
Superposición de dos ondas armónicas.

Vamos a estudiar la superposición de dos ondas armónicas que se propagan a lo largo del eje X, hacia la derecha, con velocidades $v_1 = \omega_1/k_1$ y $v_2 = \omega_2/k_2$, respectivamente

Las ecuaciones de las ondas armónicas de la misma amplitud Ψ_0

$$\Psi_1 = \Psi_0 \sin k_1(x - v_1 t) = \Psi_0 \sin(k_1 x - \omega_1 t)$$

$$\Psi_2 = \Psi_0 \sin k_2(x - v_2 t) = \Psi_0 \sin(k_2 x - \omega_2 t)$$

ω es la frecuencia angular y k el número de onda.

$$\Psi_1 + \Psi_2 = 2\Psi_0 \sin \frac{1}{2}((k_1 + k_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t) \cos \frac{1}{2}((k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t) =$$

$$2\Psi_0 \cos(k_p x - \omega_p t) \sin(k_m x - \omega_m t)$$

$$k_m = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \quad \omega_m = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \quad k_p = \frac{1}{2}(k_1 - k_2) \quad \omega_p = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$$

Se puede interpretar como la propagación de una onda a lo largo del eje X, hacia la derecha, con velocidad $v_m = \omega_m/k_m$. A esta velocidad se la denomina de fase.

La amplitud modulada o variable con el tiempo de la onda es

$$2\Psi_0 \cos(k_p x - \omega_p t)$$

la velocidad de propagación de la envolvente es $v_g = \omega_p/k_p$ y se denomina velocidad de grupo.

$$v_g = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

Para las ondas que se propagan en un medio particular, existe una relación entre la frecuencia angular ω y el número de onda k , conocida como relación de dispersión. Cuando el intervalo de frecuencias $\Delta\omega$ centrado en ω_m es pequeño, podemos escribir

$$v_g = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

Para las ondas que se propagan en un medio particular, existe una relación entre la frecuencia angular ω y el número de onda k , conocida como relación de dispersión. Cuando el intervalo de frecuencias $\Delta\omega$ centrado en ω_m es pequeño, podemos escribir

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk}$$

La modulación o señal se propaga con una velocidad de grupo v_g que puede ser mayor, igual o menor que la velocidad de fase v_m .

En los medios no dispersivos la velocidad de propagación es independiente de la longitud de onda $dv/dk=0$, por ejemplo en el vacío.

En los medios dispersores $\omega = kv = kc/n$, c es la velocidad de la luz en el vacío y n es el índice de refracción del medio

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n} - \frac{kc}{n^2} \frac{dn}{dk} = v \left(1 - \frac{k}{n} \frac{dn}{dk} \right)$$

En los medios ópticos el [índice de refracción](#) aumenta al disminuir la longitud de onda $dn/dk > 0$, de modo que $v_g < v$.