Teorema d'Ampere del Magnetisme.

Permeabilitat del buit: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/ A^2

Llei de Biot i Savart per a calcular camp magnètic d'una distribució de corrent, $\vec{j}(\vec{r}')$ dins d'un volum V:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}dv' \qquad (1)$$

Teorema d'Ampere

Prenem el rotacional de $\vec{B}(\vec{r})$

$$\vec{\nabla}_{\vec{r}} x\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \vec{\nabla}_{\vec{r}} x\left(\vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\right)dv' = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \underbrace{\left(\vec{\nabla}_{\vec{r}}\cdot\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\right)}_{4\pi\delta(\vec{r}-\vec{r}')}\vec{j}(\vec{r}')dv' - \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \underbrace{\left(\vec{\nabla}_{\vec{r}}\cdot\vec{j}(\vec{r}')\right)}_{\substack{0,\ \text{ja que } \vec{\nabla}_{\vec{r}} \\ \text{no deriva a } \vec{j}(\vec{r}')}} \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}dv'$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V 4\pi\delta(\vec{r}-\vec{r}')\cdot\vec{j}(\vec{r}')dv' = \mu_0\cdot\vec{j}(\vec{r})$$

$$\boxed{\vec{\nabla} x\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0\cdot\vec{j}(\vec{r})} \qquad (2)$$

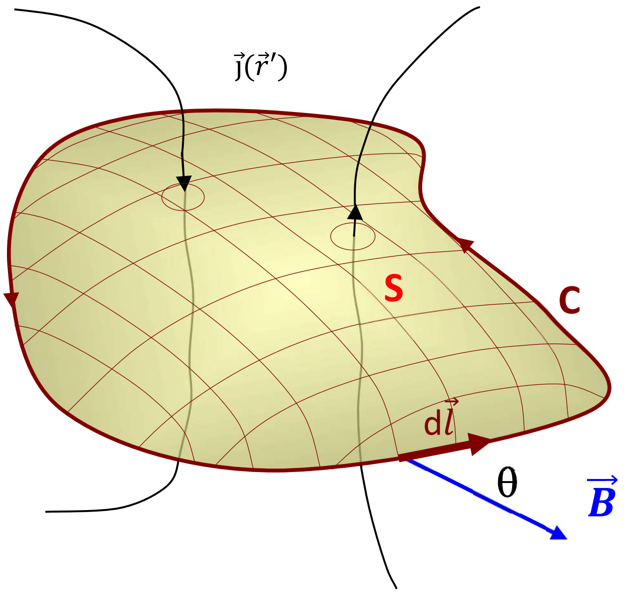
Aquesta és la forma diferencial del teorema d'Ampere, que diu que el rotacional del camp magnètic és la permeabilitat del buit per la densitat de corrent a cada punt.

Compareu-la amb $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$ la forma diferencial del teorema de Gauss

Utilitzarem la forma diferencial del teorema d'Ampere per a demostrar-ne la forma integral que és la dels vídeos.

En els vídeos s'intentava calcular una igualtat per l'anomenada circulació del camp magnètic a través d'una línia tancada, C.

$$©= \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \left|\begin{matrix} pel\ teorema \\ del\ rotacional\end{matrix}\right| = \int_S \vec{\nabla} x\vec{B}\cdot d\vec{s} \qquad (3)$$



Però com que el teorema d'Ampere diferencial diu que:

$$\vec{\nabla} x\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0\cdot\vec{j}(\vec{r})$$

Llavors substituint (2) a (3):

$$\boxed{\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\int_S \vec{j}(\vec{r})\cdot d\vec{s}} \qquad (4)$$

que és la forma integral del teorema d'Ampere.

Amb tot això ja es pot veure

$$\textbf{Llei de Biot i Savart} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Solenoidabilitat del camp magnètic: } \vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r}) = 0 \\ + \\ \textit{Teorema d'}\text{Ampere:} \quad \vec{\nabla} x\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0\cdot\vec{j}(\vec{r}) \end{cases}$$