Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУ «ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

КАФЕДРА ИУ7 «ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

НА ТЕМУ:
Методы решения задачи коммивояжёра

Студент **ИУ7-52Б** ___________________ **И.В. Смирнов**

Руководитель ___________________ **А.С. Кострицкий**

2024 г.

РЕФЕРАТ

Расчетно-пояснительная записка 26 с., 5 рис., 1 табл., 17 источников, 1 прил.

Объектом исследования являются методы решения задачи коммивояжёра.

Цель работы — сравнительный анализ существующих методов решения задачи коммивояжёра.

В процессе работы проведён обзор и анализ основных подходов к решению задачи коммивояжёра, рассмотрены точные и эвристические методы, определены их свойства, сформулированы критерии сравнения и выполнен сравнительный анализ.

СОДЕРЖАНИЕ

РЕФЕРАТ **3**

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ **5**

ВВЕДЕНИЕ **6**

1 Анализ предметной области **7**

1.1 Основные определения . . . 7

1.2 Развитие методов решения . . . 8

1.2.1 Точные методы . . . 8

1.2.2 Эвристические методы . . . 8

2 Анализ существующих методов **9**

2.1 Формализация задачи . . . 9

2.2 Точные методы . . . 9

2.2.1 Метод полного перебора . . . 10

2.2.2 Метод динамического программирования . . . 10

2.2.3 Метод ветвей и границ . . . 11

2.2.4 Метод множителей Лагранжа . . . 12

2.3 Эвристические методы . . . 14

2.3.1 Метод ближайшего соседа . . . 14

2.3.2 Генетический метод . . . 16

2.3.3 Муравьиный алгоритм . . . 17

2.3.4 Алгоритм имитации отжига . . . 18

2.3.5 Метод роя частиц . . . 19

2.4 Критерии сравнения . . . 20

2.5 Сравнение методов . . . 21

ЗАКЛЮЧЕНИЕ **22**

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ **23**

ПРИЛОЖЕНИЕ А Презентация научно-исследовательской работы **25**

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

В текущей расчетно-пояснительной записке применяются следующие сокращения и обозначения.

ЗК — задача коммивояжера.

ЦЛП — целочисленная задача линейного программирования.

МПП — метод полного перебора.

МДП — метод динамического программирования.

ВГ — метод ветвей и границ.

ММЛ — метод множителей Лагранжа.

МБС — метод ближайшего соседа.

ГА — генетический алгоритм.

МА — муравьиный алгоритм.

МИО — метод имитации отжига.

МРЧ — метод роя частиц.

ВВЕДЕНИЕ

Коммивояжер (фр. *commisvoyageur*) — бродячий торговец. Задача коммивояжера – важная задача транспортной логистики, отрасли, занимающейся планированием транспортных перевозок. Коммивояжеру, чтобы распродать нужные и не очень нужные в хозяйстве товары, следует объехать n пунктов и в конце концов вернуться в исходный пункт. Требуется определить наиболее выгодный маршрут объезда. В качестве меры выгодности маршрута может служить суммарное время в пути, суммарная стоимость дороги, или, в простейшем случае, длина маршрута.

Задача коммивояжера является важной и вместе с тем трудноразрешимой [1]. Необходимость разработки эффективных методов ее решения обусловлена растущими объемами данных и сложностью их обработки. Логистические компании, службы доставки и транспортные системы ежедневно сталкиваются с необходимостью прокладки оптимальных маршрутов. Использование эффективных методов решения данной задачи позволяет экономить топливо, сокращать временные затраты и повышать качество сервиса, что важно при повышающейся конкуренции и стремлении к снижению расходов. То есть, задача коммивояжера актуальна как с научной, так и с практической точки зрения.

Цель научно-исследовательской работы – сравнительный анализ существующих методов решения задачи коммивояжера.

Для достижения поставленной в работе цели предстоит решить следующие задачи:

— провести исследование существующих методов решения задачи коммивояжера;

— определить свойства рассмотренных методов;

— сформулировать критерии сравнения методов;

— провести сравнительный анализ методов.

1 Анализ предметной области

1.1 Основные определения

Задача коммивояжера формулируется следующим образом: дано множество городов (вершин графа) и расстояний между каждым городом (весов ребер). Необходимо найти замкнутый маршрут, проходящий ровно по одному разу через каждый город и возвращающийся в исходную точку, при этом суммарная длина этого маршрута должна быть минимальной [2].

Граф — абстрактная математическая структура, представляющая собой множество вершин (точек) и соединяющих их ребер (линий). Граф называют полным, если каждая пара вершин соединена ребром.

Гамильтонов путь — путь в графе, проходящий через каждую вершину ровно один раз. Гамильтоновым циклом является такой цикл (замкнутый путь), который проходит через каждую вершину графа ровно по одному разу.

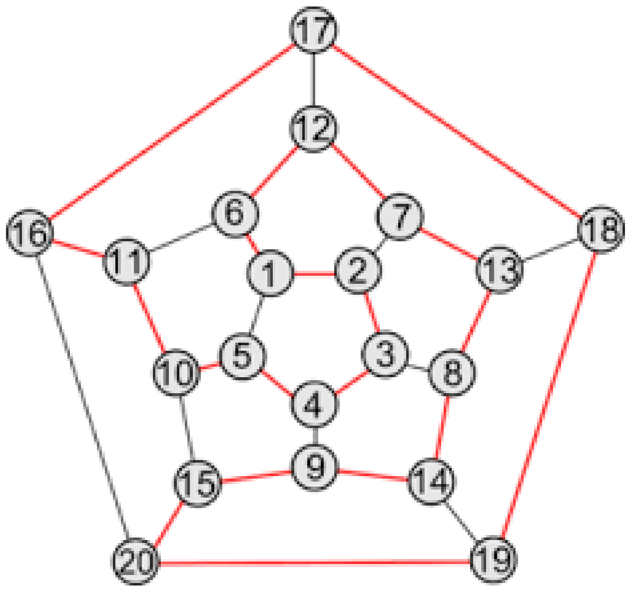

Рисунок 1.1 – Пример Гамильтонова цикла

Задача коммивояжера представляет собой задачу отыскания кратчайшего Гамильтонова цикла в полном конечном графе с N вершинами.

1.2 Развитие методов решения

Ниже представлены основные этапы развития подходов к решению задачи коммивояжера. Методы решения можно условно подразделить на две большие группы: точные и эвристические [3].

1.2.1 Точные методы

Точный метод — алгоритмический подход, который гарантированно находит оптимальное решение задачи [4].

Для ЗК точные методы часто основаны на переборе всех перестановок городов (вершин) или применении методов динамического программирования, ветвей и границ или целочисленного программирования. Точные методы гарантируют нахождение оптимального решения, но их сложность возрастает экспоненциально с увеличением количества вершин.

1.2.2 Эвристические методы

Эвристический метод — алгоритмический подход, не гарантирующий нахождение строго оптимального решения, но в среднем быстро находящий «достаточно хорошие» решения.

Эвристические методы решения ЗК предназначены для поиска приближенного решения за приемлемое время, особенно для графов большой размерности. «Качество» решения в таких методах часто зависит от настройки параметров и выбора начального города.

2 Анализ существующих методов

2.1 Формализация задачи

Ниже приведенная формализация описывает задачу коммивояжера через графовую постановку. Пусть задан взвешенный полный граф

$$G = (V, E), \tag{2.1}$$

где $V = \{1, 2, ..., n\}$ — множество вершин (городов), а E — множество ребер. Каждому ребру $(i, j) \in E$ соответсвует стоимость (расстояние) c_{ij}. Необходимо найти такую перестановку городов $\pi = (\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$, что функционал

$$f(\pi) = \sum_{k=1}^{n-1} c_{\pi_k \pi_{k+1}} + c_{\pi_n \pi_1}, \tag{2.2}$$

минимален. Другими словами, требуется определить маршрут, проходящий по всем городам ровно один раз и возвращающийся в исходный пункт так, чтобы суммарная длина этого маршрута была наименьшей.

2.2 Точные методы

Точные методы решения ЗК в значительной степени условно подразделяются на методы: полного перебора, динамического программирования, ветвей и границ, множителей Лагранжа, прочие. Эффективные алгоритмы точного решения ЗК, разработанные в последние годы, как правило, принадлежат к разряду композитных, т. е. содержат в себе элементы нескольких методов, и выделение «чистых стратегий» имеет в основном методологическую циенность [5].

2.2.1 Метод полного перебора

Полный перебор заключается в поиске решения путем перебора всевозможных вариантов решения, и отыскания среди этих вариантов удовлетворяющего заданным требованиям.

Метод гарантирует точность результата. Метод полного перебора всегда определяет оптимальный Гамильтонов цикл в графе.

Однако количество времени, необходимое для отыскания всевозможных вариантов решения, растет вместе с увеличением количества n вершин графа, что может потребовать для поиска решения количество времени, несравнимое с человеческой жизнью.

2.2.2 Метод динамического программирования

Метод динамического программирования был практически одновременно предложен вместе с методом полного перебора [6]. Пусть $|V| = n$, $|E| = m$. Элементы $c_{ii} = \infty, i = \overline{1, n}$. Начальной вершиной маршрута коммивояжера будем считать вершину 1. Пусть $S \subseteq V$ — некоторое подмножество вершин. Обозначим через $f(S, j)$ длину минимальной элементарной цепи, начинающейся в вершине 1, проходящей через все вершины из S и заканчивающейся в вершине $j \in S$. Тогда из принципа оптимальности Беллмана [7] имеем следующее функциональное уравнение:

$$f(S, j) = \min_{i \in Sj} \{c_{ij} + f(Sj, i)\} \tag{2.3}$$

с начальными условиями

$$f(,) = 0. \tag{2.4}$$

На последнем шаге 2.3 переходит в

$$f^* = \min_{i \in V1} \{c_{i1} + f(V, i)\}, \tag{2.5}$$

где f^* — длина оптимального тура.

Метод не чувствителен к введению дополнительных ограничений. В [8] метод был использован для решения ЗК с выбором (задача 1.5.6). В [9] метод был использован для решения ЗК с выделенными вершинами (задача 1.5.6), а в [10] — для решения ЗК с взаимодействующими парами пунктов (задача 1.15.13).

У метода чрезмерное количество вычислений и требований к памяти (требуется около $\sqrt{n} \cdot 2^n$ ячеек). Трудоемкость алгоритма, используемого в методе, оценивается как $O(n^2 \cdot 2^n)$. При этом в иной схеме метода динамического программирования [11] удается сократить количество ячеек до n, однако при этом объем вычислений возрастает до $O(4^n)$ операций.

2.2.3 Метод ветвей и границ

Метод ветвей и границ — это общий подход к решению сложных комбинаторных задач оптимизации, в том числе задачи коммивояжера. Он основан на построении дерева решений, в узлах которого рассматриваются подзадачи с постепенно уточняющимися ограничениями. Метод позволяет отсекать (не рассматривать) ветви дерева, заведомо не приводящие к оптимальному решению, на основе вычисляемых оценок снизу (нижних границ целевой функции).

Основными элементами метода ветвей и границ являются:

1. Оценивание снизу. Способ вычисления нижней оценки для множества решений.
2. Оценивание сверху. Способ вычисления приближенного решения ЗК.
3. Разбиение. Способ разбиения множества решений на подмножества, то есть способ формирования списка подзадач.
4. Ветвление. Порядок выбора очередной подзадачи из списка подзадач.
5. Отсечение. Правило отбрасывания бесперспективных элементов множества решений.

Схема метода ВГ представлена на рисунке 2.1

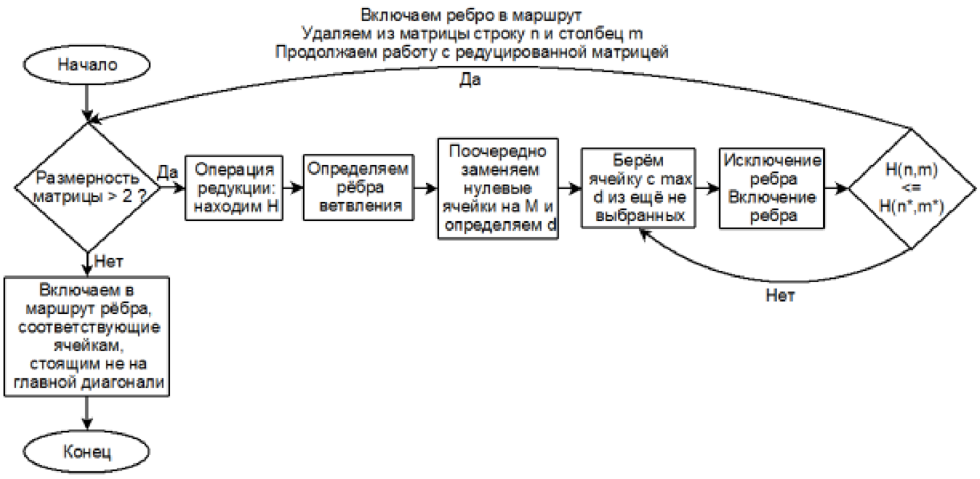

Рисунок 2.1 – Схема метода ветвей и границ

Метод гарантированно находит оптимальное решение, если рассмотреть все ветви без отсечения перспективных вариантов.

В худшем случае метод требует экспоненциального времени, порядка 2^n вычислений, поскольку даже с отсечениями при увеличении размера задачи число вариантов все еще может быть велико.

2.2.4 Метод множителей Лагранжа

Метод множителей Лагранжа (или лагранжева релаксация) для задачи коммивояжера заключается в том, что часть ограничений задачи переносится в целевую функцию с помощью соответствующих множителей (лагранжевых коэффициентов).

Задача коммивояжера может быть сформулирована как целочисленная задача линейного программирования (ЦЛП). Введем бинарные переменные:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если дуга } (i,j) \text{ входит в маршрут;} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \tag{2.6}$$

Стандартная ЦЛП-формулировка задачи коммивояжера:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, j \neq i} c_{ij} x_{ij} \tag{2.7}$$

при условиях

$$\sum_{j\in V, j\neq i} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V, \tag{2.8}$$

$$\sum_{i\in V, i\neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V, \tag{2.9}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}. \tag{2.10}$$

Кроме этого, чтобы исключить подтуры (циклы, не охватывающие все вершины), вводятся подтуровые ограничения (например, неравенства типа MTZ или SEC) [12]:

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subset V, 2 \leq |S| \leq n-1. \tag{2.11}$$

Эти подтуровые ограничения делают решение задачи значительно сложнее. В методе множителей Лагранжа (лагранжевой релаксации) некоторые из сложных ограничений переносятся в целевую функцию с помощью множителей Лагранжа $\lambda_S \geq 0$ для каждого подмножества S:

$$L(\lambda) = \min_x \left\{ \sum_i \sum_{j\neq i} c_{ij}x_{ij} + \sum_{2\leq|S|\leq n-1} \lambda_S \left(\sum_{i\in S}\sum_{j\in S} x_{ij} - (|S|-1) \right) \right\}. \tag{2.12}$$

Таким образом, релаксируем подтуровые ограничения:

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \implies \sum_{i\in S}\sum_{j\in S} x_{ij} - (|S|-1) \leq 0. \tag{2.13}$$

Подставляя их в целевую функцию с лагранжевыми множителями, получаем:

$$L(\lambda) = \min_x \left\{ \sum_i \sum_{j\neq i} \tilde{c}_{ij}(\lambda) x_{ij} \right\}, \tag{2.14}$$

где

$$\tilde{c}_{ij}(\lambda) = c_{ij} + \sum_{S: i,j\in S} \lambda_S. \tag{2.15}$$

Здесь $\tilde{c}_{ij}(\lambda)$ — модифицированные (скорректированные) стоимости дуг, учитывающие штрафы за нарушение подтуровых ограничений.

Суть метода: найти такой вектор множителей Лагранжа $\lambda = (\lambda_S)$, чтобы значение $L(\lambda)$ давало как можно более сильную нижнюю оценку на исходную задачу. Для этого часто применяют субградиентные методы:

$$\lambda_S^{(k+1)} = \max\{0, \lambda_S^{(k)} + \alpha_k(\sum_{i\in S}\sum_{j\in S} x_{ij}^{(k)} - (|S|-1))\}, \tag{2.16}$$

где $x^{(k)}$ — решение релаксированной задачи на k-й итерации, а α_k — параметр шага субградиентного метода.

Метод универсален в использовании, так как является модификацией методов типа ветвей и границ. Исключение сложных ограничений из непосредственного решения ЦЛП позволяет быстрее решать ЗК (решение оценивается примерно в n^4 операций).

Однако найденные решения в ходе Лагранжевой релаксации не обязательно оптимальны для изначальной ЗК. Для больших задач поиск хороших множителей Лагранжа может занимать значительное время [13].

2.3 Эвристические методы

Эвристические методы — это алгоритмические подходы, которые стремятся быстро находить приемлемые, но не обязательно оптимальные решения сложных задач оптимизации, таких как ЗК. В отличие от точных методов, эвристики не гарантируют нахождения оптимального решения, однако позволяют существенно сократить вычислительные затраты и применимы к большим задачам, где точный перебор или сложные оптимизационные процедуры становятся слишком ресурсозатратными или практически невозможными [14].

2.3.1 Метод ближайшего соседа

Идея алгоритма ближайшего соседа основана на простом эвристическом правиле: если мы будем посещать ближайший пункт на каждом шаге, то маршрут получится довольно хорош в целом. Перед коммивояжером ставится задача посещать ближайший из еще не посещенных пунктов. В алгоритме существуют два важных ограничения:

1. Недопущение повторного заезда в пункт. Оно связано с необходимостью (по условию задачи) нахождения гамильтонова цикла, то есть цикла, в котором все пункты посещаются единожды.

2. Недопущение возврата преждевременного возврата в исходный пункт. Этот запрет вводится для предотвращения преждевременного зацикливания маршрута, которое повлечет за собой неправильную работу алгоритма.

Схема метода изображена на 2.2.

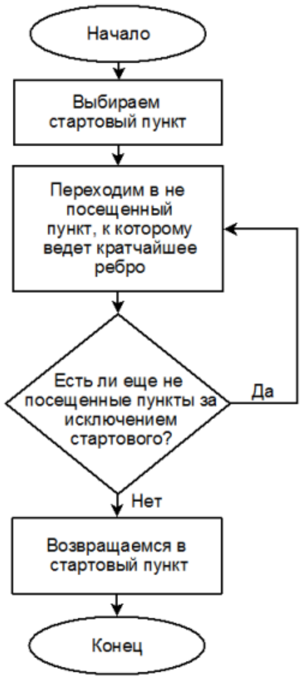

Рисунок 2.2 – Схема метода ближайшего соседа

Метод обладает высокой скоростью выполнения. Методу достаточно одного прохода по всем вершинам, в результате чего он работает за время порядка $O(n^2)$ для n городов, что достаточно быстро при относительно небольших n, по сравнению с точными методами, рассмотренными выше.

Однако, как было упомянуто раньше, слепое жадное решение может приводить к получению не самого оптимального пути. При этом результат сильно зависит от выбора начального города, так как метод не пересматривает сделанные ранее выборы.

2.3.2 Генетический метод

Генетический алгоритм является алгоритмом поиска, который возможно применить для решения задачи оптимизации. Генетический алгоритм использует методы аналогичные естественному отбору в природе, такие как наследование, мутация, кроссинговер и сам отбор [15].

Для применения генетического алгоритма к ЗК необходимо формализовать основные этапы алгоритма в контексте оптимизации маршрута.

1. Целевая функция: Цель — минимизировать длину тура, которая задается как:
$$f(T) = \sum_{i=1}^{n} d(x_i, x_{i+1}), \tag{2.17}$$
где $T = \{x_1, x_2, \ldots, x_n, x_1\}$ — маршрут, а $d(x_i, x_{i+1})$ — расстояние между городами x_i и x_{i+1}.

2. Создается начальная популяция:
$$P = \{T_1, T_2, \ldots, T_m\}, \tag{2.18}$$
где каждая особь T_i представляет собой случайный маршрут.

3. Селекция. Для выбора родителей используется метод рулетки или турнирный отбор. Вероятность выбора маршрута T_i пропорциональна его приспособленности $f(T_i)$:
$$P(T_i) = \frac{\frac{1}{f(T_i)}}{\sum_{j=1}^{m} \frac{1}{f(T_j)}}. \tag{2.19}$$

4. Кроссинговер. Родители T_1 и T_2 комбинируются для получения потомков. Один из подходов — частично сопоставленный кроссинговер (PMX), при котором потомок T' наследует сегмент маршрута от одного родителя, а оставшиеся элементы берутся из другого.

5. Мутация. Для увеличения вариативности производится случайное из-

менение маршрута, например, инверсией случайного сегмента:

$$T' = \{x_1, x_2, \dots, x_i, x_j, \dots, x_i, x_{j+1}, \dots, x_n\}. \tag{2.20}$$

6. Новая популяция формируется из наиболее приспособленных особей на основе функции $f(T)$.
7. Алгоритм завершается, если достигается заданное количество итераций или если улучшение целевой функции становится незначительным.

Экспериментально временная сложность ГА была оценена как $t = 683 - (42,467N) + (1,0696N^2)$.

Метод имеет степенную, а не экспоненциальную сложность и подходит для любых целевых функций. Также метод хорошо подходит для распараллеливания, так как вычисления для различных особей в популяции независимы.

Однако метод находит приближенное решение, которое может не быть оптимальным. Эффективность ГА сильно зависит от выбора параметров, таких как размеры популяции, вероятность кроссинговера и мутации.

2.3.3 Муравьиный алгоритм

Одним из эвристических методов решения задачи коммивояжера является муравьиный алгоритм. Этот алгоритм имитирует передвижение колонии муравьев в природе.

Выбор города основывается на матрице расстояний $\{d_{ij}\}$ и использует значение таблицы феромонов T. Феромоны — это некоторое вещество, которое «откладывают» муравьи, помечая лучший маршрут между городами.

Передвижение муравья направляет случайное число, которое отправляет его в город k с большей вероятностью, если функция P_{ij} принимает наибольшее значение.

Вероятность перехода из города i в j вычисляется по формуле:

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \cdot \left(\frac{1}{d_{ij}}\right)^{\beta}}{\sum_{k \in \text{доступные города}} \tau_{ik}^{\alpha} \cdot \left(\frac{1}{d_{ik}}\right)^{\beta}}, \tag{2.21}$$

где τ_{ij} — феромон между этими городами, $\frac{1}{d_{ij}}$ — видимость города, а α и β — коэффициенты, регулирующие решение.

Если $\alpha = 0$, то алгоритм становится «жадным», и выбор основывается только на расстоянии между городами, если $\beta = 0$ — выбор города базируется только на значении феромона.

Получив собственный маршрут для каждого муравья и выбрав наименьший, если полученное решение нас не удовлетворяет, то таблица феромонов обновляется и маршруты строятся заново.

Феромоны позволяют учитывать накопленный опыт для улучшения качества решений. Метод подходит для параллельного выполнения, так как муравьи работают независимо друг от друга.

При этом метод предоставляет приближенное решение, а не точное. Возможная концентрация феромонов на подоптимальных путях препятствует дальнейшему поиску. Также результаты сильно зависят от настройки параметров α, β и скорости испарения феромонов.

Модификация с элитными муравьями улучшает базовый муравьиный алгоритм. Элитные муравьи следуют наиболее успешным маршрутам, найденным в предыдущих итерациях, и вносят дополнительный вклад в увеличение феромонов на ребрах, принадлежащих этим маршрутам. Подход ускоряет сходимость алгоритма, однако может привести к преждевременной сходимости, если элитные маршруты закрепляются слишком рано.

2.3.4 Алгоритм имитации отжига

Метод имитации отжига основан на моделировании физического процесса закалки металлов, где система постепенно охлаждается, переходя от хаотичного состояния к упорядоченному. Для ЗК это означает нахождение глобального минимума функции, представляющей длину маршрута. На каждой итерации метод генерирует новое решение и оценивает его с помощью энергетической функции $U(x)$, равной длине текущего маршрута. Если новое решение улучшает $U(x)$, оно принимается. Если нет, оно принимается с вероятностью

$$P = \exp\left(-\frac{\Delta U}{T}\right), \tag{2.22}$$

где ΔU — разница в длинах маршрутов, а T — текущая температура. Постепенное снижение T позволяет алгоритму сначала исследовать большое пространство решений, а затем сосредоточиться на локальных улучшениях. На рисунке 2.3 показаны зависимости вероятности мутации от величины ΔU при различных значениях температуры T.

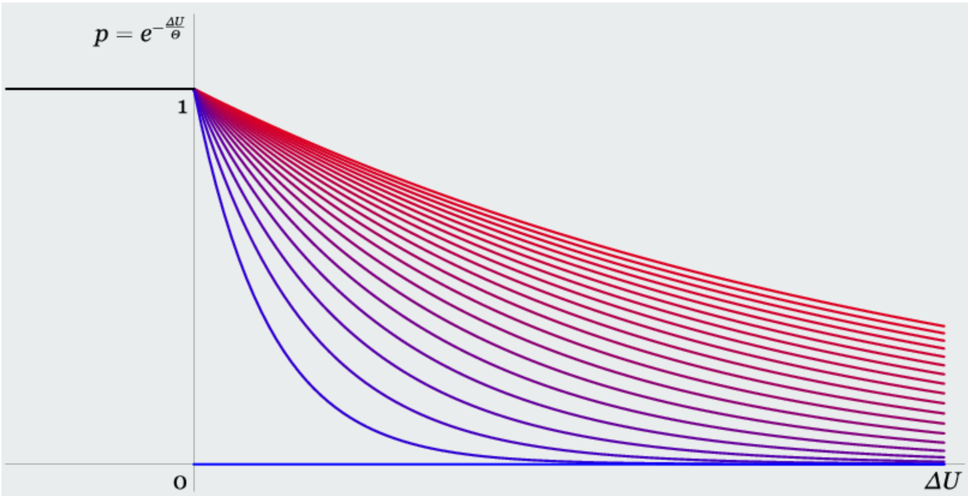

Рисунок 2.3 – Вероятность мутации для метода имитации отжига

Высоким температурам соответствуют графики, чей цвет ближе к красному, низким — к синему. Как и положено, значение вероятности заключено в отрезке $[0; 1]$. При отрицательных ΔU вероятность равна 1, что соответствует случаю «хорошей» мутации.

Метод не требует сложной настройки параметров, кроме кривой охлаждения. При использовании качественного начального маршрута метод может достичь решения, близкого к оптимальному.

Однако требуется большое количество итераций для достижения качественного решения, то есть метод все ещё предоставляет приближенное решение.

2.3.5 Метод роя частиц

Метод роя частиц моделирует поведение коллективного разума, наблюдаемого в природе, например, в роевом движении птиц или рыб. В контексте ЗК каждая частица представляет возможный маршрут, а рой — множество таких маршрутов. Алгоритм использует два ключевых компонента: личный опыт частицы (лучший маршрут, который она нашла) и коллективный опыт роя (лучший маршрут, найденный всеми частицами). На каждой итерации частицы обновляют свои позиции (маршруты) на основе следующих формул:

$$v_i^{k+1} = w \cdot v_i^k + c_1 \cdot r_1 \cdot (p_i - x_i^k) + c_2 \cdot r_2 \cdot (g - x_i^k), \tag{2.23}$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}, \tag{2.24}$$

где v_i^k — скорость частицы i на итерации k, x_i^k — ее текущая позиция (маршрут), p_i — лучший маршрут частицы, g — глобальный лучший маршрут, а w, c_1, c_2, r_1, r_2 — параметры, управляющие инерцией, обучением от личного и коллективного опыта.

Комбинация личного и коллективного опыта позволяет рою избегать застревания в локальных минимумах. Метод поддается распараллеливанию, так как частицы работают независимо друг от друга.

Эффективность алгоритма зависит от правильной настройки параметров w, c_1, c_2. Метод предоставляет приближенное решение, которое может не быть оптимальным.

2.4 Критерии сравнения

Для проведения сравнительного анализа методов решения задачи коммивояжера были введены общие критерии:

1. Точность решения — гарантирует ли метод нахождение глобально оптимального маршрута.

2. Временная сложность — как быстро метод находит решение в зависимости от размера задачи.

3. Масштабируемость — как метод адаптируется к увеличению числа вершин (городов).

4. Простота реализации — сложность настройки метода для нахождения оптимального маршрута.

5. Возможность распараллеливания — позволяет ли метод эффективно использовать параллельные вычисления.

2.5 Сравнение методов

Сравнительный анализ методов по приведенным выше критериям представлен в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Сравнение методов решения ЗК по критериям

Метод	**Точность**	**Сложность**	**Масштаб.**	**Простота**	**Распарал.**
МПП	$+$	$O(n!)$	$-$	$+$	$-$
МДП	$+$	$O(n^2 \cdot 2^n)$	$-$	$\pm$	$\pm$
ВГ	$+$	$O(2^n)$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
ММЛ	$\pm$	$O(n^4)$	$\pm$	$-$	$\pm$
МБС	$-$	$O(n^2)$	$+$	$+$	$+$
ГА	$-$	$O(n^4)$	$+$	$\pm$	$+$
МА	$-$	$O(n^4)$	$\pm$	$\pm$	$+$
МИО	$-$	$O(n^3)$	$+$	$+$	$\pm$
МРЧ	$-$	$O(n^4)$	$+$	$\pm$	$+$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенного анализа и сравнений становится ясно, что невозможно выделить единственный универсальный метод решения задачи коммивояжера, превосходящий все остальные по всем критериям. Точные методы гарантируют оптимальное решение, но становятся неприменимыми при большом числе городов из-за экспоненциальной сложности. В то же время эвристические алгоритмы работают гораздо быстрее, однако не дают стопроцентной гарантии достижения точного результата.

Таким образом, выбор метода определяется спецификой поставленной задачи, ее размерностью, доступными вычислительными ресурсами и предъявляемыми требованиями к качеству решения.

Поставленная цель научно-исследовательской работы — сравнительный анализ существующих методов решения задачи коммивояжера — была успешно достигнута.

В ходе выполнения научно-исследовательской работы были решены следующие задачи:

— проведено исследование существующих методов решения задачи коммивояжера;

— определены преимущества и недостатки рассмотренных методов;

— сформулированы критерии сравнения методов;

— проведен сравнительный анализ методов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982. — 419 с.

2. В.М. Курейчик. Применение генетических алгоритмов для решения комбинаторно-логических задач оптимизации. Интеллектуальные САПР. Междуведомственный тематический научный сборник. Выпуск 5, Таганрог, 1995 г.

3. Боронихина Е. А. Точные и эвристические методы для решения задачи коммивояжера. – 2015 г.

4. КМеламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х. Задача коммивояжера. Точные методы //Автоматика и телемеханика. — 1989 г.

5. Christofides N. The travelling salesman problem//Combinatorial Optimization. London, 1979. P. 131-149.

6. Беллман Р. Применение динамического программирования к задаче о коммивояжере // Кибернетический сб. Вып. 9. М.: Мир, 1964. С. 219-222.

7. Сергеев С. И. Вычислительные алгоритмы решения задачи коммивояжера I. Общая схема классификации //Автоматика и телемеханика. – 1994. – №. 5. – С. 66-79.

8. Henry-Labordere A. L. The record balancing problem: dynamic programming solution of a generalized travelling salesman problem//RIRO. 1969. 3An. B—2. P. 43-49.

9. Saksena J. P., Kumar S. The routin problem with K specified nodes //Oper. Res. 1966. V. 14. P. 909-913.

10. Макаров И. П., Яворский В. В. Об одном обобщении задачи построения маршрута коммивояжера//АиТ. 1975. № 4. С. 71-74.

11. Коробков В. К., Кричевский Р. И. Некоторые алгоритмы для решения задачи коммивояжера//Математические модели и методы оптимального управления. Новосибирск: Наука, 1966. С. 106-108.

12. Калашникова Т. В. Исследование операций в экономике //Изд-во Томского Политехнического университета. – 2011г.

13. Шуть В. Н. и др. Два алгоритма приближенного решения задачи коммивояжера. – 2002г.

14. Поборчий И. В. Исследование эвристических методов решения задачи коммивояжера. – 2016г.

15. Курейчик В.В. Генетические алгоритмы [Электронный ресурс] — URL: `https://ofim.oscsbras.ru/~eremeev/PAPERS.SK/Method.pdf` (дата обращения 01.12.2024).

ПРИЛОЖЕНИЕ А Презентация научно-исследовательской работы

Презентация научно-исследовательской работы содержит 3 слайда, на которых представлено краткое описание научно-исследовательской работы.