1, a_2, ..., a_n, ...\}$
 $\{a_n, a_1, a_2, ..., a_n, ...\}$
 $\{a_n\}, n \ge 0$
 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$

Exemples

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$$

$$1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$$

$$1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots$$

$$3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, 3.141592, \dots$$

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$$

Definició de seqüències de nombres reals

□ Per terme general

$$a_n=rac{1}{n},\ n\geqslant 1 \quad \longrightarrow \quad 1,rac{1}{2},rac{1}{3},rac{1}{4},\ldots$$

$$a_n = (-1)^n, \ n \geqslant 0 \longrightarrow 1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$$

$$a_n = n^2, \ n \geqslant 0 \longrightarrow 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots$$

□ Per relació de recurrència

$$egin{array}{lll} a_0 &= 0 \ a_1 &= 1 \ a_n &= a_{n-1} + a_{n-2}, \ n \geqslant 2 \end{array} &\longrightarrow & 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots \end{array}$$

Tipus de successions

- □ Creixents
- Decreixents
- □ Estrictament creixents
- □ Estrictament decreixents

- B és una fita superior
- □ Fitades inferiorment
 - B és una fita inferior
- □ Fitades
 - Simultàniament fitades superior i inferiorment

$$|a_{n+1}| \geqslant a_n, \ \forall n$$

$$a_{n+1}\leqslant a_n,\ \forall n$$

$$a_{n+1}>a_n,\ \forall n$$

$$a_{n+1} < a_n, \ \forall n$$

$$\exists B: a_{n+1} \leqslant B, \ \forall n$$

$$\exists B:\ a_{n+1}\geqslant B,\ \forall n$$

Tipus de successions

- □ Subseqüències (o subsuccessions)
 - S'obtenen eliminant elements d'una altra sequència, mantenint l'ordre dels que queden
 - Donada una successió a_n i una successió estrictament creixent de naturals n_k

$$n_1 < n_2 < \cdots < n_k < \cdots$$

es defineix la subseqüència b_k com

$$(b_k) = (a_{n_k}) = (a_{n_1}, a_{n_2}, a_{n_3}, \ldots)$$

Tipus de successions

□ Sèries

• Successió s_n que s'obté sumant els termes d'una altra successió a_n

$$s_n = \sum_{m=0}^n a_m = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

- □ Successió aritmètica o progressió aritmètica
 - S'obtenen sumant una constant d al terme anterior

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \ldots$$

Queda determinada pel terme inicial a₁ i la diferència d

- □ Successió aritmètica o progressió aritmètica
 - S'obtenen sumant una constant d al terme anterior

$$a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, \ldots$$

- Queda determinada pel terme inicial a₁ i la diferència d
- Relació de recurrència

$$a_n=a_{n-1}+d,\ n\geqslant 2$$

Terme general

$$a_n=a_1+(n-1)\,d,\ n\geqslant 1$$

- □ Successió aritmètica o progressió aritmètica
 - S'obtenen sumant una constant d al terme anterior

$$a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, \ldots$$

- Queda determinada pel terme inicial a₁ i la diferència d
- Relació de recurrència

$$a_n=a_{n-1}+d,\ n\geqslant 2$$

Terme general

$$a_n=a_1+(n-1)\,d,\ n\geqslant 1$$

Sèrie aritmètica

$$s_n = \sum_{m=1}^n a_m = rac{n\left(a_1 + a_n
ight)}{2}$$

- □ Successió geomètrica o progressió geomètrica
 - S'obtenen multiplicant el terme anterior per una constant r

$$a_1, a_1 r, a_1 r^2, a_1 r^3, \ldots$$

• Queda determinada pel terme inicial a_1 i la raó r

- □ Successió geomètrica o progressió geomètrica
 - S'obtenen multiplicant el terme anterior per una constant r

$$a_1, a_1 r, a_1 r^2, a_1 r^3, \ldots$$

- Queda determinada pel terme inicial a_1 i la raó r
- Relació de recurrència

$$a_n = a_{n-1} r, \ n \geqslant 2$$

Terme general

$$a_n=a_1\,r^{n-1},\ n\geqslant 1$$

- □ Successió geomètrica o progressió geomètrica
 - S'obtenen multiplicant el terme anterior per una constant r

$$a_1, a_1 r, a_1 r^2, a_1 r^3, \dots$$

- Queda determinada pel terme inicial a₁ i la raó r
- Relació de recurrència

$$a_n = a_{n-1} r, \ n \geqslant 2$$

Terme general

$$a_n=a_1\,r^{n-1},\ n\geqslant 1$$

Sèrie geomètrica

$$s_n = \sum_{m=1}^n a_m = \left\{ egin{array}{ll} rac{a_1 \, (1-r^n)}{1-r} & r
eq 1 \ n \, a_1 & r = 1 \end{array}
ight.$$

- Online Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS)
 - □ https://oeis.org/

The OEIS Foundation is supported by donations from users of the OEIS and by a grant from the Simons Foundation.



founded in 1964 by N. J. A. Sloane

The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences® (OEIS®)

Enter a sequence, word, or sequence number:

[1,2,3,6,11,23,47,106,235]

Search <u>Hints</u> <u>Welcome</u> <u>Video</u>

For more information about the Encyclopedia, see the Welcome page.