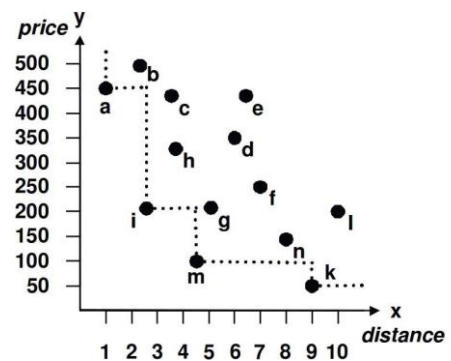
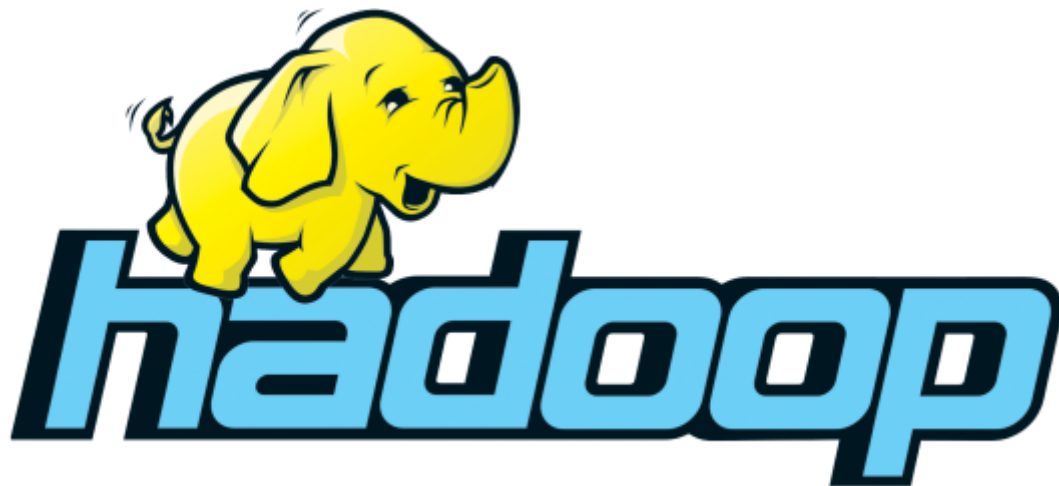


Technical University of Crete  
School of Electronic and Computer Engineering  
Parallel Skyline Computation on Map Reduce System



Author : Λογοθέτης Φραγκούλης  
AM : 2013030016

## Abstract

During the last decades, data management and storage have become increasingly distributed. Advanced query operators, such as skyline queries, have become, not just useful, but indispensable, in order to help users handle the huge amount of available data by identifying a set of interesting data objects. Space partition techniques, such as recursive division of the data space, have been used for skyline query processing in centralized, parallel and distributed settings. Unfortunately, such grid-based partitioning is not suitable in the case of a parallel skyline query, where all partitions are examined simultaneously, since many data partitions do not contribute to the overall skyline set, resulting in a lot of redundant processing.

### 1) Rules

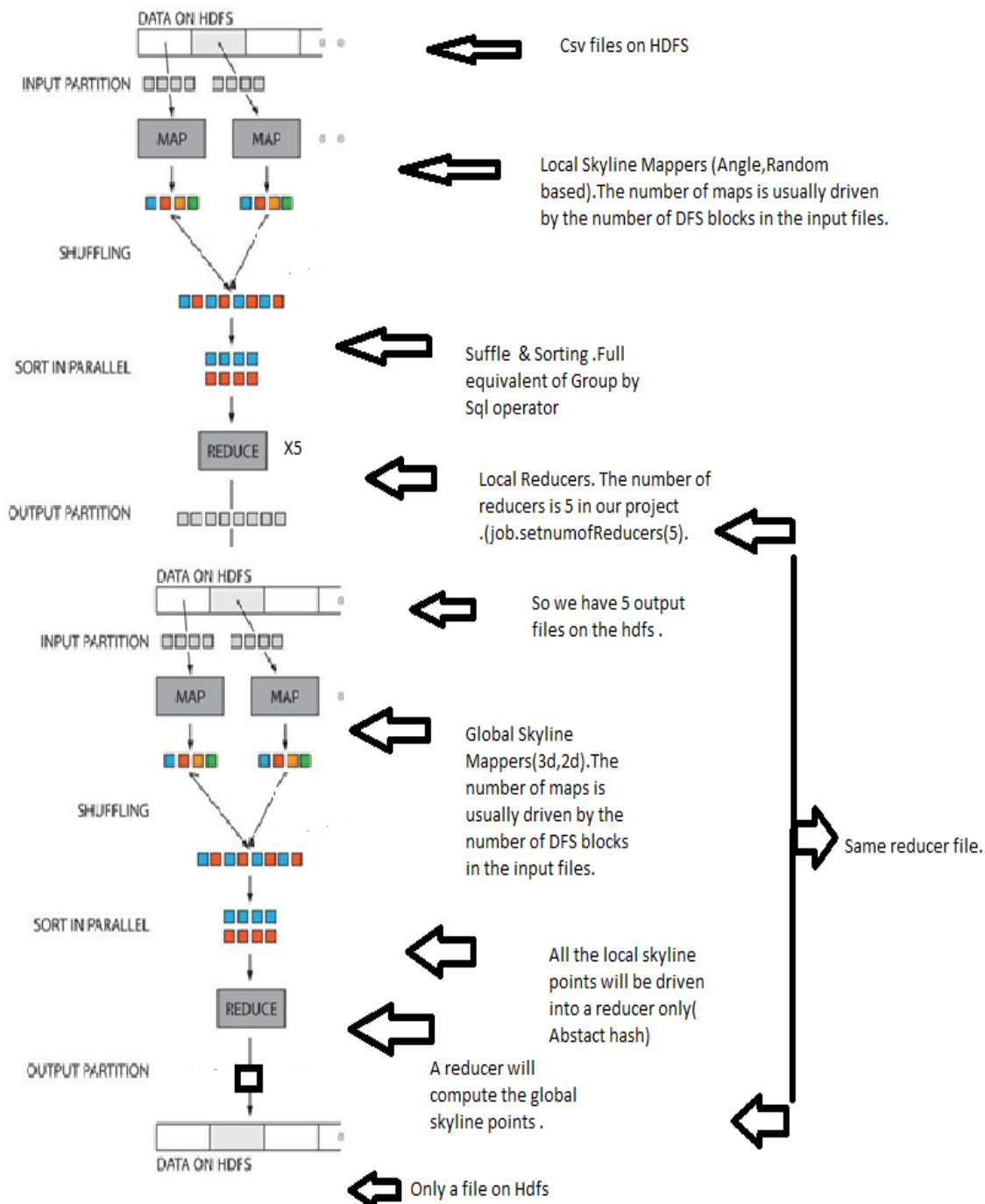
Αρχικά για την υλοποίηση του αλγορίθμου, είναι χρήσιμο να κατανοήσουμε σωστά τους παρακάτω ορισμούς :

**Definition 1 :** (Domination) A point  $p \in P$  is said to dominate another point  $q \in P$ , denoted as  $p < q$ , if (1) on every dimension  $d_i \in D$ ,  $p_i \leq q_i$  and (2) on at least one dimension  $d_j \in D$ ,  $p_j < q_j$ .

**Definition 2 :** (Skyline) The skyline is a set of points  $SKY(S) \subseteq S$  which are not dominated by any other points. The points in  $SKY(S)$  will be called skyline points. The notion of skyline queries can be extended to subspaces, where a subspace skyline query only refers to a user-defined subset of attributes.

**Definition 3 :** (Subspace Skyline) The subspace skyline of  $U$  is a set of points  $SKY_U(S) \subseteq S$  which are not dominated by any other point on subspace  $U$ . Consider for example the two-dimensional dataset  $S$  depicted in Figure 2.1b. The skyline points are  $SKY(S) = \{a, i, m, k\}$ , which are the best possible trade-offs between price and distance from the beach. On the other hand, for the subspace  $U = \{x\}$  the subspace skyline is  $SKY_U(S) = \{a\}$ . Skyline queries have also been studied for the case where constraints exist. Typically, each constraint is expressed as a range along a dimension and the conjunction of all constraints form a hyper-rectangle in the  $d$ -dimensional attribute space. Therefore a definition of *constrained skyline* could be the following.

Αφού μελετήσαμε τους παραπάνω κανόνες, τότε ήταν εφικτός ο σχεδιασμός ενός block diagram έτσι ώστε να φανεί ξεκάθαρα η δουλεία του κάθε mapper-reducer.



## 2) Algorithms

### Random-Based partitioning

```
1
2 -----Grid-Based -----
3
4 Algorithm Random_mapper [ <key ,value > iterator,partitions ]
5 begin
6
7   mapper_write( Random_number([0,partitions]) as key ,Text (value) as value )
8
9 end
10
11 -----
12 Algorithm Reducer [ <key ,value > iterator]
13
14 Declare :
15 ArrayList skyline = new ArrayList<>();
16 counter =0 ;
17
18
19 begin
20
21   if (counter==0) then add the value to the list
22
23   else
24
25     if( iterator.value is candidate skyline point) then add the values to the list
26     else if (iterator.value is dominate value) then delete the elemements which are dominated from iterator.value
27     and add the iterator.value in the list .
28     else continue
29
30   end
31
32   At the end :write the list in hdfs
33 -----
34
```

Παραπάνω βλέπουμε τον Pseudocode που αφορά την υλοποίηση της τυχαίας διαμερίσης. Είναι φανερό πώς ο Mapper ομαδοποιεί τα δεδομένα με τυχαία σειρά στα hash tables .Δημιουργούνται [0,partitions ]τυχαίες διαμερίσεις .Ο reducer υλοποιεί τον BNL αλγόριθμο ,κρατώντας τα candidate skyline points σε List .Στο τέλος ο αλγόριθμος γράφει τα δεδομένα της λίστας στον hdfs .

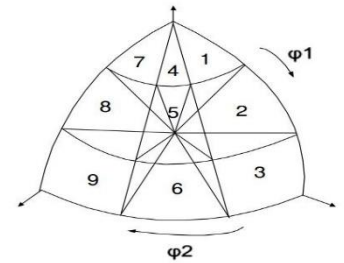
## Angle-Based partitioning 2d

```
1
2 -----Angle-Based 2d |-----
3
4 Algorithm Random_mapper [ <key ,value > iterator,partitions ]
5 begin
6   float degrees = 90 /partitions;
7
8   double deg=Math.toDegrees(Math.atan((Double.parseDouble(values[2]))/(Double.parseDouble(values[1]))));
9   double part=deg/degrees;
10
11   collector.collect(new IntWritable((int) Math.ceil(part)),new TextArrayWritable(values));
12
13 end
14
15 -----
16 Algorithm Reducer [<key ,value > iterator]
17
18 Declare :
19 ArrayList skyline = new ArrayList<>();
20 counter =0 ;
21
22
23 begin
24
25 if (counter==0) then add the value to the list
26
27 else
28
29 if( iterator.value is canditate skyline point) then add the values to the list
30 else if (iterator.value is dominate value) then delete the elemements which are dominated from iterator.value
31 and add the iterator.value in the list .
32 else continue
33
34 end
35
36 At the end :write the list in hdfs
37 -----
38
```

$$r = \sqrt{(x_n)^2 + (x_{n-1})^2 + \dots + (x_1)^2}$$
$$\tan \phi_1 = \frac{\sqrt{(x_n)^2 + (x_{n-1})^2 + \dots + (x_2)^2}}{x_1}$$
$$\dots$$
$$\tan \phi_{d-2} = \frac{\sqrt{(x_n)^2 + (x_{n-1})^2}}{x_{n-2}}$$
$$\tan \phi_{d-1} = \frac{x_n}{x_{n-1}}$$

Παραπάνω βλέπουμε τον Pseudocode που αφορά την υλοποίηση της γωνιακής διαμερίσης. Είναι φανερό πώς ο Mapper ομαδοποιεί τα δεδομένα σύμφωνα με τα παρακάτω μαθηματικά μοντέλα προσδιορισμού γωνίας .  
Ο reducer υλοποιεί τον BNL αλγόριθμο ,κρατώντας τα candidate skyline points σε List .Στο τέλος ο αλγόριθμος γράφει τα δεδομένα της λίστας στον hdfs .

## Angle-Based partitioning 3d



```

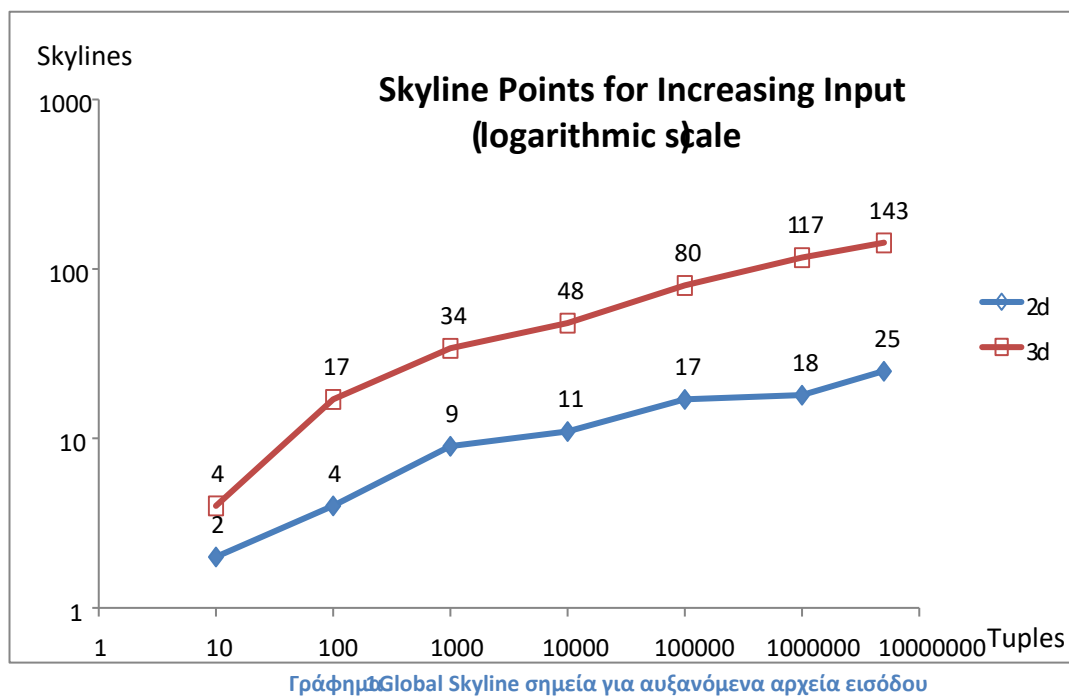
1  -----Angle-Based 2d -----
2
3  Algorithm Random_mapper [ <key ,value > iterator,partitions ]
4  begin
5
6  D7=[ 0,48.24]x[60,90], D4=[0,48.24 ]x[30,60 ], D1=[0,48.24 ]x[0,30 ]
7  D8=[ 48.24,70.52]x[60,90 ], D5=[ 48.24,70.52]x[ 30,60], D2=[ 48.24,70.52]x [0,30 ]
8  D9=[70.52,90 ]x[ 60,90], D6=[ 70.52,90]x[30,60 ], D3=[ 70.52,90]x[0,30 ]
9
10 double h1 =Math.pow(Double.parseDouble(values[3]), 2);
11 double h2 =Math.pow(Double.parseDouble(values[2]), 2);
12 double h3= Math.sqrt(h1+h2);
13 double deg1=Math.toDegrees(Math.atan(h3/Double.parseDouble(values[1])));
14 double deg2=Math.toDegrees(Math.atan((Double.parseDouble(values[2]))/(Double.parseDouble(values[1]))));
15
16
17
18     for( i=0; i<9;i++){
19
20         if(deg1 isInFirstVertex and deg2 isInSecondVertex)
21         {
22
23             collector.collect(new IntWritable(i+1),new TextArrayWritable(values));
24             break ;
25         }
26     }
27
28 end
29
30 -----
31 Algorithm Reducer [<key ,value > iterator]
32
33 Declare :
34 ArrayList skyline = new ArrayList<>();
35 counter =0 ;
36
37
38 begin
39
40 if (counter==0) then add the value to the list
41
42 else
43
44 if( iterator.value is candidate skyline point) then add the values to the list
45 else if (iterator.value is dominate value) then delete the elemements which are dominated from iterator.value
46 and add the iterator.value in the list .
47 else continue
48
49 end
50
51 At the end :write the list in hdf5
52 -----

```

## Ομοίως με Angle-Based partitioning 2d

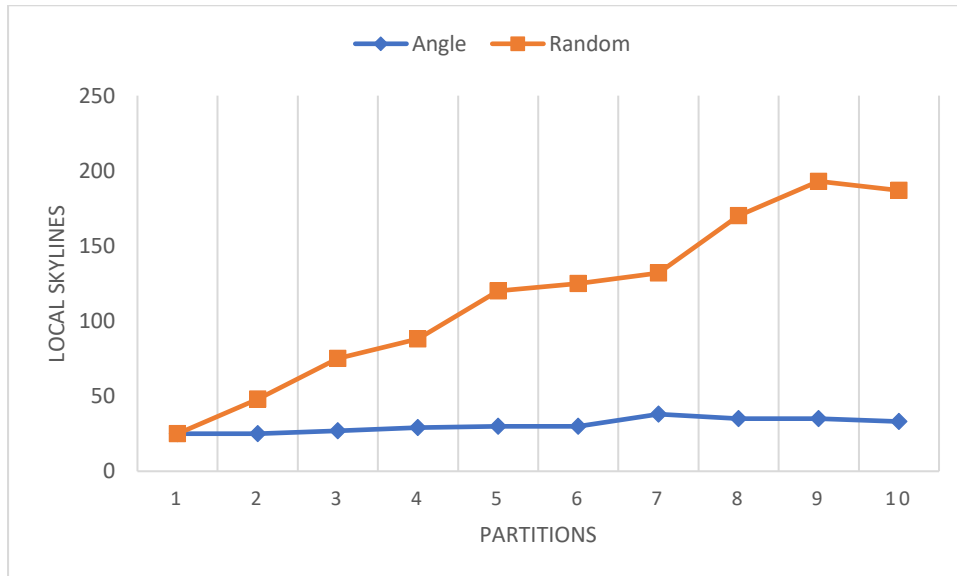
### 3) ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ

Ο κώδικας μας θα ελεγχθεί με τα παρακάτω αρχεία εισόδου.



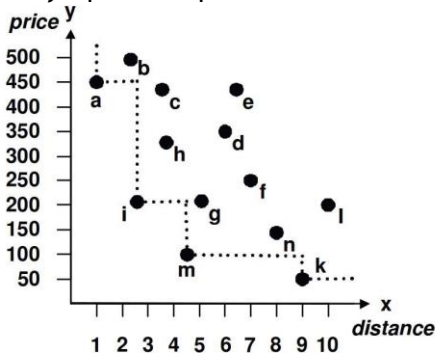
### A.1) Σύγκριση Απόδοσης για αυξανόμενο αριθμό διαμερίσεων

- Διάστασεις: 2-d.
- Δεδομένα: input\_file\_5000000.csv •
- Τεχνική Διαμέρισης: Τυχαία και Γωνιακή
- Διαμερίσεις: από 1 έως 10
- Γράφημα: Άξονας χ – Διαμερίσεις | Άξονας ψ – Ενδιάμεσα skylines |
- Γραμμές 2: Τυχαία και Γωνιακή



### Παρατηρήσεις :

Είναι φανερό πώς η Angle -based φέρει μικρότερο αριθμό Local Skyline Points .Ο αιτία είναι φανερή ,αν κοιτάξουμε το παρακάτω εικόνα :



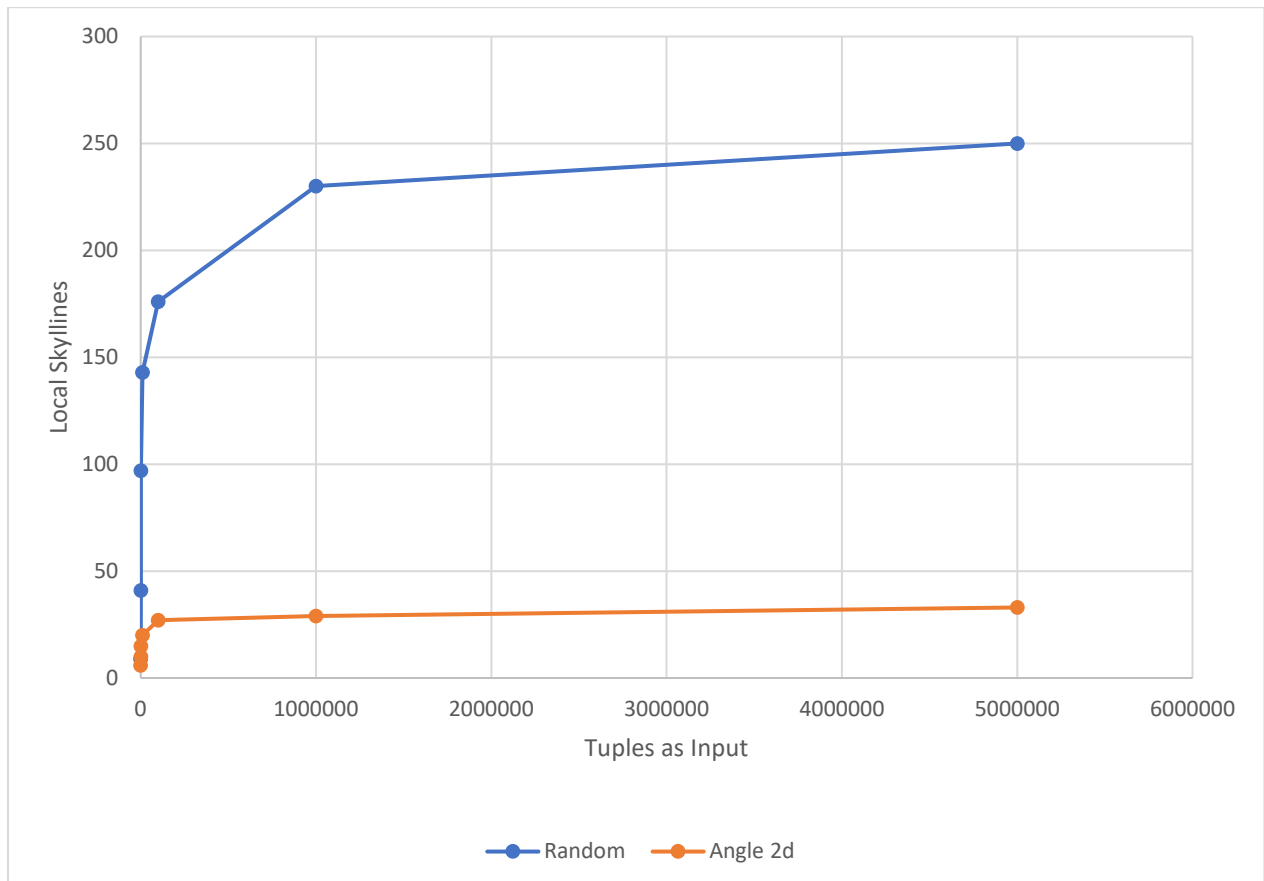
Από ότι βλέπουμε όλα τα σημεία έχουν μία θέση μέσα στο χώρο .Χρησιμοποιώντας την Random () είναι ουσιαστικά ,σαν να επανατοποθετούμε τα σημεία σε έναν νέο χώρο ,στον οποίο θα είναι διάσπαρτα .Αυτό όμως έχει ως αποτέλεσμα Skyline points που κάνουν dominate ένα διαγώνιο slice από τον καρτεσιανό χώρο να μην είναι στην ίδια << ομάδα >> με τα σημεία που κάνει dominate .Στην περίπτωση όμως του Ange -based Partitioning όλα τα σημεία κάποιου διαγώνιου slice να βρεθούν μαζί και να ελεγχθούν από τον ίδιο Reducer .Τότε ,είναι προφανές πώς τα Local Skylines σημεία θα είναι λιγότερα ,αφού με μεγάλη πιθανότητα τα Dominate Key θα

βρίσκετε στον ίδιο hash table (Hadoop inner implementation ) με τα σημεία που θα κυριαρχεί πάνω τους. Αυτό σημαίνει πώς η διαμέριση των δεδομένων είναι αποτελεσματική όταν εξαρτάται από το ίδιο τα ίδια τα δεδομένα ,αλλά όχι από την <<δίκαιη>> μηχανή Random. Όσο λιγότερα Local Skyline σημεία έχουμε τόσο γρηγορότερα θα βρεθούν τα Global skyline σημεία ,αφού ο BNL αλγόριθμος θα έχει να ελέγξει λιγότερες περιπτώσεις . Πρέπει όμως να υπογραμμιστεί ότι η angle -based φέρει ελάχιστα Local Skylines γιατί τα input data έχουν ομοιόμορφη διασπορά .Σε αντίθετη περίπτωση θα είχαμε καθυστέρηση του ολικού χρόνου εκτέλεσης αφού κάποιοι Mappers θα ήταν περισσότερο φορτωμένοι από κάποιους άλλους. Επιπροσθέτως παρατηρούμε μια σχεδόν γραμμική αύξηση των Local Partitions στο γράφημα ,στην Random περίπτωση, σε αντίθεση με την Angle -based όπου η αύξηση των Local Skylines ακολουθεί αριθμητική πρόοδο .Ακόμα είναι γεγονός πώς όσο αυξάνονται τα partitions ο αριθμός των Local Skylines αυξάνονται ,κάτι που είναι λογικό αφού δημιουργούνται περισσότερα hash tables στο Hadoop και ο κάθε reducer αναλαμβάνει ένα μικρότερο αριθμό από inputs .Άλλωστε μόνο έτσι ,θα μπορούσαν τα εκτελεστούν οι Reducers παράλληλα ,και ακριβώς αυτή είναι η ιδέα των Cluster και του Parallel Computing .



### A.2) Σύγκριση Απόδοσης για αυξανόμενο αριθμό δεδομένων εισόδου

- Διάστασεις: 2-d.
- Δεδομένα: όλα τα αρχεία (απο 10 έως 5000000)
- Τεχνική Διαμέρισης: Τυχαία και Γωνιακή
- Διαμερίσεις: 10
- Γράφημα: Άξονας  $x$  – Αριθμός Tuples | Άξονας  $y$  – Ενδιάμεσα skylines  
Γραμμές 2: Τυχαία και Γωνιακή



### Παρατηρήσεις :

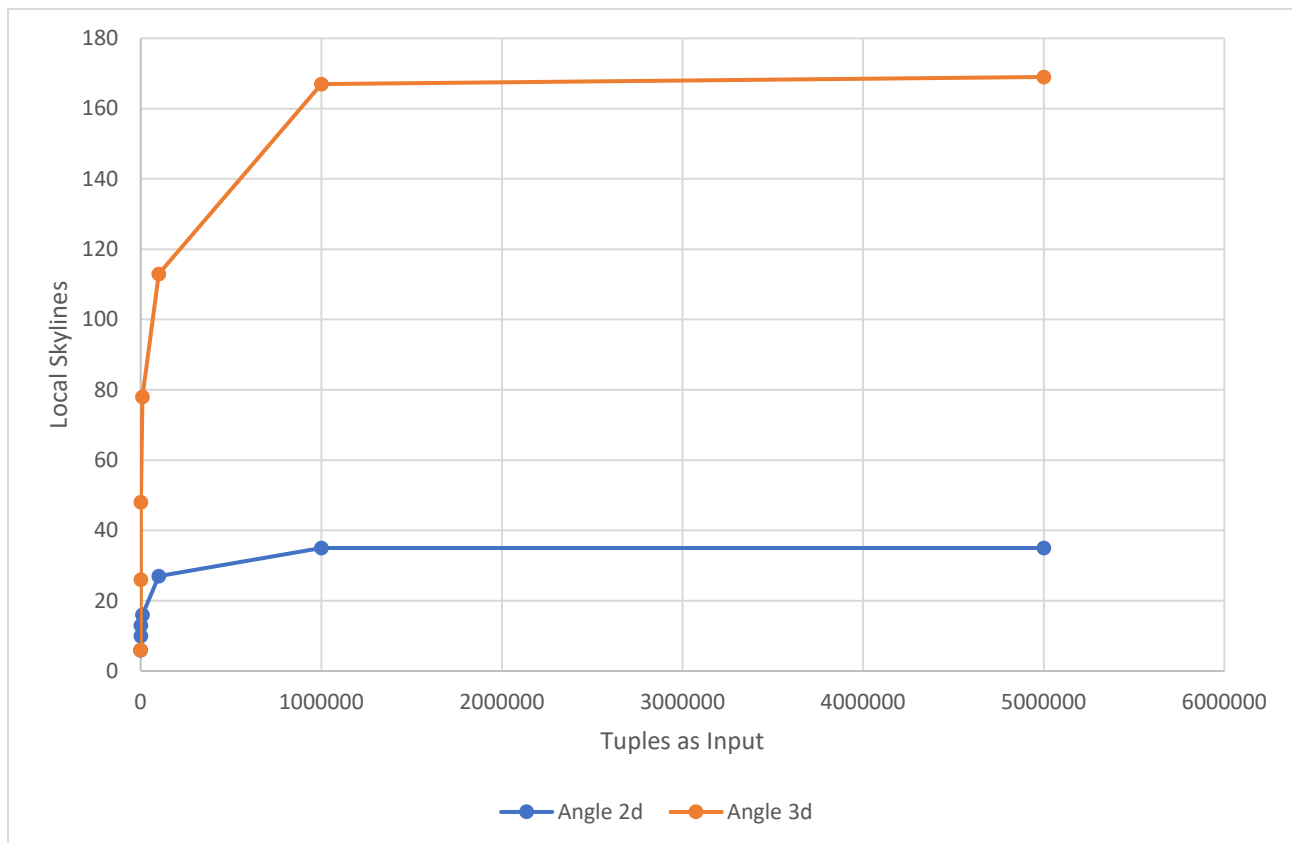
Τώρα πλέον θα εξετάσουμε το Map -Reduce System με 10 partitions σε αυξανόμενο αριθμό Tuples. Αυτό που παρατηρούμε όπως και πριν είναι ότι, η Random- based τεχνική διαμερίσεις φέρει αισθητά μεγαλύτερο αριθμό από Local Skylines για τους λόγους που αναφέρθηκαν στον Α1. Ακόμα βλέπουμε κάτι αναμενόμενο, ότι καθώς αυξάνονται τα tuples τα Local Skylines αυξάνονται λογαριθμικά στην περίπτωση <Random -based> σε αντίθεση με στην περίπτωση του <Angle-based 2d>. Και πάλι όμως τα αποτελέσματα στο Angle 2d based είναι τόσο ενθαρρυντικά λόγω της ομοιόμορφης διασποράς των δεδομένων στον χώρο .

## Β) Σύγκριση Απόδοσης μεταξύ των 2 και των 3 διαστάσεων

B.1)

Διάστασεις: 2-d και 3-d

- Δεδομένα: όλα τα αρχεία (απο 10 έως 5000000)
- Τεχνική Διαμέρισης: Γωνιακή
- Διαμερίσεις: 9
- Γράφημα: Άξονας χ – Αριθμός Tuples | Άξονας ψ – Ενδιάμεσα skylines | Γραμμές 2 : 2-d και 3-d



### Παρατηρήσεις :

Τώρα θα εξετάσουμε το Map -Reduce System με 9 partitions σε αυξανόμενο αριθμό Tuples.

Αυτό που παρατηρούμε όπως και πριν είναι ότι, η Angle 3d-based τεχνική διαμερίσεις φέρει αισθητά μεγαλύτερο αριθμό από Local Skylines σε σύγκριση με την Angle 2d-based. Ο λόγος είναι ότι το selectivity του reducer αυξάνεται, αφού ένα Skyline dominate point πρέπει να κυριαρχεί σε 3 παράμετρους και όχι σε 2. Έτσι η πιθανότητα ένα point να κυριαρχεί πάνω σε 2 άλλα points, είναι μεγαλύτερη από το κυριαρχεί σε 3. Συνεπώς είναι λογική η λογαριθμική συμπεριφορά της 3d διαμέρισης.

B.2)

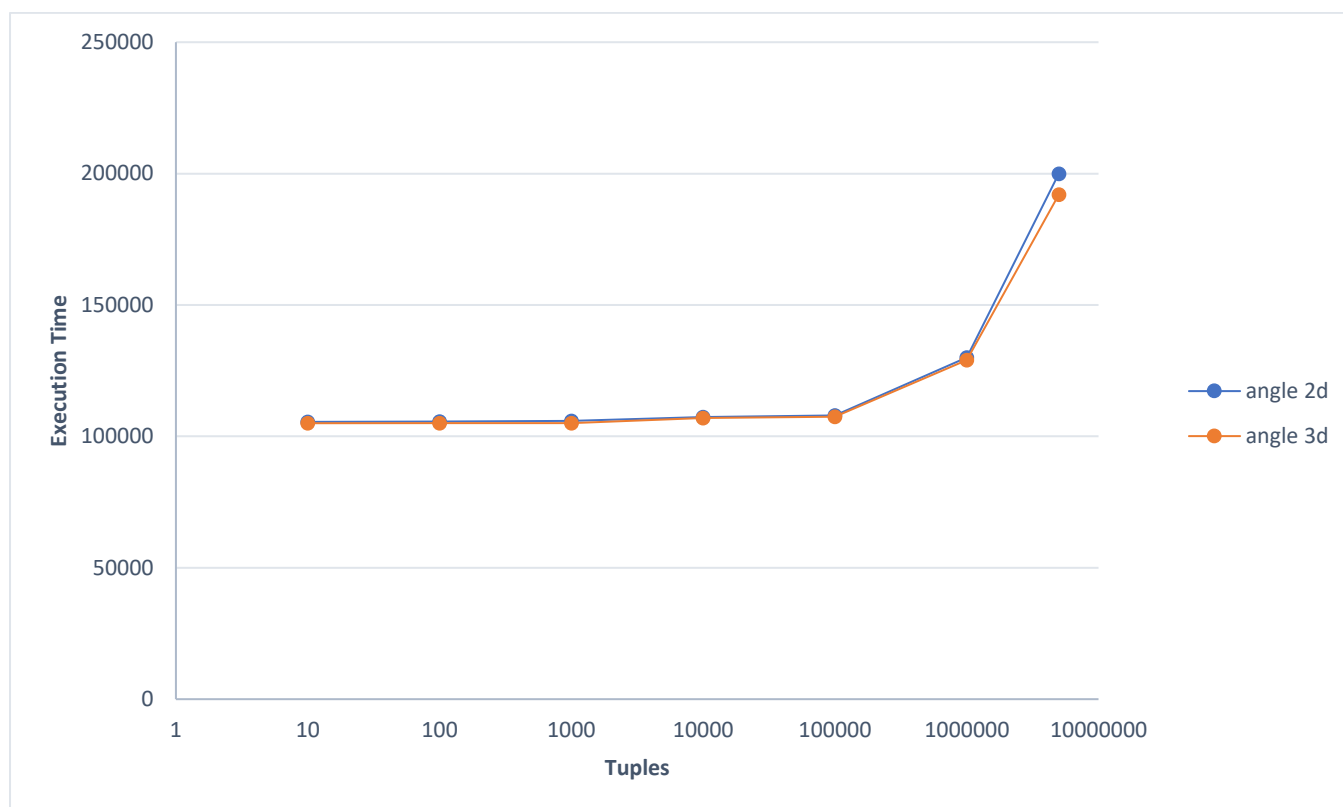
Χρόνος Εκτέλεσης

Διάστασεις: 2-d και 3-d •

Δεδομένα: όλα τα αρχεία (απο 10 έως 5000000) •

Τεχνική Διαμέρισης: Γωνιακή • Διαμερίσεις: 9 •

Γράφημα: Άξονας χ – Αριθμός Tuples | Άξονας ψ – Χρονος Εκτέλεσης | Γραμμές 2 : 2-d και 3-d



### **Παρατηρήσεις :**

Ισως η πιο σημαντική αποτίμηση που πρέπει να κάνουμε είναι το Execution Time του αλγορίθμου μας . Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι ο BNL αλγόριθμος έχει πολυπλοκότητα  $O(n^2)$ . Αρα περιμένουμε να δούμε μια τετραγωνική πολυωνυμική αύξηση του χρόνου εκτέλεσης σε σχέση με τα αυξανόμενα Tuples. Είναι φανερό πώς αυτό συμβαίνει , κάτι που μας φανερώνει την ορθότητα του αλγορίθμου μας. Τέλος ο λόγος που ο angle -2d based διαμέριση επιτυγχάνει ελάχιστα πιο γρήγορο χρόνο εκτέλεσης είναι το μικρότερο selectivity του reducer του σε σύγκριση με το angle 3d-based.

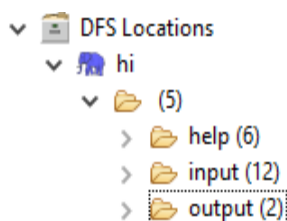
### **Συμπεράσματα**

Random-based τεχνική είναι εργαλείο το οποίο χρησιμοποιείται σε πολλές εφαρμογές των Machine Learning ,Big Data,Deep Learning, Sinopsis of Data Streaming .Ο λόγος είναι ότι η Random ακολουθεί uniform distribution με :

$$\begin{aligned}\text{Μέσος όρος} &= \sum_{i=1}^N \frac{R_i}{N} = \frac{1}{2} \\ \text{Διασπορά} &= \sum_{i=1}^N \frac{(R_i - \text{μέσος όρος})^2}{N} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Μετά από μελέτη του Skyline Project κατανοούμε ότι για την δική μας περίπτωση ,οπου τα data έχουν ομοιόμορφη διασπορά και κατανομή η Random -Based φέρει σχεδόν γραμμικά περισσότερα Local Skylines,για τους λόγους που αναφέρθηκαν στο A1 . Επιπροσθέτως BNL αλγόριθμος που υλοποιήσαμε, είναι ένας πραγματικά αποτελεσματικός τετραγωνικής πολυπλοκότητας αλγόριθμος. Συνεπαγωγικά για διασδιάστατο πρόβλημα θα επέλεγα Angle 2d partition and BNL Reducer partition αφού ελαχιστοποιεί την δουλειά του Global Reducer . Επιπροσθέτως είδαμε πώς για τρισδιάστατο πρόβλημα ,ότι η Angle 3d based επιτυγχάνει μικρούς χρόνους εκτέλεσης και αρκετά μειωμένα Local Skylines. Συμπερασματικά ,στις 3 διαστάσεις θα επέλεγα Angle 3d based.Τέλος αξίζει να αναφερθεί ότι τα χαμηλά execution times για αυτό το πρόβλημα ( 5 Mega Data less than < 2.3 minutes) οφείλεται στο MapReduce Framework το οποίο υλοποιώντας εσωτερικά Sorting & Hashing πετυχαίνει πραγματικά Real-time Results σε σύγκριση με το SQL skyline operator ,στο οποίο δοκιμάστηκε το dataset για τα 5 Mega data και βρέθηκαν τα skyline σημεία σε >3.2 minutes .

### **Δομή HDFS για να γίνει το Testing του κωδικα .**



#### **Run command :**

```
>hadoop jar skyline.jar Skyline input_file_100.csv output.csv 8 angle 2d  
>Hadoop fs -cat /output/output.csv
```

Τα skyline σημεία για τα αντίστοιχα αρχεία εισόδου για 2 και για 3 διαστάσεις:

```
File: input_file_10.csv

2d Skylines : 2
6 , 5.493186750629353 , 35.316270288868346 , 60.9941748525534
7 , 46.13193337869227 , 2.859001782706091 , 39.50380858155019

3d Skylines: 4
4 , 11.401695028188113 , 40.50617626160791 , 10.682943821352406
6 , 5.493186750629353 , 35.316270288868346 , 60.9941748525534
7 , 46.13193337869227 , 2.859001782706091 , 39.50380858155019
9 , 10.767956051928984 , 39.818126088437374 , 22.657132104265536
-----

File: input_file_100.csv

2d Skylines : 4
14 , 2.1334867451946056 , 30.685789876529068 , 88.53889851774092
19 , 2.274040723013895 , 9.61492682707098 , 59.02306897857438
24 , 20.55949805997638 , 2.0261263354183137 , 65.39058956825671
36 , 10.054655701242206 , 6.483857695702772 , 74.98059916603644

3d Skylines: 17
1 , 3.2974643046230074 , 66.32813427602473 , 17.28804560789571
12 , 2.886828148970545 , 10.619378330789388 , 28.467768091149473
14 , 2.1334867451946056 , 30.685789876529068 , 88.53889851774092
19 , 2.274040723013895 , 9.61492682707098 , 59.02306897857438
23 , 31.113279854622846 , 77.32989919090878 , 3.6805403801999015
24 , 20.55949805997638 , 2.0261263354183137 , 65.39058956825671
29 , 59.500992863148205 , 60.233321751188086 , 4.060979519883922
32 , 41.04941833122222 , 2.0910085048509437 , 54.451941458954515
36 , 10.054655701242206 , 6.483857695702772 , 74.98059916603644
61 , 69.92833855901448 , 3.196743745539089 , 6.803371148142907
66 , 99.7355998156057 , 2.771130298521599 , 16.6807276064047
72 , 68.17364655984018 , 34.84945557826125 , 2.2837875203064977
80 , 68.96497992892965 , 4.451869500504606 , 11.188239391294555
81 , 88.99036285216613 , 9.743527035457896 , 5.409563705670457
84 , 21.564121434838533 , 4.13482822805686 , 13.57481037788679
95 , 24.792891599366207 , 50.244102183569765 , 8.229956146522282
96 , 54.10405526063253 , 94.62284965746069 , 1.0864520204372363
-----

File: input_file_1000.csv

2d Skylines : 9
5 , 35.43133830094412 , 1.4684266346274675 , 77.38691228796738
45 , 13.6348524293881 , 1.7181355653734594 , 79.11167827434407
118 , 1.136879537827855 , 12.043768784732682 , 27.5108935321525
397 , 1.0112178931820663 , 22.558713552545733 , 56.65557683213506
441 , 9.331597445443565 , 1.825739457234871 , 93.16702008990497
514 , 63.911016211191345 , 1.3071928333149168 , 27.324612238686353
532 , 2.152069374293113 , 10.443718811819139 , 25.305283417095684
741 , 65.9799066153562 , 1.1920846590654919 , 29.24746348640462
924 , 2.6379257336562816 , 2.0499504041261716 , 18.486761636675073

3d Skylines: 34
5 , 35.43133830094412 , 1.4684266346274675 , 77.38691228796738
45 , 13.6348524293881 , 1.7181355653734594 , 79.11167827434407
118 , 1.136879537827855 , 12.043768784732682 , 27.5108935321525
152 , 1.101813243141341 , 79.83410983298162 , 22.170007043199252
164 , 14.033680987116469 , 18.755533596847602 , 4.23262080736273
182 , 12.53947334804277 , 25.057618782577993 , 2.2996700327665556
243 , 2.697466594861871 , 46.767230374290754 , 1.9059230334794521
246 , 10.680151792736442 , 20.816229482763898 , 3.249312866372016
274 , 3.825683299170681 , 18.772479612805245 , 6.106966384126886
284 , 51.22702166679528 , 2.8605993264485083 , 2.847545142186916
369 , 2.5518464463320187 , 29.008312223168957 , 4.989738155935193
374 , 38.556836413642756 , 33.14693006619606 , 1.346431585614754
387 , 45.599192017348365 , 1.7419540926307089 , 71.59033128131396
397 , 1.0112178931820663 , 22.558713552545733 , 56.65557683213506
411 , 38.32032131202658 , 2.6259697596579032 , 12.152864067985723
441 , 9.331597445443565 , 1.825739457234871 , 93.16702008990497
451 , 4.58866857153106 , 48.31090875598133 , 1.442803583822457
514 , 63.911016211191345 , 1.3071928333149168 , 27.324612238686353
532 , 2.152069374293113 , 10.443718811819139 , 25.305283417095684
541 , 1.532456171400026 , 65.26609501736951 , 7.608610173986341
575 , 37.46812203477985 , 5.018334068125901 , 12.54659271887237
594 , 89.02561843013851 , 17.284549453315122 , 1.4815323706638523
619 , 60.62965839707723 , 2.368285042759776 , 2.3134417906378704
633 , 50.92045469907171 , 16.056885716487606 , 4.8927976318354105
649 , 35.19133438604431 , 39.76082195832288 , 1.143879534469781
654 , 2.507280599507459 , 40.99285201316483 , 15.900203669553315
656 , 36.72038356858591 , 5.038254801776505 , 15.916146113025253
741 , 65.9799066153562 , 1.1920846590654919 , 29.24746348640462
817 , 6.83973650998485 , 7.29544247610762 , 5.547982115402065
878 , 91.60414380773638 , 65.46278944234223 , 1.1383903191879314
924 , 2.6379257336562816 , 2.0499504041261716 , 18.486761636675073
963 , 30.31752714054457 , 5.82770733920547 , 7.3891150966744
975 , 5.674318192991559 , 7.693796025856641 , 11.429978244466986
991 , 1.4147468842114541 , 92.2187870071895 , 17.06139017434579
-----
```

File: input\_file\_10000.csv

2d Skylines : 11  
254 , 1.0038559421062674 , 33.75119253189938 , 81.76234554939144  
618 , 1.0229087422476848 , 33.28413127188801 , 94.0174911894893  
1546 , 1.401652398911064 , 5.864255118582893 , 11.352756708889116  
2441 , 3.537281283183742 , 2.0480224802989557 , 7.449484130122512  
4973 , 4.903751157192863 , 1.7562429472743328 , 12.073887966600461  
5959 , 1.1056386369781244 , 6.1604692913109895 , 31.79205503400698  
6596 , 9.045383908628734 , 1.0515643878298915 , 52.79397974772247  
7224 , 8.238428306769881 , 1.1421146166547493 , 69.57138200811261  
7392 , 2.0332177011755745 , 2.3319255172527025 , 77.04608933903226  
7462 , 14.11882289542308 , 1.001025280016055 , 15.938108849978875  
9681 , 1.0604954453270279 , 11.949897904475044 , 42.757179070895546

3d Skylines: 48  
194 , 5.385973877560448 , 3.6781729575857565 , 1.1872473275664523  
254 , 1.0038559421062674 , 33.75119253189938 , 81.76234554939144  
618 , 1.0229087422476848 , 33.28413127188801 , 94.0174911894893  
721 , 7.82643779205448 , 61.753117278501925 , 1.0315464611458731  
923 , 1.3586644060269808 , 51.316661985974015 , 3.6129405965358794  
995 , 8.39250095173041 , 3.5925923815293928 , 4.302305851058459  
1216 , 1.7080235693135077 , 46.45388866220248 , 2.4743854504503977  
1219 , 9.812239260025057 , 3.5557038930561715 , 1.3193561273784975  
1356 , 23.937693328353863 , 43.15292135967366 , 1.0270312659835072  
1362 , 13.247645399715871 , 1.6683962979641054 , 37.605551447637524  
1412 , 2.191493527161127 , 11.450528271643487 , 10.517407381390907  
1546 , 1.401652398911064 , 5.864255118582893 , 11.352756708889116  
1882 , 1.2023106698247161 , 9.283332248586632 , 28.82642365548691  
2117 , 34.292981006933246 , 1.7806284604569802 , 3.9239965517138664  
2415 , 66.14792769801555 , 1.7559977611536493 , 3.7813053687705156  
2441 , 3.537281283183742 , 2.0480224802989557 , 7.449484130122512  
2488 , 2.128184178105652 , 24.231227451239533 , 1.6914500871327425  
2799 , 42.69548977427544 , 1.2590608398304157 , 5.376729088308274  
2913 , 45.27182769308076 , 22.72934667417027 , 1.1081054075313905  
3109 , 1.0603301437724326 , 90.4272179634866 , 38.06664905288301  
3337 , 37.5077008556923 , 32.320373984277964 , 1.011436105119346  
3347 , 1.6399373842555596 , 54.22389057098162 , 2.7274191058386097  
3400 , 11.769885120480005 , 42.441783668585224 , 1.0543797888732853  
3713 , 43.90804862300451 , 1.1393729954552136 , 5.771716876546999  
4089 , 5.161441476495519 , 5.4563604168809645 , 5.688688837914872  
4244 , 75.91634791799798 , 1.1605499610670686 , 1.0593752712041953  
4507 , 1.009169569689321 , 71.4663146948075 , 50.114138103415904  
4670 , 2.613917607838408 , 8.197622349623854 , 5.05091493191521  
4672 , 1.0383858398262533 , 53.70421668951539 , 67.65967518035295  
4844 , 1.1577124977103006 , 12.775670562844278 , 20.696788588049905  
4874 , 32.855332933496186 , 90.05157926418319 , 1.0150884842463443  
4973 , 4.903751157192863 , 1.7562429472743328 , 12.073887966600461  
5698 , 78.07134324765941 , 1.0186409130017395 , 8.29428559399366 5754  
 , 25.206143345660376 , 2.694875896273441 , 2.748257966923814  
5959 , 1.1056386369781244 , 6.1604692913109895 , 31.79205503400698  
6199 , 2.533233159508764 , 11.477443100393762 , 8.228734802903539  
6261 , 4.1594326999009565 , 26.30405438409964 , 1.0657827094599397  
6519 , 35.69268398424157 , 1.2389324913215096 , 7.607389266736721  
6596 , 9.045383908628734 , 1.0515643878298915 , 52.79397974772247  
6819 , 2.772111907806928 , 5.380693939579107 , 14.704634508028422  
7224 , 8.238428306769881 , 1.1421146166547493 , 69.57138200811261  
7392 , 2.0332177011755745 , 2.3319255172527025 , 77.04608933903226  
7462 , 14.11882289542308 , 1.001025280016055 , 15.938108849978875  
7584 , 2.2293293427769 , 3.0304538522188325 , 26.19733698560173  
7968 , 24.20232921943066 , 9.285264708278742 , 1.1561895943181488  
8386 , 2.2170019428316308 , 5.295360409494553 , 54.38267342649664  
9681 , 1.0604954453270279 , 11.949897904475044 , 42.757179070895546  
9690 , 1.0895185731978885 , 16.864834066833055 , 4.21580238257744 -----  
-----

File: input\_file\_100000.csv

2d Skylines : 17  
5150 , 2.78507225272956 , 1.031849342790665 , 24.732057411770274  
9840 , 1.0020932092288355 , 56.80895655841477 , 98.29975025089193  
23849 , 15.715030003412778 , 1.0087465375111597 , 19.940378385381766  
33839 , 1.1797582505717263 , 1.4756461059286192 , 36.72679980104533  
33861 , 1.0186738883840871 , 6.143114742919448 , 21.475877106640734  
37362 , 1.2564965540973216 , 1.2305118444476308 , 87.89172553879003  
37834 , 1.1065191646971175 , 1.5742210641807464 , 61.62142474786893  
45665 , 2.3433657640069234 , 1.1248449913249328 , 40.63043373928106  
62324 , 20.29034702607345 , 1.0006216712489944 , 53.538902750613964  
62695 , 1.0003030061065266 , 90.33785477300758 , 11.397999823292349  
69107 , 9.144369049192225 , 1.0315415390379288 , 7.761161471325481  
73619 , 9.941831430700518 , 1.010029656371401 , 81.22629583093297  
84206 , 1.0030247631445115 , 9.591246611553983 , 42.81988544821286  
84236 , 2.681147001924676 , 1.1100310220489489 , 25.860777177636667  
85609 , 1.0434621833027276 , 5.883006000778959 , 7.4903845983830815  
94995 , 1.9880038198994445 , 1.1249453973461403 , 60.581246370606  
99216 , 1.3784192709383332 , 1.2089158653193928 , 9.977343085852421

3d Skylines: 80  
498 , 25.030261850964763 , 18.126327633739557 , 1.0218305511502015  
1334 , 25.76553347743829 , 13.678772291808256 , 1.0161913945753622  
4107 , 6.743604029596229 , 1.5189230158294014 , 7.881867377644959  
4942 , 16.33401497948838 , 1.1563168529721457 , 5.449074463983596  
5150 , 2.78507225272956 , 1.031849342790665 , 24.732057411770274  
7491 , 1.1884957474429594 , 2.249800921108279 , 14.480041550074654  
8170 , 32.30459259085238 , 62.26737353429015 , 1.0125617823377686  
9840 , 1.0020932092288355 , 56.80895655841477 , 98.29975025089193 11299  
 , 1.0362257639582593 , 65.68681535363496 , 6.579734757597026  
12050 , 1.1331277797128259 , 2.3545625827242236 , 38.48500080586939  
13359 , 5.470006532810535 , 9.157163011373582 , 1.3491369448221033  
15341 , 45.29817480437121 , 1.1598322160146606 , 2.245896523286091  
17033 , 45.38621484976851 , 48.588426923570324 , 1.0081753331587022  
17711 , 1.0069611309956767 , 73.23809712259754 , 16.06685857759474  
17862 , 35.08134846852361 , 75.34549293695547 , 1.0060991106752053  
18365 , 47.070010100080935 , 75.14727638758333 , 1.0001721624832087  
19228 , 1.027024322659864 , 10.59136545366008 , 15.274995029795136  
23760 , 1.0150484692919723 , 62.151107032851996 , 16.961757400840014  
23849 , 15.715030003412778 , 1.0087465375111597 , 19.940378385381766  
26730 , 90.15189252263426 , 34.68012656554024 , 1.0132346719967122  
26951 , 73.07083410620896 , 8.860658891732772 , 1.0234497269622913

30837 , 14.884975108582305 , 89.14295531820794 , 1.005017367733758  
31834 , 31.54630452948334 , 1.0055061076667224 , 49.077915856530694  
33233 , 3.061424918119549 , 5.113571099883159 , 1.8463520541007326  
33839 , 1.1797582505717263 , 1.4756461059286192 , 36.72679980104533  
33861 , 1.0186738883840871 , 6.143114742919448 , 21.475877106640734  
33968 , 1.023358455473987 , 90.85845611494337 , 2.9339901085483495  
34749 , 1.9617020650857406 , 7.304676576700798 , 2.2807155210617798  
37362 , 1.2564965540973216 , 1.2305118444476308 , 87.89172553879003  
37834 , 1.1065191646971175 , 1.5742210641807464 , 61.62142474786893  
41673 , 1.06211427971695 , 35.93204784631228 , 1.2428475449555574  
42819 , 1.8056670534771238 , 6.964842200731827 , 2.861423005066172  
44462 , 1.0137834526722465 , 48.426741160760876 , 21.537477744729255  
45048 , 35.66377687580037 , 1.928926798642947 , 1.2007195473338745  
45665 , 2.3433657640069234 , 1.1248449913249328 , 40.63043373928106  
46816 , 85.68669581339434 , 9.514602629291455 , 1.016446048450741  
48154 , 93.97123272648139 , 5.4817486884549895 , 1.0151669447407738  
50527 , 54.0204381171845 , 1.1208283627177495 , 3.1610845285933094  
50956 , 1.1804438806961506 , 22.823877994534335 , 6.865639045797152  
51569 , 20.608499179428673 , 1.2382167155886359 , 2.0994393686664212  
51602 , 1.2642260008083326 , 23.27590368446575 , 1.034615646623024  
54103 , 16.44412750655465 , 1.3483916698734117 , 1.2944508525398213  
54897 , 10.562694071461129 , 1.4707314046288535 , 4.556219192209163  
56037 , 6.283344513344832 , 1.6409741670292153 , 2.191778738662827  
58314 , 3.6792114519688193 , 2.3138674139846436 , 1.849007240823756  
60747 , 1.6491465666563019 , 4.02612151464778 , 4.441068085671054 61324  
 , 1.6589433819711585 , 13.518641814298139 , 3.22983837654912  
61467 , 1.0543260040471336 , 51.121802485798554 , 2.0115892844858303  
62324 , 20.29034702607345 , 1.0006216712489944 , 53.538902750613964  
62695 , 1.0003030061065266 , 90.33785477300758 , 11.39799823292349  
64062 , 5.545384074203808 , 21.43069180520915 , 1.0799520258757593  
65271 , 5.105960865715513 , 1.8431186427396538 , 4.642310974021102  
69107 , 9.144369049192225 , 1.0315415390379288 , 7.761161471325481  
69584 , 1.0286403988427097 , 79.05961760106321 , 10.06638820047654  
69786 , 7.580637736395537 , 1.3686572565595563 , 4.822058594343595  
71644 , 2.15926610474135 , 3.606559820192385 , 2.5340967884563663  
72031 , 3.6593531360774376 , 9.823224304660775 , 1.2298494169924528  
72160 , 1.9495020355312749 , 9.025440882187063 , 1.5519360228473884  
73619 , 9.941831430700518 , 1.010029656371401 , 81.22629583093297  
74176 , 75.92729046795634 , 1.0300229718371563 , 4.1599579844435866  
80379 , 5.647121454522994 , 5.850798993181757 , 1.090094753840483  
82276 , 1.5674617406814695 , 11.987377609800825 , 6.426491856147826  
84206 , 1.0030247631445115 , 9.591246611553983 , 42.81988544821286  
84236 , 2.681147001924676 , 1.1100310220489489 , 25.860777177636667  
85511 , 41.297130139291404 , 1.0011635270329542 , 39.0424098086458  
85609 , 1.0434621833027276 , 5.883006000778959 , 7.4903845983830815  
86989 , 7.606345168112927 , 2.4470546367456247 , 1.0234769117617168  
87228 , 1.0115178746346758 , 80.80696821494912 , 7.896764457881009  
87773 , 31.281784190760142 , 83.85629933719997 , 1.0058978897963349  
90275 , 1.6236241459585752 , 17.73320500731471 , 4.79533215844313  
91079 , 60.18083069563997 , 34.849858509347484 , 1.004188534373925  
92493 , 1.0105168342112067 , 15.428923230763305 , 25.43569626156515  
94995 , 1.9880038198994445 , 1.1249453973461403 , 60.581246370606  
95039 , 5.928193964528672 , 1.734459191141931 , 9.138718934505892  
95704 , 85.6246335695121 , 1.334704484426021 , 1.933288047229417  
95866 , 1.3476635391684186 , 21.47890841549235 , 6.661360258977929  
97124 , 43.94103805164873 , 53.480147119704064 , 1.0065791571449014  
97772 , 10.611990708187903 , 1.0170300769376448 , 73.73868662524052  
98008 , 73.57183454091566 , 2.328546388448228 , 1.1708696550675997  
99216 , 1.3784192709383332 , 1.2089158653193928 , 9.977343085852421 ---  
-----

File: input\_file\_100000.csv

2d Skylines : 18  
31866 , 18.40914973444321 , 1.0003927228615608 , 94.55717268695462  
91253 , 1.035852057290447 , 1.1802643455489976 , 97.46052712227024  
92569 , 1.5608024530022602 , 1.010877526705686 , 24.165329579444652  
153243 , 1.8380241379089468 , 1.0091621009069225 , 45.653880088367735  
156354 , 1.0732138015090915 , 1.0429843493662458 , 4.946738908858126  
234144 , 15.290031075830516 , 1.001415072802966 , 61.70616350625449  
305441 , 1.0031813936657177 , 5.135832670369886 , 20.727655729012262  
335027 , 8.00043789322627 , 1.005123064753051 , 26.285312962914954  
452197 , 1.0001602225584896 , 31.529717402206323 , 35.86615411273702  
623803 , 4.9122657300705725 , 1.007237900873205 , 11.864886127264429  
649513 , 9.994047142999158 , 1.0017913487924406 , 59.00694151375764  
674210 , 4.518181729659633 , 1.0072784224726599 , 86.42908672740806  
760628 , 27.27802252764293 , 1.0002128507987673 , 91.578982660604854  
789143 , 18.23822266567322 , 1.0007738640021113 , 54.104456810740174  
835155 , 1.0052892188123992 , 1.6083195681652054 , 15.29927438519428  
865481 , 1.0144006534761365 , 1.3302163193198093 , 42.538460131589616  
969315 , 1.0003028210437335 , 6.465518872445142 , 66.51868496470506  
971884 , 70.49269691686759 , 1.0000883749747471 , 71.4078568117099

3d Skylines: 117  
13724 , 1.0100266778149396 , 3.447634795913641 , 14.990405124080272  
14247 , 10.227187739786183 , 1.496350985679979 , 1.0165136902522591  
24175 , 22.848433286027426 , 9.601670604141823 , 1.0078644520060553  
31540 , 2.183782934008324 , 6.050717030068269 , 1.4429060443089652  
31866 , 18.40914973444321 , 1.0003927228615608 , 94.55717268695462  
38602 , 1.1412948538618908 , 1.6714160278760983 , 2.3214810421559786  
50467 , 13.692815469452958 , 1.0036479549663984 , 55.426501639314395  
55934 , 23.08683942877082 , 9.54201778241127 , 1.0004042053106403  
62946 , 1.0157642339203408 , 25.201868214119894 , 4.857612045754013  
91253 , 1.035852057290447 , 1.1802643455489976 , 97.46052712227024  
92569 , 1.5608024530022602 , 1.010877526705686 , 24.165329579444652  
106530 , 1.0414299867664525 , 1.4450221989754986 , 7.59244040262309  
109203 , 4.827582271372946 , 1.0141593152268298 , 14.847725552169099  
110544 , 23.64647640138086 , 1.0021266021236146 , 2.5585636670599343  
130081 , 22.755132420278304 , 1.036276299974282 , 2.072711709418276  
132710 , 4.447191688046368 , 65.84029441385792 , 1.0006798620896022  
153243 , 1.8380241379089468 , 1.0091621009069225 , 45.653880088367735  
156354 , 1.0732138015090915 , 1.0429843493662458 , 4.946738908858126  
159030 , 3.000127310538809 , 2.9261483230636918 , 1.2228721068650086  
166476 , 48.35170596669344 , 1.1996920625403638 , 1.0834833072075303  
166664 , 9.777573482033837 , 1.0427130639477475 , 7.65280471019525  
170470 , 2.3649886692001343 , 1.1621523962333957 , 2.3099253006597595  
172313 , 1.021544124068451 , 16.645521321465516 , 5.474954364445555  
180342 , 20.31376839005126 , 1.0006207331988346 , 7.312239923195542  
190566 , 2.7708773576880454 , 1.2583673190682274 , 1.36827328599077

205819 , 2.9376226114908333 , 87.38575916992716 , 1.000764545395206  
208474 , 1.0013490376395326 , 55.057361015349876 , 20.78448415724072  
214053 , 2.2502730410524663 , 1.1463729462237506 , 4.821452427249847  
218165 , 1.3504824433038451 , 13.298082489170255 , 1.8004663883710212  
234164 , 15.290031075830516 , 1.001415072802966 , 61.70616350625449  
239546 , 1.0112168679792448 , 6.671984865201624 , 8.184387664228684  
249660 , 94.25801208472713 , 1.1519588228976827 , 1.05129548650313  
252448 , 3.392120986014456 , 25.80108427780616 , 1.0280318335955572  
262239 , 2.2106603595345526 , 35.83835707643492 , 1.0145718317777122  
272387 , 1.002620812678206 , 21.42010511999613 , 24.45212312506347  
281787 , 1.0166090236005256 , 33.26591431975927 , 2.4242430498295766  
286660 , 6.8967253813506995 , 1.573981980346608 , 1.2538484718555494  
287971 , 5.5164688991639625 , 8.467004412872505 , 1.1303621589404051  
293255 , 12.170618763682537 , 1.1874675749288643 , 1.1310098229810244  
293843 , 1.0250171016866128 , 41.17077100139693 , 1.3779676439890487  
305441 , 1.0031813936657177 , 5.135832670369886 , 20.727655729012262  
311515 , 10.849120019193691 , 1.0298537421377654 , 2.1574098689704404  
318055 , 1.0225257452357708 , 16.153842448847794 , 2.6936820209285752  
334196 , 7.215575738582744 , 1.2549085271563263 , 1.051199920647697  
335027 , 8.00043789322627 , 1.005123064753051 , 26.285312962914954  
346797 , 1.742327464157598 , 20.92427481550175 , 1.0635355069152395  
347258 , 1.0028852791660132 , 40.07946425236126 , 10.594092330560976  
360015 , 30.314329370725407 , 1.0545521491054932 , 1.2597145857637455  
397733 , 81.21760192612253 , 1.0309865840522114 , 1.4653402136164586  
399246 , 3.8858165703692085 , 9.585711280108729 , 1.0413352550370985  
418488 , 23.98336625835869 , 6.621391343262631 , 1.0011650361404234  
424030 , 4.712456700581139 , 37.28456540622691 , 1.013639820204646  
426070 , 42.66644882439793 , 3.657712564962891 , 1.006084171466695  
435454 , 3.2432422318849565 , 1.0233244233269156 , 8.836256186607542  
442657 , 73.26329177100105 , 4.507621019138125 , 1.0053515775789286  
447034 , 10.401003992907384 , 49.645023319065245 , 1.0063828506219532  
452197 , 1.0001602225584896 , 31.529717402206323 , 35.86615411273702  
467430 , 1.1662738589516115 , 29.216665707791172 , 1.017780123790939  
473515 , 3.8309499937736664 , 3.0917293086305806 , 1.1525302037958354  
475569 , 3.6778258641643573 , 46.879378416191535 , 1.009212995343082  
477119 , 1.0026276752454983 , 60.99221412660713 , 17.106087334920318  
478185 , 1.3704972137689233 , 1.1706717296918399 , 2.7699349955745554  
508564 , 12.821087062109932 , 1.0056180531776966 , 4.215910135378868  
511979 , 7.964180934975266 , 1.0848174231201786 , 1.6335838094727753  
529080 , 1.0656328303701745 , 1.2146715581786807 , 24.276904347400738  
532242 , 1.0131366206036274 , 35.80919415447979 , 2.235559019331588  
535747 , 2.0141138536780026 , 14.167342338130647 , 1.4334432635273582  
555110 , 1.1090383815378306 , 28.660643708306115 , 1.1711837110470271  
562750 , 7.382604232887868 , 3.457245273475807 , 1.0136047015247138  
576543 , 1.7681442470846154 , 3.6566202225930517 , 2.030551829684969  
585097 , 1.1746166993657359 , 22.183275010427245 , 1.2921077347517742  
589179 , 58.893229077892315 , 1.0527264876757294 , 1.2740504104929424  
603068 , 1.115761447997285 , 26.25494246583738 , 1.1784128416649882  
609700 , 1.0229430949640084 , 2.834829756735782 , 7.911498219550587  
622849 , 21.693509595988576 , 38.241850663704476 , 1.000005748290062  
623803 , 4.9122657300705725 , 1.007237900873205 , 11.864886127264429  
623928 , 2.503970918720051 , 1.0092822538199764 , 19.097522300511432  
632937 , 1.0102814831392168 , 7.304043058323138 , 13.899416175766666  
633215 , 1.6142821339405486 , 14.868559125329908 , 1.1595034268700615  
649513 , 9.994047142999158 , 1.0017913487924406 , 59.00694151375764  
656763 , 3.3297098724455867 , 7.071255051706812 , 1.1345053773527178  
664395 , 1.1318888794710211 , 12.713446369560405 , 1.848251198554784  
674210 , 4.518181729659633 , 1.0072784224726599 , 86.42908672740806  
679441 , 2.093982393233173 , 6.519114264513835 , 1.5116219096089774  
680561 , 1.8452994811655747 , 1.037329604676389 , 10.749583920714969  
685735 , 28.200078500281492 , 1.0031514995670132 , 1.6452387221802853  
693810 , 1.0547512346418086 , 15.714340506226042 , 1.7531004523132745  
739867 , 1.0005850352206052 , 93.9741293727965 , 23.401758893503512  
739871 , 1.0028545158112188 , 64.55695723924063 , 7.182675659301237  
741478 , 60.48329483567517 , 2.1049545273012225 , 1.0101722571173166  
760628 , 27.27802252764293 , 1.0002128507987673 , 91.57898260604854  
764883 , 1.000170995449257 , 65.91821416681314 , 24.562456558560246  
788441 , 1.0511170795499343 , 64.45086140627296 , 1.1551900867169111  
789143 , 18.23822266567322 , 1.0007738640021113 , 54.104456810740174  
816051 , 2.6201065897970732 , 49.255061707653084 , 1.011144030832299  
816567 , 6.67843311381963 , 14.501647616933038 , 1.0263161245426375  
817770 , 3.575410616348067 , 15.173582333304823 , 1.0705759998163904  
832271 , 15.421483112566188 , 1.0021753979456158 , 17.792161396058134  
833619 , 4.926761379184561 , 50.95556858200558 , 1.0034409323348679  
835155 , 1.0052892188123992 , 1.6083195681652054 , 15.29927438519428  
836675 , 1.0013561610216937 , 91.10035833444913 , 5.332895921047518  
856408 , 1.0069658172663494 , 94.65448453605033 , 4.994783009995163  
865481 , 1.0144006534761365 , 1.3302163193198093 , 42.538460131589616  
865688 , 1.0409809287098546 , 16.82484088768225 , 1.4066116194241888  
886034 , 1.0334086540430492 , 2.770997486719216 , 2.4926135907652442  
898776 , 3.5477151502552453 , 56.889555616143234 , 1.002984551656636  
918623 , 1.5846231576437644 , 4.265428812473886 , 1.5305391538648134  
922784 , 17.020480337076624 , 1.1684755135563751 , 1.431564135588486  
924504 , 51.279342393950536 , 1.0002954976425151 , 44.600644014380265  
927468 , 42.163542333475036 , 1.0003429859874924 , 40.114129460346945  
927989 , 7.233579682155326 , 1.0600358817523148 , 3.8939256536989646  
954834 , 6.622764520842193 , 1.1662141891061117 , 1.6882585729784856  
961876 , 7.136172861445748 , 13.273721075046685 , 1.0166089752833734  
963577 , 19.49414799188079 , 47.384512507765365 , 1.0045011792018808  
969315 , 1.0003028210437335 , 6.465518872445142 , 66.51868496470506  
971884 , 70.49269691686759 , 1.0000883749747471 , 71.4078568117099  
998525 , 26.237389031858644 , 1.0717140538557832 , 1.8768909503294635  
-----

File: input\_file\_5000000.csv

2d Skylines : 25  
230919 , 1.306525617517356 , 1.0158235576247625 , 76.84315877192984  
271184 , 1.0005368100474143 , 10.436304424068199 , 57.221744920426715  
801975 , 1.0004903847794335 , 10.912866626762632 , 82.58878623446846  
929307 , 4.138674696690959 , 1.0008158644233662 , 48.095712157046485  
1016806 , 82.87988542737513 , 1.0000419321006868 , 27.183814322868297  
1461185 , 1.0006937013695962 , 5.330977042014839 , 24.863127486134324  
1621981 , 1.0017732664886132 , 1.9468354024506498 , 79.50805362780642  
1718424 , 1.0002366878374285 , 14.593026141939367 , 34.80857837293436  
2024826 , 1.0175305237573196 , 1.0237981317607798 , 64.18286616429072  
2241771 , 13.22396436356635 , 1.0002602937891847 , 35.9200788326291  
2651858 , 1.0159582862410859 , 1.159212396176721 , 29.639520637264397  
3178765 , 1.4865286330738077 , 1.002436226511858 , 76.76812378035156



3508332 , 1.0003300155366461 , 14.190932069863896 , 26.17891384377798  
3576603 , 6.889061617469707 , 1.0004907989446248 , 45.69789766857307  
3880505 , 1.0010250402241907 , 4.153242328477627 , 2.2865825741461516  
4303429 , 18.783029701536705 , 1.0000745383082756 , 82.95863338374885  
4350832 , 1.000063460287452 , 61.62316909768569 , 56.44332030431447  
4432384 , 1.0001808636787697 , 19.83006435182235 , 57.0187096701747  
4548790 , 61.59597115490624 , 1.0000453233006175 , 93.05545217367445  
4594544 , 1.4029227341230397 , 1.0065911713900362 , 86.90754301429762  
4686540 , 1.0000012079701448 , 87.7051672965257 , 35.119516174285465  
4772672 , 1.242209404718309 , 1.021657400386002 , 36.53216375705135  
4836996 , 1.0001134480892369 , 38.395566485570775 , 10.868218305627689  
4841594 , 1.0059148487762881 , 1.4533714833602012 , 26.72960636049404  
4973395 , 46.06634786382463 , 1.0000648128298901 , 21.31415429398641

3d Skylines: 143

53386 , 4.072306902807283 , 1.006128968962301 , 13.5049323530783  
56047 , 1.191868214203761 , 1.2495084355821797 , 4.502800969904262  
56184 , 1.0334779542819725 , 1.6580592825692357 , 4.784451220877727  
74987 , 1.0042413022171839 , 3.551917122526429 , 17.90838832900777  
133380 , 1.1083142927841503 , 10.678813736107651 , 1.0970259365838066  
230919 , 1.306525617517356 , 1.0158235576247625 , 76.84315877192984  
271184 , 1.0005368100474143 , 10.436304424068199 , 57.221744920426715  
333920 , 1.0301293016829405 , 1.0391719066848477 , 31.780550187904662  
352902 , 12.91919817752761 , 1.0037159826733162 , 2.6492159022906363  
407683 , 48.63126327387259 , 1.0927237261173675 , 1.003626674751935  
474373 , 15.139841724186304 , 1.0003145468990153 , 32.509560723750454  
542401 , 34.14455845746546 , 3.873874515596628 , 1.0032863327702417  
544566 , 1.0063356913573358 , 2.154765062770669 , 4.577786618756546  
581056 , 15.515591235384761 , 1.0022417638637546 , 5.415433654170584  
680389 , 1.018430175505506 , 12.582239574006653 , 2.006596258088699  
722307 , 5.165254093585833 , 1.002514338517092 , 17.989584610083018  
763769 , 1.2770536541349191 , 1.027338707940531 , 25.857226825706743  
797758 , 49.08477851004608 , 5.524901216286557 , 1.0021605402465297  
801975 , 1.0004903847794335 , 10.912866626762632 , 82.58878623446846  
834778 , 1.0005416919148868 , 12.858980174047646 , 51.146142211495274  
842420 , 1.0531822814929543 , 3.521435358974622 , 3.1536391761507594  
863272 , 1.0666624139994485 , 12.014636518977628 , 1.2436608226489465  
907287 , 95.29765716720388 , 1.0002900797473726 , 7.312945760544946  
929307 , 4.138674696690959 , 1.0008158644233662 , 48.095712157046485  
933692 , 2.6454781674429704 , 1.0618619459015863 , 1.3965874721653686  
990443 , 1.804884531828233 , 43.38952733902578 , 1.0000204360901441  
1016806 , 82.87988542737513 , 1.0000419321006868 , 27.183814322868297  
1038357 , 1.04255511790103 , 15.555466841373292 , 1.5142179800746156  
1048337 , 9.906388232019044 , 1.82743312656125 , 1.0095931138091623  
1063516 , 1.6699540724043183 , 1.0724177032286617 , 5.245214883542197  
1126398 , 33.73857528372341 , 1.013820916020805 , 1.0224910168094592  
1128676 , 3.7583382480722722 , 10.85774018246926 , 1.0076316226611923  
1157363 , 1.0047328045193429 , 81.71626331494768 , 1.6411902997841104  
1171085 , 7.3222763648935105 , 1.0087534289854498 , 1.3150674696068347  
1220295 , 19.001561467441583 , 1.0637678119818905 , 1.0323801810016309  
1299535 , 6.7567057987134085 , 1.0436239553948985 , 1.4448272906061383  
1371708 , 8.037237653823787 , 5.205394073236387 , 1.0076420231980272  
1394178 , 1.2373084622038544 , 2.2975602000951207 , 1.4879392031688141  
1461185 , 1.0006937013695962 , 5.330977042014839 , 24.863127486134324  
1494166 , 1.3712077901239366 , 12.003171467018424 , 1.0042348646137356  
1513216 , 6.6654042327687835 , 1.0008702709248682 , 23.92338238026862  
1572871 , 1.0401862068360725 , 5.988779846062772 , 1.6866021529291726  
1605309 , 2.7101039294024547 , 1.47440950742697 , 1.0401791369866555  
1621981 , 1.0017732664886132 , 1.9468354024506498 , 79.50805362780642  
1640549 , 33.540209681300745 , 1.0002463911451627 , 9.780140259022078  
1641406 , 1.518427359891925 , 1.10734262737286 , 1.1189572640533967  
1718424 , 1.0002366878374285 , 14.593026141939367 , 34.808578377293436  
1766255 , 8.709293541890714 , 1.006031991224151 , 2.3569220396175523  
1772859 , 8.441277046544261 , 1.0125108306487258 , 1.0578985443868647  
1780824 , 1.0721154241556983 , 4.959739389257454 , 1.8386830193438306  
1819059 , 1.131673319050405 , 3.262535210923276 , 1.250588844826626  
1846984 , 4.9861001204010159 , 8.160187284993128 , 1.0114289431156078  
1851465 , 32.30159337361798 , 1.0034273754091578 , 1.0732517078225317  
1853337 , 2.025052168410056 , 1.0034037945228182 , 48.750323082249906  
1869532 , 1.009672692120508 , 30.679429438584993 , 1.8152648025075018  
1956513 , 4.489116391173888 , 1.0042725038564413 , 11.584443757090503  
2024826 , 1.0175305237573196 , 1.0237981317607798 , 64.18286616429072  
2078340 , 1.081702814587394 , 1.676404184694027 , 3.7932249417008213  
2142471 , 1.3983180873119707 , 1.5189467314413299 , 1.6217995569280337  
2152611 , 1.6494692319506612 , 5.097616431862887 , 1.0862652976081466  
2179892 , 1.012004195227847 , 1.5174110130681986 , 13.910330742198147  
2226540 , 93.99485416320913 , 3.6652060406253524 , 1.000078083636212  
2236011 , 67.52608303047086 , 1.042327756534562 , 1.0023592564804455  
2241771 , 13.22396436356635 , 1.0002602937891847 , 35.9200788326291  
2248336 , 1.212263040844491 , 17.03847935942404 , 1.0514372818073923  
2317322 , 17.774621223587914 , 1.000368052375396 , 27.606864735421624  
2341543 , 1.0186235948091396 , 14.448972269692453 , 1.7273523157438984  
2360142 , 19.023770066076636 , 1.0001907425894392 , 13.254447025582042  
2451843 , 16.896649349222677 , 1.5204421515647595 , 1.0305813910694601  
2457869 , 4.491754809115646 , 1.0025538711556508 , 14.957879552784066  
2565844 , 96.5087029717475 , 1.0017010138735603 , 2.1366048933606057  
2585265 , 1.7482359893597468 , 87.73430630150239 , 1.0036669784440977  
2650304 , 1.002690140683086 , 3.8919631836166744 , 12.40524530650667  
2651858 , 1.0159582862410859 , 1.159212396176721 , 29.639520637264397  
2873596 , 1.1755473918602397 , 1.8944461884240096 , 1.6513915795826644  
2877069 , 32.92967755142949 , 1.0014115068674272 , 6.568926537976226  
2992020 , 24.199806869370295 , 1.0056583988880932 , 1.440609902540908  
3068356 , 1.0207600703988957 , 27.676565982998714 , 1.1953413145944412  
3079088 , 9.381426042505467 , 6.374782154007404 , 1.000933024945754  
3121444 , 15.75063041657307 , 1.0012020975599505 , 10.106825768930884  
3173932 , 56.3780713616904 , 17.808289588390426 , 1.0005604230235199  
3178765 , 1.4865286330738077 , 1.002436226511858 , 76.76812378035156  
3204664 , 13.520847273107055 , 9.715851316033788 , 1.0007439642985174  
3218217 , 1.024587353717365 , 1.1699479899800038 , 6.4595088600652195  
3280101 , 74.7036768851908 , 37.42543155418103 , 1.0000617202153994  
3360411 , 1.23913003690862 , 1.04465016156013 , 20.160176566664333  
3379687 , 1.4516694539158546 , 3.5204105571444004 , 1.1174874134014279  
3426559 , 18.20085520960174 , 1.480978686236131 , 1.0334975125355972  
3508332 , 1.0003300155366461 , 14.190932069863896 , 26.17891384377798  
3522294 , 1.8458561445747987 , 1.0075238636044586 , 5.378097939865204  
3537466 , 9.573186312102077 , 28.478899842174094 , 1.0005486968896329  
3555542 , 1.6872474180354837 , 1.0273191694011983 , 6.237098526655916  
3559960 , 1.07989150717217 , 5.543091709662897 , 1.7736501016986579

3576603 , 6.889061617469707 , 1.0004907989446248 , 45.69789766857307  
3626529 , 2.3421259752498496 , 1.010840870246235 , 1.9998535942906535  
3630715 , 1.0008977923207605 , 19.53242885871922 , 9.59654388551538  
3654997 , 8.531864560603857 , 34.515954724402384 , 1.0006018268293566  
3690085 , 5.429816112998701 , 20.753561318270247 , 1.0009434817482088  
3763253 , 1.3114552008590294 , 7.217451875217508 , 1.0346849431090654  
3786183 , 10.918878321934795 , 1.2672386405406142 , 1.0504853901923923  
3880505 , 1.0010250402241907 , 4.153242328477627 , 2.2865825741461516  
3942154 , 63.80618885190454 , 20.513905675807216 , 1.000128188421061  
3992146 , 11.707945548927619 , 12.106456901457346 , 1.0005945707232708  
4011150 , 65.35026332088977 , 6.640078682306099 , 1.000152314093393  
4036506 , 1.2611290010520988 , 1.1553202035933166 , 2.147837220321969  
4181140 , 1.1303082932390986 , 9.103049457135691 , 1.4044949318882838  
4187813 , 1.0052268817101009 , 2.5860071244326703 , 74.39133995527014  
4197326 , 4.305856608050895 , 1.6674048622223494 , 1.0163509631557484  
4260929 , 1.124333432055212 , 21.529471446224704 , 1.0184863827299089  
4303429 , 18.783029701536705 , 1.0000745383082756 , 82.95863338374885  
4306632 , 3.3150150784080274 , 11.247874562261703 , 1.0114382115076737  
4322933 , 1.1548211466334402 , 1.0729772566150704 , 10.31751673703223  
4330046 , 1.0003274929403014 , 36.279766015595904 , 9.876113687590152  
4350832 , 1.000063460287452 , 61.62316909768569 , 56.44332030431447  
4370644 , 57.64725717411793 , 1.0010518088099718 , 3.606381441089932  
4416378 , 3.9859621522651816 , 38.34200673825078 , 1.0015199317047556  
4432384 , 1.0001808636787697 , 19.83006435182235 , 57.0187096701747  
4544422 , 5.46124663954581 , 7.839944086886077 , 1.0161389553784317  
4548790 , 61.59597115490624 , 1.0000453233006175 , 93.05545217367445  
4563308 , 1.110628924120209 , 10.19561665417342 , 1.282000761387323  
4568375 , 1.0060514603159758 , 32.4284595763834 , 1.0038819222609487  
4575729 , 1.154072247251495 , 1.0869449740557964 , 24.913258511511934  
4594544 , 1.4029227341230397 , 1.0065911713900362 , 86.90754301429762  
4597582 , 1.0048905432365418 , 41.49101935998373 , 2.2523926584863343  
4611342 , 1.5938124076593962 , 1.064426886474473 , 9.77605071445193  
4624666 , 57.69200276312814 , 10.302625985847229 , 1.000590570855051  
4680706 , 1.0004328564152432 , 25.412797071165222 , 21.13755936141744  
4680741 , 10.40859310533677 , 22.00279743161885 , 1.0003669163741638  
4686540 , 1.0000012079701448 , 87.7051672965257 , 35.119516174285465  
4695050 , 1.2466189771454939 , 1.409609191025814 , 2.1244237304361033  
4759615 , 93.32939221868371 , 1.0000662716401956 , 19.310238301535268  
4772672 , 1.242209404718309 , 1.021657400386002 , 36.53216375705135  
4802792 , 42.099001261336625 , 2.203266277755638 , 1.0065343525309713  
4833209 , 59.753034666960765 , 4.196020039847763 , 1.0023319034165188  
4836996 , 1.0001134480892369 , 38.395566485570775 , 10.868218305627689  
4840930 , 5.182305139377003 , 1.0025650219390623 , 5.776572323133276  
4841594 , 1.0059148487762881 , 1.4533714833602012 , 26.72960636049404  
4882124 , 1.112854039067701 , 1.0283100408255526 , 38.21047901814468  
4922907 , 1.3964540012981073 , 5.1413082087049915 , 1.0197315048768494  
4938349 , 1.0044346373681834 , 3.436629963224102 , 29.43572041361422  
4948019 , 1.0003905691564894 , 73.23237643889524 , 3.5811269845669758  
4973395 , 46.06634786382463 , 1.0000648128298901 , 21.31415429398641  
4985977 , 9.093064571308267 , 1.002164001640634 , 17.613374840017112  
-----