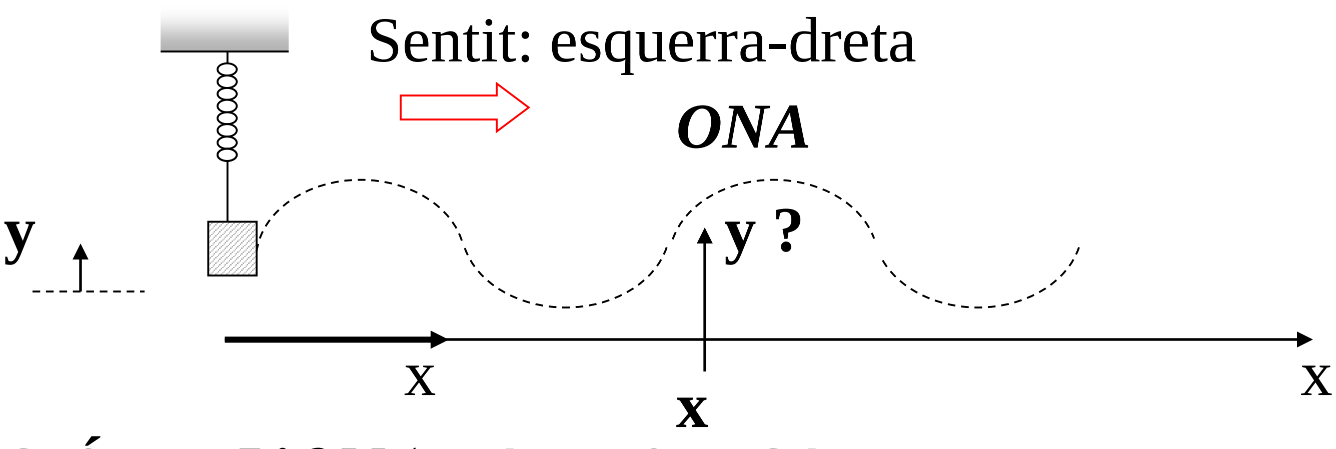
MOVIMENT ONDULATORI:

ONA ARMÒNICA: PROPAGACIÓ ESPACIAL D'UN MOVIMENT ARMÒNIC SIMPLE.



FUNCIÓ DE L'ONA HARMONICA:

en **x** succeeix en **t** el mateix que va succeir

en **x = 0** en **t - Δt** ≡ PROPAGACIÓ

en x: $$y = A\cos\left[\omega(t - \Delta t)\right]$$

VELOCITAT DE PROPAGACIÓ:

$$v = \frac{x}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{x}{v}$$

$$\omega = 2\pi\nu; v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$

$$y = A\cos[\omega(t - \Delta t)] \Rightarrow y = A\cos\left[2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right]$$

$$y = A\cos[wt - kx]$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$ ***nº d'ones***

EXPRESSIÓ COMPLEXA D'UNA ONA HARMÒNICA

R ⟶ **C**

y —— $Y = A\cos[2\pi\nu t - kx]$

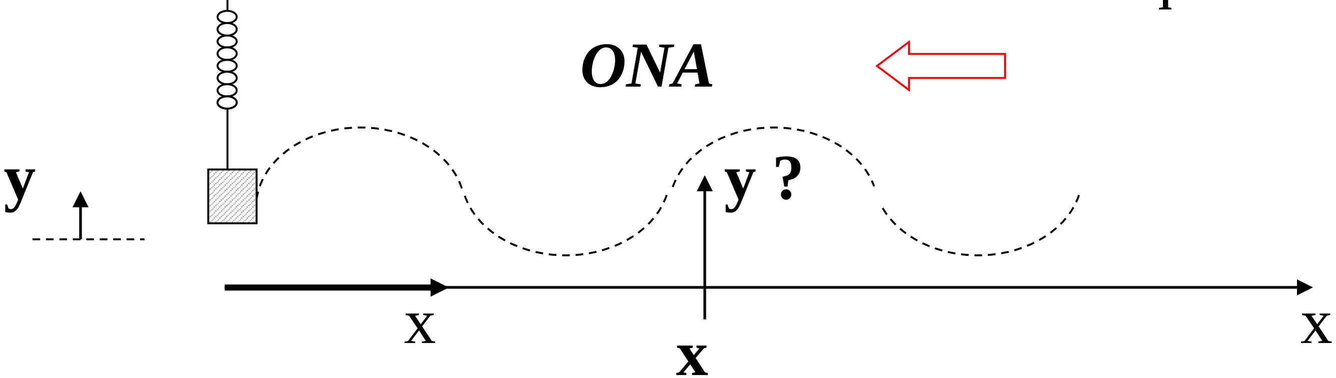
$$\boxed{Y = Ae^{i(2\pi\nu t - kx)}}$$

TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

MOVIMENT ONDULATORI:

ONA ARMÒNICA: PROPAGACIÓ ESPACIAL D'UN MOVIMENT ARMÒNIC SIMPLE.

Sentit: dreta-esquerra



FUNCIÓ DE L'ONA HARMONICA:

en **x** succeeix en **t** el mateix que va succeir

en **x = 0** en **t + Δt** ≡ <u>PROPAGACIÓ</u>

en x: $$y = A\cos\left[\omega(t+\Delta t)\right]$$

TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

Sentit: esquerra-dreta

$$y = A\cos\left[2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right] \Rightarrow y = A\cos[wt + kx]$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$ ***nº d'ones***

EXPRESSIÓ COMPLEXA D'UNA ONA HARMÒNICA

$$\mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{C}$$

$$\mathbf{y} \longrightarrow Y = A\cos[2\pi\nu t + kx]$$

$$\boxed{Y = Ae^{i(2\pi\nu t + kx)}}$$

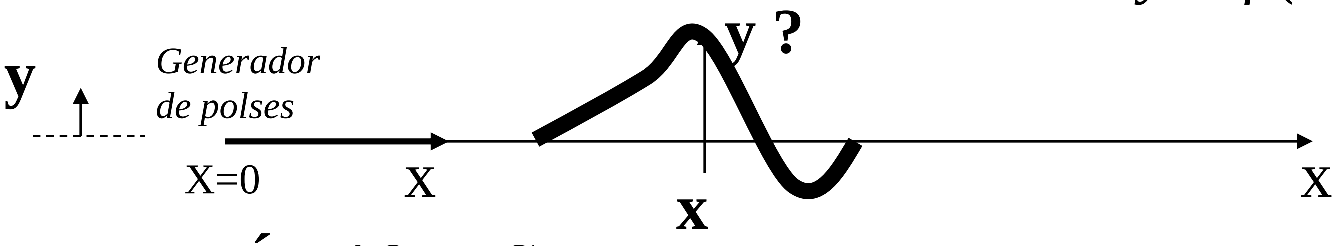
MOVIMENT ONDULATORI:

- ***FUNCIÓ D'ONA (GENERICA)***: PROPAGACIÓ ESPACIAL D'UNA PERTORBACIÓ

ONA

$$y = f\,(x-vt)$$

$$y = f\,(x+vt)$$



- ***EQUACIÓ D'ONES:***

$$\partial y/\,\partial x = f' \qquad \partial^2 y/\,\partial x^2 = f''$$

$$\partial y/\,\partial t = f'v \qquad \partial^2 y/\,\partial t^2 = f''v^2$$

$$\boxed{\partial^2 y/\,\partial x^2 - (1/v^2)\,\partial^2 y/\,\partial t^2 = 0}$$

TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

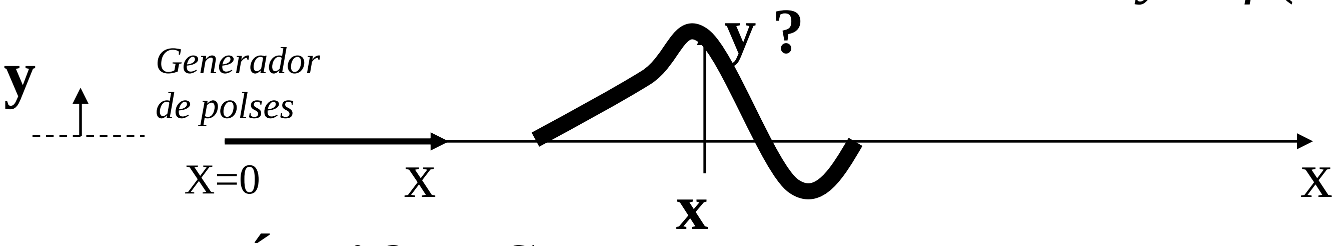
ONA EN UNA CORDA VIBRANT:

- ***FUNCIÓ D'ONA (GENERICA)***: PROPAGACIÓ ESPACIAL D'UNA PERTORBACIÓ

ONA

$$y = f\,(x\text{-}vt)$$

$$y = f\,(x+vt)$$

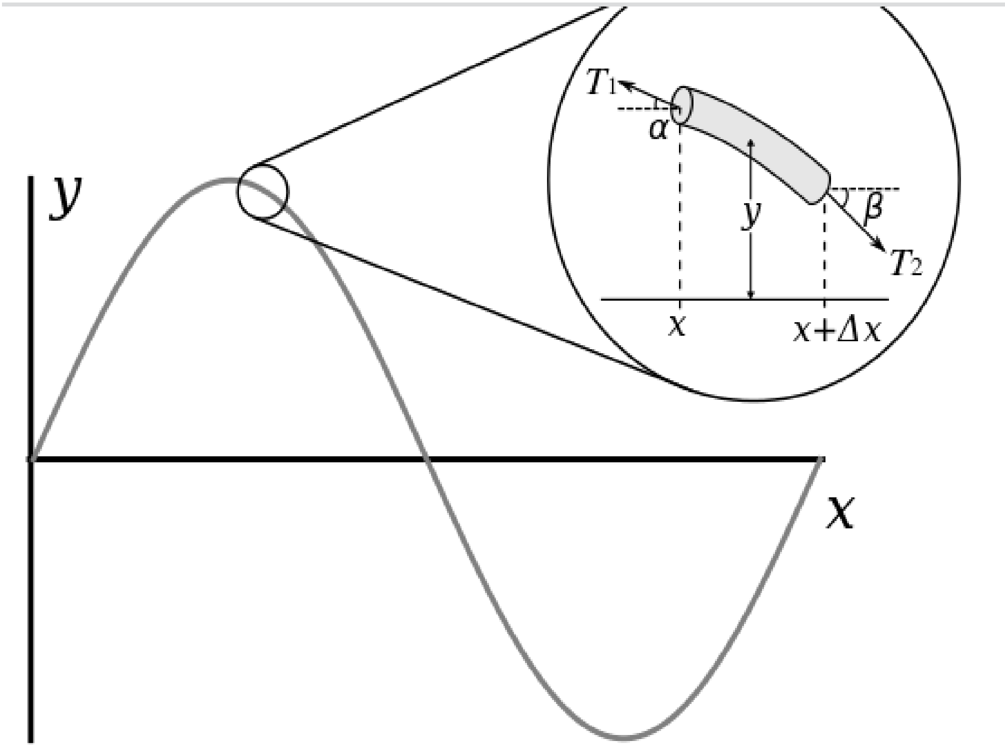


- ***EQUACIÓ D'ONES:***

$$\partial y/\,\partial x = f' \qquad \partial^2 y/\,\partial x^2 = f''$$

$$\partial y/\,\partial t = f'v \qquad \partial^2 y/\,\partial t^2 = f''v^2$$

$$\boxed{\partial^2 y/\,\partial x^2 - (1/v^2)\,\partial^2 y/\,\partial t^2 = 0}$$



Si suposem tensió constant al llarga de la corda

$$T_{1x} = T_1 \cos(\alpha) \approx T.$$
$$T_{2x} = T_2 \cos(\beta) \approx T.$$

TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

$$\Sigma F_y = -T_{2y} - T_{1y} = -T_2 \sin(\beta) - T_1 \sin(\alpha) = \Delta m a \approx \mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

Dividint per $T \approx T_2 \cos \beta \approx T_1 \cos \alpha$

$$-\frac{\mu \Delta x}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T_2 \sin(\beta)}{T_2 \cos(\beta)} + \frac{T_1 \sin(\alpha)}{T_1 \cos(\alpha)} = \tan(\beta) + \tan(\alpha)$$

TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

Llavors podem substituir

$$\tan\beta = -\,\partial y/\partial x\,)_{x+dx} \qquad \tan\alpha = \partial y/\partial x)_x$$

Consequentment:

:

$$\frac{1}{\Delta x}\left(\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|^{x+\Delta x} - \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|^{x}\right) = \frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

I abreujadament

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

I això correspon a una equació general d'ones que es propaguem a

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}},$$

ALTRES VELOCITATS D'ONES MECANIQUES:

Ona de pressió en un gas:

$$v = (\gamma R T / M)^{1/2}$$

Ona de pressió en un líquid:

$$v = (B / M)^{1/2}$$

Ona de pressió en un sòlid:

$$v = (E / M)^{1/2}$$

VELOCITAT D'ONES E-M:

$$v = (1 / \mu \varepsilon)^{1/2}$$

$$c = (1 / \mu_0 \varepsilon_0)^{1/2}$$

Velocitat llum en el buit

ESTUDI ENERGETIC DE LES ONES

Les ones mecàniques propaguen moviment, i per tant energia, sense necessitat de propagar massa.

L'anàlisi de Fourier ens demostrarà que tota ona es pot reproduir amb la superposició de tots els seus harmònics (anàlisi espectral). Per tant com anàlisi fonamental podem pensar solament amb una ona harmònica.

Una ona harmònica propaga l'energia d'un moviment harmònic

$$E = (mw^2 A^2)/2 \quad \propto \quad \upsilon^2 A^2$$

ESTUDI ENERGETIC DE LES ONES

Les ones mecàniques propaguen moviment, i per tant energia, sense necessitat de propagar massa.

L'anàlisi de Fourier ens demostrarà que tota ona es pot reproduir amb la superposició de tots els seus harmònics (anàlisi espectral). Per tant com anàlisi fonamental podem pensar solament amb una ona harmònica.

Una ona harmònica propaga l'energia d'un moviment harmònic

$$E = (mw^2 A^2)/2 \quad \propto \quad \upsilon^2 A^2$$

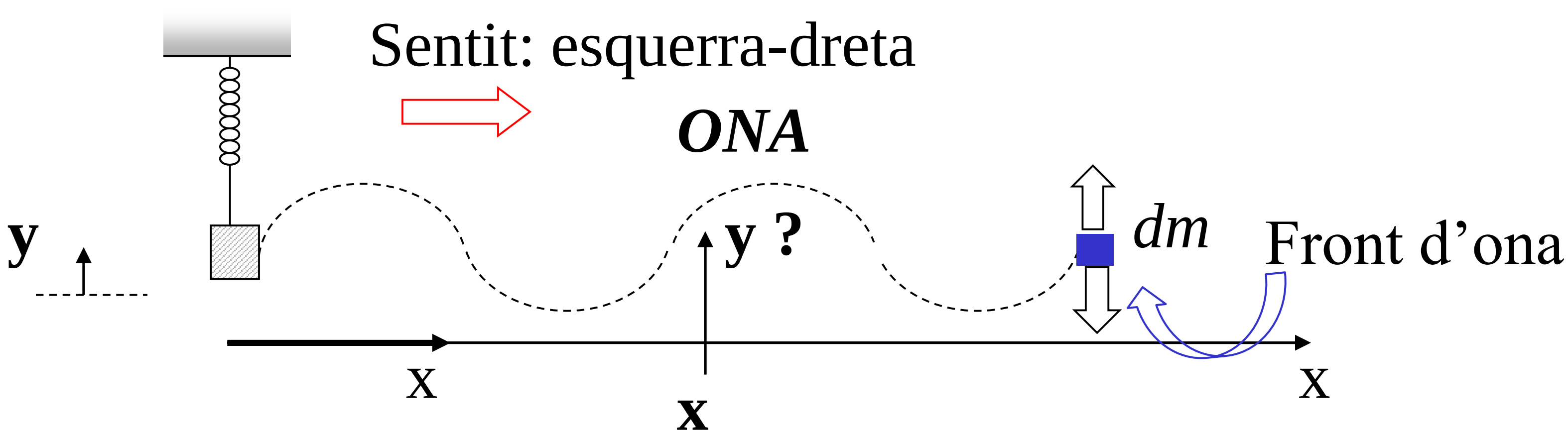
ESTUDI ENERGETIC DE LES ONES

Energia

Energia total d’un m.h.s

$$E = (m\, w^2 A^2)/2 \quad \propto \quad \nu^2 A^2$$

El front d’una ona mecànica <u>tipus corda vibrant </u>propaga



$$dE = (dm\, w^2 A^2)/2 \quad \propto \quad \nu^2 A^2$$

$$dm = \mu\, dx$$

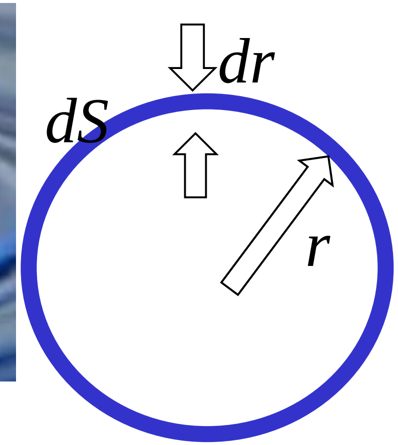
$$dE = (\mu\, dx\, w^2 A^2)/2 = (\mu\, dx\, 4\pi^2\, \nu^2 A^2)/2 \quad \propto \quad \nu^2 A^2$$

TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

ESTUDI ENERGETIC DE LES ONES

Per una ona superficial (bidimensional) circular *(geometria que es desenvoluparà en els mitjans isotròpics)*

El front d'una ona : una circumferència



$$dE = (dm\, w^2 A^2)/2 \;\propto\; \upsilon^2 A^2$$

$$dm = \sigma\, dS = \sigma\, 2\pi\, r\, dr$$

$$dE = (\sigma\, 2\pi\, r\, dr\, w^2 A^2)/2 = (\sigma\, 2\pi\, r\, dr\, 4\pi^2\; \upsilon^2 A^2)/2 \quad \propto \quad \upsilon^2 A^2$$

Donat que la energia entre front i front s'ha de conservar i fixada una frequencia:

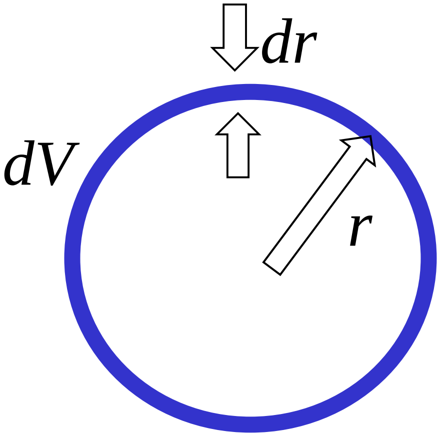
$Cte = r\, A^2$ Per tant: $Cte = r_1 A_1^{\,2} = r_2 A_2^{\,2} \Rightarrow \boxed{A_1^{\,2} / r_2 = A_2^{\,2} / r_1}$

TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

ESTUDI ENERGETIC DE LES ONES

Per una ona tridimensional esfèrica *(geometria que es desenvoluparà en els mitjans isotròpics)*

El front d'una ona : una esfera



$$dE = (dm\, w^2 A^2)/2 \quad \propto \quad \upsilon^2 A^2$$

$$dm = \rho\, d\, V = \rho\, 4\pi\, r^2\, dr$$

$$dE = (\rho\, 4\pi\, r^2\, r\, dr\, w^2 A^2)/2 = (\rho\, 4\pi\, r^2\, dr\, 4\pi^2\ \upsilon^2 A^2)/2 \quad \propto\ \upsilon^2 A^2$$

$$Cte = r^2 A^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Cte = r\, A}$$

ESTUDI ENERGETIC DE LES ONES

Potencia

Potencia d'una ona: energia propagada o transferida per unitat de temps per tot el seu front

1D: $dE/dt = (\mu v 4\pi^2 \upsilon^2 A^2)/2 \propto v \upsilon^2 A^2$

2D: $dE/dt = (\sigma 2\pi r v 4\pi^2 \upsilon^2 A^2)/2 \propto r v \upsilon^2 A^2 = cte$

3D: $dE/dt = (\rho 4\pi r^2 v 4\pi^2 \upsilon^2 A^2)/2 \propto r^2 v \upsilon^2 A^2 = cte$

Nota: la ona solament pot regular *A com resposta al canvi de r.*
La velocitat la regula el medi i la freqüència el generador

Intensitat

Intensitat d'una ona: energia propagada o transferida per unitat de temps i per unitat de línia o de superfici del front d'ona

Corda vibrant: no te sentit

Ona bidimensional:

ESTUDI ENERGETIC DE LES ONES

Intensitat

Intensitat d'una ona: energia propagada o transferida per unitat de temps i per unitat de superfici (o línia) del front d'ona

$$I = P / S_{front} \text{ , } \textit{donat que P es constant}$$

$$I \; r = cte \qquad\qquad I \; r^2 = cte$$

$$\boxed{I_1 \; r_1 = I_2 \; r_2} \qquad\qquad \boxed{I_1 \; r_1^2 = I_2 \; r_2^2}$$

bidimensional *tridimensional*

TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

ESTUDI ENERGETIC DE LES ONES

Intensitat

Decibel (dB) com mesura de les intensitats

$$dB = 10 \log I/I_0$$

Una referencia I_0. *Magnitud que evoluciona molt ràpidament en ordres de magnitud en relació a la referencia*

$I = I_0 \quad ; I/I_0 = 1$ ⇨ $10 \log I/I_0 = 0$ dB

$I = 10\, I_0 \quad ; I/I_0 = 10$ ⇨ $10 \log I/I_0 = 10$ dB

$I = 100\, I_0 \quad ; I/I_0 = 100$ ⇨ $10 \log I/I_0 = 20$ dB

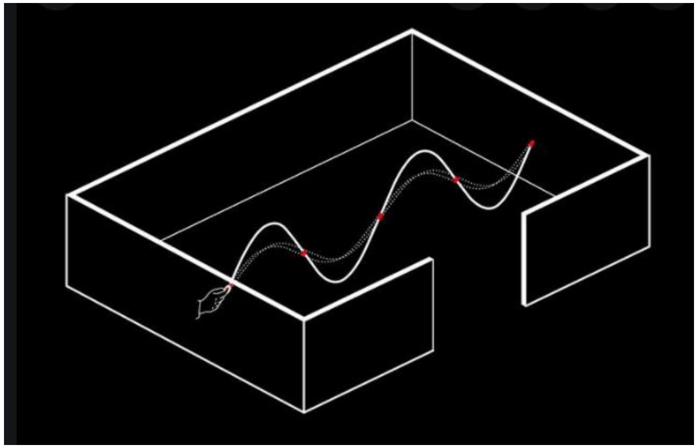
TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

CONCEPTE D'ONES ESTACIONARIES

Recordem:

$$y1 = A\cos\left[wt - kx\right] \qquad y2 = A'\cos\left[wt + kx\right]$$

Es molt freqüent la superposició d'aquestes ones i a més a més viatjant en contrafase!!!



Condicions de contorn:

En $x = 0$ i en $x = L$: $y_1 + y_2 = 0$

Llavors : $A' = -A$

CONCEPTE D'ONES ESTACIONARIES

Recordem:

$$y1 = A\cos\left[wt - kx\right] \qquad y2 = -A\cos\left[wt + kx\right]$$

Si sumem:

$$y_1 + y_2 = A\,((\cos\omega t \cos kx + \sin \omega t \sin kx) - (\cos\omega t \cos kx - \sin \omega t \sin kx))$$

$$y_1 + y_2 = 2A \underbrace{\sin \omega t}_{\text{envolvent}} \sin kx)$$

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standing_wave_2.gif#/media/Archivo:Standing_wave_2.gif

ONES ACUSTIQUES

Característiques generals

So: ona longitudinal de pressió o de densitat en un medi material

A l'atmosfera la seva velocitat es: $v = 330\ m/s$

Paràmetres:

- To (freqüència)
- Intensitat
- Timbre (superposició d'harmònics estacionaris)

El timpà humà presenta uns **llindars** de percepció del so tant en termes de freqüència com d'intensitat:

Llindars de freqüència:

- Infrasons $(\upsilon < 20\ Hz)$
- Sons $(20\ Hz < \upsilon < 20.000\ Hz)$
- Ultrasons $(\upsilon > 20.000\ Hz)$

Llindar d' intensitat:

- Llindar d'intensitat mínima *audible* $(I_0 > 10^{-12}\ W/m^2)$ equivalent a $0\ dB$
- Llindar de dolor $(I > 1\ W/m^2)$
- *Per tant un rang de 120 dB*

ONES ACUSTIQUES

Instruments musicals

Generen ones estacionaries

Instruments de corda:

$$L = n\,(\lambda_n / 2)$$

$n = 1, 2, 3, \ldots$ *.el timbre de l'instrument*

Instruments oberts de vent (dos obertures):

$$L = n\,(\lambda_n / 2)$$

$n = 1, 2, 3, \ldots$ *.el timbre de l'instrument*

Instruments tancats de vent (solament una obertura):

$$L = \lambda_n / 4 + n\,(\lambda_n / 2)$$

Nota: recordem que $v = \lambda\,\upsilon$ $\Rightarrow$ $\upsilon_n = v / \lambda_n$

υ_n, $n = 0, 2, 3, \ldots$ *.el timbre de l'instrument*

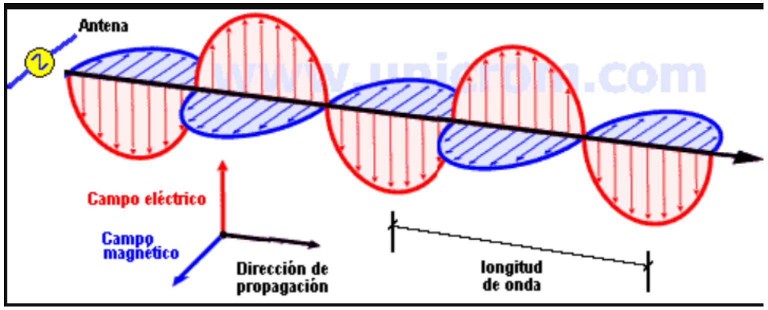
TEMA 9: MOVIMENT ONDULATORI

CLASSIFICACIÓ

- Segons el medi:
  Mecàniques
  De camp : exemples les E-M i les gravitacionals

- Segons posició relativa entre pla de la pertorbació i la direcció de propagació:
  Longitudinals (per exemple el SO.
  Transversals (per exemple les E-M)

https://www.fisic.ch/contenidos/ondas-y-sonido/clasificaci%C3%B3n-de-las-ondas/



CLASSIFICACIÓ

Segons les dimensions del espai de propagació:

Unidimensionals *(Per exemple corda vibrant)*

Bidimensionals *(Per exemple ones superficials)*

Tridimensionals *(Per exemple un flash de llum en un punt del espai)*

FENIMENS FISICS EN EL MOVIMENT ONDULATORI

Reflexió
Refracció
Emissió
Transmissió
Absorció
Polarització
Interferència
Difracció
Efecte Doppler

$$\upsilon' = (v + v_0) / \lambda = (v + v_0) / (v / \upsilon)$$

$$\upsilon' = \upsilon \, (1 + v_0 / v)$$