El coeficiente de absorción de un medio μ_a está definido como la probabilidad de absorción de un fotón por unidad de longitud.

La longitud de absorción promedio se define como el inverso de μ_a. Por ejemplo, $\mu_a = .1 \frac{1}{cm}$ para tejido biológico.

Para una partícula absorbente, la capacidad de absorción está dada por la sección transversal σ_a y ésta está relacionada con el área de la sección transversal geométrica σ_g mediante la siguiente relación:

$$\sigma_a = Q_a \, \sigma_g$$

.

Si consideramos un medio con N_a absorbentes, el coeficiente de absorción es considerado como la sección transversal de absorción total por unidad de volumen:

$$\mu_a = N_a \, \sigma_a$$

El cambio de intensidad de la luz por unidad de longitud es proporcional al coeficiente de absorción por la intensidad de la luz en esa diferencial de longitud, entonces:

$$\frac{dI}{dx} = -\mu_a \, I$$

El signo negativo se debe a que la intensidad disminuye a medida que se incrementa la distancia.

Al resolver esta ecuación diferencial obtenemos la ley de Beer:

$$I(x) = I_0 \, e^{-\mu_a x}$$

donde $I_0 = I(0)$.

La transmitancia está definida como $T(x) = \frac{I(x)}{I_0}$ y representa la supervivencia de la intensidad de un haz de luz tras haber recorrido una distancia x.

La dispersión de la luz puede ser modelada para un medio dispersor donde los agentes dispersores están distribuidos aleatriamente en el espacio, nosotros consideraremos un medio tal que la distancia entre partículas es mucho más grande que su logitud de onda y el tamaño del dispersor.

Análogamente a la absorción, consideramos un coeficiente de dispersión μ_t que está definido como la probabilidad de dispersión de un fotón en un medio por unidad de longitud.

Para una partícula dispersora, la capacidad de absorción está dada por la sección transversal σ_s y ésta está relacionada con el área de la sección transversal geométrica σ_g por:

$$\sigma_s = Q_s \, \sigma_g$$

.

Para un medio con N_s dispersores el coeficiente de dispersión es considerado como la sección transversal de absorción total por unidad de volumen:

$$\mu_s = N_s \, \sigma_s$$

Por último definimos la transmitancia como la propiedad de no absorción y la relacionamos con la distancia x con a ley de Beer:

$$T(x) = e^{-\mu_s x}$$

El coeficiente que relaciona la absorción y la dispersión es el coeficiente de extinción y está compuesto por la suma de los coeficientes de absorción y transmisión :

$$\mu_t = \mu_a + \mu_s$$

[1]

Ahora utilizamos el método de Monte Carlo para muestrear la trayectoria del fotón en un medio dispersor. Consideraremos un haz de fotones que entra a dos capas de un material con una dirección inicial dada, por ejemplo, $\vec{v} = (0, 0, 1)$. Las placas son perpendiculares al eje z y están separadas por una distancia d. [2]

Entonces la función de probabilidad PDF de que el fotón se absorba o se disperse está dada por la ley de Beer:

$$PDF(t) = e^{-\mu_t t}$$

donde t es el camino libre medio o la distancia que recorre un fotón antes de ser dispersado o absorbido.

Tomamos $PDF = \xi$, donde ξ es un número aletorio, entonces podemos muestrear la posición del fotón usando $t = \frac{-ln(\xi)}{\mu_t}$ y las coordenadas x, y, z estarán dadas a cada instante de tiempo por: $x = t\ x,\ y = t\ y,\ z = t\ z$.

Durante la simulación se debe considerar que la dirección se actualiza a cada instante de tiempo mientras no ocurra una absorción. La dirección se actualiza utilizando la fórmula de Henyey Greenstein:

$$cos(\theta) = \begin{cases} 1 - 2\xi & \text{si g=0} \\ g_1 & \text{si g}< 1 \end{cases}$$

donde

$$g_1 = \frac{1}{2g}(1 + g^2)(\frac{1 - g^2}{1 - g + 2g\xi})^2$$

entonces:

$$v'_x = v_x\ cos\theta + \frac{sen\theta\ (v_x v_z\ cos\phi - v_y\ sen\phi)}{\sqrt{1 - v_z^2}}$$
$$v'_y = v_y \cos\theta + \frac{sen\theta\ (v_y v_z\ cos\phi + v_x\ sen\phi)}{\sqrt{1 - v_z^2}}$$
$$v'_z = v_z\ cos\theta - \sqrt{1 - v_z^2}\ sen\theta\ cos\phi$$

v_x, v_y, v_z son los cosenos directores del fotón.

En vez de lanzar fotón tras fotón se considera un paquete de fotones de peso w que disminuye con las absorciones o las reflexiones. Para detener la simulación se utiliza el método de Ruleta Rusa que consite en elegir un peso crítico (un peso muy pequeño), cuando el paquete alcanza el peso crítico se le otorgan m oportunidades de sobrevivir, entonces

$$w = \begin{cases} mw & \text{si } \xi \leq 1/\mathrm{m} \\ 0 & \text{si } \xi > 1/\mathrm{m} \end{cases}$$

Bibliografía:

[1]Lihong V. Wang,Hsin-i Wu, Biomedical Optics, Principles and Imaging, WILEY-INTERSCIENCE 2007.

[2]http://www.scratchapixel.com/lessons/mathematics-physics-for-computer-graphics/monte-carlo-