

# Пример решения задачи оптимизации портфеля через линейное программирование в Julia

## Постановка задачи

Инвестор хочет распределить \$10,000 между 3 активами:

| Актив | Ожидаемая доходность | Риск ( $\sigma$ ) | Минимальная доля | Максимальная доля |
|-------|----------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| A     | 8%                   | 10%               | 10%              | 50%               |
| B     | 12%                  | 15%               | 10%              | 50%               |
| C     | 6%                   | 5%                | 10%              | 50%               |

Ковариационная матрица: -  $\text{Cov}(A,B) = 0.5\%$  -  $\text{Cov}(A,C) = -0.2\%$  -  $\text{Cov}(B,C) = 0.3\%$

Для задачи ЛП, ковариационная матрица и риск игнорируются.

```
[ ]: MIN_SHARE = 0.1          # Минимальная доля актива
      MAX_SHARE = 0.5          # Максимальная доля актива
      RETURNS = [0.08, 0.12, 0.06] # Доходности активов A, B, C
```

```
[ Info: Starting sender/receiver loops
```

```
[ ]: 3-element Vector{Float64}:
      0.08
      0.12
      0.06
```

## Инициализация окружения

Подключим необходимые пакеты:

```
[ ]: # Установка пакетов (раскомментировать при первом запуске)
      # import Pkg
      # Pkg.add("JuMP")
      # Pkg.add("GLPK")
```

```
[ ]: using JuMP, GLPK;
```

## Создание модели

Инициализируем модель с решателе GLPK:

```
[ ]: model = Model(GLPK.Optimizer)
```

```
[ ]: A JuMP Model
    | solver: GLPK
    | objective_sense: FEASIBILITY_SENSE
    | num_variables: 0
    | num_constraints: 0
    | Names registered in the model: none
```

## Определение переменных

Доли инвестиций в каждый актив (с ограничениями):

```
[ ]: @variable(model, MIN_SHARE <= x_A <= MAX_SHARE) # Доля актива A
    @variable(model, MIN_SHARE <= x_B <= MAX_SHARE) # Доля актива B
    @variable(model, MIN_SHARE <= x_C <= MAX_SHARE) # Доля актива C
```

```
[ ]:  $x_C$ 
```

## Добавление ограничений

Главное условие: полное распределение капитала

```
[ ]: @constraint(model, sum_constraint, x_A + x_B + x_C == 1)
```

```
[ ]:  $x_A + x_B + x_C = 1$ 
```

## Определение целевой функции

Максимизация ожидаемой доходности:

```
[ ]: @objective(model, Max, RETURNS[1]*x_A + RETURNS[2]*x_B +
    ↳ RETURNS[3]*x_C)
```

```
[ ]:  $0.08x_A + 0.12x_B + 0.06x_C$ 
```

## Решение задачи

Запуск оптимизации:

```
[ ]: optimize!(model)
```

## Результаты оптимизации

Выведем оптимальное распределение:

```
[ ]: println("Оптимальные доли:")
println("A: ", round(value(x_A), digits=3))
println("B: ", round(value(x_B), digits=3))
println("C: ", round(value(x_C), digits=3))
println("\nОжидаемая доходность портфеля: ",
↳ round(objective_value(model)*100, digits=2), "%")
```

Оптимальные доли:

A: 0.4

B: 0.5

C: 0.1

Ожидаемая доходность портфеля: 9.8%