**考虑个体警觉行为的双层网络上的病毒传播**

**摘要**

目前，人们对于多层网络上信息意识与流行病之间的相互作用的研究兴趣越来越多高。但是，以往的研究大多假定所有有意识的个体都采取相同级别的防护措施，或是只考虑基于个体邻居结构的异质性，而忽视了意识在传播过程中会对个体接触行为的变化所产生的影响。在本文中，我们研究了有意识个体在产生警觉性后其接触行为的异质性，并根据日常生活中个体的行为偏好，提出了两种基于个体警觉性的接触行为策略。通过仿真实验表明，两种基于节点警觉性的个体行为策略都能够降低流行病的感染率水平，从而抑制流行病的传播。

1. **绪论**

近年来，流行病的传播一直是复杂网络领域的一个热门话题[1]。在人类社会中，流行病的传播过程中往往会伴随着其他的传播过程，如信息传播，关于疾病的信息可以通过大众媒体在朋友以及家人之间迅速扩散，改变人们对流行病传播的认识，同时，在了解到疾病的信息时，个体为了避免感染疾病，其行为也发生相应改变，如戴口罩、避免接触及服用药物等[2]，这些行为在一定程度上可以抑制流行病的传播[3-6]。因此，对于流行病传播与信息扩散相互影响的研究，引起了广泛关注[10-27]。

目前，流行病传播和信息扩散的交互模型一般用双层网络来描述[10-11]。在双层网络中，一层代表的是接触网络，用于模拟流行病在物理接触网络中的传播过程，另外一层是信息网络，用于描述伴随着流行病传播所引发的信息扩散。在接触网络中，通常采用经典的Susceptible-Infected-Susceptible(SIS) 疾病传播模型或是Susceptible-Infected-Recovered (SIR)疾病传播模型[7-9]模拟流行病在网络中的传播。在SIS疾病传播模型中，网络中的个体分为易感状态(S)和感染状态(I)，易感个体和感染个体接触后会以的概率变为感染个体，而感染个体也会以的概率自我康复。而在SIR疾病传模型中，除了上述SIS模型中的S状态和I状态外，个体还可以是恢复状态(R)，S状态的个体不再重新变为易感状态，而是以的概率恢复或死亡。在信息网络中，通常采用Unaware-Aware-Unaware(UAU)信息传播模型描述流行病传播所引起的信息扩散。其中，网络中的个体根据对信息的了解情况可分为不了解信息的无意识状态(U)和已了解信息的有意识状态(A)，其动力学同SIS模型。

对于多层网络上的疾病与信息的传播与交互，已有的研究通常将意识和流行病之间的相互作用建模为多层网络中的两个相互竞争的传播过程，如同物理接触网络中流行病的传播过程一样，意识也会从有意识的个体传给其在信息网络上的无意识邻居，通过促使更多个体在信息网络中成为有意识地个体，从而采取预防行为以抑制疾病在物理接触网络中的传播。[10]提出了一个UAU-SIS多层网络传播模型来描述多层网络中意识和流行病之间的动态相互作用，通过分析表明，存在一个意识传播速率的亚临界点，在该临界点下，流行病的阈值不受意识传播的影响。而[12]则通过深入的研究发现易感个体在了解信息后采取的自我意识行为对流行病传播的抑制作用要明显好于感染个体的自我意识行为，因为易感个体的自我意识行为可以直接降低其被感染的可能性。此外，引入信息网络后会促使某些个体有更多被告知的机会，从而大大降低其感染风险。[13]则通过研究多层网络的UAU-SIR模型发现，随着自我感知率ν的增加，个体的自我感知对传播行为具有很大的影响，可以极大地降低流行率的患病率。[14]研究了UAU-SIS传播模型，并调整了UAU信息传播过程，使得当个体具有意识的邻居比例超过给定的值时，此节点会产生自我意识。通过推导分析，发现了流行病的爆发与意识的扩散以及接触网络的拓扑结构相关。[15]则在接触网络的SIR传播模型基础上引入了免疫状态V(Vaccination)，个体可以直接接种疫苗从而可以对疾病免疫。通过分析显示，信息的传播可以由疾病的爆发促进，但疾病的爆发仅取决于接触网络的拓扑。并且，信息网络的同质性可以促进疫苗接种规模的扩大，从而在信息扩散迅速时能够更有效地抑制疾病的传播。

以上的论文假设网络中个体具有相同的特性，而在现实生活中个体的活动通常受其异质性的影响，如邻居的数量。考虑到实际生活中不同个体在网络中的邻居关系具异质性，[16]提出了一种非线性耦合信息-流行病模型，通过研究发现流行病阈值是由耦合网络的拓扑结构决定的，而度分布的不均匀性可以降低流行病的阈值。这意味着，要控制流行病的传播，需要增强对已了解该流行病信息个体的保护，如促进信息的扩散，减缓信息的遗忘等。[17]研究了具有异质感染率的多重网络流行病传播过程，并构建了一个可调幂指数与节点度相关的异质感染率函数。通过研究表明，负的幂指数会使流行病的感染率降低，即异质感染率与节点的度负相关，因此免疫枢纽节点更利于抑制流行病的传播，因为枢纽节点通常居住在城市中心，并且保持良好的健康习惯。

以上研究假设所有个体在了解疾病传播所产生的信息后都会产生警觉意识，却忽视了不同个体的在行为选择上的异质性，即不同个体在了解到疾病相关的信息后会采取不同的行为来避免感染疾病或者维持网络功能正常运行。如在流行病的传播期间，一部分已知流行病信息的个体可能会提高自身警觉性，注意基本的健康防护或其他策略来保证自身的健康。而另一部分个体虽然已知病毒信息，但是由于日常工作以及社交上的需求，不会对周围节点产生警觉性，或者仅对某一类人群产生警觉性，主动切断与部分邻居的接触，从而避免自身被感染。考虑不同节点在接触行为上的异质性，[27]在双层网络UAU-SIS传播模型中引入了节点的active以及inactive状态，在传播过程中，active节点会在信息网络以及接触网络中会断开与同为active状态的节点的连接，通过研究，证明了这种状态的引入可以有效降低疾病的感染率。而上述active状态与inactive状态的切换是自发发生的，独立于信息以及疾病的传播，考虑到实际情况中信息意识的传播会对个体的行为产生影响，因此由意识的传播引发个体行为的变化更显合理。

因此，受[27]启发，考虑个体在面对病毒传播时行为的异质性，我们提出了一种新的基于个体警觉状态的多层网络传播模型。模型中，个体在了解到疾病相关的信息时会以一定概率成为警觉个体，从而改变个体行为来规避被流行病感染的风险。基于个体警觉行为的异质性，本文提出两种由个体警觉性所引起的接触行为策略，并研究其对流行病传播的影响。研究结果表明，我们所提出的两种基于节点警觉性的个体接触行为策略能够对流行病的感染率产生影响。

本文的其余部分安排如下：在第二章，我们介绍了所采用的多层网络的传播模型，并且引入基于节点警觉状态，并且基于警觉性的不同个体行为策略，给出了模型的微观马尔可夫描述。在第三章，我们通过仿真实验对比警觉个体采取的两种行为策略，并分析这些策略对流行病传播造成的影响。在第四章，我们总结本文并给出了结论。

1. **模型**

**2.1 传播模型描述**

考虑到社交网络上信息的传播和个人行为的改变是一种复杂的社会心理过程，所以我们使用双层网络来建立并且简化传播机制。在我们的多层网络模型中，定义下层网络为接触网络，用以描述流行病在人群中的传播，节点代表个体，连边表示人与人之间的物理接触，而定义上层网络为通信网络，用以描述随着流行病的传播伴随而来的信息的扩散，节点代表个体，连边表示了个体之间信息的交流，其中两层网络的对应节点表示同一个体。考虑到相同个体在进行物理接触和信息交流时其邻居集合通常不会相同，因此在我们的双层网络模型中，上下两层网络有着不同的网络结构。图1展示了我们的SIS-UAU多层网络传播模型。

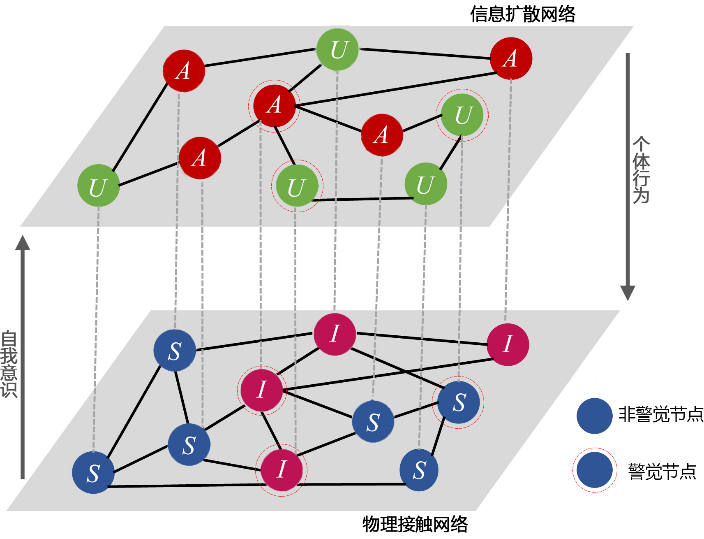


图 1 SIS-UAU多层网络传播模型。其中下层代表物理接触网络，模拟SIS流行病传播过程；上层代表信息扩散网络，模拟UAU信息扩散过程，个体在信息层成为A状态后则以的概率成为警觉节点，在图中以红色虚线包围的节点表示。

在物理接触层中，我们用SIS传播模型演化流行病在网络中的传播。个体在每个时刻可以是易感状态（S）或者是感染状态（I）。在病毒传播过程中，当感染个体在和易感个体接触时，易感个体会以的概率被感染；同时，感染个体也会以的概率恢复为易感个体。

在信息层中，有关流行病传播所伴随信息的扩散采用UAU传播模型。和SIS流行病传播模型类似，个体在每一个时刻可以是不了解信息的无意识状态（U）或者是了解信息的有意识状态（A）。假设信息层有意识个体的来源主要分为两个方面：一方面，接触网络中无意识的感染个体在信息网络中会以概率转变为有意识状态，自发的向邻居节点传播疾病相关的信息。另一方面，信息网络中了解信息的有意识个体每个时刻会向信息层中的邻居传播疾病相关的信息，在与无意识的邻居接触后会以概率使其变为有意识的个体。同时，因为大多数流行病的传播都具有一定季节性或周期性，这就使得散播信息的有意识个体可能会遗忘疾病相关的信息或者不再传播，进而有意识的个体会以的概率重新变为无意识个体。

在流行病相关信息的传播过程中，没有了解疾病相关信息的无意识个体并不会考虑如何预防被疾病感染的问题，但是，接收到疾病相关信息的有意识个体则会采取适当地防护措施，以减少被疾病感染的风险，即有意识的易感个体被感染的概率一般小于无意识的个体被感染的概率，在我们的模型中，假设有意识的易感个体被疾病感染的概率为无意识易感个体的倍。因z此，若无意识的易感个体被疾病感染的概率为，则有意识的易感个体被疾病感染的概率为。

考虑个体在接触行为上的异质性对于流行病传播的影响，我们在模型中引入了基于个体警觉性的接触行为，并提出了两种不同的个体接触行为模式。

* 1. **个体警觉行为**

在此之上，我们引入了个体的警觉状态以表示不同个体在接触行为选择上的异质性，即在信息层中，了解疾病相关信息的有意识个体会以的概率变为警觉状态（V）。警觉个体充分了解疾病的严重性，因此愿意改变自己的社交行为以避免被疾病所感染。而随着对疾病相关信息的遗忘，警觉个体会停止散播信息，并以的概率重新恢复为非警觉状态（R）。非警觉个体因为没有认识到疾病的严重性，或是因为工作以及社交的需求，无法避免与全部邻居的接触。考虑到个体在流行病传播期间若是更偏向于进入警觉状态，则其通常会希望保持警觉以最大程度避免被感染的风险，因此我们假设。

基于以上所提出的模型，我们依据个体在产生警觉性时接触行为的不同偏好，提出了两种相反的个体在产生警觉性后的接触行为模式。

* **个体警觉行为1：**

具有警觉性的个体会和同样具有警觉性的邻居个体保持物理接触，同时断开与非警觉邻居个体的物理接触，而不具有警觉性的个体则会和所有的邻居个体保持接触。

例如，在流行病传播期间，了解疾病相关信息的个体会比平时更加谨慎，如采取适当的防护措施，如会带口罩，勤洗手等，但是会有少数充分了解疾病严重性的警觉个体为了最大程度避免被疾病感染，还会切断与不了解疾病严重性邻居个体的物理接触，只和同样具有警觉性的邻居接触，因为这些邻居大多已经了解疾病相关的信息，会采取防护措施，因此和同样具有警觉性的节点接触所带来的感染风险更小。

* **个体警觉行为2：**

具有警觉性的个体会和不具备警觉性的邻居个体保持物理接触，而断开与非警觉邻居个体的物理接触，而不具有警觉性的个体则会和所有的邻居个体保持接触。

例如，在流行病传播期间，考虑到有意识的个体通常有两个来源：由已感染疾病的个体自发转化而来，以及在信息传播层接收到邻居节点散播的消息从而获得意识。因此，当一部分有意识的个体产生警觉性后，警觉个体中会有一定比例已感染疾病的个体，因此如果具有警觉性的易感个体和不具备警觉性的邻居个体进行物理接触，被疾病感染的风险则有可能会降低。

考虑到两种应对方式都有其合理性，我们在建立模型时把这两种策略都纳入到了模型之中，通过参数控制不同个体警觉行为策略的选取，分析两种策略对于抑制流行病传播的效果。

**2.3 数学描述**

基于以上假设，整个多层网络中的节点存在四种主要状态：无意识易感（）状态、无意识感染（）状态、有意识易感（）状态、有意识感染（）状态。以及八种子状态：包括四种警觉状态、、、，以及四种非警觉状态、、、（本文以下标V表示警觉状态，而以下标R表示非警觉状态）。在t时刻，每个节点都会以一个确定的概率成为以上八个状态之一，分别表示为、、、、、、和，其满足 。我们分别以和来表示接触层和信息层的邻接矩阵元素。随后，定义无意识个体在信息网络中不被任何邻居传播为有意识个体的概率为。在接触网络中，我们定义非警觉个体在无意识时，不被任何邻居感染的概率为，警觉个体在无意识时，不被任何邻居感染的概率为。同样，非警觉个体在有意识时，不被任何邻居感染的概率为，警觉个体在有意识时，不被任何邻居感染的概率为。假设没有动力学相关性[10-11,28-29]，我们有以下方程式：





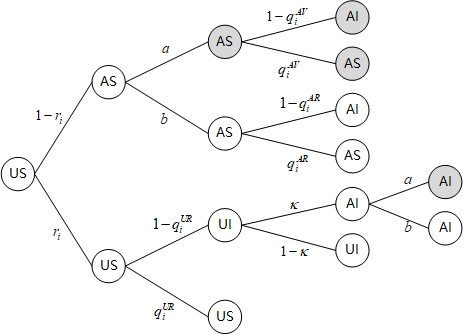


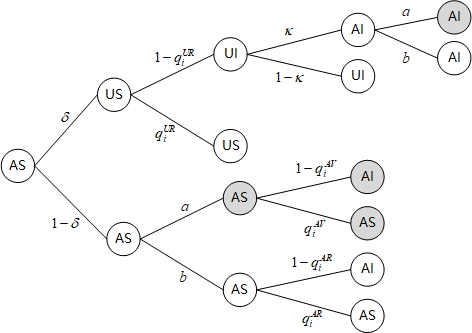




其中、而，参数控制着两种个体警觉行为的选取，时对应于采用个体警觉行为1，时对应于则采用个体警觉行为2。

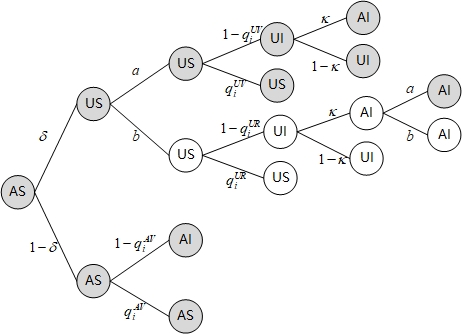
因此，对于每个个体，所有八种状态变化可能性的概率转移树如图2所示。

 图片包含 文字, 地图

描述已自动生成 图片包含 文字, 地图

描述已自动生成图片包含 文字, 地图

描述已自动生成 图片包含 地图, 文字

描述已自动生成 图片包含 文字, 地图

描述已自动生成

图 2 UAU-SIS模型中个体在每个时刻八个状态的概率转移树。状态包括、、、、、、和。每棵树的根节点表示在时间的个体的状态，叶子节点表示时刻个体的状态。每个时刻都被分为四个阶段：意识传播(UAU过程)，警觉状态的改变，疾病传播(SIS过程)，以及自我意识的产生(信息上传过程)。

结合以上四个式子以及图2的概率转移树，我们可以用MMCA建立每个节点从所有八种状态演化的方程为：

















1. **分析/仿真结果**

在上一节中我们提出了节点在产生警觉性后的两种不同个体接触行为策略，即处于警觉状态的节点倾向于和同样处于警觉状态的邻居节点保持接触，而和处于非警觉状态的邻居节点切断物理接触关系；以及处于警觉状态的节点倾向于和非警觉状态的邻居节点保持接触，而和处于警觉状态的邻居节点切断物理接触关系，非警觉状态的节点因为不具有警觉性则会和所有邻居节点保持接触。在本节中，我们将针对不同的多层网络类型，比较并分析采取两种不同的个体行为策略对疾病传播的影响。其中，疾病传播以及信息扩散的参数选取如下：，，，，及。每个仿真实验我们都进行了200次蒙特卡洛循环。

考虑到现实网络结构具有小世界特性[30]以及无标度特性[31]，因此我们在实验中选取这两种网络结构来建立物理接触层以及信息传播层。

首先我们选取了BA-BA多层网络进行模拟，物理接触层网络采用无标度（BA）网络，节点数为2000，每个节点在加入网络时与3个节点建立连接。信息传播层网络同为BA网络，但考虑到现实社会中同一个个体的在接触关系网络和在线社交关系网络中虽然不会有相同的结构，却也不会产生过于差异化的人际关系，如在接触关系网络中拥有更多好友的个体，在信息传播层中同样更有可能拥有较多好友，虽然个体在两层中拥有的好友并不一定完全一致【】。为了保证这种相关性，上层表示信息传播的BA网络以下层的接触网络为基础，随机增加了400条边。

而在WS-WS多层网络模拟中，物理接触层网络采用小世界（WS）网络，节点数为2000，平均度，生成过程中重连概率。信息传播层网络同为WS网络，但是为了保证上下两层网络的度相关性以及通信网络连边的密集性，上层表示信息传播的WS网络以下层的接触网络为基础，随机增加400条边。

最后，我们研究个体警觉行为在BA-WS网络上的表现。与物理接触层相对应的网络采用无标度（BA）网络，节点数为2000，生成参数选取同前面的BA网络。与信息传播层相对应的网络为WS网络，节点数为2000，生成参数选取同前面的WS网络。并且考虑到现实中通信网络连边的密集性，对于表示上层信息扩散的WS网络我们依旧随机增加了400条边。

当采取个体警觉行为1时，取不同值在上文给出的三种双层网络中流行病感染规模随时间的变化如图1所示。从图中可以看出，随着节点产生警觉性的概率取值的逐渐增大，网络中的流行病传播规模越来越大，即个体警觉行为1对于流行病的抑制作用逐渐减弱。从易感节点的角度出发，我们希望可以保护这些具有警觉性的易感节点，当其产生警觉性后通过调整接触行为策略，减小被流行病所感染的概率。通过使这些节点主动和同样具有警觉性的节点接触，可以切断与那些不具备警觉性的感染邻居节点的接触，于是在一定程度上可以减小其被流行病感染的概率。

当较小时，网络中只有少部分有意识的节点处于警觉状态。其中具有警觉性的易感节点会切断与其他非警觉性的感染态邻居的接触，降低了自身被感染的概率。考虑到节点的意识一部分来源于信息的扩散，由与有意识的邻居通信所引发，另一部分来源于节点本身因感染疾病自发产生，因此有意识的节点中患病节点的比例会比无意识节点中患病节点的比例更高。当的取值偏小时，不具备警觉性的易感节点比例高，通过采取个体警觉行为1，也可以在一定程度上形成对具有警觉性节点的隔离，从而保护这些不具备警觉性的易感节点。随着a值的增大，b值越来越小，即网络中警觉性恢复为非警觉性的概率会逐渐降低，最终网络中警觉节点的比例会逐渐增高，警觉性节点之间所组成的子网络会逐渐扩大，在其子网内部，子网中每个节点都会与其所有的邻居进行物理接触，于是个体警觉行为1的效果会减弱。当的取值为1时，网络中所有有意识的节点都会永久转变为警觉节点，此时警觉性节点所组成的子网络会扩展到几乎整个网络中，因此个体警觉行为1会基本不起作用，其效果会接近不采取任何策略时的情况。

特别地，当的取值较小时，网络传播初期会出现一个较高的峰值，如图1当*a*=0.2时所示。这是由于网络中一开始警觉节点的比例非常小，在流行病传播初期感染规模会基本和不采取策略时相接近，随着流行病在网络中不断传播，警觉节点的比例随着有意识节点的数量增加而提高，此时个体警觉行为1产生作用，使得疾病感染率逐渐下降，随着时间的推进感染率逐渐稳定。



(a) BA-BA双层网络上的感染率变化 (b)WS-WS双层网路上感染率的变化 (c) BA-WS双层网络上感染率的变化

图1 三种双层网络采取个体警觉行为1时的取值对疾病感染率的影响。横轴表示时间t的变化，纵轴表示流行病的感染率。

当采取个体警觉行为2时，取不同值时在上文给出的三种双层网络中流行病感染率随时间的变化情况如图2所示。综合以上三个图像可以看出，当取较大的值时个体警觉行为2对于流行病的抑制作用较为明显，随着取值的逐渐减小，个体警觉行为2对于流行病的抑制作用逐渐减弱。

在采取个体警觉行为2时，从易感节点的角度考虑，具有警觉性的易感节点会选择与不具有警觉性的邻居接触，因为有意识的节点中有一部分节点的意识来源是因为其在物理接触网络中感染了疾病，与无意识的节点相比，有意识的节点中感染节点的比例会略高，因此通过避免与同样具有警觉性的节点的物理接触，个体被流行病感染的概率便会降低。

当的取值偏小时，网络中只有小部分的有意识节点具备警觉性，因此具有警觉性的易感节点会主动与其非警觉邻居进行物理接触，其中包括了大部分感染节点，因此此时个体警觉行为2对于流行病的抑制效果并不明显。

随着的取值逐渐增大，有意识的节点中产生警觉性的概率会逐渐增大，考虑到有意识的节点中感染节点的比例较高，因此具有警觉性的易感节点通过改变接触行为，切断与同样是警觉状态的邻居的接触，从而能够有效的降低被疾病感染的风险。而当取1时，网络中随着信息的扩散会有越来越多的节点永久地成为警觉节点，而警觉节点并不会主动与同样是警觉状态的邻居接触，因此当网络中警觉节点比例相当高时，网络中大部分连边都是处于被切断的状态，警觉节点之间相互孤立，网络基本不连通，此时疾病无法有效传播，随着感染个体的康复，流行病最终会在网络中消失。

与采取个体警觉行为1的情况类似，在考虑个体警觉行为2时若取较大的值，则网络中感染疾病的有意识个体比例会偏高，因此在感染初期，这些节点在产生警觉性后会通过与大量非警觉节点的接触快速的扩散疾病，而这些非警觉节点并没有疾病相关的意识，防护能力较为脆弱。所以选取较大的值在感染初期会产生峰值，随着时间的推进，警觉个体逐渐增多，流行病的感染率才会逐渐稳定。



(a) BA-BA双层网络上的感染率变化 (b)WS-WS双层网路上感染率的变化 (c) BA-WS双层网络上感染率的变化

图2 三种双层网络选取个体警觉行为2时的取值对疾病感染率的影响。横轴表示时间t的变化，纵轴表示流行病的感染率。

**我们还对。。。。对传播阈值的影响做了仿真实验，如图3所示，……**

1. **结论**

在本文中，考虑到真实网络中个体的警觉性对个体行为的影响，我们提出了考虑个体警觉状态的双层网络传播模型，并提出了两种个体警觉行为模式，并研究了具有警觉性的个体在接触网络中断开与非警觉个体或者警觉个体的连接对病毒传播造成的影响。仿真结果表明，两种接触行为模式都可以有效降低流行病的感染率。当警觉性的个体在接触网络中断开与非警觉个体的连接时，随着有意识个体获得的警觉性的概率的减小，流行病的感染率也会逐渐减小，即较小的值对于流行病传播的抑制作用更为明显，而当警觉性的个体在接触网络中断开与警觉个体的连接时，随着值的增大，流行病感染率会逐渐减小，即采用个体行为2时，较大的值对于流行病的抑制作用更为明显。

**参考文献**

[1] Pastor-Satorras R, Castellano C, Van Mieghem P, et al. Epidemic processes in complex networks[J]. Reviews of modern physics, 2015, 87(3): 925.

[2] Z. Ruan, M. Tang, Z. Liu Epidemic spreading with information-driven vaccination Phys. Rev. E, 86 (3) (2012), p. 036117

[3] S. Funk, E. Gilad, C. Watkins, V.A. Jansen, The spread of awareness and its impact on epidemic outbreaks, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 106 (16) (2009) 6 872–6 877.

[4] Ferguson N. Capturing human behaviour[J]. Nature, 2007, 446(7137): 733.

[5] Wang Z, Andrews M A, Wu Z X, et al. Coupled disease–behavior dynamics on complex networks: A review[J]. Physics of life reviews, 2015, 15: 1-29.

[6] Zhang Z K, Liu C, Zhan X X, et al. Dynamics of information diffusion and its applications on complex networks[J]. Physics Reports, 2016, 651: 1-34.

[7] Bailey N T J. The mathematical theory of infectious diseases and its applications [M]. New York: Hafner Press, 1975.

[8] Anderson R M, May R M. Infectious diseases in humans [M]. Oxford: Oxford University Press, 1992.

[9] Diekmann O, Heesterbeek J A P. Mathematical epidemiology of infectious disease: Model building, analysis and interpretation [M]. New York: John Wiley & Son publisher, 2000.

[10] Granell C, Gómez S, Arenas A. Dynamical interplay between awareness and epidemic spreading in multiplex networks[J]. Physical review letters, 2013, 111(12): 128701.

[11] Granell C, Gómez S, Arenas A. Competing spreading processes on multiplex networks: awareness and epidemics[J]. Physical review E, 2014, 90(1): 012808.

[12] Kan J Q, Zhang H F. Effects of awareness diffusion and self-initiated awareness behavior on epidemic spreading-an approach based on multiplex networks[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2017, 44: 193-203.

[13] Zheng C, Wang Z, Xia C. A novel epidemic model coupling the infectious disease with awareness diffusion on multiplex networks[C]//2018 Chinese Control and Decision Conference (CCDC). IEEE, 2018: 3824-3830.

[14] Wang Z, Guo Q, Sun S, et al. The impact of awareness diffusion on SIR-like epidemics in multiplex networks[J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 349: 134-147.

[15] Wang W, Liu Q H, Cai S M, et al. Suppressing disease spreading by using information diffusion on multiplex networks[J]. Scientific reports, 2016, 6: 29259.

[16] Gao C, Tang S, Li W, et al. Dynamical processes and epidemic threshold on nonlinear coupled multiplex networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2018, 496: 330-338.

[17] Yang J X. Epidemic spreading in multiplex networks with heterogeneous infection rate[J]. EPL (Europhysics Letters), 2019, 124(5): 58004.

[18] Zheng C, Xia C, Guo Q, et al. Interplay between SIR-based disease spreading and awareness diffusion on multiplex networks[J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 2018, 115:20-28.

[19] Liu G, Liu Z, Jin Z. Dynamics analysis of epidemic and information spreading in overlay networks[J]. Journal of Theoretical Biology, 2018: S0022519318300626.

[20] Pan Y, Yan Z. The impact of multiple information on coupled awareness-epidemic dynamics in multiplex networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2017, 491.

[21] Zang, Haijuan. The effects of global awareness on the spreading of epidemics in multiplex networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2018, 492:1495-1506.

[22] Huang Y, Tang M, Zou Y, et al. Hybrid phase transitions of spreading dynamics in multiplex networks[J]. Chinese Journal of Physics, 2018, 56(3):1166-1172.

[23] Pan Y, Yan Z. The impact of individual heterogeneity on the coupled awareness-epidemic dynamics in multiplex networks[J]. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2018, 28(6): 063123.

[24] Xia C, Wang Z, Zheng C, et al. A new coupled disease-awareness spreading model with mass media on multiplex networks[J]. Information Sciences, 2019, 471: 185-200.

[25] Xiao Y, Zhang L, Li Q, et al. MM-SIS: Model for multiple information spreading in multiplex network[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2019, 513: 135-146.

[26] Gao X, Tian L. Effects of awareness and policy on green behavior spreading in multiplex networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2019, 514: 226-234.

[27] Fan C, Jin Y, Huo L, et al. Effect of individual behavior on the interplay between awareness and disease spreading in multiplex networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2016, 461: 523-530.

[28] Q. Guo, et al., Two-stage effects of awareness cascade on epidemic spreading in multiplex networks, Phys. Rev. E 91 (1) (2015) 012822.

[29] C.R. Cai, et al., Solving the dynamic correlation problem of the susceptible-infected-susceptible model on networks, Phys. Rev. Lett. 116 (25) (2016)

258301.

[30] Watts D J, Strogatz S H. Collective Dynamics of Small World Networks[J]. Nature, 1998, 393(6684):440-442.

[31] Albert-László Barabási, Réka Albert. Emergence of Scaling in Random Networks[J]. Science, 286.