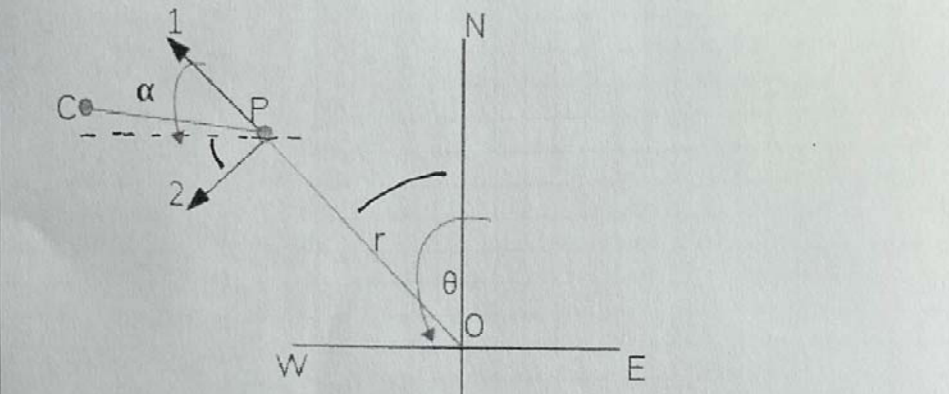
UTILITAT de les COMPONENTS INTRINSEQUES. EXEMPLE

Des d'un punt O de la costa observem un vaixell situat a P, mesurant la distància r = 1000m i l'angle θ = 30^0 format pel visual i l'eix de direcció Nord-Sud tal com mostra la figura 7, en la qual també es inclouen el suposat centre de curvatura C de la trajectòria del vaixell. Mesurem també, en un instant donat, les velocitats radial i angular, dr/dt = 19m/s, dθ/dt = 0.3 ^{0}/s, i les acceleracions radial i angular, d^2r/dt^2 = 2 m/s^2, $d^2\theta/dt^2$ = 0,05 $^0/s^2$. Calculeu la posició del centre de curvatura C i el radi de curvatura R de la trajectòria del vaixell usant la base vectorial mòbil {12} de la figura i la referència mòbil que utilitza aquests eixos i l'origen P.



Resolució:

Dades: $r = 1000\,m$; $\dot{r} = 19\, m/s$; $\dot{\theta} = \frac{0.3 \cdot \pi}{180}\, rad/s$; $\ddot{r} = 2\, m/s^2$; $\ddot{\theta} = 0{,}05 \frac{\pi}{180}\, rad/s$

$\vec{a} = \dot{v}\,\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{N} = a_\tau \cdot \vec{\tau} + a_N \vec{N} \Rightarrow a_N = v^2/\rho$, si logrem conèixer v, i a_N podrem determinar ρ que és el nostre objectiu.

Donat que les dades parlen de magnituds polars:

$$\vec{v} = \dot{r}\,\vec{n} + r\dot{\theta}\,\vec{\ell} \Rightarrow |\vec{v}| = v \simeq 20\, m/s \Rightarrow v^2 \simeq 400\, m^2/s^2$$

També podem escriure

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{n} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{\ell} \simeq 2\,\vec{n} + 1\,\vec{\ell} \Rightarrow |\vec{a}| = a = 2.2\, m/s^2$$

$$a_\tau = \vec{a} \cdot \vec{\tau} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{a} = 2\,\vec{n} + 1\,\vec{\ell} \\ \vec{\tau} = \frac{\vec{v}}{v} = \frac{19\,\vec{n} + 5\,\vec{\ell}}{20} \simeq 0.95\,\vec{n} + 0.25\,\vec{\ell} \end{array} \right\} = 1{,}9 + 0.25 = 2.15\, m/s^2$$

$$a_N = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{2.2^2 - 2.15^2} = \sqrt{4.84 - 4.62} \simeq 0.4\, m/s^2$$

$$a_N = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = v^2/a_N = \frac{4000}{0.4} \simeq \underline{\underline{1000\, m}}$$ en la recta de vector $\vec{N}$.