CORBES D'ENERGIA POTENCIAL EN SISTEMES UNIDIMENSIONALS CONSERVATIUS

Forces conservatives: el treball no depèn del camí seguit.

Podem definir una funció energia potencial associada a la força conservativa. La definim com el treball, canviat de signe, realitzat per aquesta força sobre la partícula entre un punt que escollit com a origen d'energia potencial i un punt final de vector de posició $\vec{r}$.

$$U(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} \vec{F}.d\vec{r}$$

Calcularem l'energia potencial elàstica, associada a la força elàstica o recuperadora d'una molla (llei de Hooke)

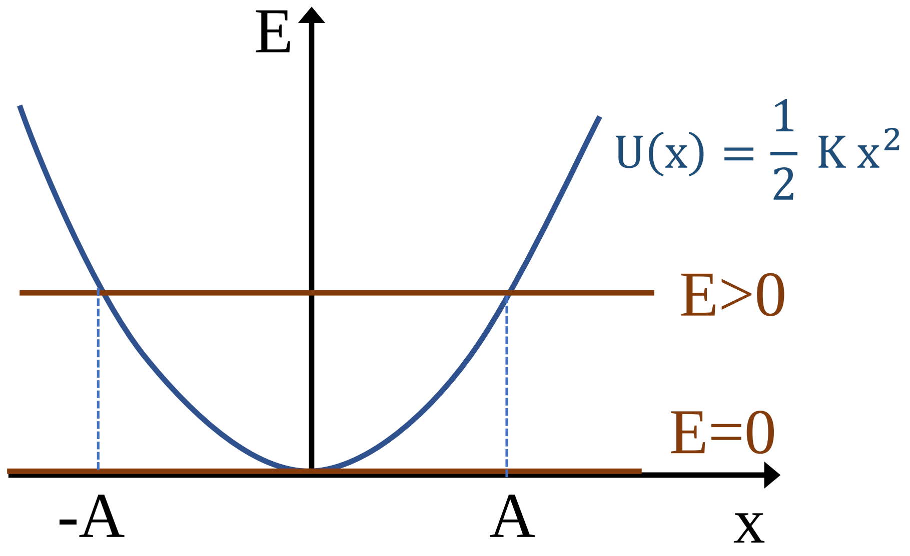
$$U(x) = -\int_{x_o=0}^{x} \vec{F}.d\vec{x} = -\int_0^x -K\,x\,dx = \left[\frac{1}{2}\,K\,x^2\right]_0^x = \frac{1}{2}\,K\,x^2$$

$$U(x) = \frac{1}{2}\,K\,x^2$$

x_o és l'origen d'energia potencial elàstica

CORBES D'ENERGIA POTENCIAL EN SISTEMES UNIDIMENSIONALS CONSERVATIUS

Representem gràficament l'energia potencial elàstica: $U(x) = \frac{1}{2} K x^2$



$$\vec{F} = -\frac{dU(x)}{dx}\vec{i}$$

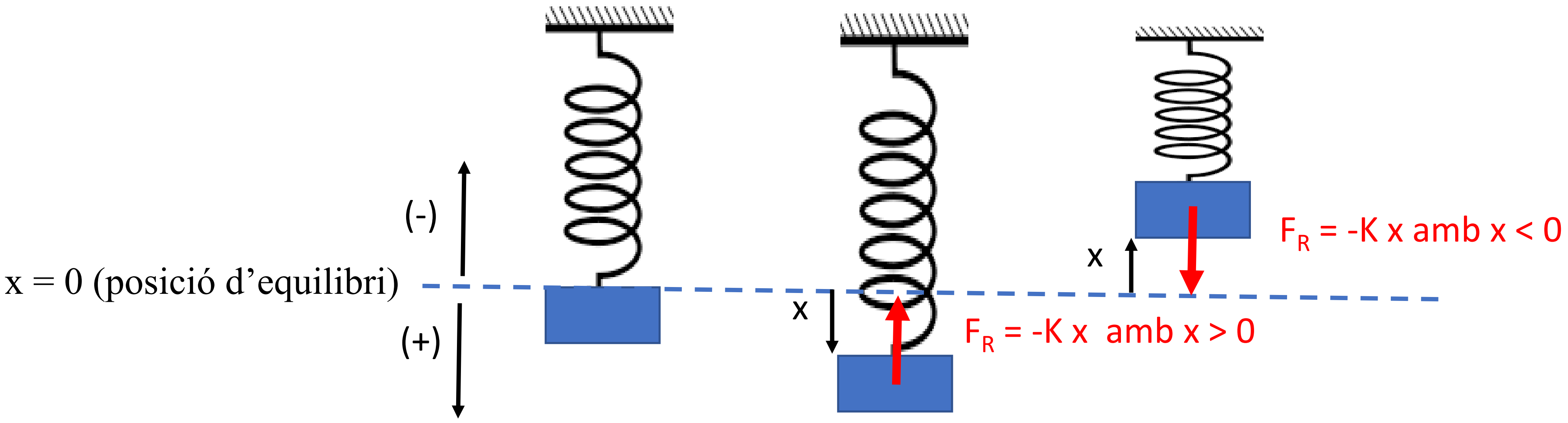
$$E_{mec} = E_{cinet}(x) + U(x) = \text{constant}$$

Tenint en compte la corba d'energia potencial associada a la força de tipus elàstic, l'energia mecànica de la partícula ha de ser $E \geq 0$, ja que si $U(x) > E_{mec} \Rightarrow E_{cinet} < 0$ (No té sentit físic).

Si E=0 $\Rightarrow$ La partícula només es pot trobar a x=0 en repòs (punt d'equilibri estable, F=0)

Si E>0 $\Rightarrow$ La partícula oscil·larà entre dos punts de retorn (A i –A). Amplitud del moviment =A.
La força anirà dirigida cap a al mínim d'energia potencial, a x=0

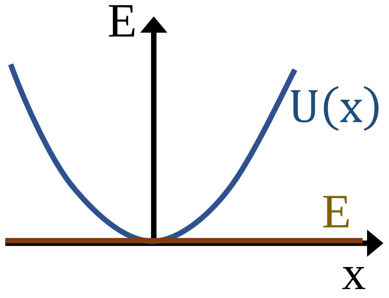
CORBES D'ENERGIA POTENCIAL EN SISTEMES UNIDIMENSIONALS CONSERVATIUS



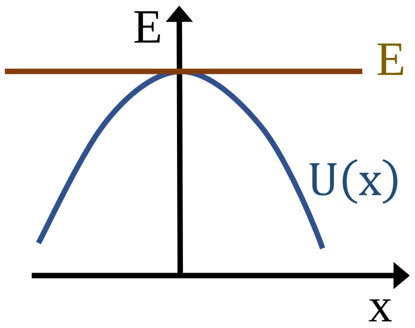
La força de tipus elàstic sempre va dirigida cap a la posició d'equilibri.

CORBES D’ENERGIA POTENCIAL EN SISTEMES UNIDIMENSIONALS CONSERVATIUS

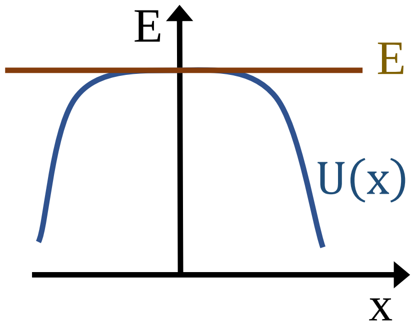
$$\vec{F} = -\frac{dU(x)}{dx}\vec{i}$$



Punt d’equilibri estable. El valor de l’energia mecànica coincideix amb el mínim d’U(x). Forces dirigides cap al mínim i en el mínim Força = 0.



Punt d’equilibri inestable. El valor de l’energia mecànica coincideix amb el màxim d’U(x). Forces dirigides allunyant-se del màxim i en el màxim Força = 0.

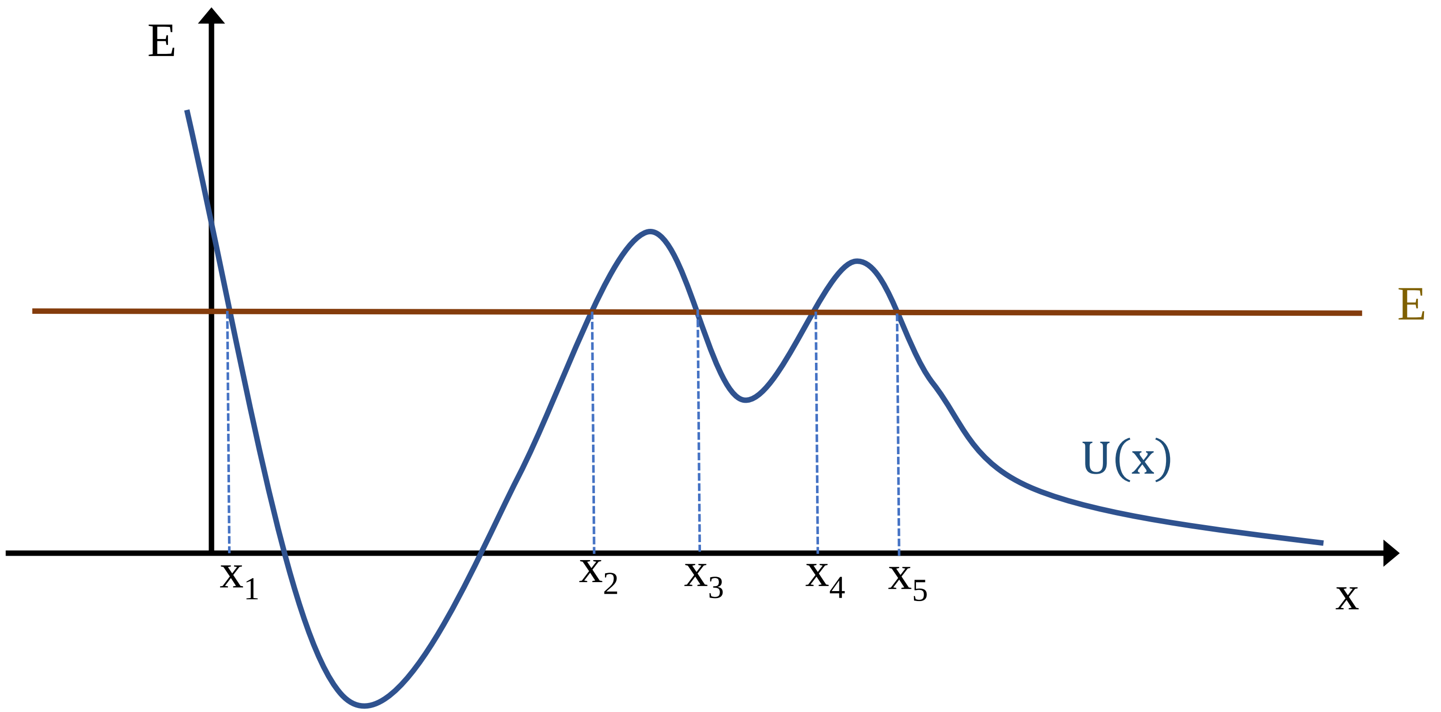


Punt d’equilibri indiferent. El valor de l’energia mecànica coincideix la zona plana d’U(x). La Força = 0 en el centre de la zona plana (punt d’equilibri indiferent) i també al seu voltant.

$$\frac{dU(x)}{dx} = 0$$ pels valors de x corresponents a un mínim, un màxim o una zona plana de la funció energia potencial.

CORBES D'ENERGIA POTENCIAL EN SISTEMES UNIDIMENSIONALS CONSERVATIUS

Exemple:



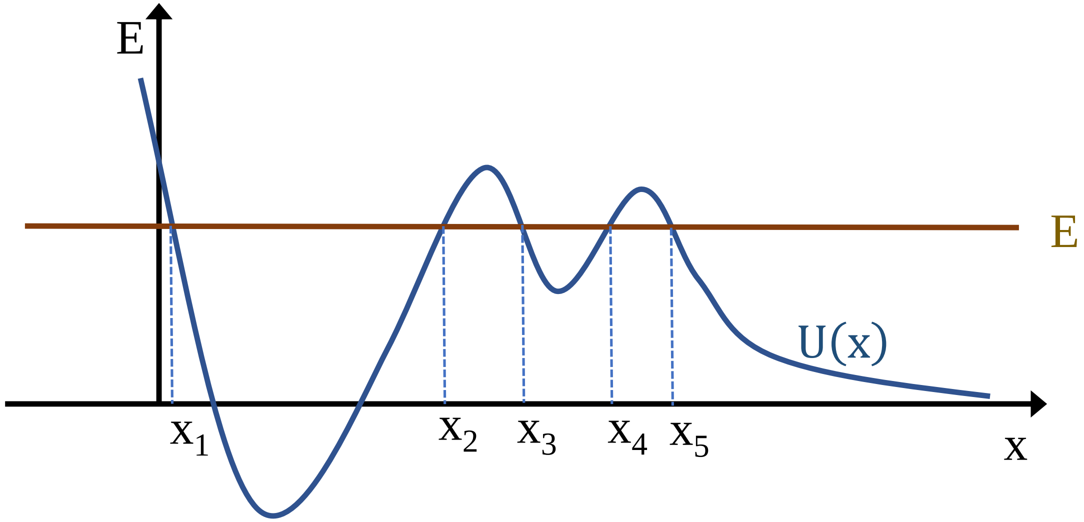
Zones permeses per la partícula: La partícula la podem trobar en l'interval $[x_1, x_2]$, o bé en l'interval $[x_3, x_4]$ o entre x_5 i l'infinit, depenent de les condicions inicials.

En aquestes zones es compleix: $E_{mec} \geq U(x) \Rightarrow E_{cinet} \geq 0$

x_1, x_2, x_3, x_4 i x_5 són punts de retorn ($v = 0$ i $F \neq 0$).

CORBES D'ENERGIA POTENCIAL EN SISTEMES UNIDIMENSIONALS CONSERVATIUS

Exemple:



Per aquest valor de l'energia, la partícula es pot trobar en una de les tres situacions següents (depèn de les condicions inicials):

- En l'interval $[x_1,x_2]$, oscil·lant entre x_1 i x_2 (punts de retorn). Quan arriba a x_1 o bé x_2, la partícula té v=0, però com que $F \neq 0$ i va dirigida cap al mínim, la partícula gira. Quan passa pel valor de x corresponent al mínim, l'energia cinètica de la partícula és màxima, ja que l'energia potencial és mínima. A partir d'aquí es va frenant fins arribar a l'altre punt de retorn amb v=0 i gira.

- Si la partícula es troba en l'interval $[x_3,x_4]$, oscil·larà entre aquests dos punts de forma simular al que hem explicat per l'interval anterior.

- Si la partícula es troba a la dreta de x_5, anirà directament cap a l'infinit, si la velocitat inicial era cap a les x positives. Si inicialment es dirigia cap al punt de retorn x_5, hi arribarà amb v=0, girarà i anirà cap a l'infinit.

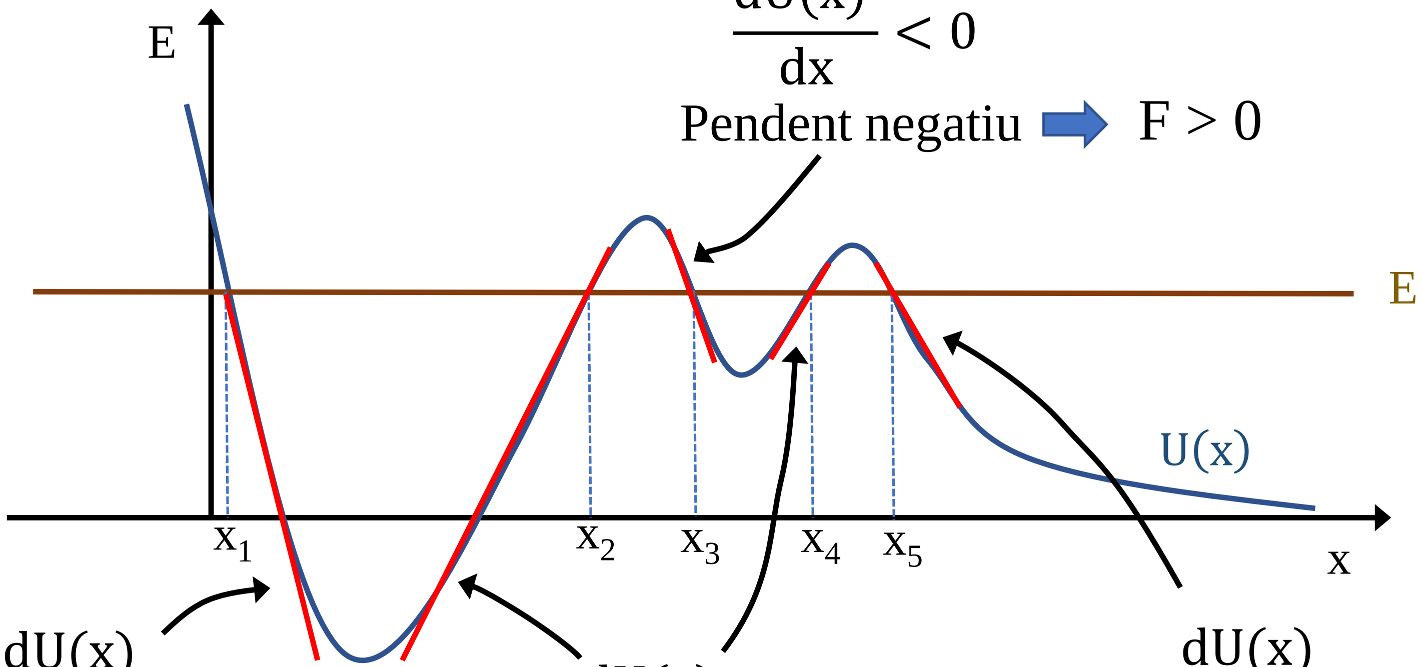
CORBES D'ENERGIA POTENCIAL EN SISTEMES UNIDIMENSIONALS CONSERVATIUS

Força sobre la partícula

$$\boxed{F = -\frac{dU(x)}{dx}}$$

$$\frac{dU(x)}{dx} < 0$$

Pendent negatiu ➡ $F > 0$



$$\frac{dU(x)}{dx} < 0$$

Pendent negatiu

⬇

$F > 0$

$$\frac{dU(x)}{dx} > 0$$

Pendent positiu

⬇

$F < 0$

$$\frac{dU(x)}{dx} < 0$$

Pendent negatiu

⬇

$F > 0$

En els mínims i també en els màxims

$$\frac{dU(x)}{dx} = 0$$

⬇

$F = 0$