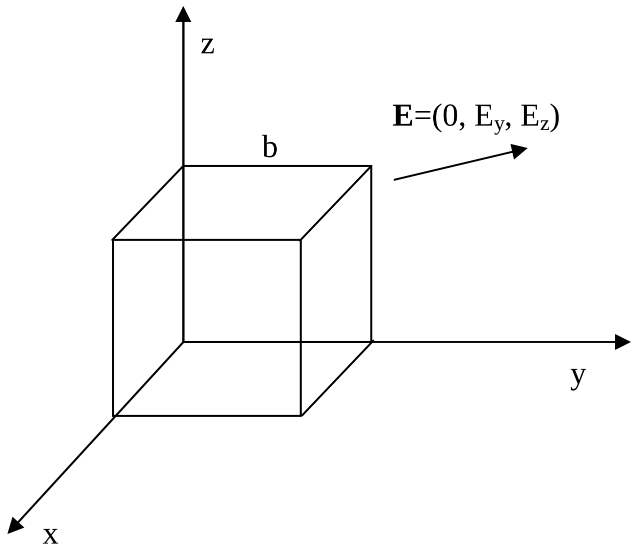
Física II. Problemes Sessió 2. Tema <u>Camp Elèctric</u> 2

1) Considera un superfície tancada, delimitada per sis cares quadrades planes de costat 'b' que formen un cub en que un dels vèrtex es troba a l'origen i les tres arestes que en surten estan dirigides segons els semieixos positius de coordenades. A tots els punts de l'espai hi actua un camp elèctric uniforme de components $(0, E_y, E_z)$.



a) Dedueix una expressió del flux a través de cadascuna de les dues cares paral·leles al pla x-y. Per això, dóna primer una expressió del vector de superfície que correspon a cadascuna d'aquestes cares.

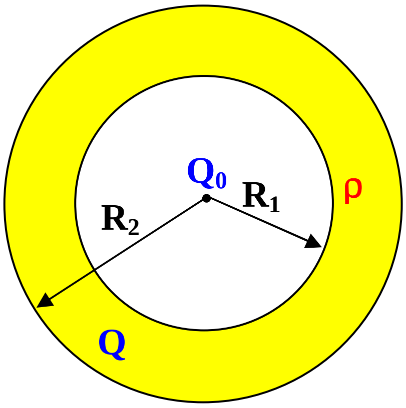
b) Dedueix una expressió del flux a través de cadascuna de les cares paral·leles al pla x-z.

c) Dedueix una expressió del flux a través de cadascuna de les cares paral·leles al pla y-z.

d) Considera ara la superfície tancada en forma de cub formada per la unió de les sis cares. A partir dels resultats anteriors, dedueix una expressió del flux total a través d'aquesta superfície tancada. Recorda que en superfícies tancades, el flux sortint té signe positiu. El resultat està d'acord amb el Teorema de Gauss?

e) Considera ara que, a més del camp **E**, es situen tres càrregues en diferents punts de l'espai: i) una de q_1=3 nC a la posició (b/2,b/3,b/4), ii) una de q_2=-1 nC a la posició (b/3,b/4,b/2) i iii) una de q_3=10 nC a la posició (2b, b/3, b/5). Calcula (numèricament) ara el flux total que surt de la superfície.

2. Tenim una distribució contínua de càrregues consistent en una corona esfèrica de radi intern R_1 i extern R_2. Te una densitat total de càrrega ρ uniformement dins del seu volum.
Tenim a més una càrrega puntual de valor Q_0 en el centre.



a) Calcula una expressió de la càrrega total de la corona esfèrica a partir de ρ i d'altres paràmetres si convé.

b) Calcula expressions per al camp elèctric en direcció radial a les 3 diferents regions de l'espai: I ($r < R_1$) ; II ($R_1 < r < R_2$) i III ($R_2 < r$). Comprova la continuïtat del camp elèctric a la superfície de l'esfera interna. Fer una representació gràfica de E(r). Considera el cas:

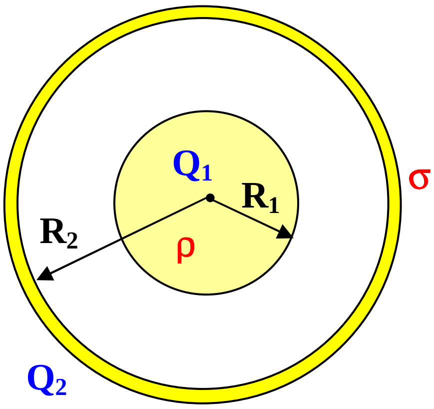
$\rho > 0$, $R_1 = 1$ m i $R_2 = 2 \cdot R_1$, $Q_0 = 2 \cdot \rho \cdot 4/3 \pi R_1^3$

c) A partir de l'expressió del camp calcula les expressions del potencial elèctric a les 3 regions. Agafa origen de potencial a l'infinit. Fes una representació gràfica del potencial.

d) Calcula la diferència de potencial ΔV entre la superfície de l'esfera interna i l'esfera externa. Si dividim Q per aquesta diferència de potencial ΔV obtenim el que s'anomena *capacitat* $C = Q/\Delta V$). Comprova que l'expressió de la capacitat és independent de la càrrega Q. Calcula-la per $R_1 = 1$ m i $R_2 = 2 \cdot R_1$, $Q_0 = 2 \cdot \rho \cdot 4/3 \pi R_1^3$

3. Tenim una distribució contínua de càrregues consistent en una esfera de radi R_1 que amb una densitat volúmica de càrrega ρ distribuïda uniformement dins del seu volum.

Aquesta esfera està rodejada concèntricament per una altra superfície esfèrica de radi $R_2 > R_1$ (considerem-la una corona esfèrica de gruix negligible) que té una densitat superficial de càrrega σ distribuïda uniformement per la seva àrea.



a) Calcula expressions per a la Càrrega total Q_1 de l'esfera central a partir de ρ i d'altres paràmetres si convé, i de la càrrega total Q_2 de la superfície esfèrica externa a partir de σ i dels paràmetres que convinguin.

b) Calcula expressions per al camp elèctric en direcció radial a les 3 diferents regions de l'espai: I ($r < R_1$) ; II ($R_1 < r < R_2$) i III ($R_2 < r$). Comprova la continuïtat del camp elèctric a la superfície de l'esfera interna. Fer una representació gràfica de E(r). Considera el cas:

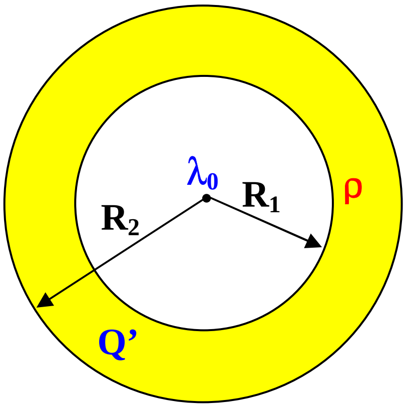
$\rho>0$, $R_1 = 1$ m i $R_2 = 2\cdot R_1$, $Q_2=-2\cdot Q_1$

c) A partir de l'expressió del camp calcula les expressions del potencial elèctric a les 3 regions. Agafa origen de potencial a l'infinit. Fes una representació gràfica del potencial.

d) Calcula la diferència de potencial ΔV entre la superfície de l'esfera interna i l'esfera externa. Considera el cas: $\rho>0$, $R_1 = 1$ m i $R_2 = 2\cdot R_1$, $Q_2=-2\cdot Q_1$

4. Tenim una distribució contínua de càrregues consistent en una corona cilíndrica de radi intern R_1 i extern R_2. Te una densitat total de càrrega ρ uniformement dins del seu volum.

Tenim a més, a l'eix un fil rectilini carregat a l'eix de densitat lineal de càrrega λ_0 uniforme.



a) Calcula una expressió de la càrrega Q' de la corona cilíndrica per unitat de llargada a partir de ρ i d'altres paràmetres si convé.

b) Calcula expressions per al camp elèctric en direcció radial a les 3 diferents regions de l'espai: I ($r < R_1$) ; II ($R_1 < r < R_2$) i III ($R_2 < r$). Comprova la continuïtat del camp elèctric a la superfícies del cilindre interna. Fer una representació gràfica de E(r). Considera el cas:

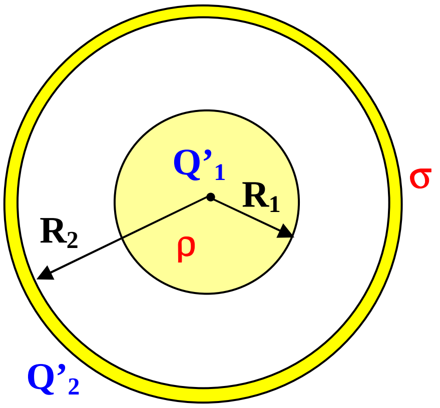
$\rho>0$, $R_1 = 1$ cm i $R_2 = 3/2\cdot R_1$, $\lambda_0=\rho\cdot\pi R_1^2$

c) A partir de l'expressió del camp calcula les expressions del potencial elèctric a les 3 regions. Agafa origen de potencial a la superfície externa de la corona ($R=R_2$). Fes una representació gràfica del potencial.

d) Calcula la diferència de potencial ΔV entre les dues superfícies de la corona cilíndrica. Calcula-la per $\rho>0$, $R_1 = 1$ cm i $R_2 = 3/2\cdot R_1$, $\lambda_0=\rho\cdot\pi R_1^2$

5. Tenim una distribució contínua de càrregues consistent en una barra cilíndrica de radi R_1 amb una densitat volúmica de càrrega ρ distribuïda uniformement dins del seu volum.

Aquesta barra està rodejada concèntricament per una altra superfície cilíndrica de radi $R_2 > R_1$ (sense gruix) que té una densitat superficial de càrrega σ distribuïda uniformement per la seva àrea.



a) Calcula expressions per a les càrregues unitat de llargada Q'_1 i Q'_2 de la barra central i de la superfície cilíndrica externa respectivament partir de ρ i de σ i dels paràmetres que convinguin.

b) Calcula expressions per al camp elèctric en direcció radial a les 3 diferents regions de l'espai: I ($r < R_1$) ; II ($R_1 < r < R_2$) i III ($R_2 < r$). Comprova la continuïtat del camp elèctric a la superfície de l'esfera interna. Fer una representació gràfica de E(r). Considera el cas:

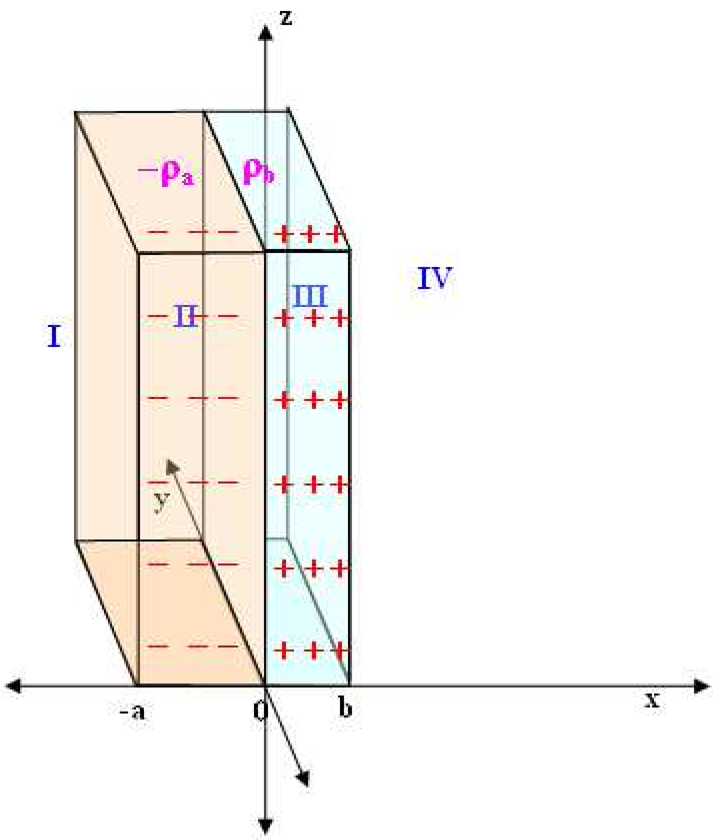
$\rho > 0$, $R_1 = 1$ m i $R_2 = 2 \cdot R_1$, $Q_2 = -2 \cdot Q_1$

c) A partir de l'expressió del camp calcula les expressions del potencial elèctric a les 3 regions. Agafa origen de potencial al centre. Fes una representació gràfica del potencial.

d) Calcula la diferència de potencial ΔV entre la superfície de l'esfera interna i l'esfera externa. Considera el cas: $\rho > 0$, $R_1 = 1$ m i $R_2 = 2 \cdot R_1$, $Q_2 = -2 \cdot Q_1$

6. Tenim un sistema de distribució contínua volúmica de càrregues consistent en una banda plana de gruix 'a' carregada amb densitat uniforme negativa $-\rho_a$ enganxada cara contra cara amb una altra banda plana de gruix 'b' i amb densitat positiva ρ_b també uniforme.
Les bandes s'estenen sobre el pla y-z tal com es veu a la figura i són molt més extenses que gruixudes (per a nosaltres és com si les consideréssim d'extensió infinita en el pla y-z). Considerem, per tant, que l'eix x és perpendicular a les bandes i posem l'origen x=0, just al punt d'unió de la banda 1 amb la banda 2.

DADA: es dóna la circumstància que la càrrega per unitat d'àrea de la banda 1 és la mateixa que la de la banda 2 canviada de signe, és a dir : $\rho_a \cdot a = \rho_b \cdot b$



a) Agafant l'expressió del camp que genera una banda carregada uniformement, i per superposició de les dues bandes, calcula el camp elèctric a les regions de fora de les bandes , I (x< -a) i IV (x>b) i demostra que valen zero. Per arguments de simetria demostra que les components y i z del camp són nul·les a totes les regions.

b) A partir del camp **E**=0 de la regió 1, i per mitjà del teorema de Gauss, calcula una expressió per a la dependència en x de la component x del camp $E_x(x)$ a la regió II (-a<x<0).

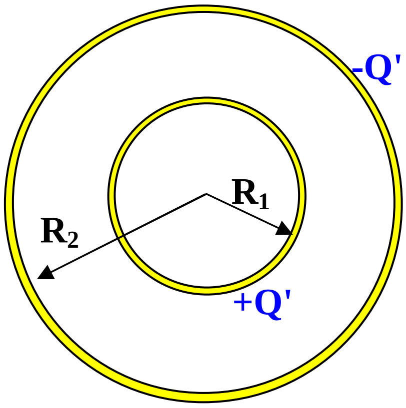
c) calcula el camp a la unió entre bandes x=0.

d) per mitjà del teorema de Gauss calcula la dependència en x del camp a la regió III (0<x<b). Amb aquesta expressió calcula el camp a x=b i comprova que dóna 0 tal i com s'havia vist per la regió IV a l'apartat **a)**. Fes una representació gràfica de E(x) per a totes les regions.

e) Considerem l'origen de potencial V=0 a la regió I. A partir d'aquí i integrant les expressions del camp, calcula les expressions del potencial V en funció de x per a les restants regions. Fes una representació gràfica del potencial V(x) per a totes les regions.

f) Pel cas $\rho_a = 100$ C/m^3 , $\rho_b = 300$ C/m^3 , a= 0,3 μm i b=0,1 μm, calcula el valor del camp màxim E(0) i del potencial de barrera, V(x=b).

7. Tenim una distribució contínua de càrregues consistent en un parell de cilindres concèntrics de radis R_1 l'interior i R_2 l'exterior (la secció dels quals es veu a la figura).



Els cilindres són de llargada molt més gran que el seu radi, per tant per a nosaltres és com si fossin infinitament llargs. Els dos cilindres només són capes cilíndriques de gruix negligible i per tant sense volum intern. El cilindre interior te una càrrega total -q' per unitat de llargada distribuïda uniformement per l'àrea lateral, i el cilindre exterior te una càrrega igual i contrària +q' per unitat de llargada distribuïda uniformement per l'àrea lateral.

a) Calcula expressions per a la densitat de càrrega superficial de càrrega σ'_1 i σ'_2 per unitat de llargada dels dos cilindres.

b) Calcula expressions per al camp elèctric en direcció radial cilíndrica, a les 3 diferents regions de l'espai: I ($r < R_1$) ; II ($R_1 < r < R_2$) i III ($R_2 < r$).

c) A partir de l'expressió del camp calcula les expressions del potencial elèctric a les 3 regions. Agafa origen de potencial zero a l'eix r=0. Fes una representació gràfica del potencial.

d) Calcula la diferència de potencial ΔV entre els cilindres intern i extern. Si dividim Q' per aquesta diferència de potencial ΔV obtenim el que s'anomena *capacitat per unitat de llargada* $C'=Q'/\Delta V$). Comprova que l'expressió d'aquesta capacitat és independent de la càrrega per unitat de llargada $Q'=\lambda_{eq}$

e) Calcula la capacitat C' per R_1= 1 mm i R_2 = 1,744 R_1