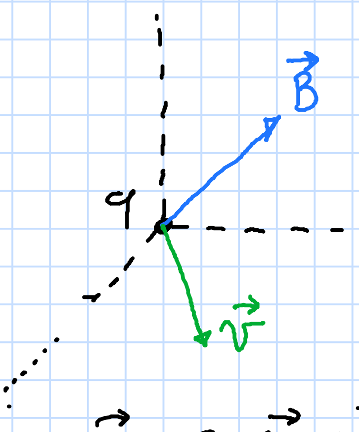
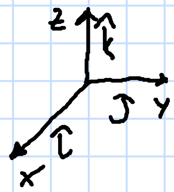
P1

càrrega q $\quad$ $\vec{B}$ uniform $\quad$ $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ $\quad$ amb $B_x = 0$, $B_y = B_z$

amb $v_z = 0$ $\quad$ $v_x = v_y$





definim $v_1 = v_x = v_y$

$B_1 = B_y = B_z$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ v_1 & v_1 & 0 \\ 0 & B_1 & B_1 \end{vmatrix} = q\, v_1 B_1 \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$q\, v_1 B_1 \left(\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k} \right) = q\, v_1 B_1 (1, -1, 1)$$

P2// $q = 3\,nC$ $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = 0$, $B_y = B_z$

i mòdul $|\vec{B}| = 0,7\ T$

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ amb $v_z = 0$, $v_x = v_y$ i

mòdul $|\vec{v}| = 2\cdot 10^6\ m/s$

Per poder aplicar la fórmula $\vec{F} = q\cdot \vec{v} \times \vec{B}$ cal trobar les components de $\vec{B}$ i de $\vec{v}$

$\vec{B} = (0, B_1, B_1)$ on $B_1 = B_y = B_z$

$|\vec{B}| = \sqrt{B_1^2 + B_1^2} = 0.7\ T \rightarrow B_1 = \frac{0,7}{\sqrt{2}}\ T$

$\vec{v} = (v_1, v_1, 0)$ on $v_1 = v_x = v_y$

$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_1^2} = 2\cdot 10^6\ m/s \rightarrow v_1 = \frac{2\cdot 10^6}{\sqrt{2}}\ m/s$

Utilitzant el resultat del P1: $\vec{F} = q\cdot v_1 \cdot B_1 \cdot (1, -1, 1)$:

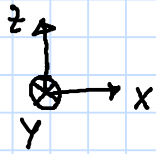
$F_x = q \cdot v_1 \cdot B_1 = \frac{0,7}{\sqrt{2}}\ T \cdot \frac{2\cdot 10^6}{\sqrt{2}}\ m/s \cdot 3\cdot 10^{-9}\ C = 2,1\cdot 10^{-3}\ N$//

$F_y = -F_x = -2,1\cdot 10^{-3}\ N$ // / $F_z = 2,1\cdot 10^{-3}\ N$ //

$|\vec{F}| = (F_x^2 + F_y^2 + F_z^2) = \sqrt{3}\cdot F_x = 3,6\cdot 10^{-3}\ N$

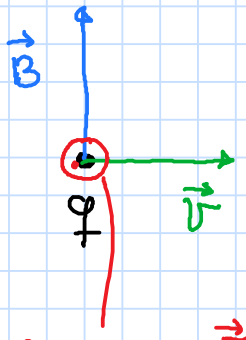
P3// càrrega q amb $\vec{v} = (v_0, 0, 0)$ en una regió amb $\vec{B} = (0, 0, B_0)$

en els dibuixos és important definir clarament quines són les direccions dels eixos



⊙ → surt del paper

⊗ → entra cap el paper



la força $\vec{F}$ surt del paper.

a)

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot v_0 B_0 (\hat{\imath} \times \hat{k})$$

$\vec{v} = v_0 \hat{\imath}$

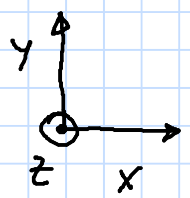
$\vec{B} = B_0 \cdot \hat{k}$

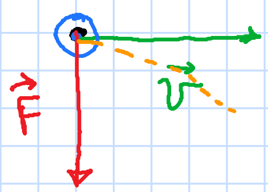
$$\vec{F} = -q \cdot v_0 \cdot B_0 \cdot \hat{\jmath} \rightarrow \begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = -q \cdot v_0 B_0 \\ F_z = 0 \\ |\vec{F}| = q\, v_0 B_0 \ // \end{cases}$$

b) $\vec{F}$ és perpendicular a $\vec{v}$ → per tant: no pot fer canviar el mòdul de $\vec{v}$, només en pot fer canviar la direcció.

Si $\vec{F}$ fa canviar la direcció de $\vec{v}$ → fa canviar les components de $\vec{v}$, tot i que no canvia el mòdul.

c) Per representar el moviment de la q cal canviar els eixos de coordenades:

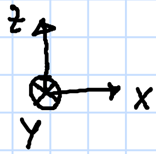




→ la força $\vec{F}$ fa que la càrrega q es desviï cap al sentit negatiu de l'eix y

P3// càrrega q amb $\vec{v} = (v_0, 0, 0)$ en una regió amb $\vec{B} = (0, 0, B_0)$

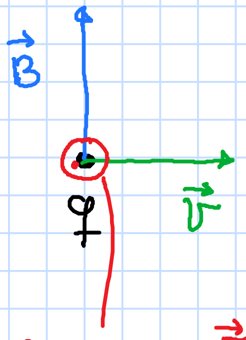
en els dibuixos és important definir clarament quines són les direccions dels eixos



$\odot \rightarrow$ surt del paper

$\otimes \rightarrow$ entra cap el paper

a)



la força $\vec{F}$ surt del paper.

$$\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B} = q\cdot v_0 B_0 (\hat{\imath}\times\hat{k})$$

$$\vec{v} = v_0\hat{\imath}$$

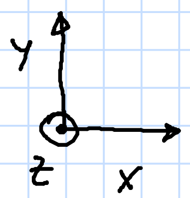
$$\vec{B} = B_0\cdot\hat{k}$$

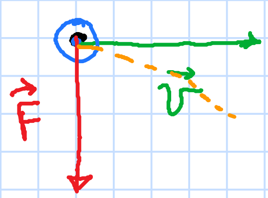
$$\vec{F} = -q\cdot v_0\cdot B_0\cdot\hat{\jmath} \rightarrow \begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = -q\cdot v_0 B_0 \\ F_z = 0 \\ |\vec{F}| = q\, v_0 B_0 \;// \end{cases}$$

b) $\vec{F}$ és perpendicular a $\vec{v}$ $\rightarrow$ per tant: no pot fer canviar el mòdul de $\vec{v}$, només en pot fer canviar la direcció.

Si $\vec{F}$ fa canviar la direcció de $\vec{v}$ $\rightarrow$ fa canviar les components de $\vec{v}$, tot i que no canvia el mòdul.

c) Per representar el moviment de la q cal canviar els eixos de coordenades:



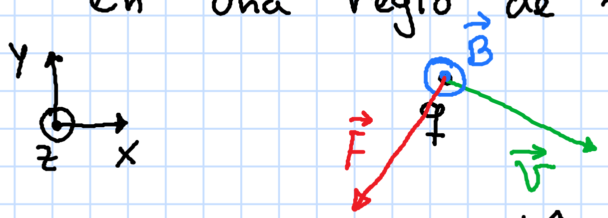


$\rightarrow$ la força $\vec{F}$ fa que la càrrega q es desviï cap al sentit negatiu de l'eix y

P4// càrrega q amb $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z = 0)$ $v_x > 0$, $v_y < 0$

$$|\vec{v}| = v_0$$

en una regió de l'espai amb $\vec{B} = (0, 0, B_0)$



a) $$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & k \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = q \cdot v_y \cdot B_0 \hat{\imath} - q \cdot v_x \cdot B_0 \hat{\jmath}$$

$$\vec{F} = q \cdot B_0 (v_y, -v_x, 0) //$$ → cal notar que és perpendicular a $\vec{v}$

b) Donat que la $\vec{F}$ és perpendicular a la $\vec{v}$, $\vec{F}$ no pot fer canviar el mòdul de $\vec{v}$, només la seva direcció.

Les components de $\vec{v}$ canvien de manera que canvia la direcció de $\vec{v}$ sense canviar-ne el mòdul.

c) El moviment en què la $\vec{F}$ sempre és perpendicular a $\vec{v}$ és un moviment circular i a la $\vec{F}$ se l'anomena força centrípeta.

d) Per trobar el radi cal igualar la força del camp $\vec{B}$ a la força centrípeta:

$$\left.\begin{aligned} |\vec{F}| &= q \cdot v_0 \cdot B_0 \cdot \sin 90^\circ \\ |\vec{F}_{centrípeta}| &= m_0 \cdot \frac{v_0^2}{r} \end{aligned}\right\} \quad q \cdot v_0 \cdot B_0 = m \cdot \frac{v_0^2}{r} \qquad r = \frac{m \cdot v_0}{q \cdot B_0} //$$

e) El període del moviment circular T és temps que es triga en completar una òrbita:

$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2\pi \; m v_0 / q B_0}{v_0} = \frac{2\pi m}{q B_0} //$$

P5

protó $q = 1.6\cdot 10^{-19}$ C $\quad m_p = 1.7\cdot 10^{-27}$ kg

$\vec{v} = (v_x, v_y, 0) \quad |\vec{v}| = v_0 = 7\cdot 10^5$ m/s

amb $v_x = v_y$

$\vec{B} = (0, 0, B_0)$ i $B_0 = 8$ mT

primer cal trobar quan valen v_x i v_y

$$|\vec{v}| = (v_x^2 + v_y^2 + 0^2)^{1/2} \underset{v_x = v_y}{=} (2 v_x^2)^{1/2} = \sqrt{2}\, v_x = v_0$$

a)
$$\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B} = q\cdot\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = q\cdot\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{v_0}{\sqrt{2}} & \frac{v_0}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{F} = q\cdot\frac{v_0}{\sqrt{2}}\cdot B_0 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{q\cdot v_0\cdot B_0}{\sqrt{2}}(\hat{i} - \hat{j})$$

$$\vec{F} = \frac{q\, v_0\, B_0}{\sqrt{2}}\cdot(1, -1, 0) \qquad |\vec{F}| = \frac{q\cdot v_0\cdot B_0}{\cancel{\sqrt{2}}}\cdot \cancel{(1^2 + (-1)^2)^{1/2}}$$

$$F_x = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 7\cdot 10^5\,m/s\cdot 8\cdot 10^{-3}\,T}{\sqrt{2}} = 6{,}3\cdot 10^{-16}\,N = -F_y$$

$$|\vec{F}| = 9.0\cdot 10^{-16}\,N$$

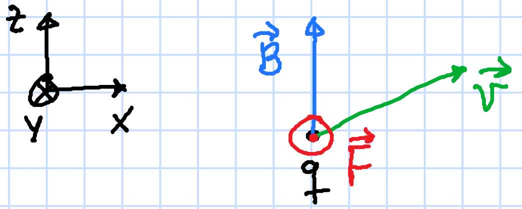
b) el radi de la trajectòria el treiem d'igualar la força del camp magnetic amb la centrípeta:

$$q\cdot v_0\cdot B_0 = m_p\cdot\frac{v_0^2}{r} \rightarrow r = \frac{m_p\cdot v_0}{q\cdot B_0}$$

$$r = \frac{1{,}7\cdot 10^{-27}\,kg\cdot 7\cdot 10^5\,m/s}{1.6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 8\cdot 10^{-3}\,T} = 93\ cm$$

P6// q amb $\vec{v} = (v_x, v_y = 0, v_z)$ i $|\vec{v}| = v_0$

$\vec{B} = (0, 0, B_0)$



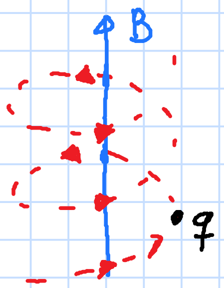
a) $$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & 0 & v_z \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = -q \cdot v_x \cdot B_0 \, \hat{j}$$

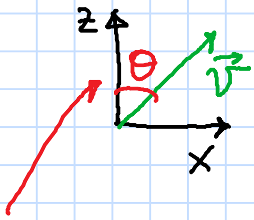
$F_x = F_z = 0 \qquad F_y = -q \cdot v_x \cdot B_0 \qquad |\vec{F}| = q \cdot v_x \cdot B_0$ //

b) Igual que en els problemes anteriors, la força és perpendicular a la velocitat, per tant no pot fer canviar el mòdul de $\vec{v}$.

Pel que fa a les components, aquesta força fa canviar les components v_x i v_y, però no la v_z.

c) En aquest cas, la trajectòria és una hèlix, ja que la càrrega descriu un moviment circular en el pla x-y (perpendicular a $\vec{B}$) mentre que el moviment és uniforme en la direcció z (la direcció de $\vec{B}$)



d) 

→ cal descomposar la velocitat en dues components: la paral·lela al camp (v_z) i la perpendicular al camp (v_x)

L'angle θ que forma $\vec{v}$ amb $\vec{B}$ es pot trobar a partir d'aquestes components:

$$\sin \theta = \frac{v_x}{v_0} \qquad \cos \theta = \frac{v_z}{v_0}$$

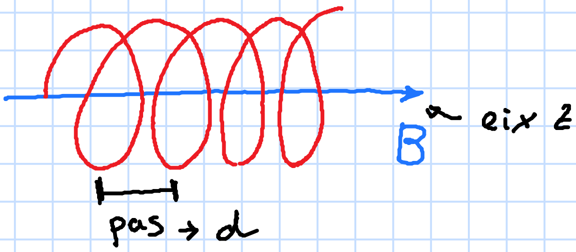
Donat que és la component x la que es veu modificada per la força, cal utilitzar-la per trobar el radi de la trajectòria:

$$q \cdot v_x \cdot B_0 = m_0 \cdot \frac{v_x^2}{r} \rightarrow r = \frac{m_0 \cdot v_x}{q \cdot B_0}$$

el període és el temps que es triga en fer una volta: $T = \frac{2\pi r}{v_x} = \frac{2\pi m_0}{q \cdot B_0}$

e)

El pas de la hèlix és la distància en la direcció z entre dues volte consecutives



$$d = v_z \cdot T$$

on T és el període

per tant:

$$d = v_z \cdot \frac{2\pi m_0}{q \cdot B_0} = 2\pi \cdot \frac{m_0 v_z}{q \cdot B_0}$$

P7//

$q = -1.6 \cdot 10^{-19}\,C \quad m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg$ (electró)

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ amb $v_x = v_y = v_z$

$|\vec{v}| = v_0 = 3 \cdot 10^5\ m/s$

$\vec{B} = (B_0, 0, 0)$ amb $B_0 = 31\,\mu T$

a) En primer lloc cal calcular v_x, v_y i v_z:

$$|\vec{v}| = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2} \underset{v_x = v_y = v_z}{=} (3 v_x^2)^{1/2} = \sqrt{3}\, v_x = v_0$$

a) $$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{v_0}{\sqrt{3}} & \frac{v_0}{\sqrt{3}} & \frac{v_0}{\sqrt{3}} \\ B_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$q \cdot \frac{v_0}{\sqrt{3}} \cdot B_0 \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{q \cdot v_0 \cdot B_0}{\sqrt{3}} \cdot (\hat{\jmath} - \hat{k})$$

$$\vec{F} = \frac{q \cdot v_0 \cdot B_0}{\sqrt{3}} \cdot (0, 1, -1) \qquad |\vec{F}| = \frac{q \cdot v_0 \cdot B_0}{\sqrt{3}} (0^2 + 1^2 + (-1)^2)^{1/2}$$

$$|\vec{F}| = q \cdot v_0 \cdot B_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

b) del problema anterior es dedueix que cal descomposar la velocitat en les seves components paral·leles al camp (direcció x) i perpendiculars (pla y-z):

$$v_{\parallel} = v_x = \frac{v_0}{\sqrt{3}} \qquad v_{\perp} = (v_y^2 + v_z^2)^{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} v_0$$

el radi de la trajectòria es troba amb la $v_{\perp}$:

$$q \cdot v_0 \cdot B_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = m_0 \cdot \frac{v_{\perp}^2}{r} = m_0 \cdot \frac{(\sqrt{2}/\sqrt{3})^2 \cdot v_0^2}{r}$$

$$r = \frac{m_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} v_0}{q \cdot B_0} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot 3 \cdot 10^5\ m/s}{+1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 31 \cdot 10^{-6}\,T} = 4{,}5\ cm$$

cal posar positiu aquest signe. El fet que l'electró tingui càrrega negativa té conseqüència en el sentit de gir

c) període: $T = \frac{2\pi r}{v_\perp} = \frac{2\pi}{\cancel{v_\perp}} \cdot \frac{m_0 \cdot \cancel{v_\perp}}{q \cdot B_0} = 2\pi \frac{m_0}{q \cdot B_0}$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 31 \cdot 10^{-6}\ T} = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \mu s$$

amb el període es pot calcular el pas de la hèlix:

$$d = v_{\parallel} \cdot T = \frac{v_0}{\sqrt{3}} \cdot 2\pi \frac{m_0}{q \cdot B_0} = \frac{3 \cdot 10^5\ m/s}{\sqrt{3}} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ s$$

$$d = 0{,}21\ m$$

P8// $q = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$ / $m_\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-27}\,kg$

$r_{trajectòria} = 0{,}5\,m$

$B_0 = 0{,}1\,T$

a) dels problemes anteriors s'ha vist que el període no depèn del radi ni la velocitat:

$$T = 2\pi \cdot \frac{m_0}{q \cdot B_0} = 2\pi \frac{6{,}7 \cdot 10^{-27}\,kg}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}1\,T} = 3 \cdot 10^{-6}\,s$$

b) $$r_{orbita} = \frac{m_0 \cdot v_0}{q \cdot B_0} \rightarrow v_0 = \frac{r_{orbita} \cdot q \cdot B_0}{m_0}$$

$$v_0 = \frac{0{,}5\,m \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}1\,T}{6{,}7 \cdot 10^{-27}\,kg} = 2{,}4 \cdot 10^{6}\,m/s$$

c) $$E_c = \frac{1}{2} m_0 \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot \left(2{,}4 \cdot 10^{6}\,\frac{m}{s}\right)^2 = 1{,}9 \cdot 10^{-14}\,J$$

$E_c = 12\ keV$

P9 //

$$E_{c,p} = E_{c,d} = E_{c,\alpha} \rightarrow \frac{1}{2} m_p \cdot v_p^2 = \frac{1}{2} m_d \cdot v_d^2 = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2$$

$$R = \frac{m_0 \cdot v_0}{q \cdot B_0} \rightarrow R_p = \frac{m_p \cdot v_p}{q_p \cdot B_0} \quad R_d = \frac{m_d v_d}{q_d B_0} \quad R_\alpha = \frac{m_\alpha v_\alpha}{q_\alpha \cdot B_0}$$

posant-ho tot en funció de m_p i q_p $\Rightarrow$

$$R_p = \frac{m_p v_p}{q_p \cdot B_0} \quad R_d = \frac{2 \cdot m_p \cdot v_d}{q_p \cdot B_0} \quad R_\alpha = \frac{4 m_p v_\alpha}{2 q_p \cdot B_0}$$

$$E_{cp} = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \quad E_{c,d} = \frac{1}{2} 2 m_p \cdot v_d^2 \quad E_{c,\alpha} = \frac{1}{2} \cdot 4 m_p \cdot v_\alpha^2$$

$$v_p = \frac{q_p \cdot B_0 \cdot R_p}{m_p} \quad v_d = \frac{q_p \cdot B_0 \cdot R_d}{2 m_p} \quad v_\alpha = \frac{q_p \cdot B_0 \cdot R_\alpha}{2 m_p}$$

substituint les v_p, v_d i v_α a les E_c:

$$E_{c,p} = \frac{1}{2} m_p \left(\frac{q_p \cdot B_0 \cdot R_p}{m_p} \right)^2 = \frac{q_p^2 \cdot B_0^2 \cdot R_p^2}{2 m_p}$$

$$E_{c,d} = \frac{1}{2} \cdot 2 m_p \left(\frac{q_p \cdot B_0 \cdot R_d}{2 m_p} \right)^2 = \frac{q_p^2 \cdot B_0^2 \cdot R_d^2}{4 m_p}$$

$$E_{c,\alpha} = \frac{1}{2} 4 m_p \left(\frac{q_p \cdot B_0 \cdot R_\alpha}{2 m_p} \right)^2 = \frac{q_p^2 \cdot B_0^2 \cdot R_\alpha^2}{2 m_p}$$

dividint $E_{c,d} / E_{c,p}$:

$$\frac{E_{c,d}}{E_{c,p}} = \frac{\frac{\cancel{q_p^2} \cdot \cancel{B_0^2} \cdot R_d^2}{4 \cancel{m_p}}}{\frac{\cancel{q_p^2} \cdot \cancel{B_0^2} \cdot R_p^2}{2 \cancel{m_p}}} = 1$$

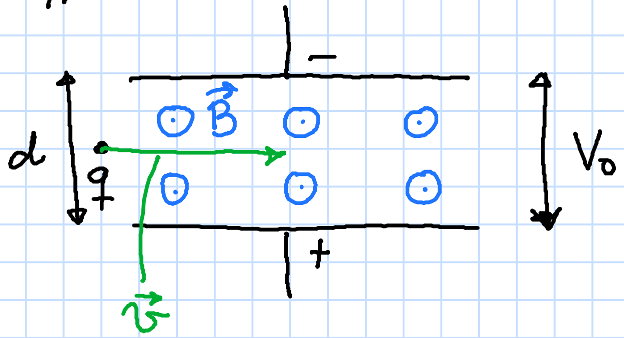
ja que les E_c són iguals

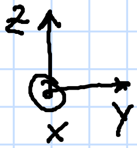
$$\frac{1}{2} \frac{R_d^2}{R_p^2} = 1 \rightarrow \frac{R_d}{R_p} = \sqrt{2} \; //$$

seguint el mateix procediment per $E_{c,\alpha} / E_{c,p}$:

$$\frac{E_{c,\alpha}}{E_{c,p}} = \frac{\frac{\cancel{q_p^2} \cdot \cancel{B_0^2} \cdot R_\alpha^2}{\cancel{2 m_p}}}{\frac{\cancel{q_p^2} \cdot \cancel{B_0^2} \cdot R_p^2}{\cancel{2 m_p}}} = \frac{R_\alpha^2}{R_p^2} = 1 \rightarrow \frac{R_\alpha}{R_p} = 1 \; //$$

P10//





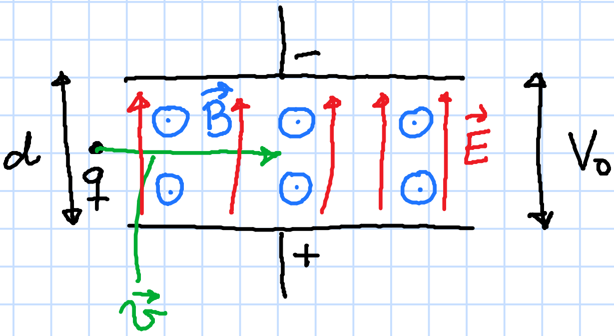
$\vec{B} = (B_0, 0, 0)$

$\vec{v} = (0, v_0, 0)$

a) per trobar el camp electric cal recordar que en un condensador el camp i la tensió estan relacionats per: $V = E \cdot d$:

$$E = \frac{V_0}{d}$$

direcció i sentit: de la placa + a la placa −

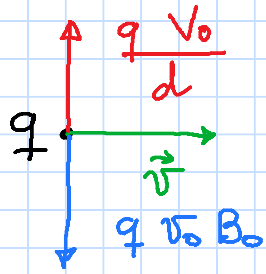


$$\vec{E} = \left(0, 0, +\frac{V_0}{d}\right)$$

b)

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} = q \cdot \left(0, 0, +\frac{V_0}{d}\right) = +\frac{q \cdot V_0}{d}\hat{k}$$

$$\vec{F}_B = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = q \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & v_0 & 0 \\ B_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -q \cdot v_0 \cdot B_0 \hat{k}$$



c) Si les forces elèctrica i magnètica es compensen, la càrrega q no canvia la seva trajectòria ni el mòdul de la velocitat:

$$\frac{q \cdot V_0}{d} = q \cdot v_0 \cdot B_0 \rightarrow v_0 = \frac{V_0}{d \cdot B_0}$$

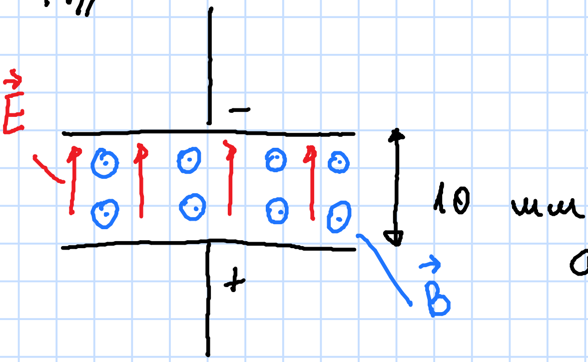
independent de q

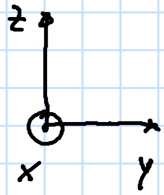
les càrregues que van a velocitat v_0 no es desvien

d)

↳ variant la V_0 es pot seleccionar la v_0 de les càrregues que travessen el dispositiu.

11//





$|\vec{B}| = B_0 = 5 \text{ mT}$

a) La fórmula del selector de velocitats de l'exercici 10 surt d'igualar força electrostàtica i magnètica.

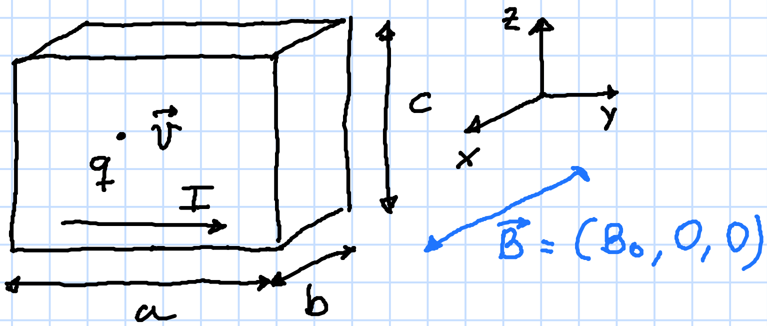
$q \cdot v_0 \cdot B_0 = q \cdot \frac{V_0}{d} \rightarrow v_0 B_0 = \frac{V_0}{d}$

$V_0 = v_0 \cdot d \cdot B_0 \leftarrow$

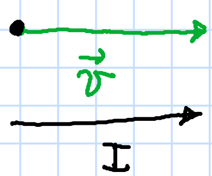
$V_0 = 7 \cdot 10^4 \text{ m/s} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ T} = 3{,}5 \text{ V}$//

b) $v_0 = \frac{V_0}{d \cdot B_0} = \frac{50 \text{ V}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ T}} = 10^6 \text{ m/s}$

12//

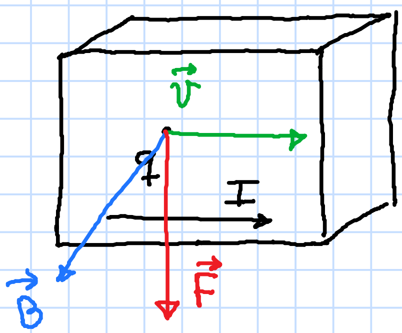


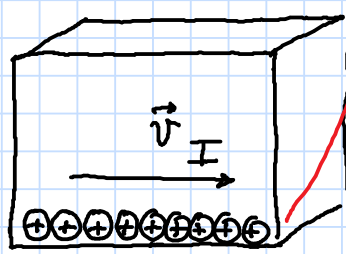
a) el sentit dels portadors positius és el mateix que el del corrent



$\rightarrow \quad \vec{v} = (0, v_0, 0)$

b) $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & v_0 & 0 \\ B_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -q \cdot v_0 \cdot B_0 \, \hat{k}$





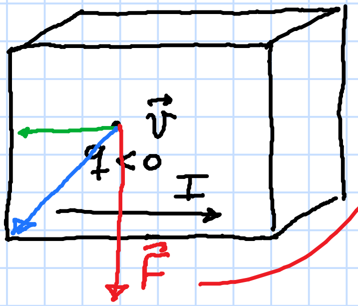
la força fa que les càrregues positives vagin a la cara inferior

c) $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d = q \cdot v_0 \cdot B_0 \cdot c$

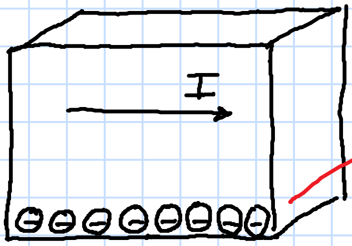
c és la dimensió del conductor en la direcció de la força

- Les càrregues positives s'acumulen a la cara inferior i creen un camp elèctric vertical i cap amunt. El potencial a la cara inferior és alt ja que el camp va de potencials alts a potencials baixos.

d) Si ara els portadors són negatius (com en els metalls) la seva velocitat és oposada al sentit del corrent:



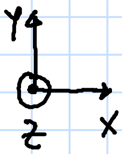
la força és cap avall ja que ara les càrregues que es mouen són negatives

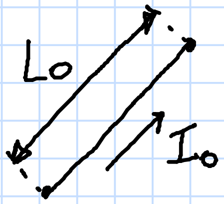


les càrregues negatives s'acumulen a la cara inferior, per tant ara aquesta és la que es troba a un potencial més baix

e) Aquesta tècnica permet esbrinar experimentalment la càrrega dels portadors en un conductor, a més d'altres paràmetres com la seva concentració o mobilitat.

P13//





$\vec{L} = (l_x, l_y, l_z)$ amb $l_x = l_y \quad l_z = 0$ i

$|\vec{L}| = L_o$

Camp magnètic de mòdul $|\vec{B}| = B_o$ uniforme

a) $\vec{B}$ en direcció x positiva $\rightarrow$ $\vec{B} = (B_o, 0, 0)$

Donat que $\vec{B}$ és uniforme es pot utilitzar:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} \rightarrow \vec{F} = I_o \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ l_x & l_y & 0 \\ B_o & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

per trobar l_x i l_y cal trobar primer el vector unitari amb la mateixa direcció i sentit que $\vec{L}$:

$$\vec{L} = L_o\, \hat{u} \qquad \hat{u} = \frac{(1,1,0)}{|(1,1,0)|} = \frac{(1,1,0)}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,1,0)$$

$$\vec{F} = I_o L_o \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ B_o & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{I_o L_o B_o}{\sqrt{2}}\hat{k} \; //$$

$\rightarrow$ força en direcció z negativa

b) $\vec{B} = (0, B_o, 0)$

$$\vec{F} = I_o L_o \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & B_o & 0 \end{vmatrix} = +\frac{I_o L_o B_o}{\sqrt{2}}\hat{k}$$

c) $\vec{B} = (0, 0, B_o) \rightarrow$

$$\vec{F} = I_o L_o \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & B_o \end{vmatrix} = \frac{I_o L_o B_o}{\sqrt{2}}(\hat{\imath} - \hat{\jmath}) \; //$$

d) $\vec{B} = B_o \cdot \hat{U} \qquad \vec{u} = \dfrac{(0,1,1)}{|(0,1,1)|} = \left(0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$$\vec{F} = I_o L_o B_o \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{vmatrix} = I_o L_o B_o \left(\frac{\hat{\imath}}{2} - \frac{\hat{\jmath}}{2} + \frac{\hat{k}}{2}\right)$$

$$\vec{F} = \frac{I_o L_o B_o}{2}(\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k})$$

P14//

$L_0 = 30\ mm \qquad I_0 = 50\ mA$

$\vec{L} = (l_x, l_y, l_z)$ amb $l_y = l_z$ i $l_x = 0$

$B_0 = 30\mu T$

Calcular mòdul i components de la Força el camp.

És útil trobar les components de $\vec{L}$

$\vec{L} = L_0\hat{u} \rightarrow$ vector unitari: $\hat{u} = \dfrac{(0,1,1)}{|(0,1,1)|} = \dfrac{(0,1,1)}{\sqrt{2}}$

Aquest vector té la mateixa direcció i sentit que $\vec{L}$: té la component x nul·la i les components y i z iguals

a) $\vec{B} = (B_0, 0, 0) \rightarrow$ camp en direcció x positiva

$$\vec{F} = I\cdot\vec{L}\times\vec{B} = I_0\cdot L_0\cdot B_0\cdot\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\\ 1 & 0 & 0\end{vmatrix} = \frac{I_0L_0B_0}{\sqrt{2}}(\hat{\jmath}-\hat{k})$$

$$\vec{F} = \frac{50\cdot10^{-3}A\cdot30\cdot10^{-3}m\cdot30\cdot10^{-6}T}{\sqrt{2}}\cdot(\hat{\jmath}-\hat{k}) = 31{,}8\cdot10^{-9}N\,(\hat{\jmath}-\hat{k})$$ //

b) $\vec{B} = (0, B_0, 0)$

$$\vec{F} = I\cdot\vec{L}\times\vec{B} = I_0\cdot L_0\cdot B_0\cdot\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix} = \frac{I_0L_0B_0}{\sqrt{2}}(-\hat{\imath})$$

$\vec{F} = -31{,}8\cdot10^{-9}N\,\hat{k}$ //

$\vec{B} = (0, 0, B_0)$

$$\vec{F} = I\cdot\vec{L}\times\vec{B} = I_0L_0B_0\cdot\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix} = \frac{I_0L_0B_0}{\sqrt{2}}\cdot\hat{\imath}$$

$\vec{F} = 31{,}8\cdot10^{-9}N\,\hat{\imath}$ //

d) $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = B_z$ i $B_y = 0$

$\vec{B} = B_0 \cdot \hat{u}$ amb $\hat{u} = \dfrac{(1,0,1)}{|(1,0,1)|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} = I_0 \cdot L_0 \cdot B_0 \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & k \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{vmatrix} = \frac{I_0 L_0 B_0}{2}\left(\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}\right)$$

$$\vec{F} = 31{,}8 \cdot 10^{-9}\,N \cdot \left(\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}\right)$$

P15//

a) Components de la força sobre el segment.

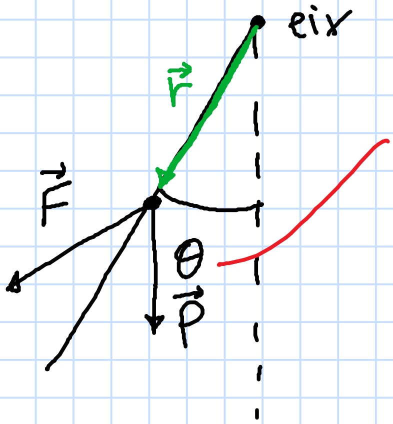
$\vec{L}$ → cal trobar la $\vec{L}$, en aquest cas $L_x = 0$ i L_y i L_z són tals que formen un angle de Θ amb l'eix z:

$$L_y = -L_0 \cdot \sin\Theta \qquad \vec{L} = (0, -L_0 \sin\Theta, -L_0\cos\Theta)$$

$$L_z = -L_0 \cdot \cos\Theta$$

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} = -I_0 \cdot L_0 \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{F} = -I_0 L_0 \left([B_z \cdot \sin\theta - B_y \cos\theta] \cdot \hat{\imath} + B_x \cos\theta\, \hat{\jmath} - B_x \sin\theta\, \hat{k} \right)$$



Tant la $\vec{F}$ com el pes $\vec{P}$ s'apliquen al centre de gravetat del segment

b)

La condició d'equilibri cal expressar-la en funció dels moments de les forces $\vec{P}$ i $\vec{F}$ al voltant de l'eix. Donat que l'eix està en direcció x, la component x de la força $\vec{F}$ no s'ha de considerar.

$$\vec{F}_{y-z} = I_0 L_0 (0, +B_x\cos\theta, -B_x \sin\theta) \rightarrow$$

$$\vec{M}_F = \vec{r} \times \vec{F}_{y-z} = \frac{L_0}{2} \cdot I_0 L_0 B = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & -\sin\theta & -\cos\theta \\ 0 & -\cos\theta & +\sin\theta \end{vmatrix} = \frac{-I_0 L_0^2 B_x}{2} (+\hat{\imath})$$

el vector $\vec{r}$ és el que va des de l'eix al punt d'aplicació de la força : $\vec{r} = (0, -\frac{L_0}{2}\sin\theta, -\frac{L_0}{2}\cos\theta)$

$$\vec{M}_P = \vec{r} \times \vec{P} = \frac{L_0}{2} \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & -\sin\theta & -\cos\theta \\ 0 & 0 & -m_0 \cdot g \end{vmatrix} = +\frac{L_0 \cdot m_0 \cdot g}{2} \sin\theta\, \hat{\imath}$$

Condició d'equilibri:

$$\frac{I_0 L_0^2 B_x}{2} - \frac{L_0 m_0 g}{2} \cdot \sin\theta = 0$$

c) L'instrument permet trobar el camp en la direcció de l'eix de rotació:

$$B_x = \frac{m_0 \cdot g \cdot \sin\theta}{I_0 \cdot L_0} \; //$$

d) Es pot mesurar la component Y girant l'eix i posant-lo en aquesta direcció.

e) Es impossible mesurar la component z ja que el mercuri líquid restringeix que l'eix només pot estar en el pla x-y.

Una forma alternativa de trobar la condició d'equilibri és calcular primer el moment que crea la força del camp magnètic considerant totes les components:

$$\vec{M}_F = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & -\frac{L_0}{2}\sin\theta & -\frac{L_0}{2}\cos\theta \\ I_0 L_0 (B_y \cos\theta - B_z \sin\theta) & -I_0 L_0 B_x \cos\theta & I_0 L_0 B_x \sin\theta \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_F = \frac{-I_0 L_0^2 \cdot B_x}{2} (\sin^2\theta + \cos^2\theta)\, \hat{\imath} - \frac{I_0 L_0^2}{2} (B_y \cos\theta - B_z \sin\theta) \cos\theta\, \hat{\jmath} +$$

$$+ \frac{I_0 L_0^2}{2} (B_y \cos\theta - B_z \sin\theta) \sin\theta\, \hat{k}$$

Llavors cal considerar únicament la component x del moment ja que és l'eix al voltant del qual el segment pot girar.

P16 //

Gaussímetre de mercuri

$I_0 = 50 \, mA$

$L_0 = 20 \, cm$

$m_0 = 3 \, g$

eix en direcció x: $\theta_x = 11^\circ$

eix en direcció y: $\theta_y = 21^\circ$

a) Components de $\vec{B}$ que es poden mesurar:

del problema anterior:

$$B_x = \frac{m_0 \, g}{I_0 \cdot L_0} \cdot \sin \theta_x = \frac{3 \cdot 10^{-3} \, kg \cdot 9{,}8 \, m/s^2}{50 \cdot 10^{-3} \, A \cdot 0{,}2 \, m} \cdot \sin 11^\circ = 0{,}56 \, T$$

$$B_y = \frac{m_0 \, g}{I_0 \, L_0} \cdot \sin \theta_y = \frac{3 \cdot 10^{-3} \, kg \cdot 9{,}8 \, m/s^2}{50 \cdot 10^{-3} \, A \cdot 0{,}2 \, m} \cdot \sin 21^\circ = 1{,}05 \, T$$

b) Estudi de la sensibilitat de l'instrument.

Si θ_x passa de 11° a 12°:

$B_x(11^\circ) = 0.56 \, T \rightarrow B_x(12^\circ) = 0{,}61 \, T$

Si θ_y passa de 21° a 22°:

$B_y(21^\circ) = 1{,}05 \, T \rightarrow B_y(22^\circ) = 1{,}10 \, T$

1° equival a una variació de $0.05 \, T$

Una millor resolució de l'instrument s'aconsegueix fent MENOR la diferència entre els camps corresponents a una diferència de 1°. Així, per millorar la resolució cal examinar l'expressió:

$$B = \underbrace{\frac{m_0 \, g}{I_0 \, L_0}} \cdot \sin \theta$$

- com menor sigui aquest factor major serà la resolució.
- Aquest factor es redueix disminuint la massa m_0 o augmentant el corrent I_0 o la longitud L_0
- Això té l'inconvenient de reduir el rang de valors de $\vec{B}$ que es pot mesurar.

P17//

a) Segment paral·lel l'eix x

$$\left.\begin{array}{l}\vec{L} = (L_0, 0, 0) \\ \vec{B} = (0, 0, B_0)\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}|\vec{F}_1| = I_0 \cdot L_0 \cdot B_0 \\ \text{direcció: eix } y \\ \text{sentit: negatiu}\end{array}\right\} \vec{F}_1 = I_0 L_0 B_0 (0, -1, 0)$$

b) Segment paral·lel a l'eix y

$$\left.\begin{array}{l}\vec{L} = (0, L_0, 0) \\ \vec{B} = (0, 0, B_0)\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}|\vec{F}_2| = I_0 L_0 B_0 \\ \text{direcció: eix } x \\ \text{sentit: positiu}\end{array}\right\} \vec{F}_2 = I_0 L_0 B_0 (1, 0, 0)$$

c) Força total sobre els dos segments:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = I_0 L_0 B_0 \cdot [(0,-1,0) + (1,0,0)] =$$

$$I_0 L_0 B_0 \cdot (1,-1,0)$$

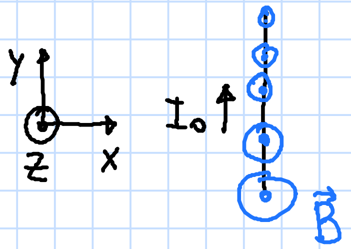
segment $\overline{ab} \rightarrow \vec{L} = (L_0, L_0, 0)$

$$\vec{F} = I_0 \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ L_0 & L_0 & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = I_0 L_0 B_0 \left[\hat{\imath} - \hat{\jmath}\right]$$

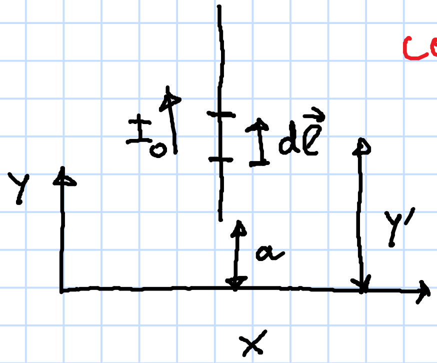
es pot comprovar que són iguals

P18//

a) $d\vec{F}$ per un element $d\vec{\ell}$ del corrent a una distància y' de l'eix y.



en aquesta situació, el camp en diferents punts del conductor és diferent: no és uniforme.
→ cal considerar un element d'aquest corrent a una distància y':



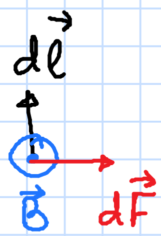
$d\vec{\ell}$ té direcció positiva de l'eix y
y' varia en direcció positiva de l'eix y
↓
$$|d\vec{\ell}| = dy'$$

importat: el mòdul de $d\vec{\ell}$ és un diferencial de la variable y'

La força del camp sobre l'element de corrent $d\vec{\ell}$ és:

$$d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \times \vec{B} = I_0 \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & dy' & 0 \\ 0 & 0 & B_0(y') \end{vmatrix} = I_0 \cdot dy' \cdot B_0(y')\, \hat{\imath} \quad //$$

↑ la força té direcció positiva de l'eix x



b) $$\vec{F} = \int_{\text{corrent}} d\vec{F}$$ → per components

$$F_x = \int_{\text{corrent}} dF_x$$
$$F_y = \int dF_y = 0$$
$$F_z = \int dF_z = 0$$

$$F_x = \int_{\text{corrent}} dF_x = \int_{\text{corrent}} I_0\, dy'\, B_0(y')$$

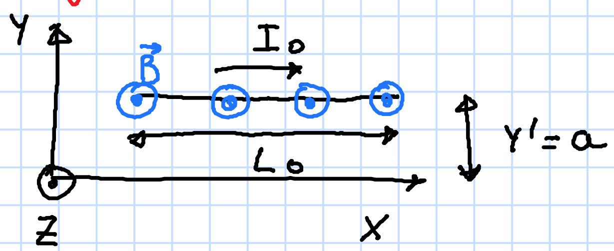
↑ dF_x s'ha trobat a l'apartat a)

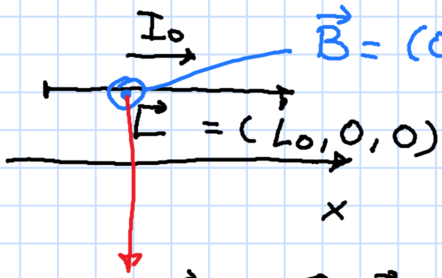
$$F_x = \int_{\text{corrent}} dF_x = \int_{\text{corrent}} I_0\, dy'\, B_0(y') = \int_{y'=a}^{y'=b} I_0\, dy' \frac{A}{y'}$$

els límits d'integració els marca el segment de corrent, que va des de $y'=a$ fins $y'=b$

$$F_x = I_0 \cdot A \cdot \int_{y'=a}^{y'=b} \frac{dy'}{y'} = I_0 \cdot A \cdot \ln y' \Big|_{y'=a}^{y'=b} = I_0 \cdot A \cdot \ln \frac{b}{a}$$

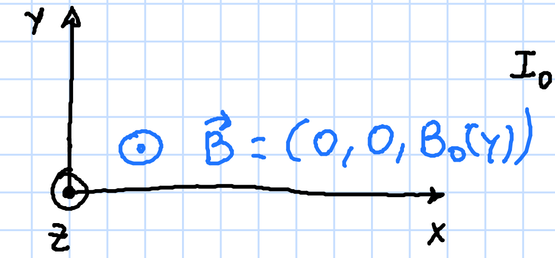
c) Si el segment es troba horitzontal, tots els punts es troben a la mateixa distància de l'eix x, per tant és com si $\vec{B}$ fos uniforme.



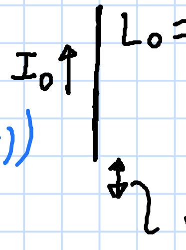


$$\vec{F} = I\,\vec{L} \times \vec{B} = -I_0 L_0 B_0 \hat{\jmath}$$

P19 //



$\odot\ \vec{B} = (0, 0, B_0(y))$



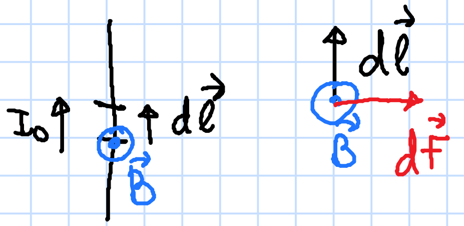
$L_0 = 30$ cm $\quad I_0 = 2$ A

$B_0(y) = \dfrac{A}{y}$ amb $A = 5 \cdot 10^{-3}$ T·m

$y' = 10$ cm

a) Força total sobre el segment.

Primer cal trobar $d\vec{F}$ sobre un element $d\vec{\ell}$ del corrent:



$|d\vec{\ell}| = dy$

$\rightarrow$ $d\vec{F}$ només té component x

$d\vec{F} = (dF_x, 0, 0)$

$$dF_x = I_0 \cdot dy \cdot B(y)$$

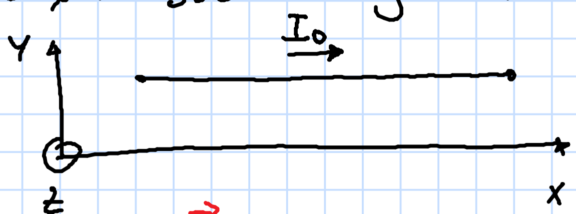
$$F_x = \int_{\text{corrent}} d\vec{F} = \int_{y'=10\text{ cm}}^{y'=10\text{ cm}+30\text{ cm}} I_0 \cdot dy'\, B(y') = I_0 \int_{y'=10\text{cm}}^{y'=40\text{ cm}} \frac{A}{y'}\, dy'$$

posem y' a la integral ja que és una variable muda: desapareix en calcular la integral definida

$$F_x = I_0 \cdot A \cdot \ln y' \Big|_{y'=10\text{cm}}^{y'=40\text{ cm}} = I_0 \cdot A \cdot \ln \frac{40\text{ cm}}{10\text{ cm}}$$

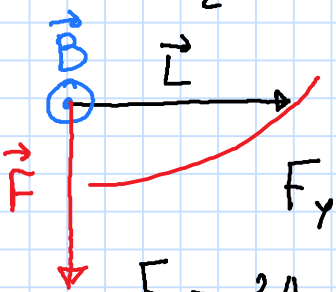
$$F_x = 2\text{A} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\text{ T} \cdot \text{m} \cdot \ln 4 = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\text{ N} \,//, \quad F_y = F_z = 0\text{ N} \,//$$

b) Força sobre segment horitzontal:



$\uparrow Y = 10$ cm

$\rightarrow$ tot el conductor està a la mateixa distància de l'eix y $\rightarrow$ és com si $\vec{B}$ sigui uniforme

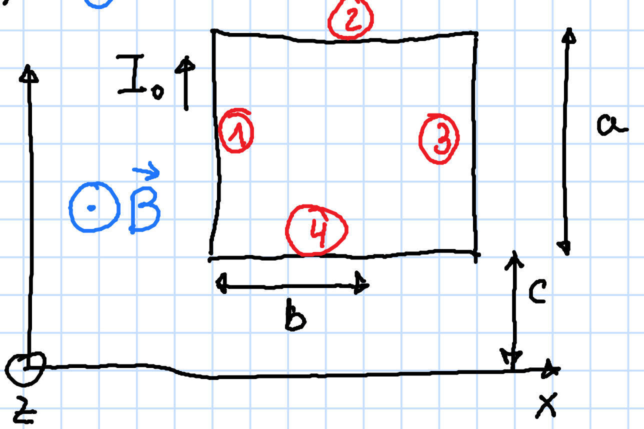


$\vec{F}$ té component y negativa

$$F_y = -I_0 \cdot L_0 \cdot B_0(Y = 10\text{ cm})$$

$$F_y = -2\text{A} \cdot 30 \cdot 10^{-2}\text{m} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}\text{T} \cdot \text{m}}{10 \cdot 10^{-2}\text{m}} = -30 \cdot 10^{-3}\text{N} \,// \quad F_x = F_z = 0\text{N} \,//$$

P20// ⊙ Espira rectangular



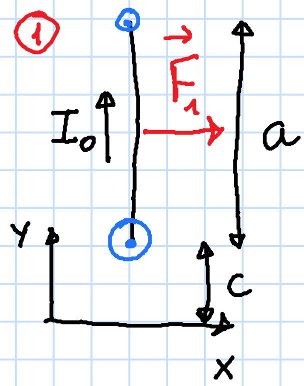
$\vec{B} = B_0(y)\hat{k}$ $\qquad B(y) = \dfrac{A}{y}$

amb $A = 7\cdot 10^{-3}\ T\cdot m$

a) Força sobre cada segment de l'espira

Es pot dividir l'espira i estudiar cada segment per separat:

1



$\vec{F}_1$ té component x positiva

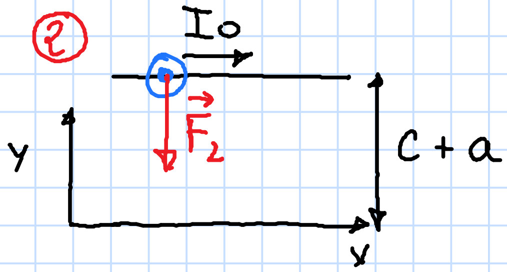
$$F_{1,x} = I_0 \cdot A \cdot \ln\left(\frac{c+a}{c}\right), \quad F_{1,y} = F_{1,z} = 0$$

resultat del problema 18

$$F_{1,x} = 40\cdot 10^{-3} A \cdot 7\cdot 10^{-1}\ T\cdot m \cdot \ln\left(\frac{0{,}4\ m + 2\ m}{0{,}4\ m}\right)$$

$$F_{1,x} = 5\cdot 10^{-2}\ N$$

2



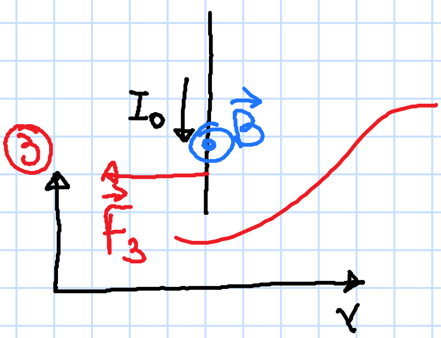
$\vec{F}_2$ té component y negativa

$$F_{2,y} = -I_0 \cdot b \cdot \left(\frac{A}{c+a}\right) = -40\cdot 10^{-3} A \cdot 3\ m \cdot \frac{0{,}7\ T\cdot m}{0.4\ m + 2\ m}$$

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$$

$$F_{2,y} = -3{,}5\cdot 10^{-2}\ N \,//, \quad F_{2,y} = F_{2,z} = 0$$

3

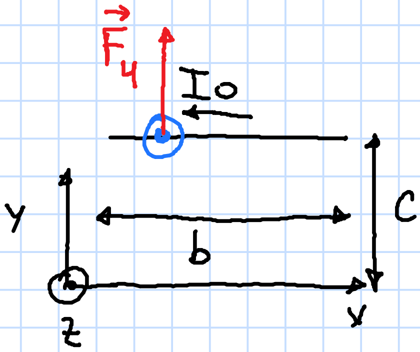


$$\vec{F}_3 = (F_{3,x}, F_{3,y}, F_{3,z}) = (F_{3,x}, 0, 0)$$

$$F_{3,x} = -F_{1,x}$$

és la mateixa situació que 1 amb el sentit de I_0 invers

4



$$\vec{F}_4 = (0, F_{4,y}, 0)$$

$$F_{4,y} = I_0 \cdot b \cdot \frac{A}{c} = 40 \cdot 10^{-3} A \cdot 3 m \cdot \frac{0,7 T \cdot m}{0,4 m}$$

$$F_{4,y} = 21 \cdot 10^{-2} N$$

b)

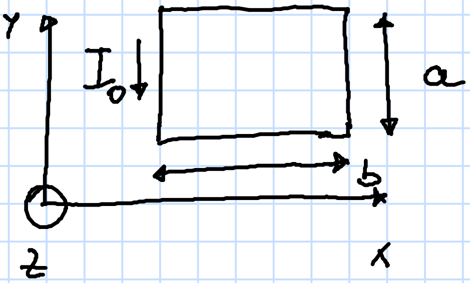
$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$F_x = F_{1,x} + F_{3,x} = 0 N$$

$$F_y = F_{2,y} + F_{4,y} = -3,5 \cdot 10^{-2} N + 21 \cdot 10^{-2} N = 17,5 \cdot 10^{-2} N$$

$$F_z = 0 N$$

P21//



a) Vector de superfície $\vec{S}$ i moment magnètic de l'espira:

$\vec{S} = A \cdot \hat{u} \rightarrow \begin{cases} |\vec{S}| = A = a \cdot b & \text{mòdul = àrea de l'espira} \\ \text{direcció} \rightarrow \text{perpendicular a l'espira} \\ \text{sentit} \rightarrow \text{segons la regla de la mà dreta} \end{cases}$

$\hat{u} = \hat{k}$ ja que l'espira està al pla x-y

per tant $\vec{S} = a \cdot b \cdot \hat{k}$

El moment magnètic de l'espira és $\vec{m} = I \cdot \vec{S}$

$\vec{m} = I \cdot \vec{S} = I_0 \cdot a \cdot b \cdot \hat{k}$

b) Parell de forces sobre l'espira que fa un camp

$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = B_y = B_z$ i mòdul B_0

Per trobar el camp $\vec{B}$ cal trobar el vector unitari amb la mateixa direcció i sentit. En aquest cas és un vector amb les tres components iguals com $\vec{v} = (1, 1, 1)$.

$$\hat{v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{(1,1,1)}{|(1,1,1)|} = \frac{(1,1,1)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\vec{B} = B_0 \cdot \hat{v} = \frac{B_0}{\sqrt{3}} (1, 1, 1)$$

El parell de forces sobre l'espira és $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$:

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} = a \cdot b \cdot I_0 \cdot \frac{B_0}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{a b I_0 B_0}{\sqrt{3}} (-\hat{\imath} + \hat{\jmath})$$ //

c) Parell de forces que fa un camp $\vec{B} = (0, 0, B_0)$

Donat que $\vec{m} = a \cdot b \cdot I_0 \hat{k}$ i $\vec{B} = B_0 \hat{k}$, són paral·lels

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} = 0$$

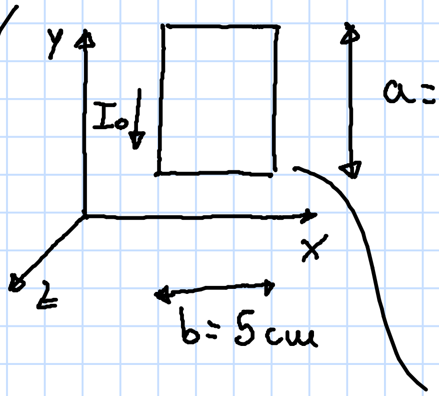
d) Parell de forces que fa un camp $\vec{B} = (B_x, B_y, 0)$ amb $B_x = B_y$ i mòdul B_0

En aquest cas, $\vec{B}$ té la direcció de $(1, 1, 0)$

$$\hat{v} = \frac{(1,1,0)}{|(1,1,0)|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right) \qquad \vec{B} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}(1,1,0)$$

$$\vec{T} = abI_0 \cdot \frac{B_0}{\sqrt{2}} \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{abI_0 B_0}{\sqrt{2}}(-\hat{\imath} + \hat{\jmath})$$

P22//



$\vec{B}$ unigorme

$|\vec{B}| = B_0 = 3\ mT$

$N = 100$ voltes / $I_0 = 50\ mA$

a) moment magnètic dipolar de l'espira

$$\vec{m} = N \cdot I \cdot \vec{S} = \begin{cases} \text{mòdul: } I \cdot \text{Area} \cdot \text{Nombre d'espires} \\ \text{direcció: perpendicular a l'espira} \\ \text{sentit: regla de la ma dreta} \end{cases}$$

$$\vec{m} = N \cdot I \cdot a \cdot b\ \hat{k} = 100 \cdot 50 \cdot 10^{-3} A \cdot 0{,}07\,m \cdot 0{,}05\,m \cdot \hat{k}$$

l'espira està al pla x-y, per tant la direccio de $\vec{m}$ és la de l'eix z. El sentit és el de z positives.

$$\vec{m} = 17{,}5 \cdot 10^{-3}\ A \cdot m^2 \cdot \hat{k} //$$

b) Parell de gorces que li fa un camp $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = B_y = B_z$.

vector unitari: $\hat{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$$\vec{B} = 3\,mT \cdot \hat{v}$$

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} = 17{,}5 \cdot 10^{-3} A \cdot m^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} T \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{vmatrix} =$$

$$\vec{T} = \frac{17{,}5 \cdot 10^{-3} A \cdot m^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} T}{\sqrt{3}} \cdot (-\hat{\imath} + \hat{\jmath})$$

$$\vec{T} = 30{,}3 \cdot 10^{-6}\ N \cdot m \cdot (-\hat{\imath} + \hat{\jmath}) //$$

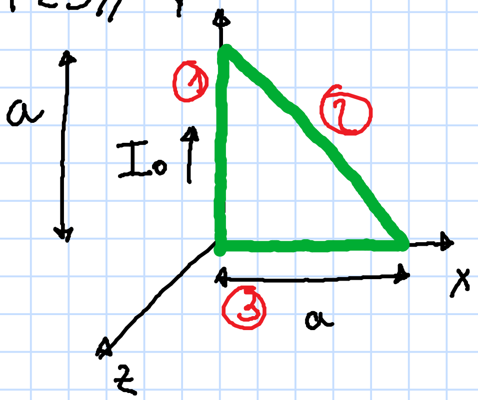
c) Parell de gorces que ga un camp $\vec{B} = (0, 0, \vec{B}_0)$

$\vec{m}$ en direcció z i $\vec{B}$ en direcció z $\rightarrow \vec{T} = 0 //$

d) Parell de gorces que ga un camp $\vec{B} = (B_x, B_y, 0)$ amb $B_x = B_y \rightarrow$ vector unitari $\vec{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$

$$\vec{T} = 17{,}5 \cdot 10^{-3} A \cdot m^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} T \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{vmatrix} = 37{,}1 \cdot 10^{-6}\ N \cdot m \cdot (-\hat{\imath} + \hat{\jmath}) //$$

P23//



$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = -B_y$

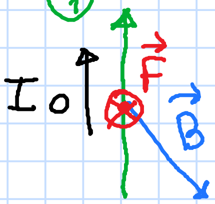
i $B_z = 0$

vector unitari $\hat{v} = \dfrac{(1,-1,0)}{|(1,-1,0)|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{-1}{\sqrt{2}}, 0\right)$

a) Força sobre cada segment

Primer numero cada segment 1, 2 i 3

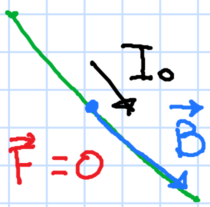
1



$$\left.\begin{array}{l}\vec{L} = (0, a, 0) \\ \vec{B} = B_0 \cdot \hat{v}\end{array}\right\} \vec{F}_1 = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} = I_0 \cdot a \cdot B_0 \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 \end{vmatrix}$$

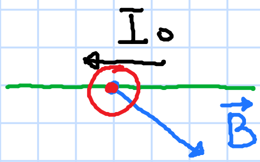
$$\vec{F}_1 = \frac{-I_0 a B_0}{\sqrt{2}} \hat{k} \;//$$

2



$$\left.\begin{array}{l}\vec{L} = (a, -a, 0) \\ \vec{B} = B_0 \hat{v}\end{array}\right\} \vec{F}_2 = I_0 \cdot a \cdot B_0 \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 \end{vmatrix} = 0 \;//$$

3

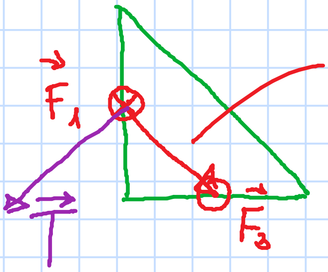


$$\left.\begin{array}{l}\vec{L} = (-a, 0, 0) \\ \vec{B} = B_0 \vec{v}\end{array}\right\} \vec{F} = I_0 \cdot a \cdot B_0 \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{I_0 \cdot a \cdot B_0}{\sqrt{2}} \hat{k} \;//$$

b) Deduir una expressió per al parell de forces:

Cal considerar que les forces s'apliquen al centre de cada segment:



vector $\vec{d} = \left(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, 0\right)$

$$\vec{T} = \vec{d} \times \vec{F}_3 = \frac{a}{2} \cdot \frac{I_0 \cdot a \cdot B_0}{\sqrt{2}} \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{T} = I_0 \cdot \frac{a^2}{2} \cdot B_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\hat{i} - \hat{j}\right) \quad //$$

c) Comprovar que s'arriba al mateix resultat amb el moment dipolar magnètic

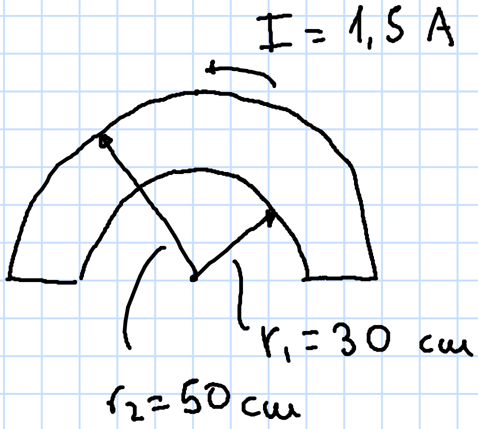
$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$\vec{m} = \begin{cases} \text{mòdul: } I_0 \cdot A = I_0 \cdot \frac{a^2}{2} \\ \text{direcció: eix } z \text{ ja que l'espira està al pla } x\text{-}y \\ \text{sentit: } z \text{ negatives segons RMD} \end{cases}$$

$$\vec{m} = I_0 \frac{a^2}{2} (-\hat{k})$$

$$\vec{T} = I_0 \cdot \frac{a^2}{2} \cdot B_0 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{vmatrix} = I_0 \frac{a^2}{2} \cdot B_0 \left(\hat{i} \cdot \frac{-1}{\sqrt{2}} + \hat{j} \frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \quad //$$

P24//



mòdul de $\vec{m}$:

$$m = I \cdot A = I \cdot \frac{\pi r_2^2 - \pi r_1^2}{2}$$

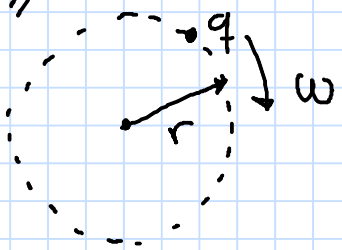
$$m = 1{,}5\ A \cdot \frac{\pi}{2}\left((50 \cdot 10^{-2}\ m)^2 - (30 \cdot 10^{-2}\ m)^2\right)$$

$$m = 1{,}26\ A \cdot m^2$$

direcció: perpendicular al pla

sentit: cap fora del paper

P25//



a) Demostrar que aquest sistema té un moment magnètic

$$m = \frac{1}{2} q \omega r^2$$

Per demostrar-ho cal trobar el corrent equivalent. La intensitat és la càrrega per unitat de temps. Si es considera un punt de l'òrbita, la carrega el travessa una vegada cada període, T. Així el corrent mitjà és:

$$I = \frac{q}{T} = \frac{q}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega q}{2\pi}$$

el període és $T = 2\pi/\omega$

$$m = I \cdot A = \frac{\omega q}{2\cancel{\pi}} \cdot \cancel{\pi} r^2 = \frac{1}{2} \omega q r^2$$

b) si el moment angular és $L = m \cdot r^2 \omega$

$$m = \frac{1}{2} \omega q r^2 = \frac{1}{2} q \left(\frac{L}{m}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}\right) L$$

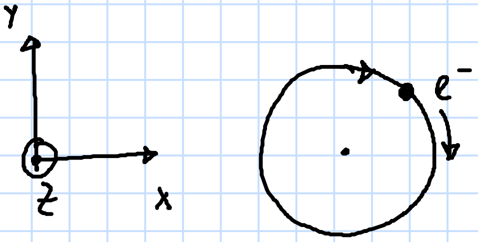
$$r^2 \omega = \frac{L}{m}$$

c)

$$L = \frac{h}{2\pi} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{2\pi} = 9,5 \cdot 10^{-35}\ J \cdot s$$

$$m = \frac{1}{2}\left(\frac{q_e}{m_e}\right) L = \frac{1}{2}\left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19}\ A \cdot s}{9,1 \cdot 10^{-31}\ kg}\right) \cdot 9,5 \cdot 10^{-35}\ J \cdot s = 9.2 \cdot 10^{-24}\ Am^2$$

cal posar la càrrega i la massa de l'electró d)



$m = 9{,}2\cdot 10^{-24}\ A\cdot m^2$

direcció: eix z

$\left.\right\}\ \vec{m} = m\cdot\hat{k}$

sentit: cap fora, degut a la R.M.D. juntament amb que la càrrega és $q<0$!!

$\vec{B} = (B_x, 0, B_z)$ amb $B_x = 2B_z$

vector unitari $\hat{v} = \dfrac{(2,0,1)}{|(2,0,1)|} = \dfrac{(2,0,1)}{\sqrt{2^2+0^2+1^2}} = \left(\dfrac{2}{\sqrt5}, 0, \dfrac{1}{\sqrt5}\right)$

$\vec{B} = B_0\cdot\hat{v}$

$$\vec{T} = \vec{m}\times\vec{B} = 9{,}2\cdot 10^{-24}A\cdot m^2\cdot 7T\cdot\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & 0 & 1\\ \frac{2}{\sqrt5} & 0 & \frac{1}{\sqrt5}\end{vmatrix}$$

$$\vec{T} = 6{,}4\cdot 10^{-23}\ N\cdot m\cdot\frac{2}{\sqrt5}\hat{j} = 5{,}8\cdot 10^{-23}\ N\cdot m\ \hat{j}\ //$$