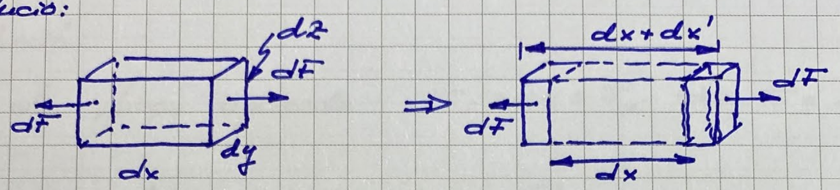
1.- La densitat d'energia elàstica acumulada per un material policristal·lí es pot expressar en termes de l'esforç aplicat i la deformació assolida.

a) Determineu aquesta funcionalitat.

b) Avalueu quina es l'energia acumulada en un experiment de tracció elàstica de 0,2 GPa (inferior al seu límit elàstic) efectuat en un material 1D de volum 1 dm^3 i mòdul de Young de 210 GPa.

Resolució:

a)



Cada dF realitzat un treball

$$dW = dF \cdot \frac{dx'}{2}$$

La densitat d'energia:

$$\frac{dW}{dV} = \frac{dW}{dx \cdot dy \cdot dz} = \frac{dF}{dy\,dz} \cdot \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{dx'}{dx}}_{\varepsilon}$$

per tant:

$$\boxed{\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2}\sigma \cdot \varepsilon}$$

b)

$$W = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon \cdot V \Rightarrow W = \frac{1}{2}\sigma\frac{\sigma}{E} \cdot V = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{E} \cdot V$$

$$\sigma = 0.2\text{ GPa} = 0.2 \cdot 10^9\text{ Pa} \Rightarrow \sigma^2 = 0.04 \cdot 10^{18}\text{ Pa}$$

$$E = 210\text{ GPa} = 210 \cdot 10^9\text{ Pa}$$

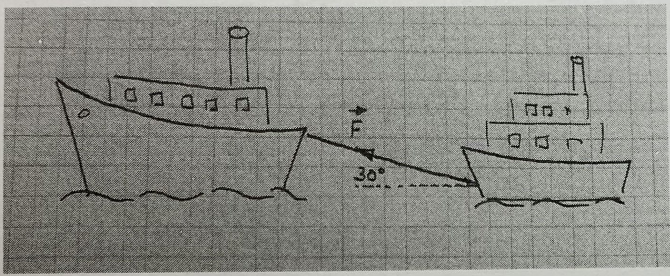
$$V = 10^{-3}\text{ m}^3$$

Per tant

$$W = \frac{1}{2}\frac{0.04 \cdot 10^{18}}{210 \cdot 10^9} \cdot 10^{-3} = \frac{2}{210} \cdot 10^6$$

$$\boxed{W = 9523.8\text{ J}}$$

2.- Al Port de Tarragona un remolcador arrastra un petrolier avariat que experimenta un fregament amb el aigua de 50000 N. El cable tractor presenta una llargada de 100m i un diàmetre original de 55 mm. Quan es tensa actua amb un angle de 30º en relació a la superfície de l'aigua i experimenta una reducció de diàmetre del 2%. Sabent que el mòdul de Poisson del material del cable es 0,4, quina serà la energia elàstica acumulada en el cable tensionat?.



Resolució:

La força aplicada $\quad F \cdot \cos\alpha = F_x \Rightarrow F = \dfrac{F_x}{\cos\alpha} = \dfrac{50.000}{\sqrt{3}}$

La deformació del cable tractor

$$\frac{\Delta\phi}{\phi_0} = -0.02 \; ; \; \nu = -\frac{\varepsilon_\phi}{\varepsilon_x}$$

Llavors $\quad \varepsilon_x = \dfrac{\varepsilon_\phi}{\nu} \Rightarrow \varepsilon_x = 0.05$

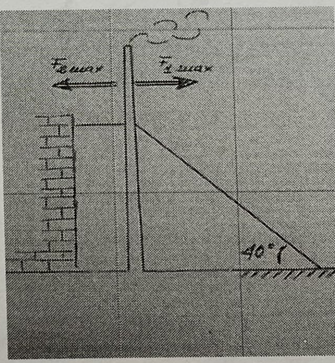
La densitat d'energia elàstica: $\quad \dfrac{dW}{dV} = \dfrac{1}{2}\sigma \cdot \varepsilon$

i l'energia: $\quad W = \dfrac{1}{2}\sigma_x \cdot \varepsilon_x \cdot V = \dfrac{1}{2}\dfrac{F}{\cancel{S}} \cdot \varepsilon_x \cdot \cancel{S} \cdot L$

$$W = \frac{F \cdot L \cdot \varepsilon_x}{2} = \frac{50.000 \cdot \cancel{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 100 \cdot 0.05 \; J$$

$$\boxed{W = 144.337,6 \; J}$$

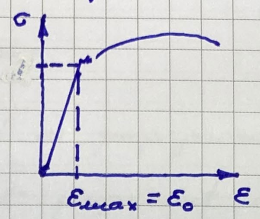
3.- En una industria química es pretén “arriostrar” una xemeneia amb dos cables tal i com mostra la figura adjunta. L’acer que es pretén utilitzar presenta una densitat d’energia elàstica d i la seva deformació elàstica màxima es ε_0. Si F_1 i F_2 son el valors màxims de les forces eòliques actuants a la zona, determina la secció mínima que ha de tenir cada cable. Si la seva densitat es ρ determina la velocitat de propagació de les ones acústiques en aquest material filiforme.



Resolució:

Nota: s'ha d'interpretar d: densitat d'energia elàstica màxima

$$d = \frac{1}{2}\sigma_{max}\cdot\varepsilon_{max}$$



$$\frac{2d}{\varepsilon_0} = \sigma_{max} = \frac{F_{max}}{S}$$

per tant $\frac{2d}{\varepsilon_0} S = F_{max} \Rightarrow S = \frac{\varepsilon_0 F_{max}}{2d}$

Pel cas del cable fixat a la paret

$$\boxed{S_p = \frac{\varepsilon_0 F_{1max}}{2d}}$$

I pel cas del cable fixat al terra

$$\boxed{S_t = \frac{\varepsilon_0 \, F_{2max}/\cos\alpha}{2d} = \frac{\varepsilon_0 F_{2max}}{2d\cos 40°}}$$

Sabem que per un material policristal·li, com l'acer que s'utilitza en la fabricació d'aquests cables, la velocitat de les ones acústiques longitudinals està relacionada amb el model de Young i la densitat màssica, sempre i quan suposem que el mòdul de Poisson sigui menyspreable (material 1D)

En aquest cas $C_{11} = \left\{\nu \simeq 0\right\} = \frac{E}{1+\nu}\left(1+\frac{\nu}{1-2\nu}\right) = E$

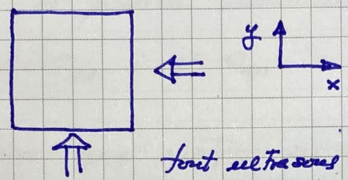
per tant

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \left\{E = \frac{2d}{\varepsilon^2}\right\} = \varepsilon_0\sqrt{\frac{2d}{\rho}}}$$

4.- En un material policristal·lí de densitat 7800 kg/m3 i coeficient de rigidesa G = 11 GPa es detecta la propagació de ones acústiques longitudinals amb una velocitat de 5200 m/s. Es possible activar ones acústiques polaritzades el·lípticament? Com s'haurien d'activar? Quina seria la seva velocitat?

Resolució:

Mitjançant, per exemple, dos ultrasons desfasats i de diferent amplitud



amb aquestes condicions de generació es propagaran ones transversals polaritzades el·lípticament propagant en direcció "Z". La seva velocitat seria

$$\boxed{v_T = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}}$$

$$\boxed{v_T = \sqrt{\frac{11\ \text{GPa}}{7800\ \text{kg/m}^3}} = 1187.5\ \text{m/s}}$$

5.- L'antimoniur d'indi es un cristall cúbic de densitat 5775 kg/m^3 en el que han mesurat velocitats acústiques en la direcció [100] i polaritzacions [100] i [010] obtenint respectivament el valors de 3407 m/s i 2286 m/s. Amb aquestes mesures es podem determinar els coeficients elàstics de l'esmentat cristall?. Quins son els seus valors?.

Resolució:

Efectivament es podran determinar "dos" dels seus "tres" coeficients elàstics: C_{11} i el C_{44}

L'ona acústica que viatja en la direcció de la seva pròpia direcció de polarització [100] [100] es una ona longitudinal i la seva velocitat s'avalua a partir del seu coeficient $C_{11} = E_{1111}$

$$v_L = \sqrt{\frac{E_{1111}}{\rho}} \Rightarrow \boxed{E_{1111} = v_L^2 \cdot \rho}$$

$$\boxed{E_{1111}} = 3407^2 \cdot 5775 = \boxed{67.034,2 \cdot MPa}$$

L'ona polaritzada [010] i que viatja en direcció [100] es una ona transversal i la seva velocitat respon a

$$v_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \Rightarrow G = C_{44} = \boxed{E_{2323} = v_T^2 \cdot \rho}$$

$$\boxed{E_{2323}} = 2286^2 \cdot 5775 = \boxed{30.179\ MPa}$$