PAC 2 – " Proporció i Simetría en el disseny "

Nom: Aitor Javier
Cognom: Santaeugenia Marí
Data: 06/04/2014
Assignatura: Matemàtiques per multimèdia

Part del Mòdul 1

Exercici 1

a) A l'arxiu Pure-mathematics-formulæ-blackboard.jpg proporcionat amb aquest enunciat (http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/89/Puremathematics-formul%C3%A6-blackboard.jpg) hi teniu una imatge d'amplada 1600 i alçada 1200 px:

Responeu les següents preguntes breus i adjunteu un arxiu Ex1a_sol.fla que mostri la situació final després d'haver seguit els passos indicats:

- **Quina és la proporció de la fotografia?**

$$p(a,b) = \frac{\text{máx}(a,b)}{\text{mín}(a,b)}$$

P(1600 px, 1200 px) -> 1600 px / 1200 px -> 4/3 = $1,\overset{\frown}{3}$

Proporció = $1,\overset{\frown}{3}$

- **Volem importar-la a un escenari Flash d'alçada 600 px i reduir-la de manera que la fotografia encaixi amb l'escenari. Quin és el factor d'escala (en percentatge) que cal utilitzar?.** Per a fer-ho podríem utilitzar l'opció de menú Modificar-Transformar-Escalar/Girar)

L'alçada ara ha de ser 600, que només a ull podem veure que es la meitat de l'alçada anterior, 1200. Llavors, el que tenim que fer és dividir les alçades:

600/1200 = 1/2 = 0,5 (dona, tal com havíem dit, la meitat), per passar això a percentatge només tenim que dividir-ho entre 100, ens donara 50 % (0,5*100 = 50).

Llavors, el **factor escala és un 50%.**

- **Quina haurà de ser l'amplada de l'escenari per a que la fotografia l'ocupi tot? Quina serà la proporció d'aquest escenari?**
(Hauríem de centrar la fotografia modificant les seves coordenades)

Per l'amplada tenim que fer 1600x(1/2), el que es el mateix que 1600x(0,5) que és igual a 800. Llavors, **l'amplada serà 800 px.**
La proporció, al ser reducció serà la mateixa (son números múltiples):

P(800, 600) = 800 px / 600 px = 4/3

Proporció -> 4/3 = $1,\overset{\frown}{3}$

Flash:
a1):
El que feim es Importar la imatge a la biblioteca, la arrastram al escenari.
Un cop la tenim feim: "**Modificar > Transformar > Escala**". Tot seguit en la pestanya de "Propietats" de la imatge, canviam les proporcions.
a2):
En aquest el que tenim que fer és simplement canviar les coordenades a la nova proporció, per això tindrem que accedir a les **"Propietats"** del escenari. Deixant-ho dins del escenari (800, 600)
Podem veure el exercici en flash, aquí.

b) Ens demanen retallar 200 px de la banda dreta de la fotografia original i 200 px de la banda inferior.

Responeu les següents preguntes breus i adjunteu un arxiu Ex1b_sol.fla que mostri la situació final després d'haver seguit els passos indicats:

- **Quina serà ara la proporció de la fotografia?**
  Si retallem 200 de la dreta i 200 de la part de baix, ens queda una imatge de **1400x1000**.

  P(1400,1000) = 1400/1000 = 7/5 = **1,4**

  Proporció = 7/5 = 1,4

- **Volem seguir ocupant la mateixa alçada d'escenari (600 px). Quin factor d'escala utilitzaries per a aconseguir aquesta segona transformació de la imatge *a partir de l'original?***

  L'alçada ha de seguir sent de 600px. Llavors anem a calcular el factor d'escala:
  600/1000 = 3/5 = 0,6, per passar això a percentatge només tenim que dividir-ho entre 100, ens donara 60 % (0,6*100 = 60).

  Llavors, el **factor escala és un 60%.**

  Així doncs, tindríem que **reduir la alçada** un **60% (1000-60%= 600)**

- **Quina hauria de ser l'amplada aproximada de l'escenari per a mantenir la proporció de la fotografia?**

  Per tenir la mateixa proporció que anteriorment, el que tenim que fer es **1400x(0,6)** = 840px.

  L'amplada ha de ser de 840px

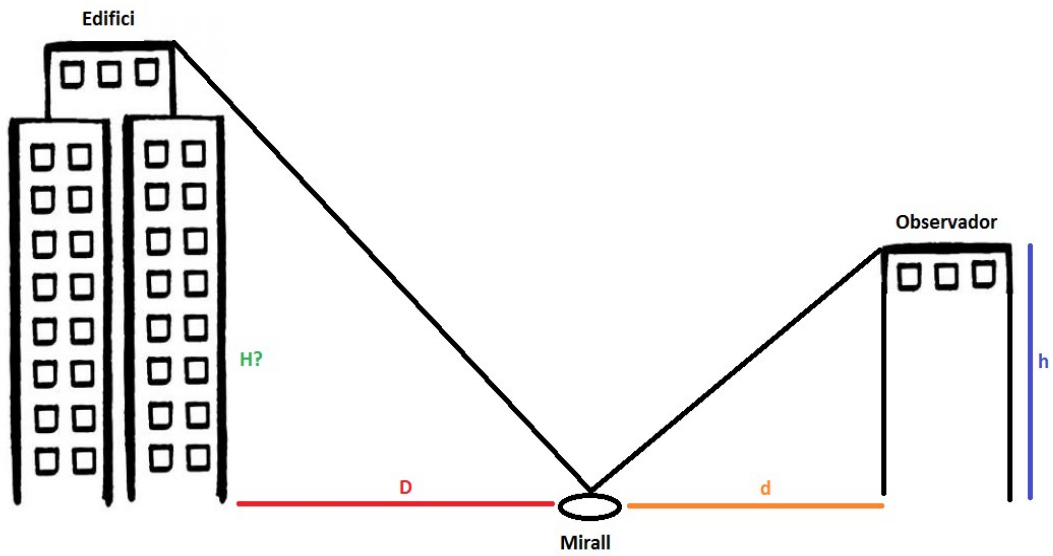
  Per fer la comprovació de la proporció (que tendria que donar 1,4), feim:
  840 (nova amplada)/600(nova alçada) = 1,4

Flash:
b:
Per retallar la imatge ho he fet amb el GIMP, llevant 200 de la dreta i la part inferior.
Importem la nova imatge (1400x1000) a la biblioteca flash fent: "***Archivo > Importar > Importar a la biblioteca***" i la arrastrem al escenari.
b2:
Feim "***Modificar > Transformar > Escala***" clicant a la imatge per tal de canviar l'alçada
b3:
Feim el mateix que el **punt b2** per la amplada.
Podem veure l'exercici amb flash aquí.

Exercici 2

Es pot mesurar l'alçada d'un edifici amb aquests elements: un mirall, una cinta mètrica i paper i llapis. Per a això col loquem el mirall pla al terra, entre l'edifici i l'observador, de manera que aquest, en posició dreta, pugui veure la part més alta de l'edifici reflectida al mirall. A continuació, es mesuren l'altura de l'observador dels peus als ulls (h), la distància de la base de l'edifici al mirall (D), i la distància del mirall al peu de l'observador (d). Amb les dades obtingudes, coneixent la llei de la reflexió que diu que l'angle d'incidència coincideix amb el de reflexió i amb un senzill raonament de proporcionalitat i semblança, podem obtenir l'altura que buscàvem, H.

a) Feu un dibuix esquemàtic d'aquesta situació i expliqueu quines són les figures semblants i perquè.



Podem veure el dibuix en flash aquí (encara que no calgués).

b) Doneu la fórmula genèrica per a calcular H a partir de les dades conegudes h, D i d. Justifiqueu-ho utilitzant la proporcionalitat.

El que tenim que fer, es la proporció de D i d, i un cop tinguem la proporció multiplicar-ho per h per tal de que ens doni la dimensió de H. Llavors, si el que tenim que fer es això, la formula podria quedar de la següent manera:

$$\boxed{H=(D/d)h}$$

c) Si l'altura de l'observador, des dels ulls a terra, és de 1,67 m (h), la distància de l'observador al mirall és de 3,5 m (d) i la del mirall al peu de l'edifici és de 8 m (D), calculeu, raonadament, l'altura de l'edifici.

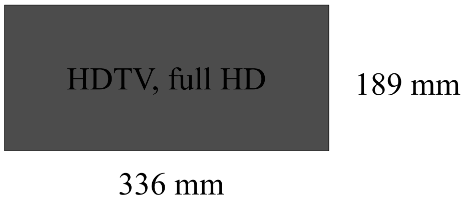
Emprant la formula anterior, feim:
H = (D / d)h -> H=(8/3,5).1,67 = 3,82 m

$\boxed{H = \mathbf{3{,}82\ m}}$

Com podem fer la prova?. Si feim D/d treim la proporció d'aquests. Quedant 2,28 (8/3,5 = **2,28**). Llavors, si feim H/h ha de donar la mateixa proporció.
H/h = 3,82 / 1,67 = **2,28**

Exercici 3

Tenim una pantalla de portàtil de mides 336 mm x 189 mm. Té la ratio d'aspecte més usual a les televisions i monitors i el format internacional de HDTV, full HD i televisió analògica.



a) Quina és aquesta ràtio? De quin tipus de proporció es tracta?

Primer calcularé la proporció. Per fer-ho tenim que fer:
P(336, 189) = 336/189 = 16/9 = **$1,\hat{7}$**

Proporció: $1,\hat{7}$

Podem veure que es tracta d'una **proporció racional**, ja que té un **número periòdic en decimals**. La seva ràtio, o relació d'aspecte es de **16/9**, ja que es la donada per la proporció (1,$\hat{7}$7:1, de fet, es de certes pantalles tal com diu l'anunciat)

b) Doneu dues mides possibles (enteres i majors que 1mm) del costat del quadrat base d'una quadriculació que ompli aquesta pantalla. Digueu quants quadrats formen cadascuna de les dues quadriculacions triades i comproveu que la suma de les àrees dels quadradets és l'àrea total de la pantalla.

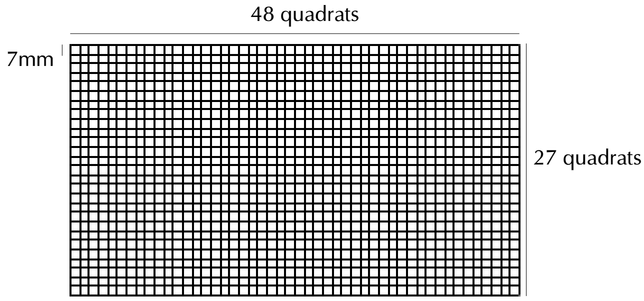
L'àrea total de la pantalla ha de ser **63504 px** (336x189), llavors hem d'anar **trobant** números **divisors**, que siguin **enters**. Podríem emprar el ràtio 16/9, donant valors dels quadrats de 21 mm (336/16)

Opció 1:
Així doncs, dividim 336/3=112 i 189/3=63. Llavors un altre pot ser **112/63** que donara la mateixa proporció, i son enters. Ara hem de mirar si aquests valors son majors de 1mm, per fer-ho tenim que dividir 336/112=**3mm**. Al ser major de 1mm, son vàlids.
Opció 2:
Anem a cercar altre divisors, **336/7=48** i **189/7=27**. Un altre pot ser **48/27**, donant la mateixa proporció (com es lògic), sent enter, i podem veure que serà major de 1mm, ho comprovam; 336/48=**7mm**.

L'opció 1 dona una quadrícula formada per 336/3 = **112 quadrats** en l'amplada (**horitzontal**) i 189/3 = **63 quadrats** en l'altura (**vertical**). Si cada quadrat es de 3mm, sent 3*3 = $9mm^2$, podem veure un total de 112*63 = **7056 quadrats**, si això ho multipliquem per 9 podrem veure si ens dona el total de la pantalla (7056*9=63504)
L'opció 2 dona una quadrícula formada per 336/7 = **48 quadrats** en l'amplada (**horitzontal**) i 189/7 = **27 quadrats** en l'altura (**vertical**). Si cada quadrat es de 7mm, sent 7*7 = $49mm^2$, podem veure un total de 48*27 = **1296 quadrats**, si això ho multipliquem per 49 podrem veure si ens dona el total de la pantalla (1296*49=63504)

c) Creeu un arxiu Flash Ex3.fla que tingui un escenari de mides proporcionals a les donades i dibuixeu-hi una de les quadriculacions obtingudes.

He fet la **segona opció** de 48 quadrats per 27 quadrats de 7mm. El podem veure aquí.



“ Exemple de com ha quedat en flash “

> **Flash**:
> El que he fet ha estat crear un quadrat amb el mínim de bord. I he anat afegint tots els que feia falta a un escenari amb les mides de 336x189. Si era correcte, tenia que donar 48 quadrats en l'amplada i 27 quadrats a l'alçada.

Exercici 4

Volem inventar una família de fulls "UF" que tinguin tots la mateixa proporció, i tals que en doblegar un full de format UF0 en **tres parts iguals** per línies paral leles al costat més curt s'obtenguin 3 fulls de format UF1. Així, **l'altura de UF1 coincideix amb l'amplada de UF0**, mentre que **l'amplada de UF1 és una tercera part de l'altura de UF0**. I la resta de fulls de la sèrie UF es construeix de la mateixa manera.

a) Quina ha de ser la proporció comuna a tots aquests tipus de fulls?
La proporció que tindrien que tenir es la de $\sqrt{3}$, lo que és igual a **1,732**.

b) Considerant que es fixa que el full UF0 tingui una superfície d'un metre quadrat, i que les mides estàndard de la sèrie s'arrodoneixin a mil límetres, ompliu una taula amb les mides de la sèrie des de UF0 fins a UF5: amplada en mm, altura en mm i àrea en mm2. Afegiu una columna per a la proporció real de cada tipus, arrodonida amb 3 decimals i compareu-la amb la proporció calculada a a). Per a simplificar la feina podeu fer servir un full de càlcul i insertar-lo al document.

Com diu en els apunts, un rectangle de proporció $\sqrt{n}$ pot obtenir rectangles de la mateixa proporció si ho retalles en n parts iguals. L'anunciat ens diu que es retalla en 3 fulls, llavors $\sqrt{3}$, quedant que $x/y=\sqrt{3}$. Després ens diu que UF0 té una superfície d'$1m^2$, quedant $x*y=1$.

Amb això podem obtenir un sistema:

$x/y=\sqrt{3}$	$x=\sqrt{3}/y$	$y=x/\sqrt{3}$		
$x*y=1$	$x*(x\sqrt{3})=1$	$x^2=\sqrt{3}$	$x=(\sqrt{(\sqrt{3})})$	$x=1{,}316m$
$x*y=1$	$\sqrt{3}y*y=1$	$y^2=1/\sqrt{3}$	$y=(\sqrt{(1/\sqrt{3})})$	$y=0{,}759m$

El resultat final de la taula seria la següent:

	amplada (mm)	altura (mm)	area real(mm^2)	area (mm2)	proporció	proporcó real
UF0	1316	759	998844	1,000,000	1,734	1,732
UF1	759	438,$\overline{6}$	332947,$\overline{9}$	330000	1,730	1,732
UF2	438,$\overline{6}$	253	110982,$\overline{6}$	110000	1,733	1,732
UF3	253	146,$\overline{2}$	36994,$\overline{2}$	37000	1,730	1,732
UF4	146,$\overline{2}$	84,$\overline{3}$	12331,$\overline{407}$	12000	1,773	1,732
UF5	84,$\overline{3}$	49,$\overline{740}$	4194,8	4200	1,695	1,732

c) Digueu quina <u>reducció d'amplada</u> i quina <u>reducció d'àrea</u> (en percentatge) es produeix en passar d'un full de la sèrie al següent i demostreu-ho.

Tenint els costats a i b i quan es redueix coincideix amb l'altura del full anterior (EX. Amplada UF1 igual a altura UF0). Llavors, ho podem expressar com:
a/b = b/(a/3) a2/b2 = 3 a/b= 3 a/b=1,732 b/a=1/1,732=0,577

Llavors, la **reducció d'amplada** és de 0,577 * 100 = **57,7%**

<u>Prova</u>:
1316*57,7% = **759,332**

Ara trèiem la **reducció d'àrea**. Per fer-ho tenim que (1/3)*100 (una tercera part) sent **33,$\overline{3}$%**.

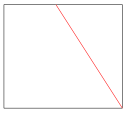
<u>Prova</u>:
998844*33,3% = **33294800**

<u>Exercici 5</u>

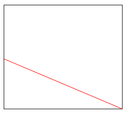
Construireu en Flash un "regle auri", una graella que us permetria comprovar si certs objectes tenen proporció àuria. Començareu amb un quadrat de **100x100 px** situat a la posició **(0,0)** de l'escenari.

a) Calculeu teòricament quina és la mida x del segment que va del punt mig d'un costat al vèxtex de l'altre. Per exemple el que va de (50,0) a (100,100) [a] o el que va de (0,50) a (100,100) [b]. Dibuixeu-los a l'escenari.

a



b



<u>a.a</u>) Emprem el teorema de Pitàgores $X^2=A^2+B^2$ llavors:
a = 50
b = 100
$X^2=50^2+100^2$ $x = \sqrt{50^2+100^2}=12500$ $x = \sqrt{12500}$

<u>a.b</u>) Emprem el teorema de Pitàgores $H^2=A^2+B^2$ llavors:
a = 50
b = 100
$X^2=50^2+100^2$ $x = \sqrt{50^2+100^2}=12500$ $x = \sqrt{12500}$

b) Feu una animació on gireu aquest segment amb l'extrem del punt mig fixat fins a fer-lo coincidir amb el costat. Comprovareu que la distància de l'origen al final d'aquest segment (50+x) està en proporció àuria amb el costat del quadrat. Feu una demostració de que això és vàlid per a qualsevol quadrat inicial (de costat c).

c) A continuació ha d'aparèixer a la pel lícula un quadrat que tingui per costat aquesta nova distància (50+x). També heu de dibuixar els dos rectangles auris que es generen, amb un costat de 100 px i un altre el del nou quadrat.

d) Continueu la construcció a partir d'aquest segon quadrat fins a tenir una xarxa que ompli l'escenari. Al darrer fotograma i en una capa a banda dissenyeu un logo que es basi en aquesta xarxa, així contindrà elements que estaran en proporció àuria.

Indicacions:
Tingueu en compte que les mides en píxels són una aproximació a la mida real. Els resultats no seran exactament els teòrics.

Part del Mòdul 2

Exercici 6

Trobeu i dibuixeu la imatge dels tres punts p1, p2, p3 que trobareu a l'arxiu Ex6_enun.fla (i del triangle que formen) per les següents aplicacions. Feu-ho sobre l'arxiu Ex6_sol.fla. Etiqueteu els punts imatge amb camps de text. Responeu també les qüestions que es demanin:

a) Simetria d'eix "r" : l'anomenarem aplicació S. Dibuixeu **S(p1), S(p2), S(p3)**

Flash:
Agafem els quatre punts (P1,P2,P3 i C), feim "Modificar>Transformar>"Voltear horizontalmente" i tot seguit feim coincidir el punts C

b) Gir de 90º de centre "C" en sentit antihorari : l'anomenarem aplicació G. Dibuixeu **G(p1), G(p2), G(p3)**

Flash:
Agafem els quatre punts (P1,P2,P3 i C), feim "Modificar>Transformar>Rotar 90º sentit contrari al horari" i tot seguit feim coincidir el punts C

c) Composició de simetria S i després rotació G : serà l'aplicació G S. Dibuixeu **G(S(p1)), G(S(p2)), G(S(p3))**

Flash:
Agafem els quatre punts (P1,P2,P3 i C), feim "Modificar>Transformar>Rotar 90º sentit al horari" i tot seguit feim coincidir el punts C. Ara tenim la **rotació G**, ara tindrem que fer "Modificar>Transformar>"Voltear horizontalmente".

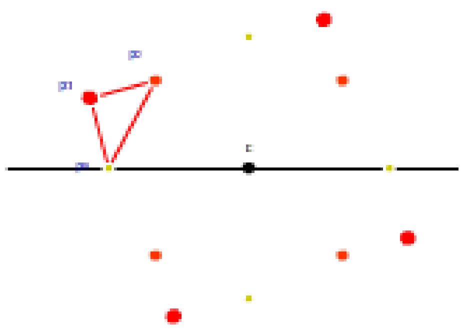
d) Composició de rotació G i després simetria S : serà l'aplicació S G. Dibuixeu **S(G(p1)), S(G(p2)), S(G(p3))**. És la mateixa aplicació que G S?

Flash:
Agafem els quatre punts (P1,P2,P3 i C), feim "Modificar>Transformar>Rotar 90º sentit contrari al horari" i tot seguit feim coincidir el punts C. Ara tenim la **rotació G**, ara tindrem que fer "Modificar>Transformar>"Voltear horizontalmente".

No és la mateixa aplicació, son diferents ja que els punts no coincideixen. El punt P3 d'ambdós punts coincideixen.

e) Quina és l'aplicació resultant si composem la simetria S amb ella mateixa: S S=?
La **identitat**. És com si fesis un gir complert 360º.

f) Quants girs G hauríem de composar per a obtenir l'aplicació identitat?
Quatre girs de 90º i obtenim la identitat (4*90º)



El **programa flash**, el pots veure a continuació.

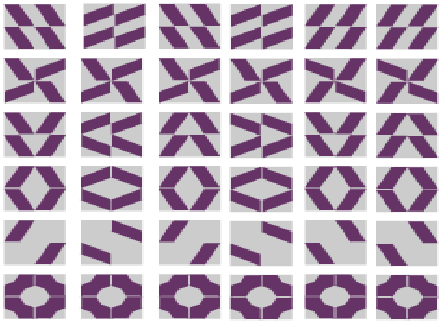
Exercici 7

Observeu les figures de l'arxiu Ex7_enun.fla.

a) Guardeu l'arxiu amb nom Ex7_sol.fla i apliqueu sobre cada figura les següents transformacions mitjançant les opcions del Menú "**Modificar-Transformar**":

Identitat
Gir de 90º
Gir de 180º
Gir de 270º
Simetria respecte eix vertical ("Voltear horizontalmente")
Simetria respecte eix horitzontal ("Voltear verticalmente")

El **programa en flash**, el pos obrir des de aquí.



" Resultat de com queden les transformacions aplicades "

b) Digueu quines de les transformacions deixen cada figura **invariant**.

Deixa invariant?	Identitat	90º	180º	270º	"Voltear horizontalmente"	"Voltear verticalmente"
Primera figura	Si	No	Si	No	No	No
Segona figura	Si	Si	Si	Si	No	No
Tercera figura	Si	No	No	No	Si	No
Quarta figura	Si	No	Si	No	Si	Si
Quinta figura	Si	No	Si	No	No	No
Sisena figura	Si	Si	Si	Si	Si	Si

c) Construïu les taules d'isometries de les dues primeres figures.

Per fer les isometries, tenim que agafar de les figures que ens demana l'anunciat, **només** els girs o graus (º) que **deixen la figura invariant**.

Figura 1	ID	180º
Id	ID	ID
180º	ID	ID

Figura 2	ID	90º	180º	270º
ID	ID	90º	180º	270º
90º	90º	180º	270º	ID
180º	180º	270º	ID	90º
270º	270º	ID	90º	180º

Exercici 8

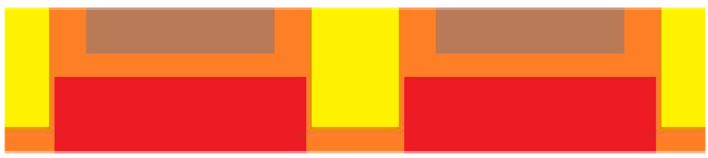
a) Observeu els frisos que apareixen a l'arxiu Ex8_enun.fla i escriviu per a cadascun d'ells les isometries que el deixen invariant:

1 – Translacions i lliscaments, i translacions i girs.
2 – Translacions i girs.
3 – Translacions i simetria respecte de rectes perpendiculars al eix de la banda, i transaccions i lliscaments.
4 – Només transaccions.

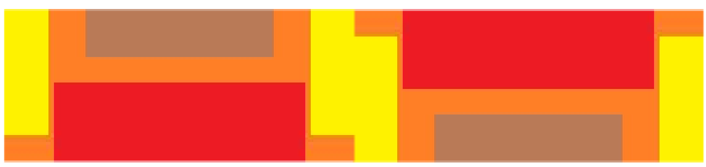
b) Dibuixeu en un arxiu Flash Ex8_sol.fla tres sanefes a partir del mateix patró de les anteriors:

(Definiu-lo com a símbol, creeu-ne còpies, i feu servir les eines del menú Modificar-Transformar)

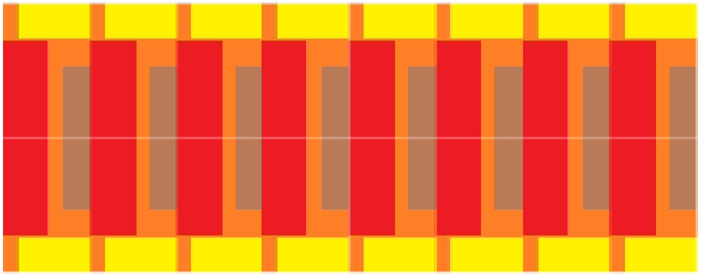
Els frisos hauran de ser invariants respecte a les següents isometries:
5 - Únicament a translació i simetria respecte a rectes perpendiculars a l'eix central del fris



6 - Únicament a translacions, simetria respecte a rectes perpendiculars a l'eix central i gir de 180º amb centre sobre l'eix central i lliscaments



7 - Únicament a translació i simetria respecte a l'eix central del fris



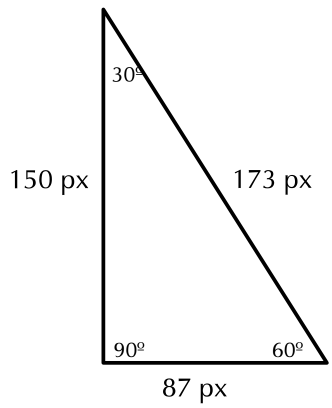
Podem veure l'arxiu flash a continuació.

Exercici 9

a) Construïu en un arxiu Flash Ex9_sol.fla **dues rosasses**. La primera ha de correspondre a un **grup cíclic d'ordre 6** (format per 6 girs) i la segona a un **grup diedral d'ordre 6** (format per 6 girs i 6 simetries). Caldrà que feu còpies d'un clip que sigui un **triangle isòscels**, el qual decorareu de manera lliure.

Caldrà que calculeu la base d'aquest triangle generador a partir de l'angle que ha de cobrir i de la seva alçada, que fixem en **150 px**.

Primer calcularem l'angle de cada gir, per fer-ho tenim que dividir 360/6 per obtenir les rotacions. Així doncs 360/6= 60º/2 = 30º
Tot seguit, tenim que calcular la base del triangle generador, per fer-ho aplicam la **Llei del Sinus.** Sabem que un angle es de 90º, l'altre angle ha de ser de 30º graus i l'ultim ha de ser 180º-120º = **60º**. Quedant així:
A=60º
B=90º
C=30º



Llei de Sinus:

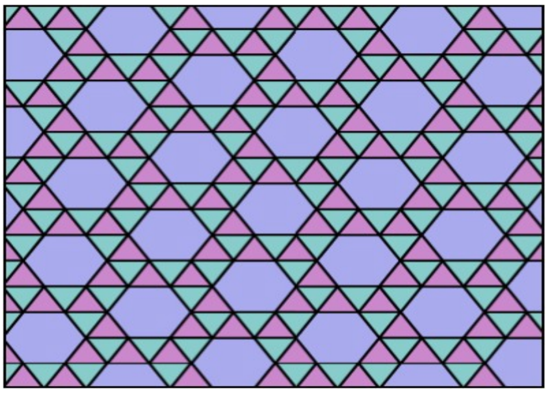
a/sin(A)=b/sin/(B)	a=150
b=(150*sin(90º))/(sin(60º)	b=173,21
c=(150*sin(30))/(sin(60)	c=86,605

La **base** del triangle, serà el doble de C, **174px**.

b) Llisteu totes les isometries que deixaran invariant cadascuna de les rosasses anteriors.

Exercici 10

a) Detalleu quines són les isometries que deixen invariant aquest mosaic especificant els eixos de simetria i els centres dels girs:



b) Construïu a partir d'un patró triangular, en un arxiu Ex10_sol.fla, un mosaic basat en triangles i quadrats, invariant a simetries verticals i horitzontals.
Anomena altres isometries que el deixin invariant.

Conclusió:

Ha estat un treball realment complicat. Hi ha isometries que m'han costat entendre, com lo de les perpendiculars al eix. Posteriorment anar a llegir el temari via web, podent veure els exemples va ajudar un poquet.

Hi ha hagut alguns exercicis que no he sabut fer, realment no sabia per on tirar i per molt que cerqués informació per Internet, no he trobat res sobre el tema (o al menys, sobre el que demanava l'apartat). Altres, la teoria surt bé, però a la pràctica amb el flash, realment no encaixava. Realment un tema algo complicat la trigonometria.

Bibliografia:

– Modul 1: Disseny i proporció
– Modul 2: Simetria i disseny
– Relació d'aspecte (ràtio) per l'exercici tres:
  http://es.wikipedia.org/wiki/Relaci%C3%B3n_de_aspecto
– Exemples d'isometries, per www.acorral.es:
  http://www.acorral.es/compoiso.htm