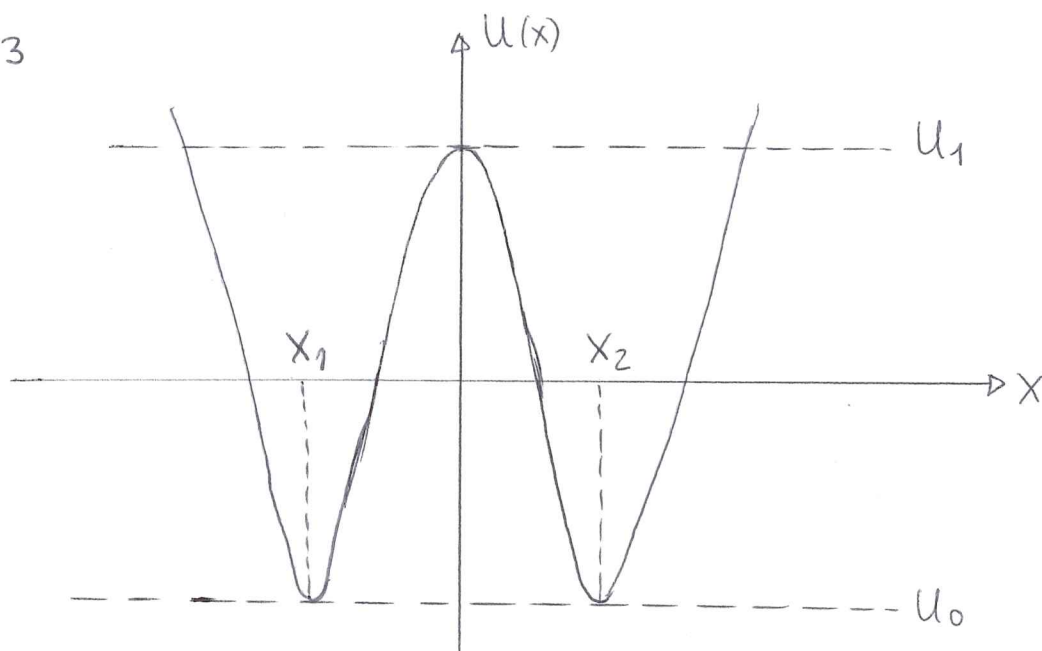


4)

NH₃

a) Rang d'energies possible: $E \geq U_0$

L'energia de la molècula d'amoniac no pot ser inferior a U_0 , ja que, tenint en compte que:

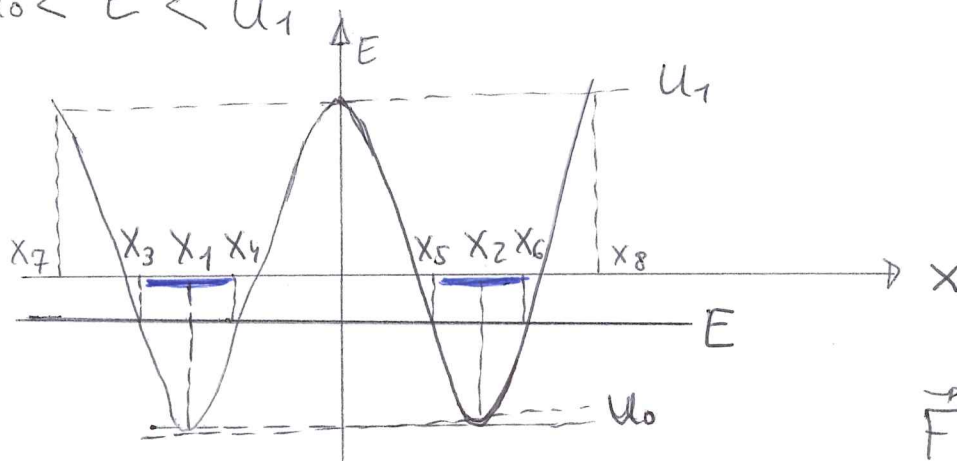
$$E_{\text{mec}} = E_{\text{cinet}} + U(x)$$

si $E_{\text{mec}} < U_0 \Rightarrow E_{\text{cinet}} < 0$ (No té sentit físic)

b) Si $E = U_0$, la partícula es troba a x_1 o bé a x_2 (punts d'equilibri estables). No es pot trobar en cap altre punt de l'eix x .

Punt d'equilibri $\Rightarrow F = 0$, i com que $E = U_0 \Rightarrow v = 0$

c) $U_0 < E < U_1$



$$\vec{F} = -\frac{dU(x)}{dx} \vec{i}$$

La partícula oscil·larà entre x_3 i x_4 o bé entre x_5 i x_6 . Que estigui oscil·lant en una zona o en l'altra depèn de les condicions inicials.

x_3, x_4, x_5 i x_6 són punts de retorn. En ells $E = U(x) \Rightarrow v = 0$, però la força és $\neq 0$ i per tant, la partícula té acceleració.

En x_1 i x_2 la força és zero.

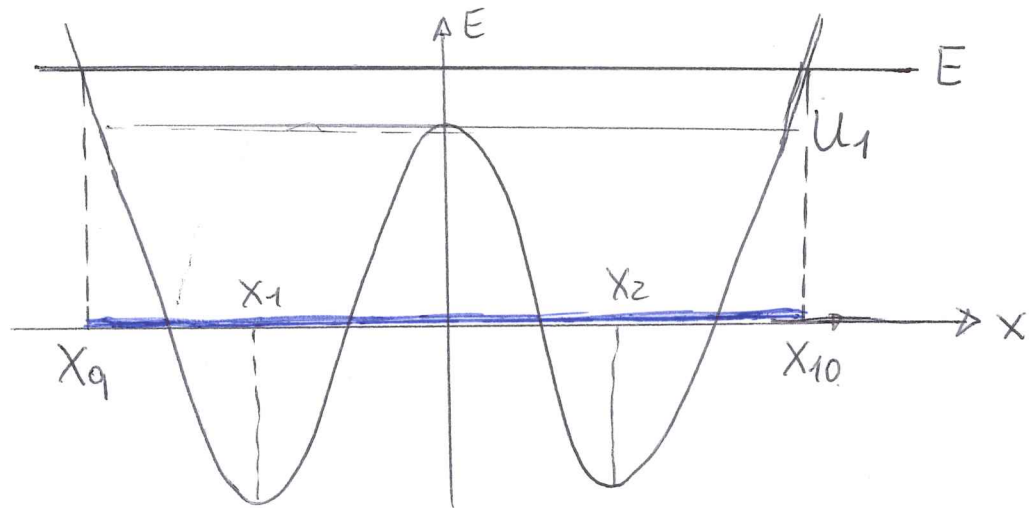
Al voltant de x_1 , la força sobre la partícula va dirigida cap a x_1 i al voltant de x_2 , la força va dirigida cap a x_2 .

$$F(x_1) = 0, \quad F(x_2) = 0$$

Quan la partícula passa per x_1 (o bé x_2), l'energia potencial és mínima \neq $E_{\text{cinètica}}$ màxima. Després la velocitat va disminuint fins que arriba a un punt de retorn amb $v = 0$ i la partícula gira, ja que $F \neq 0$.

- d) Si $E = U_1$, hi ha un punt d'equilibri inestable ($x=0$). Si la partícula es troba a $x=0 \Rightarrow v=0, F(0)=0$, partícula aturada. La zona on es pot trobar la partícula és entre x_7 i x_8 (punts de retorn), però quan arriba a $x=0$ (correspon al màxim d' $U(x)$), la partícula es queda aturada ($v=0, F(0)=0$). Al voltant del màxim, les forces van dirigides allunyant-se del màxim. Una petita perturbació pot fer allunyar la partícula del màxim (punt d'equilibri inestable).

d)



Si $E > U_1$, podem trobar la partícula entre x_q i x_{10} (punts de retorn)

A x_1 , x_2 i $x=0$, la $F=0$, ja que $\vec{F} = -\frac{dU(x)}{dx} \vec{i}$

$$\underbrace{F(x_1)=0 \quad F(x_2)=0}_{\text{mínims d' } U(x)} \quad \underbrace{F(0)=0}_{\text{màxim d' } U(x)}$$

Quan la partícula es troba a x_1 o bé x_2 , la velocitat és màxima, després va disminuint i a $x=0$, la velocitat té un mínim relatiu, mentre que a x_q i x_{10} la velocitat és zero.

5)

$$U(x) = -\frac{a}{x^6} + \frac{b}{x^{12}} \quad \text{amb } x > 0$$

a) Representació gràfica d' $U(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} U(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} U(x) = 0$$

Funció simètrica: $U(x) = U(-x)$, encara que només considerarem $x > 0$

- Talls amb l'eix de les x :

$$U(x) = 0 \Rightarrow -\frac{a}{x^6} + \frac{b}{x^{12}} = 0 \Rightarrow -x^6 a + b = 0$$

$$x^6 = \frac{b}{a}$$

$$x_0 = \pm \sqrt[6]{\frac{b}{a}}$$

$$\text{si } x > 0 \Rightarrow \boxed{x_0 = \sqrt[6]{\frac{b}{a}}}$$

- Màxims i mínims:

$$\frac{dU(x)}{dx} = \frac{6a}{x^7} - \frac{12b}{x^{13}} = 0$$

$$6ax^6 = 12b \Rightarrow x^6 = \frac{2b}{a}$$

$$\boxed{x_1 = \sqrt[6]{\frac{2a}{b}}}$$

Només considerem el signe +, ja que segons l'enunciat $x > 0$

Veuem si es tracta d'un màxim o un mínim:

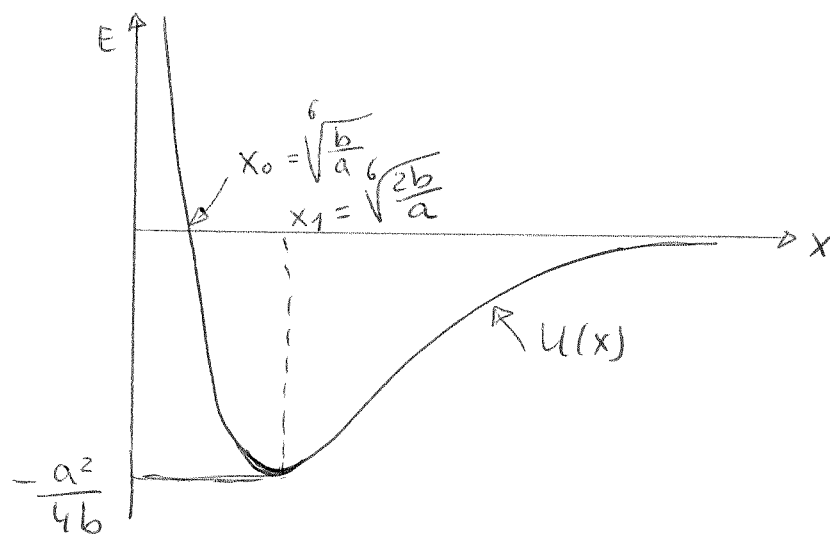
$$\frac{d^2U(x)}{dx^2} = \frac{-42a}{x^8} + \frac{156b}{x^{14}}$$

$$\left. \frac{d^2U(x)}{dx^2} \right|_{x_1} = 36a \left(\frac{a}{2b} \right)^{4/3} > 0$$

a $x_1 = \sqrt[6]{\frac{2a}{b}}$ hi ha un mínim de la funció $U(x)$

Valor d' $U(x)$ en el mínim:

$$U(x_1) = -\frac{a}{\frac{2b}{a}} + \frac{b}{\left(\frac{2b}{a}\right)^2} = -\frac{a^2}{4b}$$



b) Quan l'energia mecànica de la partícula és igual a $-\frac{a^2}{4b}$ hi ha un punt d'equilibri estable a $x_1 = \sqrt[6]{\frac{2b}{a}}$. La partícula només es pot trobar a x_1 . $F(x_1) = 0$

c) L'energia de la partícula ha de ser $E \geq -\frac{a^2}{4b}$. Si l'energia mecànica fos menor a $-\frac{a^2}{4b}$, que és el mínim d' $U(x)$, com que:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U(x)$$

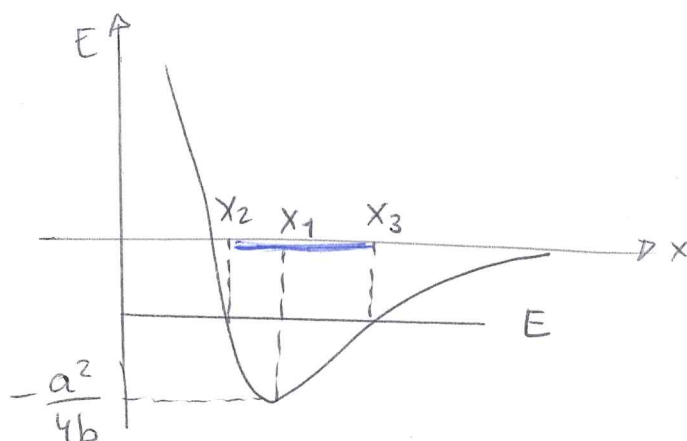
si $U(x) > E \Rightarrow E_{\text{cinet}} < 0$ (No té sentit)

Estudiarem els possibles moviments de la partícula per diferents valors de l'energia mecànica.

• $E = -\frac{a^2}{4b}$ Punt d'equilibri estable a $x_1 = \sqrt[6]{\frac{2b}{a}}$.

La partícula es troba aturada en aquest punt ($v=0$, $F(x_1)=0$)

- $-\frac{a^2}{4b} < E < 0$ Oscil·lació al voltant del mínim, entre dos punts de retorn x_2 i x_3



Quan la partícula passa per x_1 , l'energia potencial és mínima i l'Ecinet màxima. Les forces sobre la partícula van dirigides cap al mínim i en el mínim $F(x_1) = 0$

Quan la partícula arriba a un punt de retorn (x_2 o x_3), la seva velocitat és zero ($E = U(x)$), però la força no és zero i la partícula gira.

- $E > 0$

La partícula o s'en va directament cap a l'infinit o va cap a un punt de retorn, gira i ^{després} ~~va~~ cap a l'infinit.