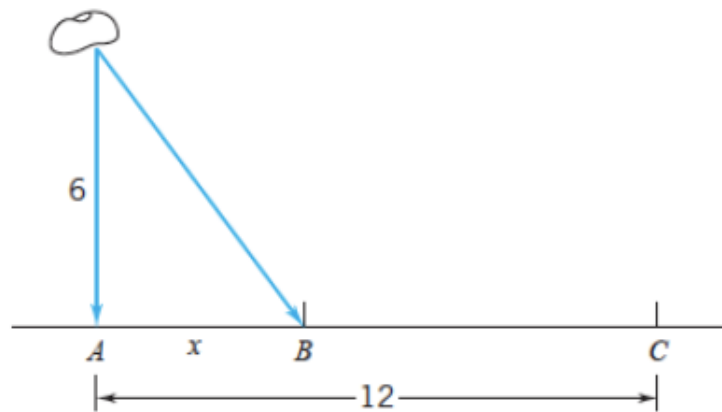


## Anàlisi Matemàtica 1 (AM1) GEMiF

### E3.3 Exercicis: Aplicacions de la derivada

1. Els ornitòlegs que estudien el vol dels ocells han determinat que certes espècies solen evitar sobrevolar grans masses d'aigua durant les hores de llum de l'estiu. Una possible explicació d'això és que es necessita més energia per sobrevolar l'aigua que la terra ja que, en dies d'estiu, l'aire normalment puja per la terra i cau cap a l'aigua. Suposem que s'allibera un ocell amb aquesta tendència des d'una illa que es troba a 6 km del punt A més proper d'una línia recta de costa. Vola fins a un punt B de la costa i després vola al llarg la costa fins a la seva zona de nidificació C, que es troba a 12 km de A:



Sigui  $W$  l'energia per km necessària per sobrevolar l'aigua, i sigui  $L$  l'energia per km necessària per sobrevolar terra.

- a) Troba l'equació de l'energia total  $E$  consumida per l'ocell en volar de l'illa a la seva zona de nidificació.
- b) Suposem que  $W = 1,5 L$ ; és a dir, suposem que cal un 50% més d'energia per sobrevolar l'aigua que sobre la terra. Llavors: troba el punt B al qual l'ocell hauria de volar per minimitzar l'energia total gastada.
- c) En general, suposem  $W = k L$ , amb  $k > 1$ . Llavors:
  - Trobeu el punt B al qual l'ocell hauria de volar per minimitzar l'energia total gastada, en funció de  $k$ .
  - Trobeu el(s) valor(s) de  $k$  de manera que l'ocell minimitzi l'energia total gastada en volar directament al seu niu.
  - Hi ha algun valor de  $k$  tal que l'ocell minimitzi l'energia total gastada en volar directament al punt A i després per la costa fins a C?

2. El cost d'aixecar un petit edifici d'oficines és de 1.000.000 de dòlars per a la primera planta, 1.100.000 dòlars per a la segona, 1.200.000 dòlars per el tercer, i així successivament. Altres despeses (pàrquing, soterrani, etc.) són 5.000.000 dòlars. Suposem que el lloguer anual és de 200.000 dòlars per planta. Quantes plantes proporcionaran el major retorn inversió (és a dir, el major quocient entre els ingressos i el cost)?
3. Dues fonts de calor es col·loquen a  $s$  metres de distància: una font d'intensitat  $a$  al punt A i una font d'intensitat  $b$  al punt B. La intensitat de calor en un punt P del segment de línia entre A i B satisfà la fórmula:

$$I = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{(s-x)^2}$$

on  $x$  és la distància entre P i A mesurada en metres. En quin punt entre A i B estarà la temperatura més baixa?

4. Trobeu l'abast d'un projectil disparat a una velocitat  $v$ , i amb un angle d'elevació  $\theta$  a un pla inclinat d'inclinació  $\alpha$ . Calculeu  $\theta$  per a l'abast màxim  $R$ .

