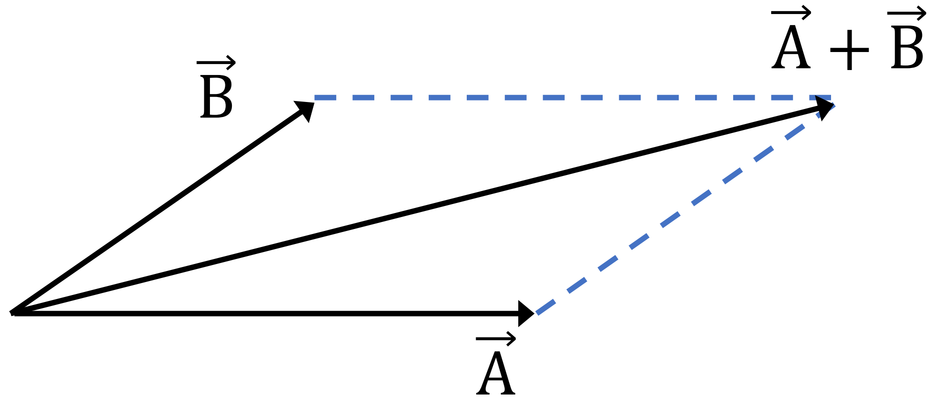
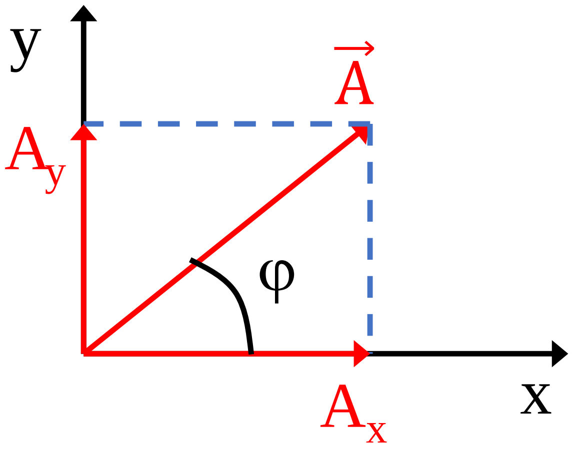
MAGNITUDS ESCALARS I VECTORIALS

Escalar: És una magnitud que queda completament especificada amb un número. Exempes: massa, volum, densitat, ...

Vector: És una magnitud que té mòdul, direcció i sentit. Exemples: força, desplaçament, velocitat, acceleració, ...

Suma de vectors





$$\begin{cases} A_x = A\cos\varphi \\ A_y = A\sin\varphi \end{cases}$$

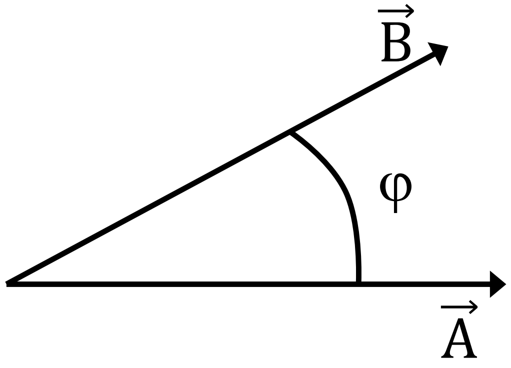
$$\begin{cases} |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \\ \operatorname{tg}\varphi = \dfrac{A_y}{A_x} \end{cases}$$

$$\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath}$$

$$\vec{A}+\vec{B} = (A_x + B_x)\vec{\imath} + (A_y + B_y)\vec{\jmath}$$

PRODUCTE ESCALAR DE DOS VECTORS



$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = A\,B\cos\varphi$$

$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = 0 \quad \text{si} \quad \begin{cases} \vec{A}=0 \ \text{ o bé} \\ \vec{B}=0 \ \text{ o bé} \\ \vec{A} \perp \vec{B} \end{cases}$$

En components:

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$$

$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$$\vec{i}\,.\,\vec{i} = 1$$

$$\vec{j}\,.\,\vec{j} = 1$$

$$\vec{k}\,.\,\vec{k} = 1$$

$$\vec{A}\,.\,\vec{A} = A^2$$

PRODUCTE VECTORIAL DE DOS VECTORS

Suposem dos vectors:

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$$

El producte vectorial d'aquests dos vectors és un altre vector:

$$\vec{A}x\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} + \vec{j}\begin{vmatrix} A_z & A_x \\ B_z & B_x \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}$$

$$\vec{A}x\vec{B} = \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\vec{i} + (A_zB_x - A_xB_z)\vec{j} + \left(A_xB_y - B_xA_y\right)\vec{k}$$

PRODUCTE VECTORIAL DE DOS VECTORS

Propietats del producte vectorial:

1) Propietat anticonmutativa: $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

Quan es permuten dues files en un determinant, aquest canvia de signe.

2) El producte vectorial permet que un escalar es passegi a través d'ell.

$$(C\vec{A}) \times \vec{B} = \vec{A} \times C\vec{B} = C\,(\vec{A} \times \vec{B})$$

3) Propietat distributiva respecte a la suma: $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$

4) El producte vectorial de dos vectors paral·lels és nul.

$\vec{A} \times \vec{B} = 0$ si $\vec{A}$ és paral · lel a $\vec{B}$ $\quad \vec{A} = C\vec{B}$

Un determinant amb dues files iguals és nul.

PRODUCTE VECTORIAL DE DOS VECTORS

Propietats del producte vectorial:

4) El producte vectorial de dos vectors paral·lels és nul.

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

A més a més:

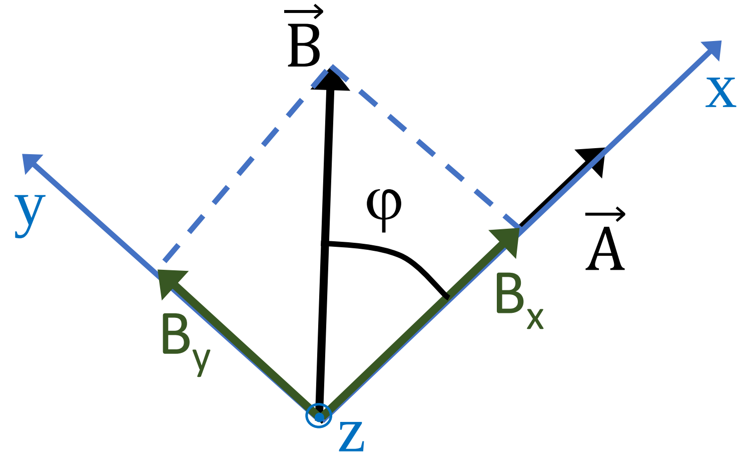
$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} \qquad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \qquad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

5) Doble producte vectorial

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

CONSEQÜÈNCIA DIRECTA DE LA DEFINICIÓ DE PRODUCTE VECTORIAL

Si tenim dos vectors $\vec{A}$ i $\vec{B}$:



$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{A} \times \left(\overrightarrow{B_x} + \overrightarrow{B_y}\right) = \vec{A} \times \overrightarrow{B_x} + \vec{A} \times \overrightarrow{B_y}$$

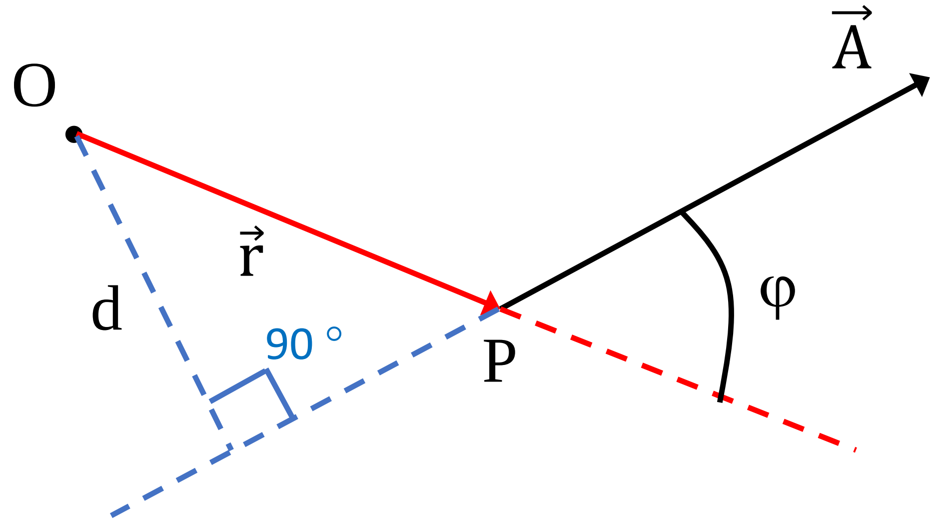
$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{A} \times \overrightarrow{B_y} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A & 0 & 0 \\ 0 & B_y & 0 \end{vmatrix} = A.\,B_y \vec{k} = A.\,B \sin\varphi\ \vec{k}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = A.\,B \sin\varphi$$

El mòdul del producte vectorial de dos vectors és igual al producte del mòdul dels vectors pel sinus de l’angle que formen.

MOMENT D'UN VECTOR RESPECTE A UN PUNT

Donat un vector $\vec{A}$ i un punt de l'espai O, s'anomena moment del vector $\vec{A}$ respecte al punt O al producte vectorial del vector $\overrightarrow{OP}$ pel vector $\vec{A}$.



$$\overrightarrow{M_o} = \overrightarrow{OP} \times \vec{A} = \vec{r} \times \vec{A}$$

$$\left|\overrightarrow{M_o}\right| = r\, A \sin\varphi = d \,.\, A$$

El moment d'un vector $\vec{A}$ respecte a un punt O és perpendicular al pla format pels vectors $\overrightarrow{OP}$ i $\vec{A}$. La direcció és la d'avanç d'un tirabuixó que va des del primer vector fins al segon vector.

El vector $\vec{A}$ pot lliscar al llarg de la seva direcció i el moment respecte a O no canvia.

El moment d'un vector respecte als punts de la seva direcció és zero.