Exercicis

1.

Se considera la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

(a) Demostrar que existen todas las derivadas direccionales de f en $(0,0)$.
(b) Demostrar que f no es continua en $(0,0)$.

2.

Se considera la función $f(x,y) = (x^3 + y, \log xy, \sqrt{x^2+y^2})$. Demostrar que es diferenciable en $(1,1)$ y hallar su diferencial en este punto.

3.

Sea la función $\quad f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = 0. \end{cases}$

Estudiar
(i) Su continuidad en $a = (0,0)$.
(ii) Existencia de derivadas parciales en $a = (0,0)$.
(iii) Diferenciablildad en $a = (0,0)$.

4.

Determinar los valores de las constantes a, b y c tales que la derivada direccional de la función $f(x,y,z) = axy^2 + byz + cz^2x^3$ en el punto $(1,2,-1)$ tenga un valor máximo de 64 en una dirección paralela al eje z.

5.

Se consideran las funciones f y g definidas por

$$f(u,v) = \left(\int_1^{u+v} \sin^8 t \, dt, \int_1^{u-v} \cos^6 t \, dt, \int_1^{3u-2v} \cos^3 t \, dt \right),$$

$$g(x,y,z) = \left(\frac{x}{y} \sin z, \ 1 + \frac{y}{z} \cos z \right).$$

Calcular razonadamente $Dg(1,-1,0)$ y $D(f \circ g)(1,-1,0)$.