

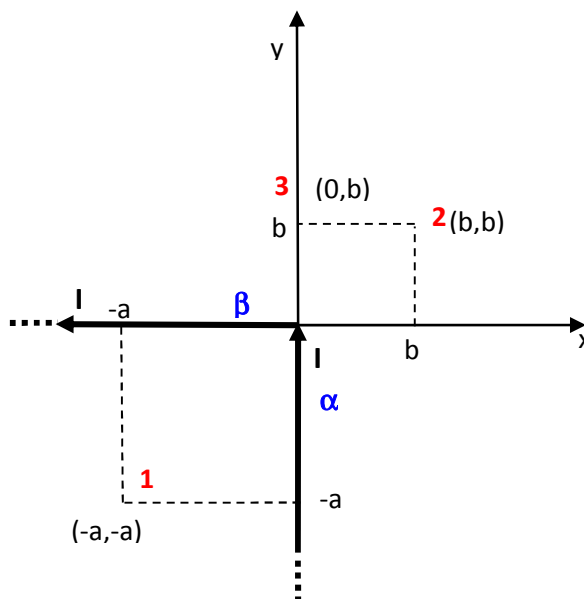
## Problemes de fonts de camp magnètic i de materials magnètics

**1)** (proposat) Considereu una distribució de corrents com la de la figura, que consisteix en dos conductors rectilinis  $\alpha$  i  $\beta$  semi-infinits que formen un angle recte situats al pla x-y i per on hi passa un corrent d'intensitat  $I$ .

**a)** Trobeu una expressió del camp  $B$  al punt indicat amb un '1' i de coordenades  $(-a, -a)$ .

**b)** Trobeu una expressió del camp  $B$  en un punt '2' situat a les coordenades  $(b, b)$ , tal i com s'indica a la figura.

**c)** Trobeu una expressió del camp  $B$  en un punt '3' situat a les coordenades  $(0, b)$ , tal i com s'indica a la figura (**AJUDA**, en aquest punt, per a trobar el camp del tram  $\alpha$ , millor usar la llei de Biot i Savart que la fórmula del camp d'un fil).



**2)** (proposat) (numèric) Considereu una distribució de corrents com la del problema anterior, es demana:

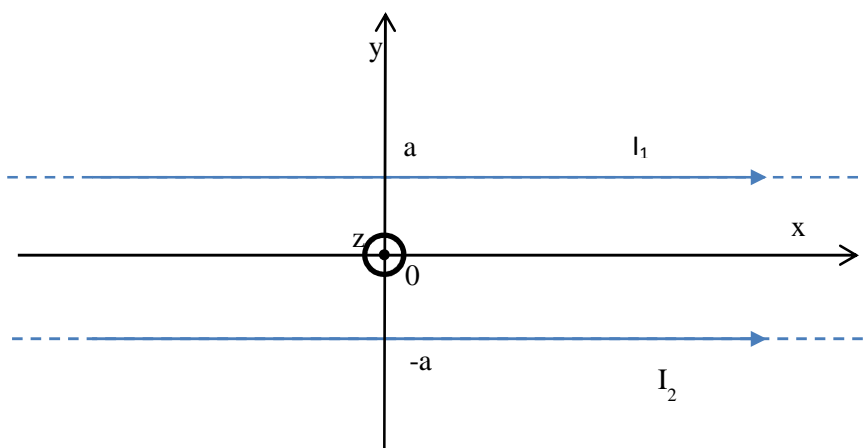
**a)** Quin ha de ser el quocient  $a/b$  per tal que el mòdul del camp a 1 sigui el mateix que a 2.

**b)** En el cas de l'apartat a) i si sabem a més que el camp a 3 té per mòdul  $B_3 = 1 \mu\text{T}$  i  $a = 10 \text{ cm}$ , quan val llavors el corrent  $I$ ?

**c)** Quant val llavors en mòdul el camp  $B_1 = B_2$ ?

**3)** (classe) Donats dos fils infinitament llargs i paral·lels a l'eix x, pels quals hi passa un corrent  $I_1$  i  $I_2$  i amb una posició a i  $-a$  en l'eix de les y respectivament (com a la figura). Determineu:

**a)** La direcció, sentit i una expressió del mòdul del camp



magnètic generat als punts de l'eix de les  $y$

**b)** Per quin valor de  $I_2$  tindrem camp nul a l'eix de les  $x$  ( $y=0$ ).

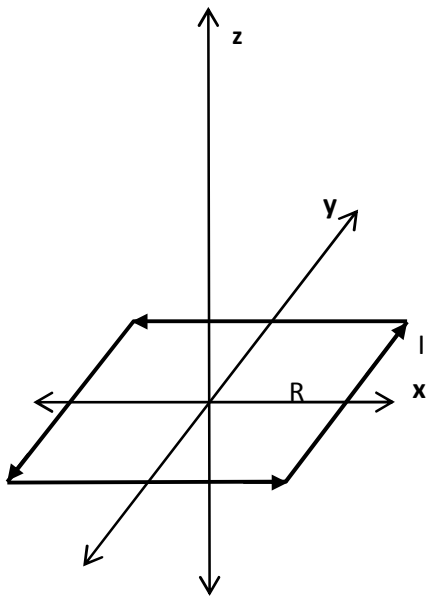
**c)** Pel cas de l'apartat b) determina direcció, sentit i expressió del mòdul del camp als punts  $(x,0,z)$ .

**4)** (proposat) (numèric) Tenim dos fils com els del problema anterior però amb la variació de que ara hi passa el mateix corrent  $I$  per ambdós fils i en sentit contrari un de l'altre. Suposem que  $I=50$  A i que  $d=2$  cm, es demana:

**a)** Calcula la direcció, sentit i mòdul del camp a l'eix de les  $x$ .

**b)** Calcula la direcció sentit i mòdul del camp als punts  $(x,0,z)$  amb  $z=1$  cm.

**5)** (classe) Tenim una espira quadrada de costat  $2 \cdot R$  i per la qual hi passa un corrent  $I$  com a la figura. Es demana trobar la direcció, sentit i mòdul del camp magnètic que genera en funció de  $z$  en els punts de l'eix ( $z$ ) de l'espira.



**6)** (proposat) Considera una espira circular de radi  $R$  situada perpendicularment a l'eix  $z$  i centrada a  $z=0$ . Per l'espira hi circula un corrent  $I$  que hi gira en sentit antihorari vist des de l'eix de les  $z$  positives.

**a)** Calcula una expressió de  $B(z)/B_0$ , essent  $B(z)$  el camp a l'eix a qualsevol coordenada  $z$  i  $B_0$  el camp al centre de l'espira.

**b)** Calcula numèricament aquest quocient pel cas  $z=R$  i pel cas  $z=-R$ .

Agafa ara dues espires idèntiques a les de l'enunciat i les situes una (la 1) centrada a  $z=-R/2$  i l'altre (la 2) centrada a  $z=R/2$ .

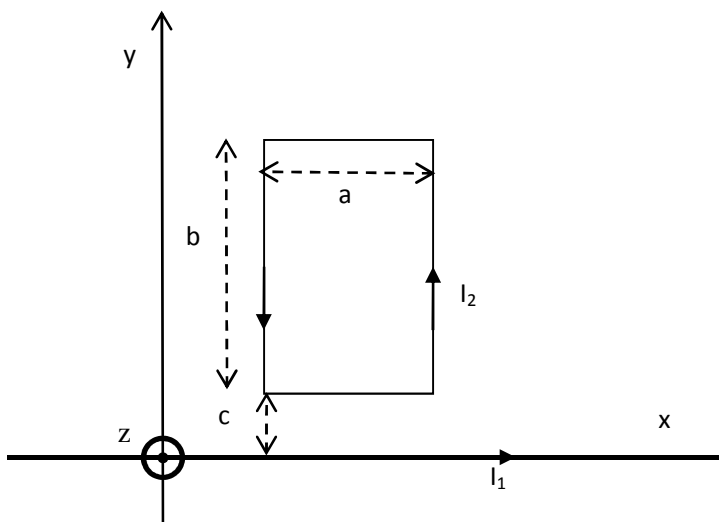
- c) Calcula de nou una expressió del quocient  $(B_1(z)+B_2(z))/B_0$ , essent  $B_0$  igual que abans, és a dir el camp al centre d'una espira sola.
- d) Calcula numèricament aquest quocient per a  $z=0$ ,  $z=R/4$ ,  $z=R/2$  i  $z=R$ . Fes el mateix pels valors de  $z$  oposats als anteriors.
- e) Intenta a partir d'aquests punts traçar una gràfica del quocient de l'apartat c). A quines conclusions arribes?

**7)** (proposat) Fes el mateix que al problema 6 però amb espirees quadrades enlloc de circulars.

**8)** (proposat) Sigui una fil indefinit i rectilini pel qual hi circula un corrent  $I$ . Paral·lelament a ell hi situem un tram de fil rectilini finit de longitud  $L$  pel qual hi circula el mateix corrent i en el mateix sentit que el fil indefinit. La distància entre ambdós fils coincideix amb  $L$ , la llargada del fil finit.

- a) Calcula una expressió del mòdul de la força que el fil indefinit li fa al fil finit, en funció només de  $I$ , de  $L$  i de  $\mu_0$ . En quina direcció i sentit va aquesta força.
- b) Si el sentit del corrent del fil finit és ara contrari a la del fil indefinit, calcula de nou la direcció, sentit i mòdul de la força.
- c) Quin corrent,  $I$ , hi ha de passar per aquests fils si volem que el mòdul de la força sigui de  $F=200 \text{ nN}$ ? Discuteix una utilitat del sistema descrit.
- d) Per aquest mateix corrent, quina seria la magnitud de la força, si tenim que la llargada del fil finit és 1000 vegades superior a la distància entre fils?

**9)** (classe) Suposem que tenim un fil rectilini infinit situat paral·lelament a l'eix  $x$  i per qual hi passa un corrent  $I_1$  en el sentit de les  $x$  positives, tal i com es veu a la figura.



a) Descriu la forma de les línies del camp magnètic generat pel fil  $I_1$ . Concreta la direcció, sentit i mòdul d'aquest camp al pla  $(x-y)$ .

En el pla vertical  $(x-y)$  al fil anterior hi posem una espira rectangular de corrent  $I_2$  de

dimensions a x b i situada a una distància c per sobre del fil.

**b)** Calcula direcció i sentit de la força que el camp magnètic del fil  $I_1$  fa sobre cadascú dels 4 segments de l'espira.

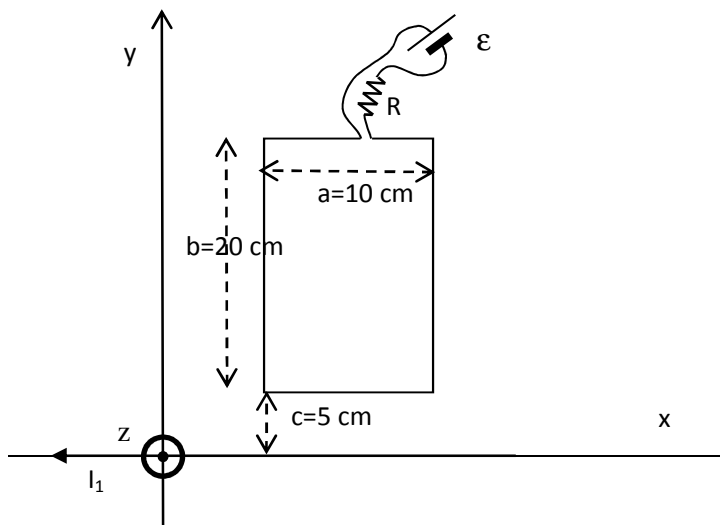
**c)** Determina una expressió pel mòdul de cadascuna d'aquestes 4 forces.

**d)** Calcula direcció i sentit de la força total sobre l'espira, i determina una expressió pel mòdul d'aquesta força total.

**10)** (proposat) (numèric) Considerem una espira rectangular de dimensions a i b situada en el pla vertical x-y, i a una distància c de l'eix de les x, tal i com es veu a la figura. A aquesta espira li intercalem un petit bucle amb una font de tensió de fem  $\varepsilon$  ideal i un resistor R en sèrie tal i com també es veu a la figura.

A l'eix horitzontal x hi situem un fil de corrent rectilini i infinit i amb el corrent en sentit negatiu de les x, també com es mostra a la figura.

Negligim la resistència dels fils de l'espira i dels del bucle de la font. Suposem que la massa de tot el conjunt espira-font-resistor-bucle és  $m_1=10$  g.



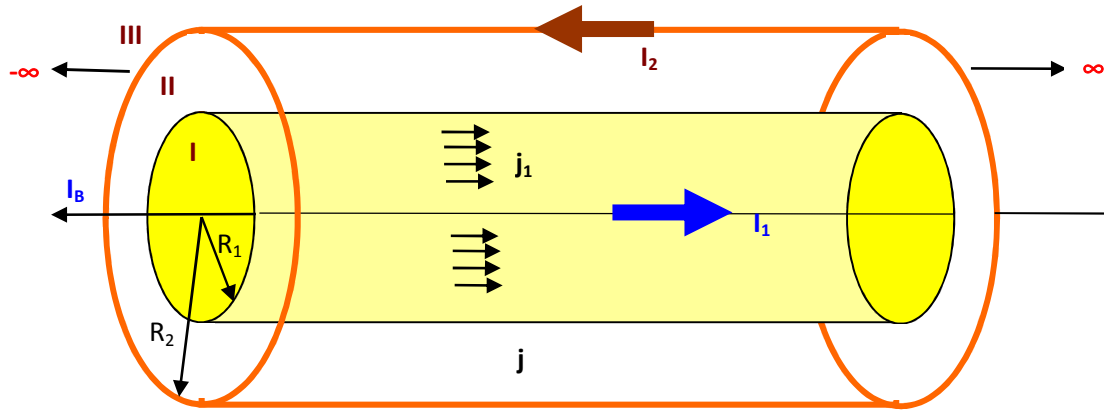
**a)** Calcula la direcció, sentit i valor del corrent de l'espira si la font té una fem de  $\varepsilon=10$  V i el resistor és de  $R=1 \Omega$ .

**b)** Calcula la direcció, sentit i magnitud de la força total que el camp magnètic generat per  $I_1$  li fa a l'espira.

Deixa la magnitud únicament en funció de  $I_1$ .

**c)** Per quin valor de corrent  $I_1$  l'espira es posa a levitar sobre el fil a la distància c? AJUDA, afegeix el pes al sistema i fes equilibri de forces amb la força magnètica de l'apartat b).

**11)** (classe) Tenim un tub cilíndric infinitament llarg de radi  $R_1$  (com el de la figura) pel qual hi circula un corrent  $I_1$  d'esquerra a dreta amb densitat de corrent uniforme  $j_1$  en tota la seva secció.



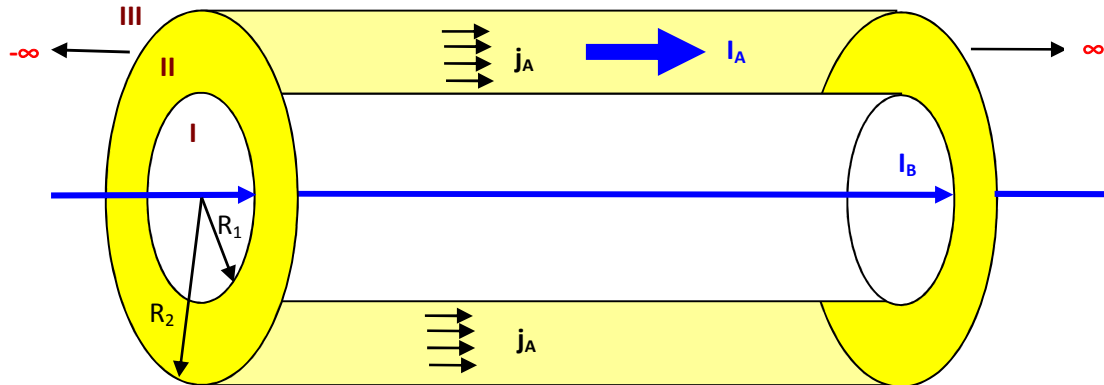
A l'exterior d'aquest cilindre coaxialment i a un radi  $R_2$  hi col·loquem una capa cilíndrica de gruix negligible de corrent  $I_2$  de dreta a esquerra (al revés que la del cilindre interior). Es demana:

- Determina una expressió per a la densitat de corrent  $j_A$  del cilindre interior, en funció de  $I_1$  i del radi  $R_1$ .
- Dibuixa la forma i sentit de les línies de camp a les tres regions I, II i III suposant  $I_1 > 0$ ,  $I_2 > 0$  i  $I_1 > I_2$ .
- Aplicant el teorema d'Ampere calcula una expressió del mòdul del camp magnètic  $B$  en funció de  $r$  a les 3 regions: I.  $0 < r < R_1$  ; II.  $R_1 < r < R_2$  ; III.  $R_2 < r < \infty$
- Fes una gràfica del camp magnètic  $B$  en funció de  $r$  discutint la possible continuïtat a  $r=R_1$  i  $r=R_2$ , suposant  $I_1 > 0$ ,  $I_2 > 0$  i  $I_1 > I_2$ .

**12)** (proposat) (numèric) Tenim una distribució de corrents cilíndrica com la del problema anterior. Suposem que  $j_1 = 10 \text{ A/cm}^2$  i que  $R_1 = 5,64 \text{ mm}$ .

- Calcula el valor del corrent  $I_1$ .
- Si volem que no hi hagi gens de camp magnètic a la regió III, quan ha de valer  $I_2$  ?
- Quin ha de ser el radi del conductor coaxial extern,  $R_2$ , per tal que el camp del punt més extern de la regió II, és a dir  $B^{\text{II}}(R_2)$ , sigui de  $200 \mu\text{T}$ ?
- Fes la gràfica del camp pel cas dels números del problema (indica-hi els valors de  $R_1$  i  $B(R_1)$  i també de  $R_2$  i  $B^{\text{II}}(R_2)$ ).

**13)** (classe) Tenim un tub cilíndric infinitament llarg de radi exterior  $R_2$  i radi interior  $R_1$  pel qual hi circula un corrent  $I_A$  d'esquerra a dreta amb densitat de corrent uniforme en tota la seva secció.



A l'interior d'aquest cilindre i just a l'eix hi col·loquem un fil infinit (molt llarg) de corrent  $I_B$  també d'esquerra a dreta. Es demana:

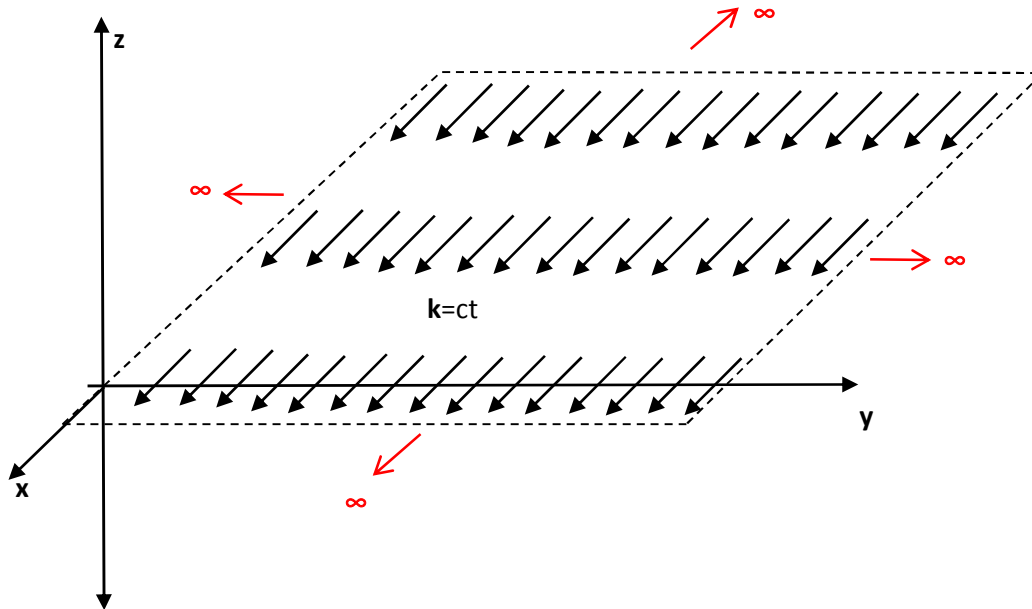
- Determina una expressió per a la densitat de corrent  $j_A$  en el tub exterior en funció de  $R_1$ ,  $R_2$  i  $I_A$ .
- Dibuixa la forma i sentit de les línies de camp a les tres regions I, II i III suposant  $I_A > 0$ ,  $I_B > 0$  i  $I_A > I_B$ .
- Aplicant el teorema d'Ampere calcula una expressió del mòdul del camp magnètic  $B$  en funció de  $r$  a les 3 regions: I.  $0 < r < R_1$  ; II.  $R_1 < r < R_2$  ; III.  $R_2 < r < \infty$
- Fes una gràfica del camp magnètic  $B$  en funció de  $r$  discutint la possible continuïtat a  $r=R_1$  i  $r=R_2$ , suposant  $I_A > 0$ ,  $I_B > 0$  i  $I_A > I_B$ .

**14)** (proposat) (numèric) Tenim una distribució cilíndrica de corrents com la del problema anterior.

Suposem que  $I_A = 10$  A i que  $R_1 = 5$  mm i  $R_2 = 10$  mm.

- calcula la densitat  $j_A$  en A/cm<sup>2</sup>.
- Calcula el valor del corrent  $I_B$  per tal que la gràfica del camp  $B(r)$  de la regió II sigui una recta amb pendent, tal que si la perllonguéssim cap a la regió I passaria per l'origen de coordenades ( $r=0, B=0$ ).
- Calcula  $B(R_1)$  i  $B(R_2)$ .
- Fes la gràfica del camp pel cas dels números del problema (indica-hi els valors de  $R_1$  i  $B(R_1)$  i també de  $R_2$  i  $B(R_2)$ ).

**15)** (classe) Tenim un pla infinitament extens que ocupa el pla x-y pel qual hi circula un corrent, uniformement distribuït i en el sentit de les x positives, tal i com es veu a la figura. Com a dada sabem que la quantitat de corrent que travessa per unitat de longitud a l'eix y és  $k$ . No cal dir que aquesta distribució de corrent no te gruix, això és el que anomenen *llençol de corrent*. Anem a estudiar el camp magnètic generat.



Es demana:

- Raonar quin és per simetria l'únic sentit possible del camp magnètic generat en els punts de sobre del pla ( $z>0$ ). Varia aquest camp si només ens movem al llarg de x o de y (és a dir, paral·lelament al pla)? Dibuixa les línies de camp.
- Suposant coneguda la direcció, sentit i mòdul del camp  $\mathbf{B}(z)$  per  $z>0$ , raonar quina direcció, sentit i mòdul hauria de tenir per simetria el camp a un punt situat a la mateixa distància però a l'altre costat  $\mathbf{B}(-z)$ .
- Dedueix una expressió pel mòdul del camp  $B(z)$  a les dues regions: I:  $z>0$  i II:  $z<0$ , tot usant adequadament el teorema d'Ampere.

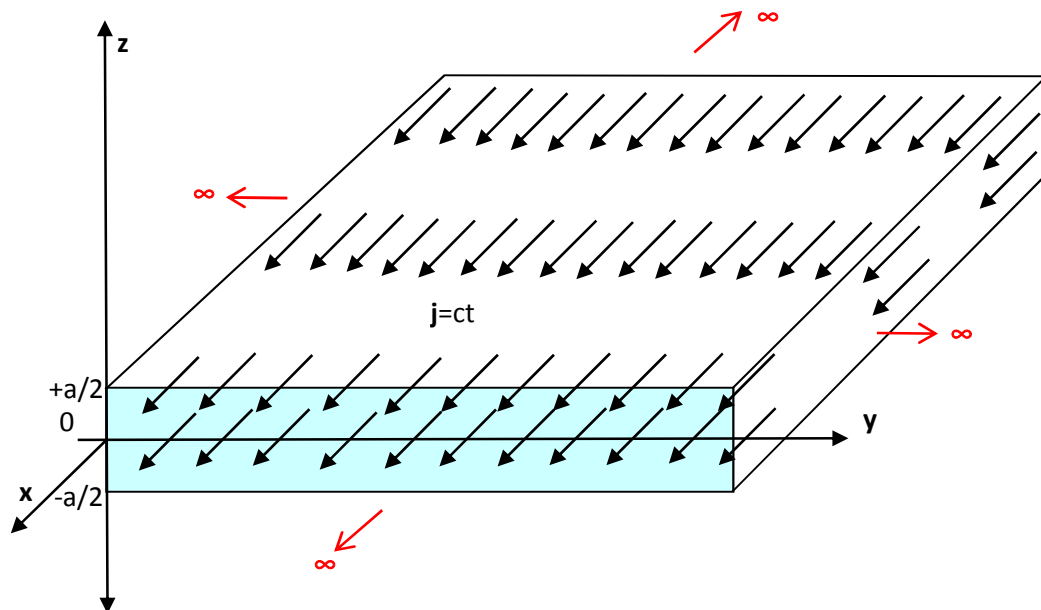
**16)** (proposat) (numèric) Tenim dos plans infinitament extensos i situats ambdós paral·lelament al pla x-y.

El primer es troba a  $z=1$  cm i el corrent que el travessa està uniformement distribuït i va en el sentit de l'eix x positiu i te un valor de corrent per unitat de longitud de  $k_1=10$  A/cm.

El segon es troba a  $z=-1$  cm i el corrent que el travessa està uniformement distribuït i va en el sentit de l'eix  $y$  positiu i té un valor de corrent per unitat de longitud de  $k_2=5$  A/cm. Es demana:

- Calcula les dues components  $x$  i  $y$  del camp  $B$  uniforme que es forma a l'espai entre els dos plans:  $-1 \text{ cm} < z < 1 \text{ cm}$
- Calcula les dues components  $x$  i  $y$  del camp  $B$  uniforme que es forma per sobre del pla superior:  $z > 1 \text{ cm}$ .
- Calcula les dues components  $x$  i  $y$  del camp  $B$  uniforme que es forma per sota del pla inferior:  $z < -1 \text{ cm}$ .

**17)** (proposat) Donada una distribució de corrents com la de la figura, on per una làmina infinitament extensa, perpendicular a l'eix  $z$  i de gruix  $a$ , hi passa una densitat de corrent uniforme de valor  $j$  en direcció i sentit positiu de l'eix  $x$  (corrent paral·lel a la làmina). Es demana:



- Trobar la direcció única possible pel camp magnètic en tots els punts a causa de la simetria (plana unidireccional) del problema. Dibuixa les línies de camp.
- Quina relació mútua tindrien els camps a  $+z$  i a  $-z$ , és a dir a la mateixa distància però costats oposats del pla de simetria central del problema  $z=0$
- Trobar el valor del mòdul del camp magnètic a les regions:
  - $z > a/2$  (fora i per sobre de la làmina)
  - $-a/2 < z < a/2$  (dins de la làmina)
  - $z < -a/2$  (fora i per sota de la làmina)
- Representa gràficament els camps per als diferents valors de  $z$ . Valora'n la continuïtat a  $z=a/2$  i  $z=-a/2$ .



**18)** (proposat) (numèric i analític) Tenim una bobina cilíndrica de longitud  $L=20$  cm i amb un diàmetre mitjà de les espires de  $D=1$  cm.

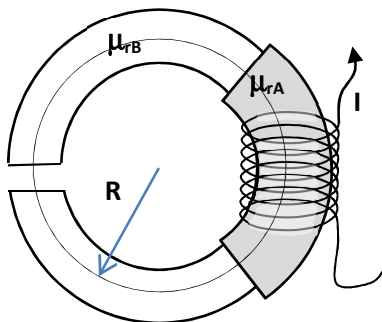
Per a bobinar-la usem fil de coure (Cu) de diàmetre  $d=0,5$  mm, de manera que les espires estan totalment ajuntades (cada volta es toca físicament amb la següent) tot formant  $n=3$  capes de bobinat una sobre l'altra. Fem passar un corrent  $I=2$  A pel fil de la bobina. Si convé posem un nucli a la bobina que serà una *hexaferrita de bari* de permeabilitat relativa  $\mu_R=500$ . El Cu té una resistivitat de  $\rho_{Cu}=1,75 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ .

Es demana:

- Escriu una expressió per a trobar la densitat de flux de camp magnètic a l'interior de la bobina, sense nucli:  $B_0$  i amb nucli:  $B$ . Calcula  $B_0$  i  $B$  numèricament.
- Escriu una expressió per a la llargada del fil de la bobina:  $LL$ . Escriu una expressió per a la resistència del fil de la bobina:  $R$ . Calcula  $LL$  i  $R$  numèricament.
- Calcula numèricament la potència  $P$  dissipada en forma de calor per efecte Joule a la bobina.
- Calcula numèricament la intensitat de camp magnètic  $H$  a dins de la bobina. Calcula numèricament la densitat de magnetització  $M$  a dins del nucli.

**19)** (classe) Tenim un circuit magnètic toroïdal quasi tancat com el de la figura. El radi del toroide (radi de la circumferència que recorre pel centre del nucli) és  $R$  i el seu valor és desconegut de moment. El circuit està format per:

- un tram de nucli cilíndric de material ferromagnètic A amb permeabilitat relativa  $\mu_{rA}$  =400 i diàmetre  $D_A=3$  cm. Aquest ocupa el 25% del perímetre del toroide.



- Un tram de nucli de material ferromagnètic B de permeabilitat relativa  $\mu_{rB}=900$  i diàmetre  $D_B=2$  cm

- Un tram d'entreferro situat entremig del tram de material A. Aquest ocupa un 1 % del perímetre del toroide.

- Una bobina enrotllada tal com s'indica a la

figura, formada per  $N$  voltes de corrent  $I$ . Es demana:

- Calculeu una expressió de la reluctància del tram de nucli fet de material A:  $\mathfrak{R}_A$ . Calculeu una expressió de la reluctància del tram de nucli fet de material B:  $\mathfrak{R}_B$ .

Calculeu una expressió de la reluctància de l'entreferro:  $\mathfrak{R}_e$ . Deixeu les expressions en funció de  $R/\mu_0$ . Quina de les 3 és la més gran i perquè?

**b)** Si  $N=1000$  i  $I=1$  A, calculeu el flux de camp magnètic  $\Phi$  únic que travessa el circuit. Deixeu-lo en funció de  $\mu_0/R$

**c)** Calculeu una expressió per a la densitat de flux magnètic o camp d'inducció  $B$  al material A, B i a l'entreferro, deixeu-lo en funció de  $\mu_0/R$

**d)** Calculeu una expressió de la intensitat de camp magnètic o camp d'excitació  $H$  al material A, B i a l'entreferro, deixeu-lo en funció de  $1/R$ .

**e)** Volem usar l'entreferro com a capçal de gravació magnètica sobre una cinta magnetofònica digital. Per a poder gravar-hi un "1" a la cinta necessitem que a l'entreferro hi hagi com a mínim un camp  $H$  de  $5 \times 10^5$  A/m. Es demana quin ha de ser el radi màxim  $R$  del toroide per a aconseguir-ho?

**20)** (proposat) Tenim un circuit magnètic format per un nucli de secció rectangular i de forma també rectangular com el de la figura on s'hi posen les dimensions. El material magnètic del nucli és ferro dolç amb una  $\mu_r=5000$ .

Les dimensions del transformador que es resumeixen a la figura estan referides a la llargada de l'entreferro:  $h=1$  mm

Injectem a la bobina 1 un corrent de valor  $I_1=1$  A, aquest bobinat té  $N_1=1000$  voltes.

Injectem a la bobina 2 un corrent de valor  $I_1=2$  A, aquest bobinat té  $N_1=250$  voltes.

**a)** Calculeu la reluctància acumulada dels 2 trams verticals del nucli:  $\mathfrak{R}_v$ . Calculeu la reluctància acumulada dels 2 trams horitzontals del nucli:  $\mathfrak{R}_h$ . Calculeu la reluctància de l'entreferro:  $\mathfrak{R}_e$ . Quina de les 3 és la més gran i perquè?

**b)** Calculeu el flux de camp magnètic  $\Phi_B$  únic que travessa el circuit.

**c)** Calculeu la densitat de flux magnètic o camp d'inducció  $B$  als trams verticals, horitzontals i a l'entreferro.

**d)** Calculeu la intensitat de camp magnètic o camp d'excitació  $H$  als trams verticals, horitzontals i a l'entreferro.

