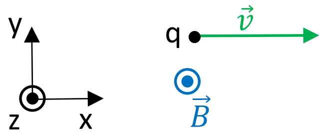
Magnetisme 1

Forces sobre càrregues en moviment.

1.- Una càrrega puntual de valor q es troba en una regió de l'espai amb un camp magnètic uniforme **B**=(B_x,B_y,B_z) amb B_x=0 i B_y = B_z i es mou amb velocitat **v**=(v_x,v_y,v_z) amb v_z=0 i v_x=v_y. Dedueix una expressió per a les components i el mòdul de la força que fa el camp sobre la càrrega.

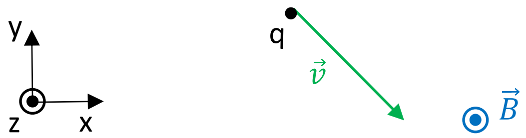
2.- Una càrrega puntual de valor q = 3 nC es troba en una regió de l'espai amb un camp magnètic uniforme **B**=(B_x,B_y,B_z), amb B_x=0, B_y = B_z i mòdul B = 0.7 T. La càrrega es mou amb velocitat **v**=(v_x,v_y,v_z) amb v_z=0, v_x=v_y i mòdul v = $2 \cdot 10^6$ m/s. Calcula les components i el mòdul de la força que fa el camp sobre la càrrega.

3.- Una càrrega puntual de valor q es mou amb una velocitat en direcció positiva de l'eix x, **v**=(v_x=v_0,v_y=0,v_z=0), en una regió de l'espai amb camp magnètic uniforme en direcció positiva de l'eix z, **B**=(B_x=0,B_y=0,B_z=B_0).



a) Dedueix una expressió per a les components i el mòdul de la força que fa el camp sobre la càrrega.
b) Aquesta força fa canviar el mòdul de la velocitat **v**? Fa canviar alguna de les components de **v**?
c) Representa gràficament cap a on es mou la càrrega per efecte de la força del camp magnètic.

4.- (Classe) Una càrrega puntual de valor q es mou amb una velocitat **v**=(v_x,v_y,v_z=0), amb mòdul v=v_0, i v_x>0, v_y<0, en una regió de l'espai amb camp magnètic uniforme en direcció positiva de l'eix z, **B**=(B_x=0,B_y=0,B_z=B_0).

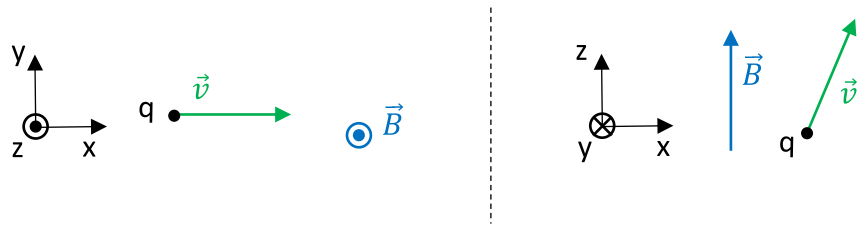


a) Dedueix una expressió per a les components i el mòdul de la força que fa el camp sobre la càrrega.
b) Aquesta força fa canviar el mòdul de la velocitat **v**? Fa canviar alguna de les components de **v**?
c) Considerant els resultats dels problemes 3 i 4, dedueix la forma de la trajectòria de la càrrega q en un camp magnètic.
d) Dedueix una expressió per al radi de la trajectòria, en funció de q, v_0 i B_0 i la massa de la partícula, m_0.
e) Demostra que el període del moviment circular és $2 \cdot \pi \cdot m/q \cdot B_0$.

5.- Un protó (càrrega $q=1.6\cdot10^{-19}$ C, $m_p = 1.7\cdot10^{-27}$ kg) es mou amb una velocitat $\mathbf{v}=(v_x,v_y,v_z=0)$, amb mòdul $v=v_0=7\cdot10^5$ m/s, i $v_x=v_y$, en una regió de l'espai amb camp magnètic uniforme en direcció positiva de l'eix z, $\mathbf{B}=(B_x=0,B_y=0,B_z=B_0)$, amb $B_0=8$mT.

a) Calcula les components i el mòdul de la força que fa el camp sobre la càrrega.
b) Calcula el radi de la trajectòria del protó i el període de la trajectòria.

6.- (Classe) Una càrrega puntual de valor q es mou amb una velocitat $\mathbf{v}=(v_x,v_y=0,v_z)$, mòdul $v=v_0$, en una regió amb un camp magnètic uniforme en direcció positiva de l'eix z, $\mathbf{B}=(B_x=0,B_y=0,B_z=B_0)$.



a) Dedueix una expressió per a les components i el mòdul de la força que fa el camp sobre la càrrega.
b) Aquesta força fa canviar el mòdul de la velocitat **v**? Fa canviar alguna de les components de **v**?
c) Considerant els resultats dels problemes 3, 4 i 6, dedueix la forma de la trajectòria de la càrrega q en un camp magnètic.
d) Dedueix una expressió per al radi de la trajectòria helicoïdal, en funció de q, v_0 i B_0, la massa de la partícula, m_0, i l'angle que forma la velocitat **v** amb el camp **B**. Demostra que el període del la trajectòria helicoïdal és $2\cdot\pi\cdot m/q\cdot B_0$.
e) Dedueix també una expressió per al pas de la trajectòria helicoïdal.

7.- Un electró (càrrega $q=-1,6\cdot10^{-19}$ C, $m_e=9,1\cdot10^{-31}$ kg) es mou amb velocitat $\mathbf{v}=(v_x,v_y,v_z)$, mòdul $v = v_0 = 3\cdot10^5$ m/s, $v_x=v_y=v_z$, en una regió amb un camp magnètic uniforme en direcció positiva de l'eix x de mòdul $B_0=31$ μT.

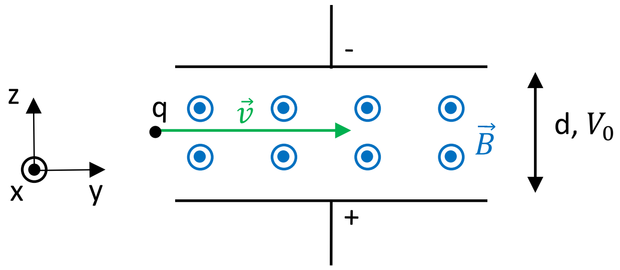
a) Calcula les components i el mòdul de la força que fa el camp sobre la càrrega.
b) Calcula el radi i el pas de la trajectòria helicoïdal de l'electró.
c) Calcula el període de la trajectòria helicoïdal.

8.- (Problema 71 Tipler) Una partícula alfa (càrrega $q = +2e = 2\cdot1.6\cdot10^{-19}$ C, massa $6,7\cdot10^{-27}$ kg) es mou en una trajectòria circular de radi 0,5 m en una regió amb un camp magnètic de 0,1 T.

a) Calcula el període del moviment circular.
b) La velocitat de la partícula.
c) L'energia cinètica de la partícula.

9.- Un protó, un deuteró i una partícula alfa tenen la mateixa energia cinètica i es mouen en una regió amb un camp magnètic uniforme, perpendicular a les velocitats de totes tres partícules. Si anomenem R_p, R_d i R_α als respectius radis de les òrbites de les partícules, dedueix una expressió per a les ratios R_d/R_p i R_α/R_p. Tingues en compte que les càrregues de les partícules estan relacionades com $q_\alpha=2q_p$, $q_d=q_p$, i que les masses estan relacionades com $m_\alpha=4m_p$ i $m_d=2\cdot m_p$.

10.- (Classe) Un selector de velocitats consisteix en un dispositiu capaç de crear un camp elèctric uniforme i un camp magnètic uniforme a la mateixa regió de l'espai, perpendiculars entre si. Considera que el camp elèctric uniforme el crea un condensador de plaques plano-paral·leles com el de la figura, amb les plaques paral·leles al pla x-y, separades una distància d i amb una diferència de potencial V_0 entre elles. Considera que el camp magnètic està dirigit en la direcció positiva de l'eix x i té mòdul B_0, $\mathbf{B}=(B_0,0,0)$, sortint del full a la figura. Considera una càrrega $q>0$ com la de la figura que entra a la regió entre les plaques amb una velocitat dirigida en la direcció positiva de l'eix y, $\mathbf{v} = (0,v_0,0)$.



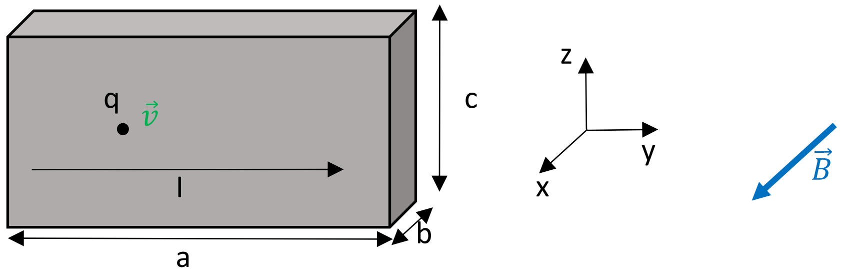
a) Dedueix una expressió per al mòdul del camp elèctric entre les plaques del condensador. Fes un diagrama on es mostri la direcció i sentit d'aquest camp elèctric.
b) Dedueix una expressió del mòdul i la direcció i el sentit de les forces que fan el camp elèctric i magnètic sobre la càrrega. Representa la direcció i el sentit en un diagrama.
c) Dedueix la condició d'equilibri entre la tensió V_0, el mòdul del camp magnètic B_0, la velocitat de la càrrega v_0, per a que aquesta no sigui desviada per les forces.
d) Raona quina utilitat pot tenir aquest dispositiu.

11.- Un selector de velocitats està format per un condensador de plaques plano-paral·leles amb una distància entre plaques d = 10 mm que creen un camp elèctric uniforme en la direcció positiva de l'eix y, i dos imants permanents situats de manera que creen un camp magnètic uniforme a la regió entre les plaques en la direcció positiva de l'eix x, de mòdul B_0 = 5 mT.

a) Calcula la tensió que cal aplicar al condensador per a que seleccioni partícules que es mouen a velocitat $v_0=7\cdot10^4$ m/s.
b) Calcula la velocitat seleccionada si la tensió és de V_0 = 50V?

12.- L'efecte Hall es produeix quan un camp magnètic actua sobre un conductor que transporta un corrent. Per observar-lo, es talla el conductor en forma de prisma rectangular de costats a, b i c com a la figura. El corrent es fa passar en el sentit positiu de l'eix y. El camp magnètic de la figura té la direcció de l'eix positiu de les x, $\mathbf{B} = (B_0, 0, 0)$.

Considera que el corrent està format per portadors de càrrega q positiva que es mouen a una velocitat de deriva de mòdul v_0.



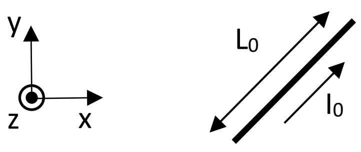
a) Digues quin és el sentit de moviment dels portadors i dóna les components de la seva velocitat.
b) Dedueix una expressió de la força que actua sobre un d'aquests portadors i indica'n el sentit en un diagrama.
c) Dedueix una expressió per al treball que fa aquesta força per portar un portador des de la cara inferior a la cara superior del conductor. (o viceversa segons el sentit de la força). A partir d'aquesta expressió de treball, dóna una expressió de la diferència de potencial entre aquestes dues cares. Quina de les dues cares es troba a un potencial més alt?

Considera ara que el corrent està format per portadors de càrrega q negativa.

d) Canvia el valor o el sentit de la diferència de potencial?
e) Raona quina utilitat pot tenir aquesta tècnica experimental.

Forces de camps magnètics uniformes sobre segments de corrent.

13. Un segment de corrent (com el que es mostra a la figura) de llargada L_0 i que transporta un corrent I_0 es pot representar per un vector (l_x, l_y, l_z), amb l_x=l_y i l_z=0. Dedueix una expressió de la força (components i mòdul) que fa un camp magnètic uniforme de mòdul B_0 quan:

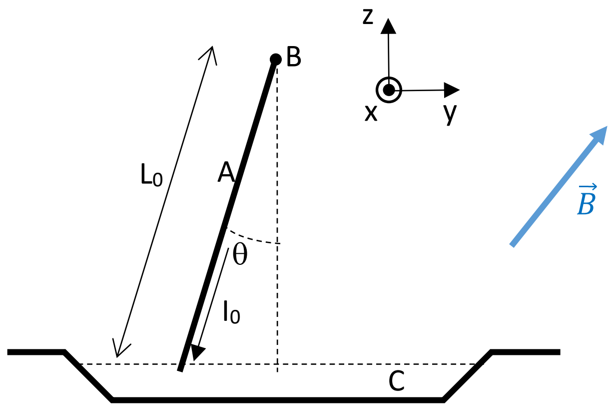


a) El camp magnètic està en direcció positiva de l'eix x.
b) El camp magnètic està en direcció positiva de l'eix y.
c) El camp magnètic està en direcció positiva de l'eix z.
d) El camp magnètic és tal que B_y=B_z i B_x=0. En aquest cas és útil trobar el vector unitari tal que tingui la mateixa direcció que (0,1,1), és a dir que tingui les components y i z iguals i la component x nul·la.

14. Un segment de corrent de llargada L_0 = 30 mm i que transporta un corrent I_0 = 50 mA es pot representar per un vector (l_x, l_y, l_z), amb l_y=l_z i l_x=0. Calcula el mòdul i les components de la força que fa un camp magnètic uniforme de mòdul B_0 = 30 μT quan:

a) El camp magnètic està en direcció positiva de l'eix x.
b) El camp magnètic està en direcció positiva de l'eix y.
c) El camp magnètic està en direcció positiva de l'eix z.
d) El camp magnètic és tal que B_x=B_z i B_y=0.

15.- (Classe) Un gaussímetre de mercuri (problema 22 del Tipler) és un dispositiu com el de la figura, que pot servir per mesurar el camp magnètic. Consisteix en un segment de fil conductor (A) de longitud L_0 amb un extrem que pot girar al voltant d'un eix horitzontal (B) situat en la direcció de l'eix x (perpendicular al paper a la figura). L'altre extrem del segment es troba submergit en un plat que conté mercuri (C), que és un líquid conductor que permet que l'extrem es mogui lliurement lliure sense perdre el contacte elèctric. D'aquesta manera, el segment de fil conductor gira en el pla y-z. Es circuit es completa amb conductors i una font entre el plat i l'eix de rotació, per mantenir un corrent constant I_0. En situar aquest dispositiu en una regió on el camp magnètic és desconegut, per tant $\vec{B}$ = (B_x, B_y, B_z), amb totes tres components desconegudes, el segment gira fins a una posició d'equilibri en la que forma un angle θ amb l'eix z.

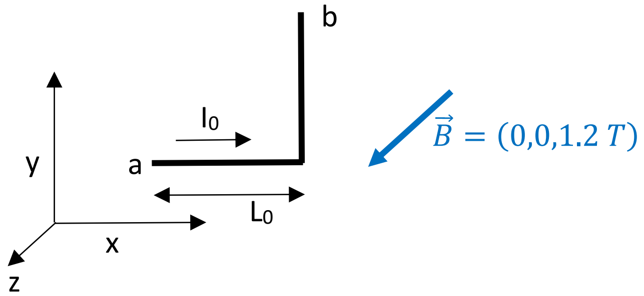


a) Dedueix una expressió per a les components de la força que fa el camp sobre el segment. Raona quines forces o moments fan que el segment estigui equilibrat. Fes-ne un esquema.
b) Considerant que la massa del segment és coneguda i val m_0, dedueix l'expressió de la condició d'equilibri entre les forces o els moments.
c) A partir del resultat previ, dedueix una expressió de les components del camp B que permet trobar aquest instrument, en funció de la massa m_0, de l'angle θ, de la longitud L_0 i del corrent I_0.
d) Raona de quina manera es podria mesurar alguna component més del camp amb aquest instrument.
e) Raona si hi ha alguna component que és impossible de mesurar i quin és el motiu.

16.- En un gaussímetre de mercuri com el del problema 15 es fa circular un corrent de 50 mA. La llargada del segment mòbil és de 20 cm i té una massa de 3 g. Si l'eix de rotació del gaussímetre està en la direcció de l'eix x, l'angle de rotació del segment és de $\theta_x = 11°$, mentre que si l'eix de rotació esta en direcció de l'eix y, l'angle de rotació és de $\theta_y = 21°$.

a) Calcula les dues components del camp magnètic que es poden trobar amb aquest instrument.
b) Estima quina és la variació d'aquestes quantitats quan l'angle mesurat varia 1º. És a dir, calcula les mateixes dues components del camp pels cas en que els angles són $\theta_x = 12°$ i $\theta_y = 22°$. La diferència de camp per a una diferència fixa l'angles (1º en aquest cas) s'anomena *resolució de l'instrument*.
c) Raona què es pot canviar (longitud, corrent o massa) al gaussímetre per millorar-ne la resolució. És a dir que per a la mateixa incertesa en la determinació de l'angle (1º en el cas de l'apartat anterior), la diferència entre els valors estimats del camp és més petita.

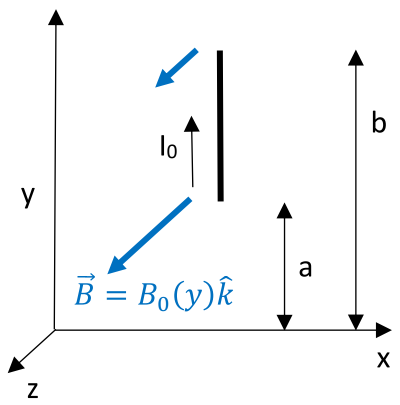
17.- Considera un conductor format per dos segments rectilinis consecutius de longitud L_0 = 35 cm com els de la figura (problema 20 del Tipler). El conductor es troba al pla x-y i porta un corrent I_0 = 1.8 A. El conductor es troba en una regió on el camp magnètic és uniforme i val **B** = 1.2 T **k**.



a) Calcula les components i el mòdul de la força que el camp magnètic fa sobre el segment que es troba paral·lel a l'eix x.
b) Calcula les components i el mòdul de la força que el camp magnètic fa sobre el segment que es troba paral·lel a l'eix y.
c) Comprova que la força total sobre el conductor és la mateixa que el camp faria sobre un segment recte des del punt **a** fins al punt **b** que porta el mateix corrent I_0.

Força d'un camp magnètic variable sobre un segment de corrent

18.- (Classe) Considera un camp magnètic que només té component 'z' i que varia amb la distància a l'eix x: **B**(x,y,z=0)=B_0(y) **k**. La variació d'aquest camp és $B_0(y) = A/y$, on A és una constant amb unitats de T·m. Considera un segment recte de longitud L_0 i que porta un corrent I_0 que es troba al pla x-y, perpendicular a l'eix x (com el de la figura) que va des d'una distància y=a fins a una distància y=b. El sentit del corrent és en direcció positiva de l'eix y.

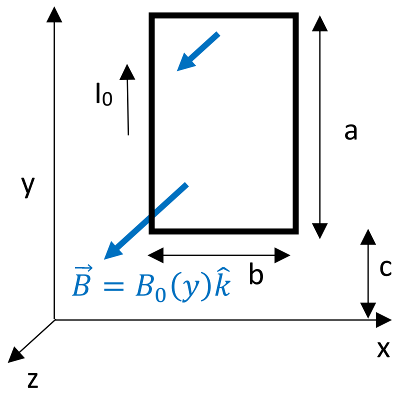


a) Dedueix una expressió del diferencial de força (d**F**, components i mòdul) sobre un element de corrent d**l** a una distància y' de l'eix y.
b) Fent servir l'expressió de les components de d**F**, dedueix una expressió de la Força total que el camp fa sobre el segment (components i mòdul).
c) Seguint el mateix procediment, dedueix l'expressió de la Força sobre un segment horitzontal que es troba a al pla y-x, paral·lel a l'eix x a una distancia y'=a, de longitud L_0 i corrent I_0. El sentit del corrent és el sentit positiu de l'eix x.

19.- Considera un camp magnètic que només té component *z* i que varia amb la distància a l'eix *x*: **B**(x,y,z=0)=B_0(y)**k**. La variació d'aquest camp és $B_0(y) = A/y$, on $A = 5 \cdot 10^{-3}$ T·m. Considera un segment recte de longitud L_0=30 cm i que porta un corrent I_0=2 A que es troba al pla *x-y*, perpendicular a l'eix *x* (com el de la figura del problema 18) i en el que el punt més proper a l'eix *x* és el (0,y=10 cm,0). El sentit del corrent és en direcció positiva de l'eix *y*.

a) Calcula la Força total que el camp fa sobre el segment (components i mòdul).
b) Calcula la Força sobre un segment horitzontal que es troba a al pla *y-x*, paral·lel a l'eix *x* a una distancia y= 10 cm, de la mateixa longitud i corrent. El sentit del corrent és el sentit positiu de l'eix *x*.

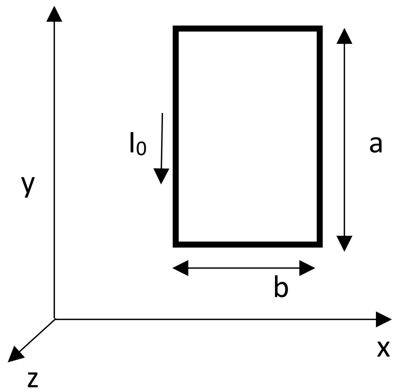
20.- (Classe) Considera un camp magnètic com el de l'exercici 18: **B**(x,y,z=0)=(0,0,B_0(y)), on $B_0(y) = A/y$, i on A = 0,7 T·m. Considera ara una espira rectangular de costats a=2m i b=3m que es troba al pla x-y (com a la figura). Els costats de mida 'a' són paral·lels a l'eix y mentre que els costats de mida 'b' en són perpendiculars. El costat més proper a l'eix x es troba a una distància c = 40 cm. L'espira porta un corrent de I_0 = 40 mA que té el sentit que s'indica a la figura.



a) Calcula la força (components i mòdul) que fa el camp sobre cadascun dels costats de l'espira rectangular.
b) Calcula'n la força total sobre l'espira (components i mòdul).

Parell de forces sobre espires i moment dipolar magnètic.

21.- (Classe) Una espira rectangular de costats a i b es troba al pla x-y i porta un corrent d'intensitat I_0, en el sentit indicat per la figura.

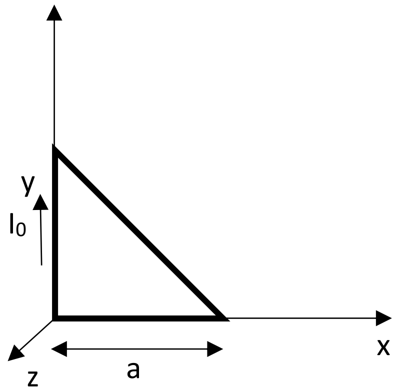


a) Dedueix una expressió per al vector de superfície de l'espira i per al moment dipolar magnètic de l'espira (components i mòdul).
b) Dedueix una expressió per al parell de forces (components i mòdul) que fa sobre l'espira un camp uniforme $\mathbf{B}=(B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = B_y = B_z$ i mòdul B_0.
c) Dedueix una expressió per al parell de forces que fa sobre l'espira un camp uniforme $\mathbf{B}=(B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = B_y = 0$ i mòdul B_0.
d) Dedueix una expressió per al parell de forces que fa sobre l'espira un camp uniforme $\mathbf{B}=(B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = B_y$, $B_z = 0$ i mòdul B_0.

22.- Una espira rectangular de costats a = 7 cm i b = 5 cm i amb N=100 voltes es troba al pla x-y i porta un corrent d'intensitat I_0 = 50 mA (veure figura del problema 21). A la regió de l'espira hi ha un camp magnètic uniforme de mòdul B_0 = 3 mT.

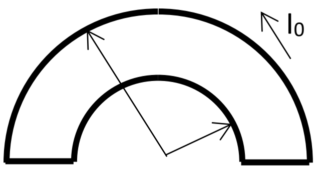
a) Calcula el moment dipolar magnètic de l'espira (components i mòdul).
b) Calcula el parell de forces (components i mòdul) que el camp **B** fa sobre l'espira si les components del camp tenen la relació $\mathbf{B}=(B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = B_y = B_z$.
c) Calcula el parell de forces que el camp **B** fa sobre l'espira si les components del camp tenen la relació $\mathbf{B}=(B_x, B_y, B_z)$ amb $B_x = B_y = 0$.
d) Calcula el parell de forces que el camp **B** fa sobre l'espira si les components del camp tenen la relació $\mathbf{B}=(B_x, B_y, B_z)$ amb amb $B_x = B_y$, $B_z = 0$.

23.- Una espira en forma de triangle rectangle es troba en el pla x-y amb un vèrtex coincident amb l'origen de coordenades i els dos catets al llarg dels eixos x i y (veieu la figura). Tots dos catets tenen llargada 'a'. L'espira porta un corrent I_0 en el sentit indicat per la figura. A la regió de l'espira hi ha un camp magnètic uniforme de mòdul B_0, i amb **B**=(B_x, B_y, B_z) amb B_x=-B_y, B_x >0 i B_z=0.



a) Dedueix una expressió per a la força que fa el camp magnètic sobre cada costat del triangle.
b) Dedueix, a partir de les forces que fa el camp sobre cada costat del triangle, una expressió per al parell de forces que fa el camp magnètic sobre l'espira.
c) Comprova que l'expressió deduïda coincideix amb l'expressió explicada a classe, $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$.

24.- Considera l'espira de la figura, que consisteix en dos semicercles connectats per dos segments rectes (Problema 55 del Tipler). Els radis interior i exterior són, respectivament, 30 cm i 50 cm. El corrent que porta l'espira és de 1.5 A. Calcula el moment magnètic de l'espira.



25.- Una partícula de càrrega q i massa m es mou en una òrbita circular de radi r amb una velocitat angular ω.

a) Demostra que aquesta càrrega amb aquest moviment es pot representar com un espira circular amb un corrent $I = \omega q/(2\pi)$ i que el moment magnètic corresponent és $m = \frac{1}{2} q\omega r^2$.
b) Recordant que el moment angular d'una partícula de massa m en una òrbita de radi r amb una velocitat angular ω és $L = mr^2\omega$, demostra que el moment magnètic i el moment angular estan relacionats per l'expressió $m = \frac{1}{2}(q/m)L$
c) Si aquesta càrrega és un electró que orbita al voltant d'un protó en un àtom d'hidrogen, en l'estat fonamental, calcula'n el mòdul del moment dipolar magnètic. Recorda que el moment angular està quantitzat i per tant només pot valer $L = n\cdot h/(2\pi)$ on h és la constant de Plank i n és un nombre enter (n=1, per a l'estat fonamental).
d) Si l'òrbita de l'electró es troba en el pla x-y, i l'electró gira en sentit horari quan es mira des de l'extrem positiu de l'eix z, calcula quin parell de forces hi exerceix un camp magnètic uniforme a la regió de l'àtom d'hidrogen de mòdul B_0= 7T i components tals que $B_x = 2\cdot B_z$, $B_x > 0$, $B_y = 0$.

Nota: constant de Plank: $h = 6{,}6\cdot 10^{-34}$ J·s, massa de l'electró $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg, càrrega de l'electró $e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ A·s.